

# Бравэ Пирсонның сызықтық корреляция коэффициенті

Орындағандар: Сраж Айнұр және Санақ Айгерім

# Корреляциялық талдау



«Корреляция» термині өзара байланыс, өзара тәуелділік мағынасын білдіреді. Корреляция туралы айтқанда "корреляциялық байланыс" термині қатар қолданылады.

**Корреляциялық байланыс** – бұл екі белгінің немесе бірнеше белгінің (көпмүшелі корреляциялық байланыс) бір – бірімен сәйкестене өзгеруі.

Корреляциялық талдау  $X$  және  $Y$  кездейсоқ шамаларының арасындағы байланыстың дәрежесін анықтаумен айналысады.

Екі кездейсоқ шамалар үшін тәжірибе нәтижесінде алынған деректердің корреляциялық талдауы мынадай негізгі тәсілдерді қарастырады:

1. Корреляциялық таңдама коэффициентін есептеу.
2. Корреляциялық кесте құру.
3. Байланыс мәнділігі жөніндегі статистикалық жорамалды тексеру.

**Анықтама.** Егер  $X$  және  $Y$  регрессия функцияларының екеуі де сызықтық болса, онда  $X$  және  $Y$  шамаларының арасындағы корреляциялық тәуелділік **сызықтық корреляция** деп аталады.

Регрессия дегеніміз – бір тәуелді айнымалы (әдетте  $Y$  арқылы белгіленеді) және басқа айнымалылар қатары (тәуелсіз айнымалылар деп аталатын) арасындағы байланыстың күші мен сипатын анықтауға тырысатын қаржы, инвестициялау және басқа пәндерде қолданылатын статистикалық әдіс.

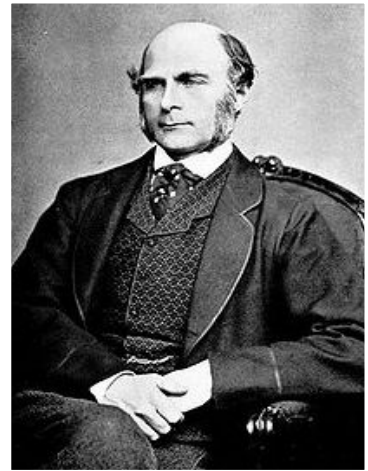
# Корреляциялық талдау

Корреляциялық талдау – бұл екі немесе одан көп кездейсоқ шамалардың арасындағы байланыстың тығыздығын және бағытын анықтайтын сандық әдіс.



Ж. Кювье  
(1769 - 1832)

«Корреляция» терминін алғаш рет француз палеонтологы Ж. Кювье енгізді, ал статистикада оны Ф. Гальтон алғаш қолданды.



Ф. Гальтон  
(1822 - 1911)

# Корреляция коэффициенті

**Корреляция коэффициенті** – байланыстың күшін және оның бағытын сипаттайтын,  $[-1, 1]$  аралығынды мәндерін қабылдайтын көрсеткіш.

Оны символмен  $r$  деп белгілейді.

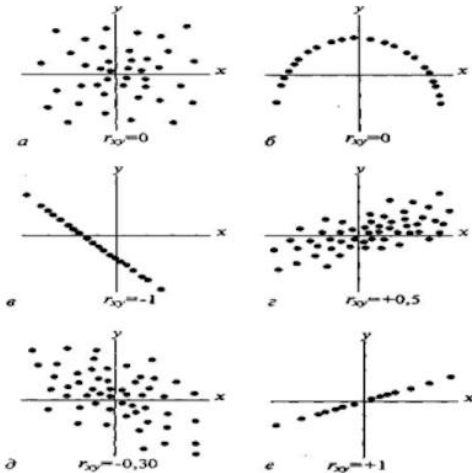
Байланыстың күшін бағалау үшін корреляция теориясында аңғылшын статистигі Чеддоктың шкаласы қолданылады

Байланыстың сандық мөлшері	Күштің сапалық сипаттамасы
0,1 - 0,3	Әлсіз
0,3 - 0,5	Қалыпты
0,5 - 0,7	Айқын
0,7 - 0,9	Жоғары
0,9 - 1	Күшті

**Корреляция коэффициенті** - бір айнымалыны екіншісін біле отырып, қаншалықты жақсы болжауға болатынын бағалайтын статистика; Мысалы, адамдардың биіктігін білу арқылы олардың салмағын болжауға болатынын айтайық.

