Математика

Раздел 7. Функции и графики

Занятие 70.
Схема исследования функции

Свойства функций

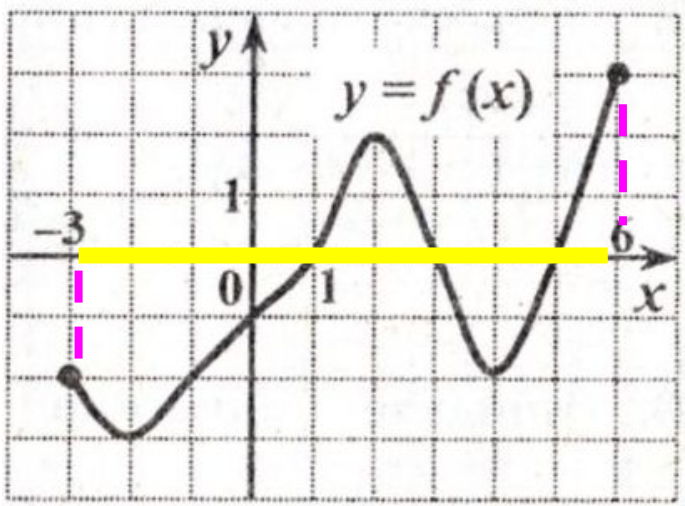
1. Область определения *D(f)*
2. Область значений *E(f)*
3. Нули функции
4. Промежутки знакопостоянства
5. Промежутки монотонности
6. Экстремумы
7. Четность/нечетность
8. Периодичность (если есть)
9. Уравнения асимптот (если есть)

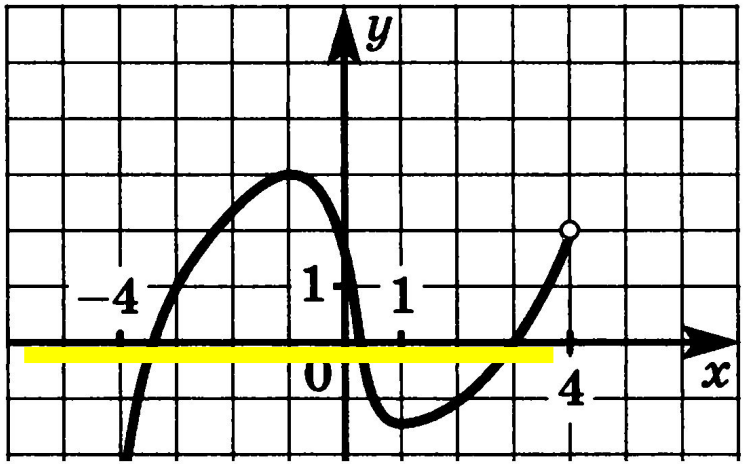
Область определения

Область определения функции – это множество всех возможных значений переменной x.

$D(f)$

Если имеется график функции, то его область определения – это проекция графика на ось OX.





