

Практическое занятие № 4
(11)

Задачи группы
«А»

ПЕРЕМЕННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

№ 2616(2)
Сборник вопросов, упражнений и задач
по курсу общей физики в системе РИТМ.
Часть 2.
Стр. 179 – 192.

Перед решением задач необходимо самостоятельно
разобрать **теоретические основы** по рассматриваемой
теме
(приведены в данной презентации)

3-й модуль 2-го
семестра

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ

Основные положения теории :

1. Установившиеся вынужденные электромагнитные колебания можно рассматривать как переменный ток, протекающий в цепи, содержащей резистор R , конденсатор C и катушку индуктивности L .
2. Переменный ток можно считать квазистационарным, т.е. мгновенные значения тока можно считать во всех точках цепи одинаковыми, т.к. его изменения являются медленными в сравнении со скоростью распространения ЭМ волны (скоростью света) вдоль этой электрической цепи.
3. Для мгновенных значений квазистационарных токов выполняется закон Ома и следук **Рассмотрим процессы в простейших электрических цепях с переменным током :**

1. Переменный ток течет через резистор R . В рамках условия квазистационарности ток через резистор определяется законом Ома ($E(t)$ – внешний источник переменной ЭДС):

$$I = \frac{E(t)}{R} = \frac{E_m}{R} \cos \omega t = I_m \cos \omega t \quad (1)$$

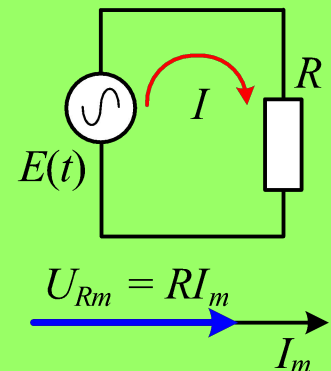
$$E(t) = E_m \cos \omega t \quad (2)$$

Амплитуд
а тока:

$$I_m = \frac{E_m}{R}$$

Наглядно представить соотношение между переменным током и напряжением в цепи можно векторной диаграммой, построенной для амплитудных значений гармонических функций тока $I(t)$ и напряжения $U(t)$.

Из векторной диаграммы видно: сдвиг фаз между амплитудой тока I_m , текущего через резистор, и падением напряжения на резисторе U_{Rm} , равен нулю.



2. Переменный ток течет через катушку индуктивности L . Под действием переменной ЭДС $E(t)$ в цепи течет переменный, приводящий к возникновению ЭДС самоиндукции в катушке. Закон Ома :

$$E(t) + E_{Si}(t) = 0 \quad \rightarrow \quad E_m \cos \omega t - L \frac{dI}{dt} = 0 \quad \rightarrow \quad U_L = L \frac{dI}{dt} = E_m \cos \omega t \quad (3)$$

Выделим из (3) дифференциал тока dI и проинтегрируем по времени (постоянная интегрирования равна нулю, т.к. отсутствует постоянный ток):

$$\int dI = \int \frac{E_m}{L} \cos \omega t dt$$

$$I = \frac{E_m}{\omega L} \sin \omega t = \frac{E_m}{\omega L} \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) = I_m \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) \quad (4) \quad I_m = \frac{E_m}{\omega L}$$

Из (4) получаем реактивное индуктивное сопротивление катушки (для постоянного тока, $\omega = 0$, получаем $Z_L = 0$) :

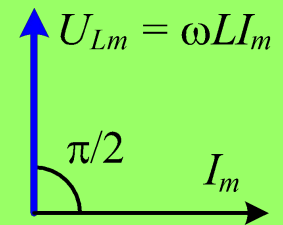
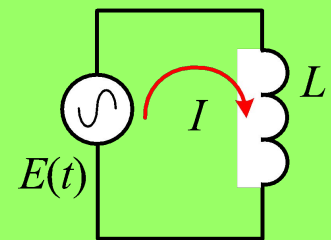
$$Z_L = \frac{E_m}{I_m} = \omega L \quad (5)$$

Подставим в (3) выражение амплитуды ЭДС

$$\rightarrow \quad E_m = \omega L I_m \quad (6)$$

и получим падение напряжения на катушке:

$$U_L = \omega L I_m \cos \omega t = U_{Lm} \cos \omega t \quad (7)$$



Вывод : из сравнения (4) и (7) следует, что падение напряжения на индуктивности опережает по фазе ток, текущий через катушку, на угол $\phi = \pi/2$, см. векторную диаграмму.