Корреляция оң (+) және теріс (-) болуы мүмкін. Корреляция белгісі екі айнымалының оң корреляциямен байланысты екенін көрсетеді (екі айнымалының мәні бір уақытта өседі немесе төмендейді) немесе теріс корреляция (бір айнымалының екіншісі кеміген сайын артады). Мысалы, студенттің сабаққа келмеуінің семестрдің соңындағы балмен  $-0.40$  корреляциясы бар делік (сабақтан қалу неғұрлым көп болса, балл соғұрлым төмен). Екінші жағынан, алынған балл мен қатысқан сабақтар саны арасындағы корреляция  $+0.40$  болады. Облигацияның беріктігі бірдей, бірақ оның белгісі сабақтарға қатыспағанымызды немесе сабаққа қатысқанымызға байланысты.

## ГРАФИКАЛЫҚ КОРРЕЛЯЦИЯ



# Корреляциялық байланыс



**Корреляция коэффициенті** – салыстырылатын екі статистикалық белгілердің арасындағы байланыс күшінің математикалық көрсеткіші. Корреляция қандай формуламен есептелінсе де, оның мәні ылғи да  $-1$  және  $+1$  шегінде болады. Коэффициенттің шеткі мәнінің мағынасын былай түсіну керек:

- егерде коэффициенттің мәні  $-1$ -ге тең болса, онда байланыс **кері пропорционалдық** тип бойынша функционалды деп саналады;
- егерде ол  $+1$ -ге тең болса, онда белгілер арасындағы байланыс **тура (тікелей)** пропорционалдылық тәуелділік типі бойынша біржақты (функционалды, статистикалы емес);
- егерде оның мәні нольге тең болса, онда салыстырылатын белгілердің арасындағы байланыс нолдік шамаға тең немесе **байланыс жоқ** дегенді білдіреді.

# Жұптасқан Пирсонның корреляция коэффициенті

**Сызықты (жұптасқан Пирсонның) корреляция коэффициенті** –

байланыстың күшін және бағытын сипаттайтын көрсеткіш:

$$r_{xy} = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x - \bar{x})^2 \sum (y - \bar{y})^2}},$$

мұндағы  $r_{xy}$  – корреляция коэффициенті,

$x, y$  – корреляцияланатын қатар,

$\bar{x}, \bar{y}$  – орташа шамалар.

Жұптасқан корреляция коэффициенті **параметрлік** коэффициент болып табылады.

# Корреляция коэффициентің есептеуге мысал



Келесі мәндер үшін Пирсонның сызықты корреляция коэффициентін есептеу керек:

1000 тұрғынға шаққанда ауыру, $x$	ОРЗ-мен	352	228	340	300	196	258	237
1000 тұрғынға пневмониямен ауыру, $y$	шаққанда	64	60	52	48	46	41	32



## Шешуі.

1) Есептеу кестесін құру.

№	$x$	$y$	$x - \bar{x}$	$y - \bar{y}$	$(x - \bar{x}) \cdot (y - \bar{y})$	$(x - \bar{x})^2$	$(y - \bar{y})^2$
1	352	64	79	15	1185	6241	225
2	228	60	-45	11	-495	2025	121
3	340	52	67	3	201	4489	9
4	300	48	27	-1	-27	729	1
5	196	46	-77	-3	231	5929	9
6	258	41	-15	-8	120	225	64
7	237	32	-36	-17	612	1296	289
<b>Қосын- дысы</b>	<b>1911</b>	<b>343</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>1827</b>	<b>20934</b>	<b>718</b>
<b>Орташа</b>	<b>273</b>	<b>49</b>					

2) Корреляция коэффициентін есептеу керек:

$$r_{xy} = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x - \bar{x})^2 \sum (y - \bar{y})^2}} = \frac{1827}{\sqrt{20934 \cdot 718}} = 0,47.$$

3) Алынған нәтижені талдау: қарастырылған белгілердің арасындағы байланыс **тура, қалыпты**.

4) Корреляция коэффициентінің орташа қателігін есептеу:

$$m_r = \pm \frac{1 - r_{xy}^2}{\sqrt{n}} = \pm \frac{1 - 0,47^2}{\sqrt{7}} = 0,3.$$

Корреляция коэффициенті өзінің орташа қателігінен 3 есе артық **болмағандықтан сенімді емес**.