$$D(f) = [-3; 6]$$

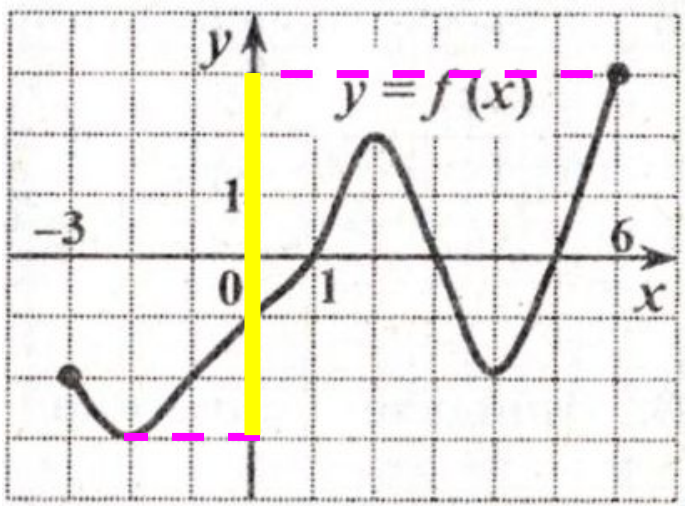
$$D(f) = (-\infty; 4)$$

Область значений

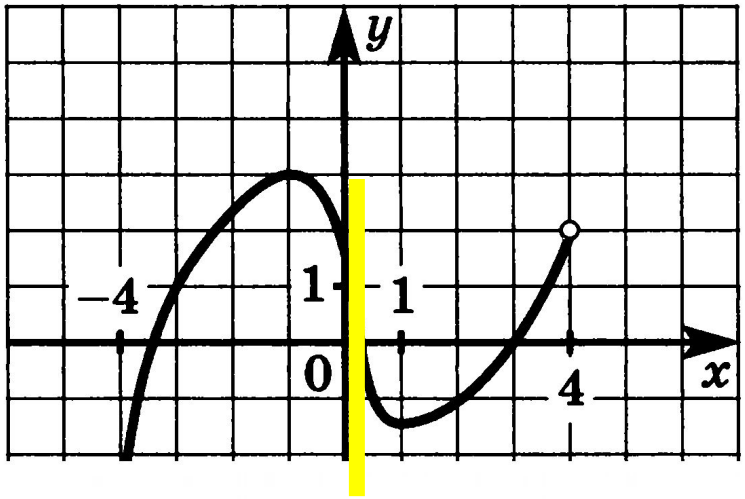
Область значений функции – это множество всех возможных значений переменной y.

$E(f)$

Если имеется график функции, то его область определения – это проекция графика на ось OY.



$$E(f) = [-3; 3]$$

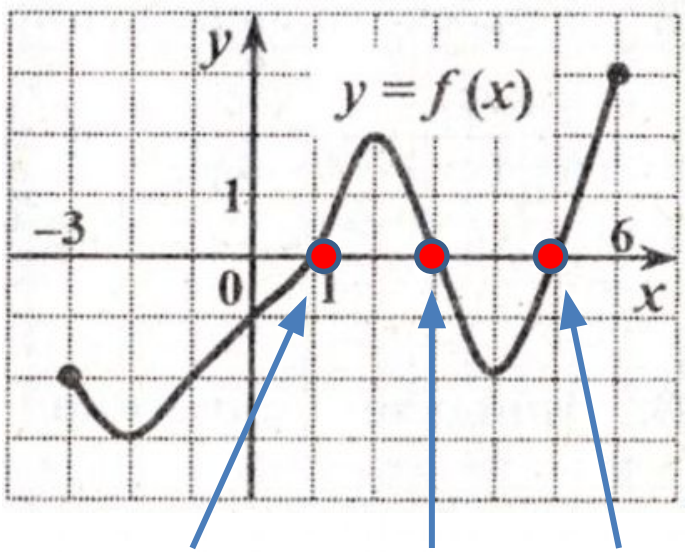


$$E(f) = (-\infty; 3]$$

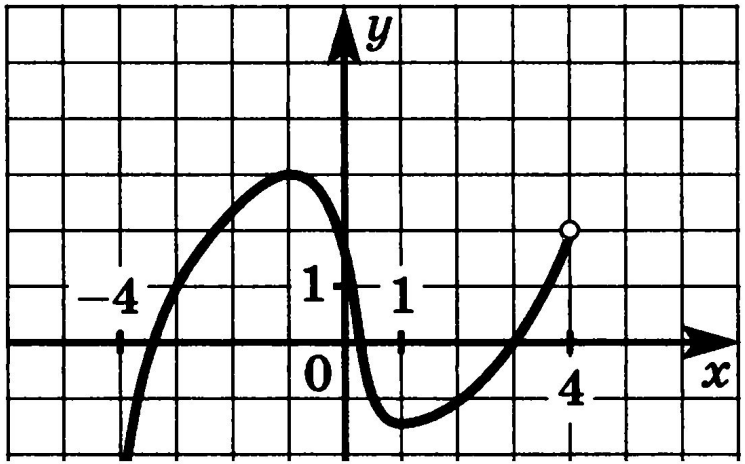
Нули функции

Нули функции – это значения переменной x, при которых переменная y становится равной 0, т.е. выполняется условие $f(x)=0$

Если имеется график функции, то нули функции – это точки пересечения графика с осью OX.



$x_1 = 1 \quad x_2 = 3 \quad x_3 = 5$



$x_1 \approx -3{,}5 \quad x_2 \approx 0{,}3 \quad x_3 = 3$

Промежутки знакопостоянства

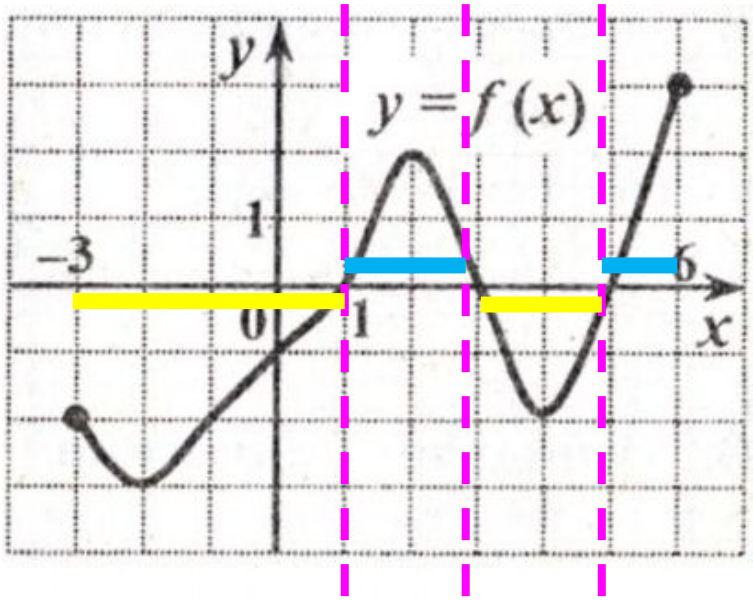
Промежутки знакопостоянства – это значения переменной x, при которых значения функции (переменная y) сохраняет постоянный знак, т.е. выполняются условия:

$$f(x) > 0$$

либо

$$f(x) < 0$$

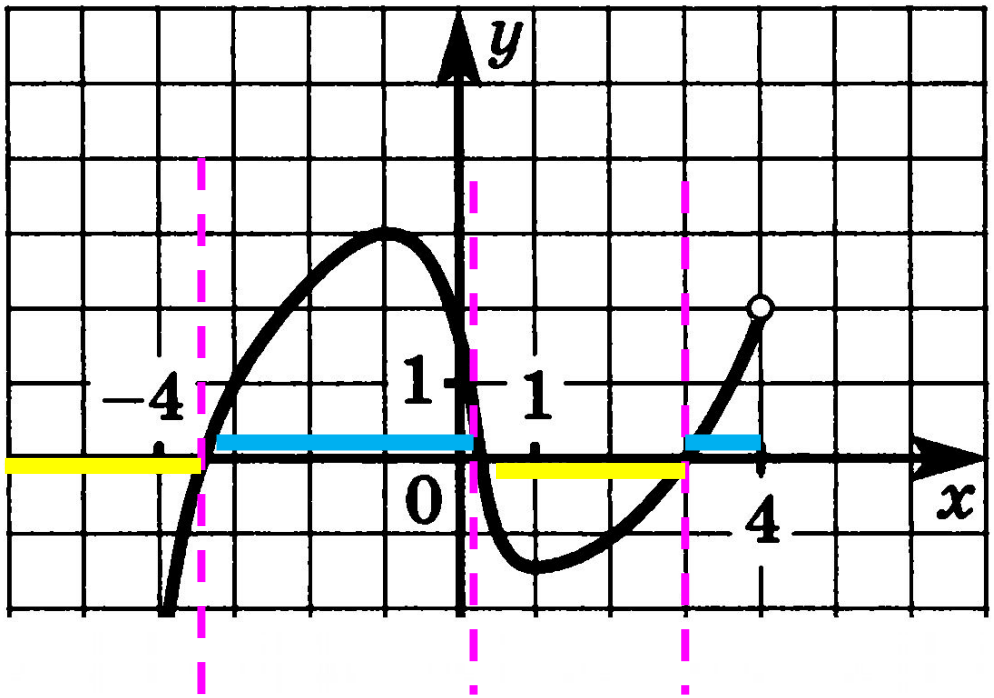
Если имеется график функции, то промежутки знакопостоянства – это промежутки на оси OX, где часть графика находится целиком над осью OX, либо под осью OX.