# КОРРЕЛЯЦИЯЛЫҚ Қ ТАЛДАУ

Орындаған: Санақ Айгерім



# МЫСАЛЫ

	A	B	C	D	E	F
№	№	Агрессия деректері (X_agr)	IQ деректері (Y_IQ)			
1	1	24	100			
2	1	27	115			
3	2	26	117			
4	3	21	119			
5	4	20	134			
6	5	31	94			
7	6	26	105			
8	7	22	103			
9	8	20	111			
10	9	18	124			
11	10	30	122			
12	11	29	109			
13	12	24	110			
14	13	26	86			
15	14					
16						
17						
18						
19						
20						
21						
22						
23						
24						
25						
26						
27						
28						
29						
30						
31						
32						
33						
34						
35						
36						
37						
38						
39						
40						
41						
42						
43						
44						
45						
46						
47						
48						
49						
50						
51						
52						
53						
54						
55						
56						
57						
58						
59						
60						
61						
62						
63						
64						
65						
66						
67						
68						
69						
70						
71						
72						
73						
74						
75						
76						
77						
78						
79						
80						
81						
82						
83						
84						
85						
86						
87						
88						
89						
90						
91						
92						
93						
94						
95						
96						
97						
98						
99						
100						
101						
102						
103						
104						
105						
106						
107						
108						
109						
110						
111						
112						
113						
114						
115						
116						
117						
118						
119						
120						
121						
122						
123						
124						
125						
126						
127						
128						
129						
130						
131						
132						
133						
134						
135						
136						
137						
138						
139						
140						
141						
142						
143						
144						
145						
146						
147						
148						
149						
150						
151						
152						
153						
154						
155						
156						
157						
158						
159						
160						
161						
162						
163						
164						
165						
166						
167						
168						
169						
170						
171						
172						
173						
174						
175						
176						
177						
178						
179						
180						
181						
182						
183						
184						
185						
186						
187						
188						
189						
190						
191						
192						
193						
194						
195						
196						
197						
198						
199						
200						
201						
202						
203						
204						
205						
206						
207						
208						
209						
210						
211						
212						
213						
214						
215						
216						
217						
218						
219						
220						
221						
222						
223						
224						
225						
226						
227						
228						
229						
230						
231						
232						
233						
234						
235						
236						
237						
238						
239						
240						
241						
242						
243						
244						
245						
246						
247						
248						
249						
250						
251						
252						
253						
254						
255						
256						
257						
258						
259						
260						
261						
262						
263						
264						
265						
266						
267						
268						
269						
270						
271						
272						
273						
274						
275						
276						
277						
278						
279						
280						
281						
282						
283						
284						
285						
286						
287						
288						
289						
290						
291						
292						
293						
294						
295						
296						
297						
298						
299						
300						
301						
302						
303						
304						
305						
306						
307						
308						
309						
310						
311						
312						
313						
314						
315						
316						
317						
318						
319						
320						
321						
322						
323						
324						
325						
326						
327						
328						
329						
330						
331						
332						
333						
334						
335						
336						
337						
338						
339						

1. X және Y мәндерінің қосындысын есептеңіз

$$X_{agr} = 344$$

$$Y_{IQ} = 1549$$

2. X} және Y үшін орташа арифметикалық мәнді есепте

$$\bar{X}_{agr} = 24,6$$

$$\bar{Y}_{IQ} = 110,5$$

3. X және Y үшін орташа арифметикалық мәннен тексерілген әрбір ауытқуды есептеңіз.

№	$\bar{X}_{agr} - X_{agr}$	$\bar{Y}_{IQ} - Y_{IQ}$
1	0,6	10,6
2	-2,4	-4,4
3	-1,4	-6,4
4	3,6	-8,4
5	4,6	-23,4
6	-6,4	16,6
7	-1,4	5,6
8	2,6	7,6
9	4,6	-0,4
10	6,6	-13,4
11	-5,4	-11,4
12	-4,4	1,6
13	0,6	0,6
14	-1,4	24,6

4. Содан кейін әрбір ауытқуды квадраттаймыз: Содан кейін ауытқулардың квадраттарының қосындысын есептейміз:

№	$(\bar{X}_{agr} - X_{agr})^2$	$(\bar{Y}_{IQ} - Y_{IQ})^2$
1	0,36	112,36
2	5,76	19,36
3	1,96	40,96
4	12,96	70,56
5	21,16	547,56
6	40,96	275,56
7	1,96	31,36
8	6,76	57,79
9	21,16	0,16
10	43,56	179,56
11	29,16	129,96
12	19,36	2,56
13	0,36	0,36
14	1,96	605,16

$$\Sigma(\bar{X}_{agr} - X_{agr})^2 \text{ и } \Sigma(\bar{Y}_{IQ} - Y_{IQ})^2$$

$$\Sigma(\bar{X}_{agr} - X_{agr})^2 = 207,44$$

$$\Sigma(\bar{Y}_{IQ} - Y_{IQ})^2 = 2073,24$$

6. Әрбір бақылау үшін орташа арифметикалық шама мен шаманың айырмасының көбейтіндісі есе

$N_i$	$(\bar{X}_{agr} - X_{agr}) * (\bar{Y}_{IQ} - Y_{IQ})$
1	6,36
2	10,56
3	8,96
4	-30,24
5	-107,64
6	-106,24
7	-7,84
8	19,76
9	-1,84
10	-88,44
11	61,56
12	-7,04
13	0,36
14	-34,44

7. Сумманы есепте  $(\bar{X}_{agr} - X_{agr}) * (\bar{Y}_{IQ} - Y_{IQ})$

$$\Sigma(\bar{X}_{agr} - X_{agr}) * (\bar{Y}_{IQ} - Y_{IQ}) = -276,16$$

8. Алынған мәндерд  $\sigma X_{agr}, \sigma Y_{IQ},$

$$\Sigma(\bar{X}_{agr} - X_{agr}) * (\bar{Y}_{IQ} - Y_{IQ})$$

Пирсон корреляция коэффициентінің формуласына қоямыз:

$$r_{X_{agr}Y_{IQ}} = \frac{-276,16}{\sqrt{207,44 * 2073,24}} = \frac{-276,16}{\sqrt{430072,9056}} = \frac{-276,16}{655,799} = -0,4211$$

9. Қорытынды: Корреляция коэффициентінің мәндер кестесіне сәйк  $r_{X_{agr}Y_{IQ}} = -0,4211$

**әлсіз теріс корреляция** деген қорытындыға келеміз.

# Талқылауға арналған сұрақтар:

1. Функционалдық және корреляциялық тәуелділіктер.
2. Параметрлік (Браве-Пирсон корреляция коэффициенттері және корреляциялық қатынас) және параметрлік емес (Спирман, Кендалл) байланысты бағалау әдістері.
3. Корреляциялық қатынастар. Жалған корреляция мәселесі. Корреляциялық плейад әдісі.
4. Сапалық белгілерді бағалау кезінде корреляция коэффициенттерін анықтау. Атау шкаласы. Ассоциация коэффициентін есептеу. Дұрыстығын тексеру.
5. Корреляциялық қатынастар. Фишер критерийі бойынша корреляция формасын анықтау. Үш немесе одан да көп белгілердің өзара байланысы.
6. Бравэ Пирсонның сызықтық корреляция коэффициенті.
7. Корреляцияның дәрежелік коэффициенті. Корреляция коэффициентінің сенімді шекаралары, корреляция коэффициентінің статистикалық маңыздылығын бағалау, екі корреляция коэффициентін салыстыру.



Корреляциялық талдау 2 негізгі міндетті шешуден тұрады:

1. Байланыс формасын анықтау, яғни функция түрін табу;
2. Байланыс күшін(тығыздығын) анықтау, яғни  $x$  әртүрлі мәндер үшін  $y$  дәрежесін бағалау.

Белгілер арасындасындағы статистикалық байланысты белгілердің тәжірбиелік мәндерінен ең төмен ауытқып, эксперименттік материалда байқалатын негізгі заңдылықты білдіретін математикалық функцияның көмегімен беруге тырысады.

Байланыс теңдеулері(немесе регрессия теңдеулері ) болатын функциялар байқалу формасы бойынша мынадай болады:

1. түзу сызықты;
2. қисық сызықты(параболалық, гиперболалық, дәрежелік және т.б.).

Байланыс формасын таңдауда, бірінші кезекте, қисықтың сол немесе басқа типі құбылыстың немесе процестің шынайы табиғатын, физикалық мәнін белгілейтіндігін ескеру қажет. Байланыс формасын графикалық анықтау үшін тәжірбиелік деректерді арнаулы корреляциялық кестеге немесе корреляциялық торға енгізеді.