$$y > 0 \text{ при } x \in (1; 3) \cup (5; 6]$$

$$y < 0 \text{ при } x \in [-3; 1) \cup (3; 5)$$

Промежутки знакопостоянства



$$y > 0 \text{ при } x \in (-3{,}5;\ 0{,}3) \cup (3;\ 4)$$

$$y < 0 \text{ при } x \in (-\infty;\ -3{,}5) \cup (0{,}3;\ 3)$$

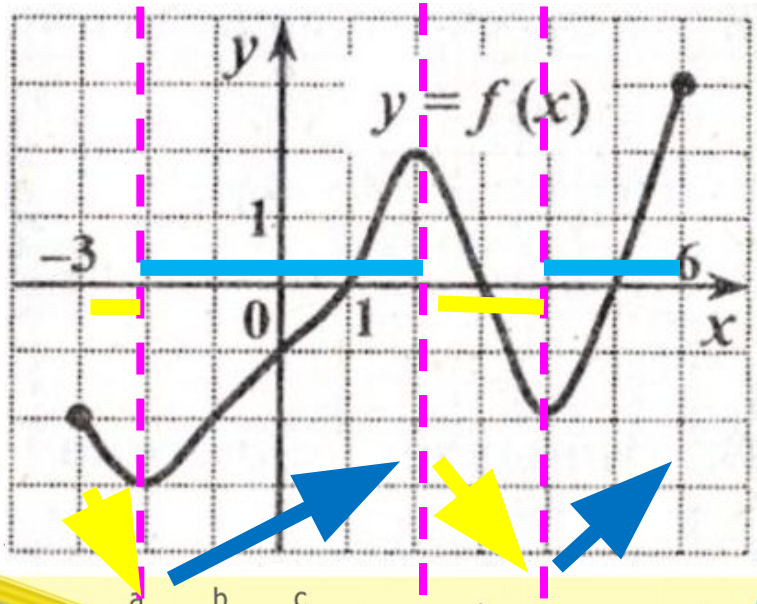
Промежутки монотонности

Промежуток возрастания функции – это промежуток значений переменной x, в котором выполняется условие: большему x соответствует больший y, т.е.

$$x_1 > x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$$

Промежуток убывания функции – это промежуток значений переменной x, в котором выполняется условие: большему x соответствует меньший y, т.е.

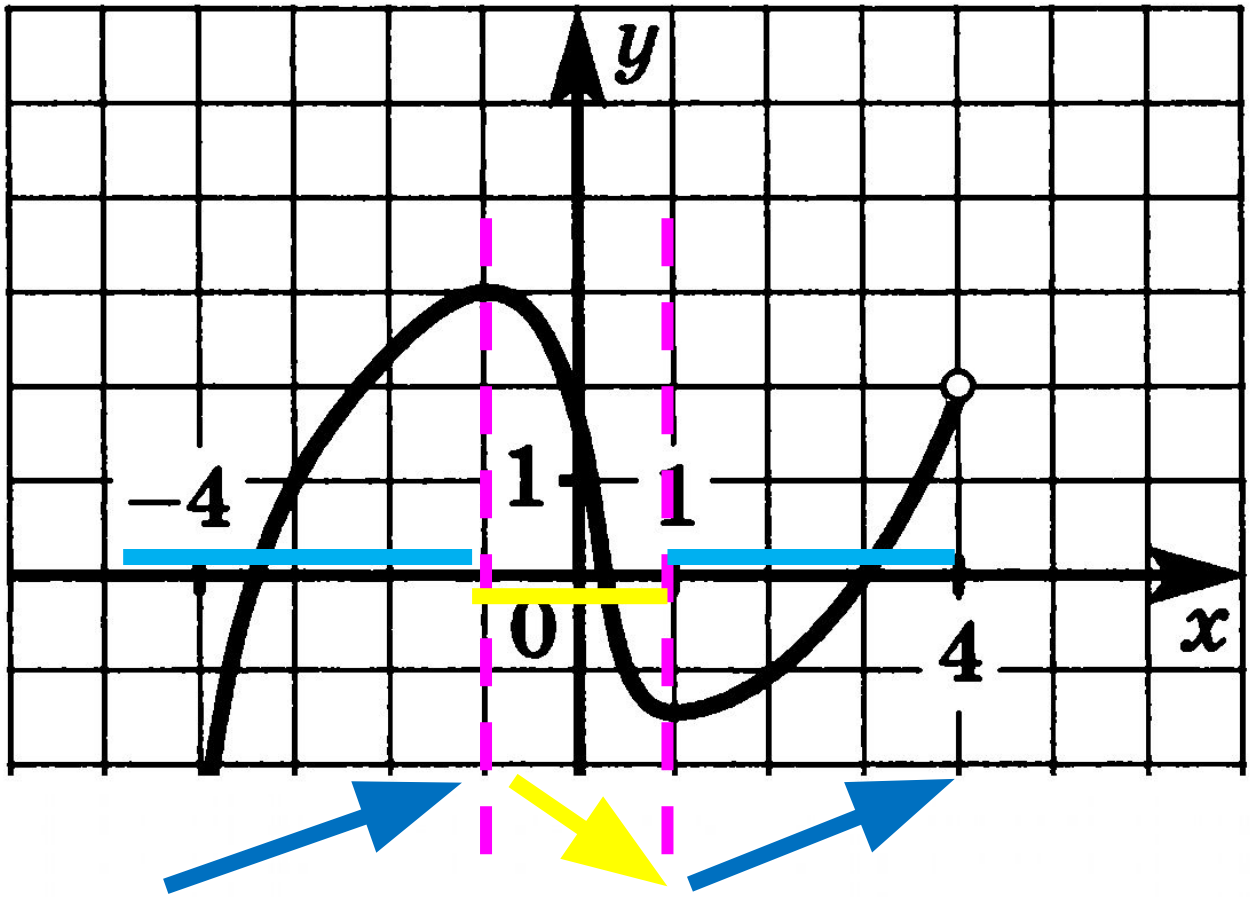
$$x_1 > x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$$



$$f \uparrow (-2; 2), (4; 6)$$

$$f \downarrow (-3; -2), (2; 4)$$

Промежутки монотонности



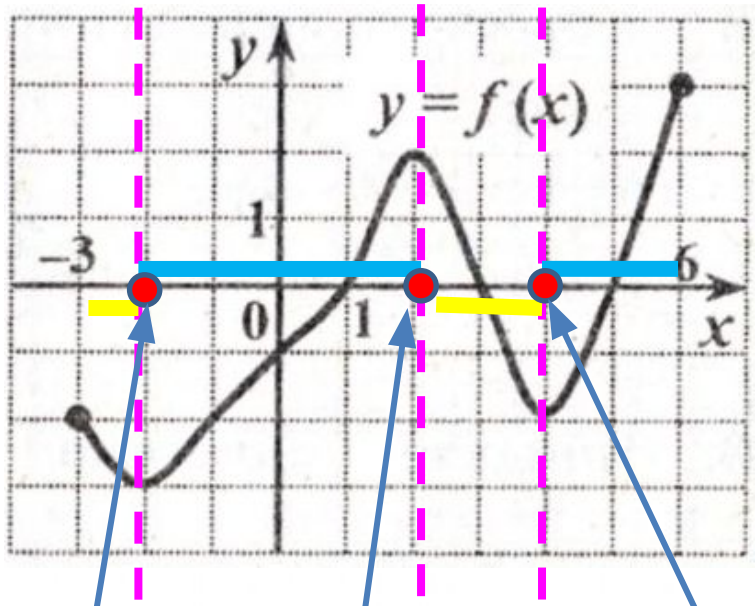
$f \uparrow (-\infty; -1), (1; 4)$

$f \downarrow (-1; 1)$

Экстремумы

Экстремумы – это значения x, в которых меняется монотонность функции.

Если возрастание сменяется на убывание, то это точка максимума, если же убывание сменяется на возрастание – точка минимума.