## Функционалдык және корреляциялык тәуелділіктер

Статистикада қоғамдық құбылыстар пен процестердің арасындағы өзара байланысты анықтамай тұрып алдымен сол өзгеріске әсерін тигізетін факторлары мен нәтижелі белгілері арасындағы тәуелділікті анықтайды. Оның өзі құбылыстың ерекшелігіне қарай *функционалдык және корреляциялык байланыс* болып екі түрге бөлінеді.

**Функционалдык байланыс** деп бір белгі мәнінің өзгеруіне әсерін тигізетін екінші бір белгінің сәйкес келуін, яғни бір факторлы белгінің өзгерісі салдарынан нәтижелі белгі мәнінің өзгеруін айтады.

$y=f(x_i)$  мұнда **y-нәтижелі белгі**,  **$x_i$ -факторлық белгі**,  $f(x_i)$  осы екі белгі арасындағы *функционалдык байланыс*.

Қоғамдық құбылыстардың өзгеруіне әртүрлі кездейсоқ факторлардың әсер етуін **корреляциялык байланыс** деп айтады.

Статистикада корреляциялык байланыс деп нәтижелі және факторлы белгілер арасындағы сәйкестіктің болмауын айтады.

$$y_i = f(x_i) + E_i$$

мұнда  $f(x_i)$  корреляциялык байланыста белгілі болған  $f$  пен  $y_i$  арасында және ерекше алынған бір немесе бірнеше факторлық белгінің әсерінен қалыптасқан нәтижелі белгі бөлігі.  $E_i$  - жанама және кездейсоқ факторлардың әсерінен пайда болған нәтижелі белгінің бөлігі.

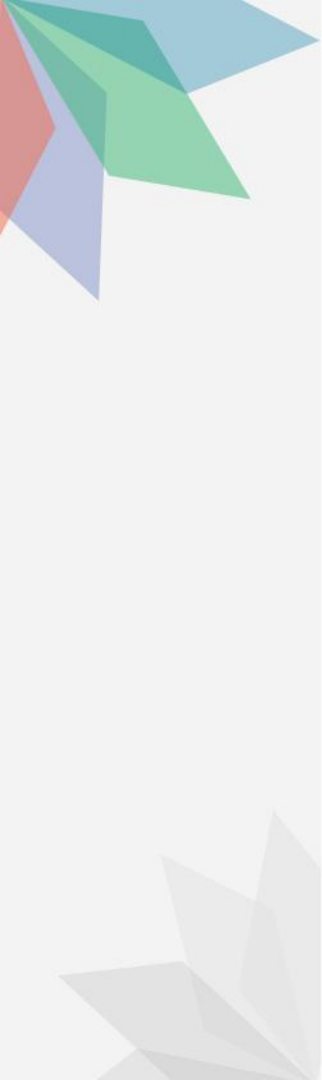
Түзу сызықты байланыста себепті ықпалдар белгі мәндерінің өсуіне немесе кемуіне қарай нәтижелі белгі мәндері бірқалыпты әрі үздіксіз өседі немесе кемиді.

# **Параметрлік (Браве-Пирсон корреляция коэффициенттері және корреляциялық қатынас) және параметрлік емес (Спирман, Кендалл) байланысты бағалау әдістері.**

Статистикалық әдістердің немесе тестердің корреляция дәрежесін есептейтіні немесе жалпылауды мүмкін ететін 2 түрі бар.

- q Бірінші түрі ол өте кең қолданылатын параметрлік әдістер, оларға орташша мән, дисперсия сияқты параметрлер қолданылады.
  
- q Екінші түрі ол параметрлік емес әдістер, олар мына жағдайда, зерттеуші өте аз таңдау көлемімен немесе сапалы мәліметтермен жұмыс жасағанда өте құнды жәрдемін береді, бұл әдістер өте қарапайым болып келеді себебі қолдануда, есептеуде өте ыңғайлы болады.

Параметрлік емес әдістердің бір маңызды міндеттерінің бірі ол популяцияның бір бөлігінде алынған мәліметтерді анализдеу, соның арқасында жалпы барлық популяцияға қорындынды жасау мақсатын орындайды.

The image features a white background with decorative elements on the left side. In the top-left corner, there is a cluster of overlapping, semi-transparent geometric shapes in shades of blue, green, and red. In the bottom-left corner, there is a similar cluster of overlapping, semi-transparent geometric shapes in shades of grey and light blue. The text is centered on the page.

**Назарларыңызға  
рахмет!!!**