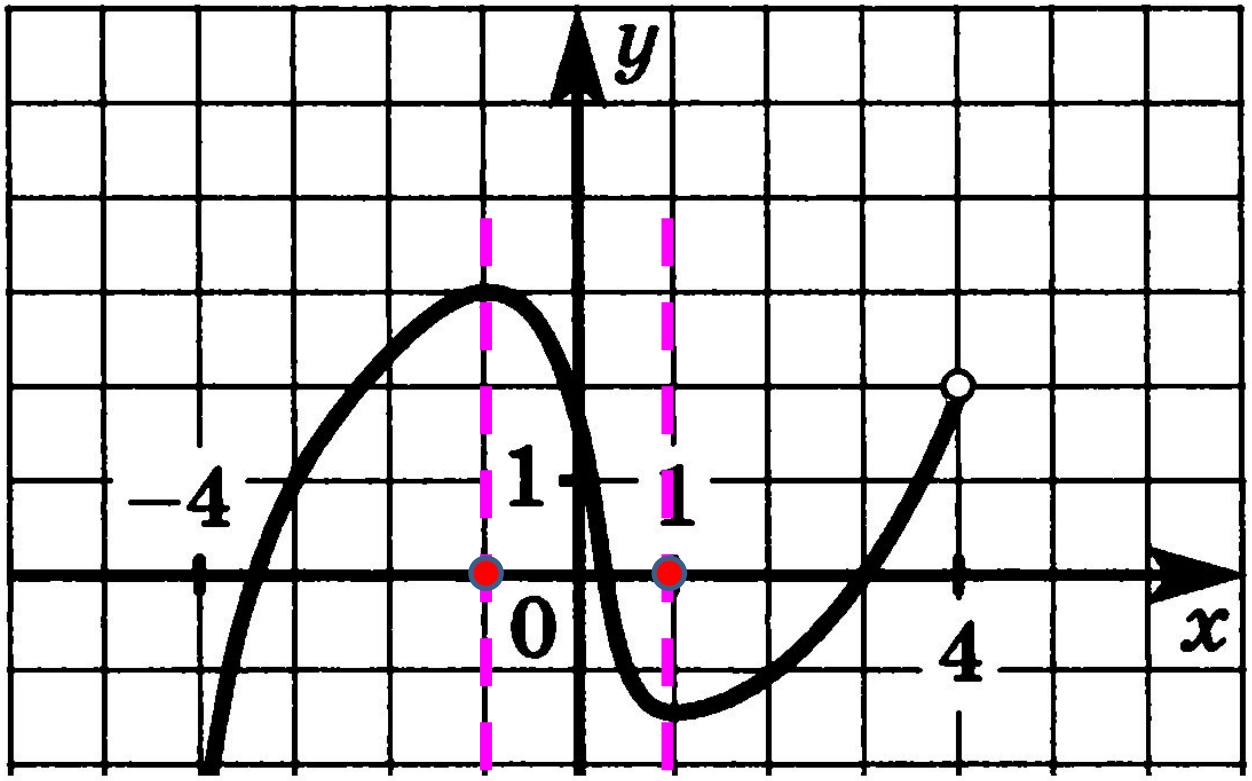


$$f \uparrow (-2;\,2),(4;\,6)$$

$$f \downarrow (-3;\,-2),(2;\,4)$$

$$x_{\min} = -2 \qquad x_{\max} = 2 \qquad x_{\min} = 4$$

Экстремумы



$x_{\max} = -1$ $x_{\min} = 1$

Исследовать функцию

$$D(f) = \Re$$

$$E(f) = \Re$$

$$x_1 = -3{,}5 \quad x_2 = 0 \quad x_3 = 3{,}5$$

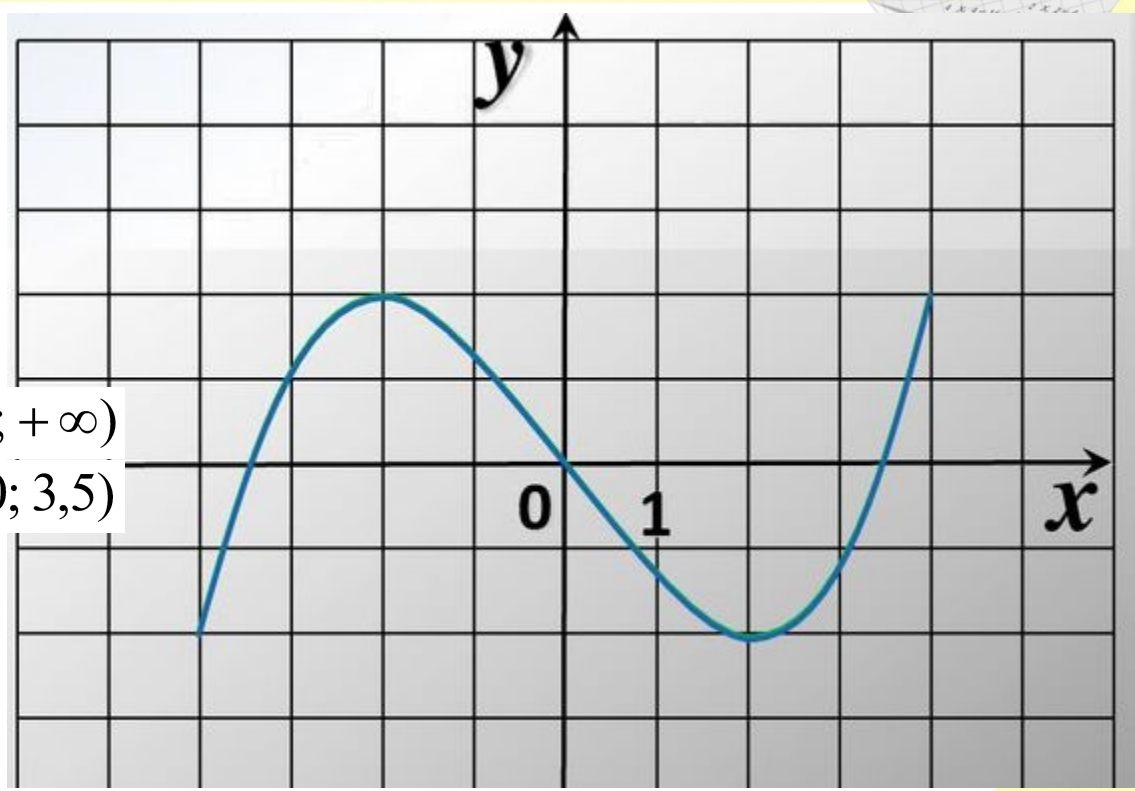
$$y > 0 \text{ при } x \in (-3{,}5;\, 0) \cup (3{,}5;\, +\infty)$$

$$y < 0 \text{ при } x \in (-\infty;\, -3{,}5) \cup (0;\, 3{,}5)$$

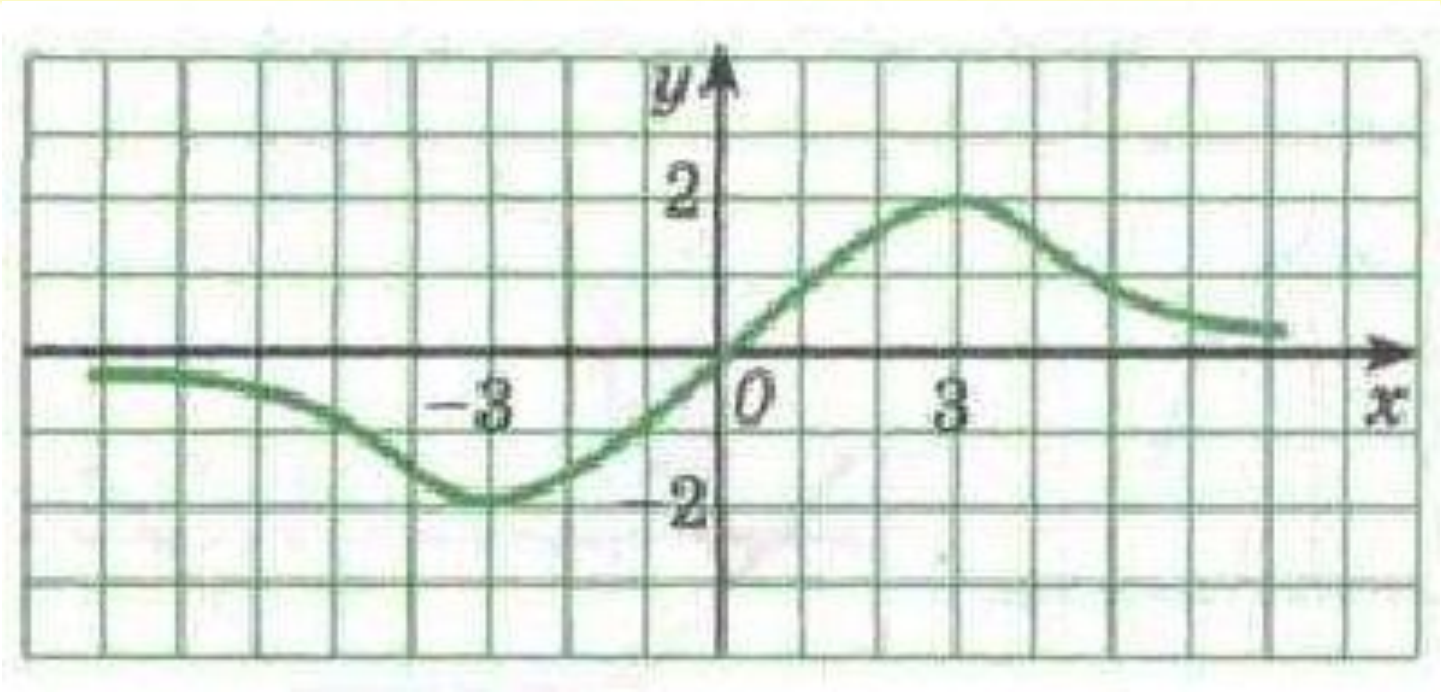
$$f \uparrow (-\infty;\, -2), (2;\, +\infty)$$

$$f \downarrow (-2;\, 2)$$

$$x_{\max} = -2 \quad x_{\min} = 2$$



Исследовать функцию



$D(f) = \Re$

$E(f) = [-2; 2]$

$x = 0$

$y > 0$ *при* $x \in (0; +\infty)$

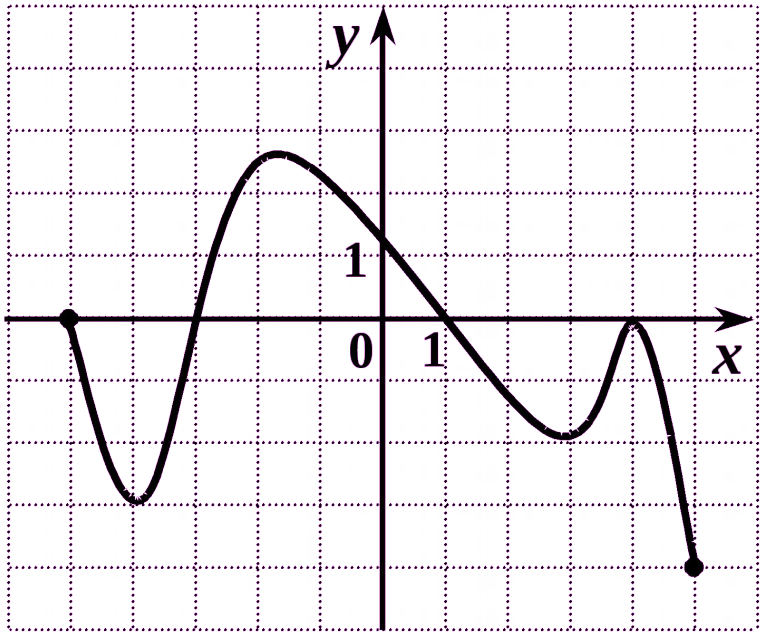
$y < 0$ *при* $x \in (-\infty; 0)$

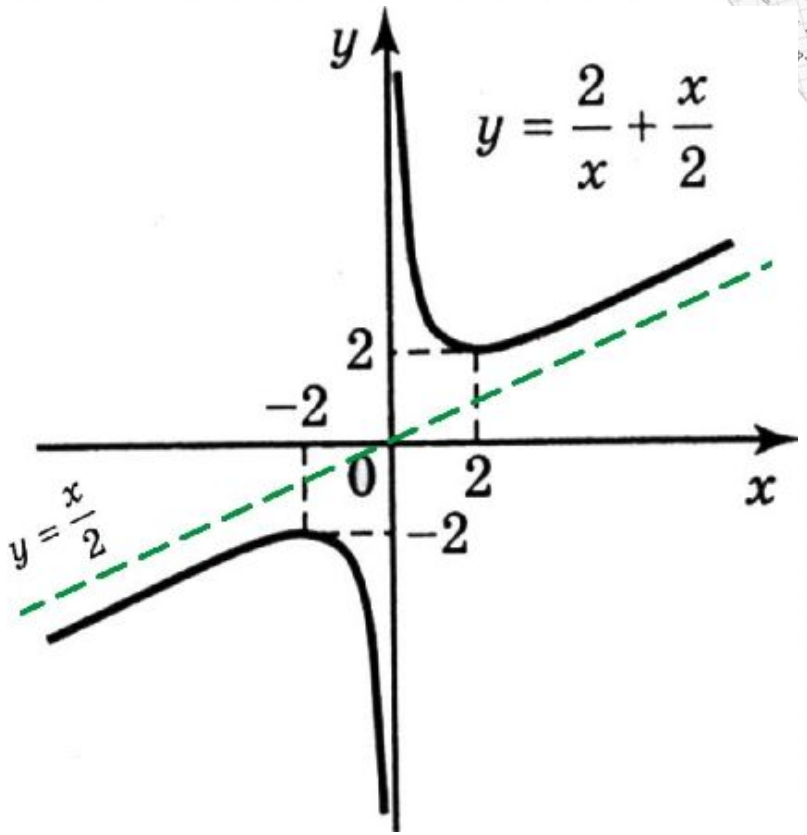
$f \uparrow (-3; 3)$

$f \downarrow (-\infty; -3), (3; +\infty)$

$x_{\max} = 3 \quad x_{\min} = -3$

Исследовать функцию





© Шмельков Владимир Юрьевич
преподаватель математики
ГБПОУ ЗКНО
Москва, 2021г.