3. Переменный ток течет через конденсатор C. Под действием переменной ЭДС $E(t)$ конденсатор непрерывно перезаряжается, в результате в цепи течет переменный ток. Напряжение ЭДС полностью приложено к конденсатору. Пренебрегая сопротивлением проводов, закон Ома запишется в виде :

$$E(t) = U_C \rightarrow E_m \cos \omega t = \frac{Q}{C} \rightarrow Q = CE_m \cos \omega t \quad (8)$$

Найдем ток, используя выражение для заряда (8):

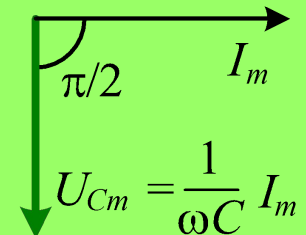
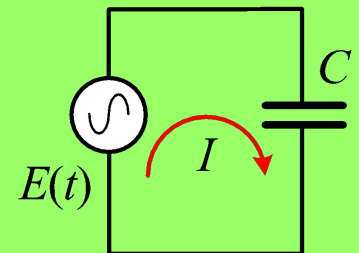
$$I = \frac{dQ}{dt} = -\omega CE_m \sin \omega t = I_m \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) \quad (9)$$

Из (9) находим реактивное емкостное сопротивление конденсатора Z_C , которое для постоянного тока ($\omega = 0$) очень большое ($Z_C \rightarrow \infty$):

$$I_m = \omega CE_m = \frac{E_m}{1/\omega C} = \frac{E_m}{Z_C} \quad (10) \rightarrow Z_C = \frac{1}{\omega C} \quad (11)$$

Подстановкой (10) в (8) получим падение напряжение на конденсаторе :

$$U_C = \frac{Q}{C} = E_m \cos \omega t = \frac{1}{\omega C} I_m \cos \omega t \quad (12) \quad U_{Cm} = \frac{1}{\omega C} I_m$$



Вывод : из сравнения (9) и (12) следует, что ток, текущий через конденсатор, опережает по фазе падение напряжения на конденсаторе на угол $\phi = \pi/2$, см. векторную диаграмму.

Основные формулы для решения задач

1. Реактивное сопротивление конденсатора переменному току (C – емкость конденсатора; ω – круговая частота) :

$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$

2. Реактивное сопротивление катушки индуктивности переменному току

(L – индуктивность катушки):

$$X_L = \omega L$$

3. Полное сопротивление переменному току последовательной цепи, состоящей из активного сопротивления, емкости и индуктивности:

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

4. Угол сдвига фазы между током и напряжением в последовательной цепи, содержащей активное сопротивление, емкость и индуктивность :

$$\varphi = \arctg \frac{\omega L - 1/\omega C}{R}$$

5. Закон Ома для переменного тока :

$$I_{\text{ЭФ}} = \frac{U_{\text{ЭФ}}}{Z}$$

6. Связь между эффективными (действующими) и амплитудными значениями тока и напряжения :

$$I_{\text{ЭФ}} = I_m / \sqrt{2} \quad U_{\text{ЭФ}} = U_m / \sqrt{2}$$

7. Мощность переменного тока :

$$P = I_{\text{ЭФ}} U_{\text{ЭФ}} \cos \varphi = \frac{1}{2} I_m U_m \cos \varphi$$

СПРАВОЧНЫЙ МАТЕРИАЛ :

Плотность меди: $\rho_0 = 8,6 \cdot 10^3$
кг/м³

Удельное сопротивление меди: $\rho = 0,017$
мкОм · м

Магнитная постоянная: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$
Гн/м

Электрическая постоянная: $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$
Ф/м

A1. (B.14.23) Найти полное сопротивление цепи Z и разность фаз между напряжением и током при разных способах включения сопротивления R , емкости C и индуктивности L . Рассмотреть следующие случаи : 1). R и C включены последовательно; 2). R и C включены параллельно; 3). R и L включены последовательно; 4). R и L включены параллельно; 5). R, L и C включены последовательно.

1). Цепь переменного тока из последовательно соединенных резистора конденсатора C и R . В цепи под действием переменной ЭДС $E(t)$ возникает переменный ток, создающий падения напряжения на каждом из элементов цепи. Закон Ома запишется в виде :

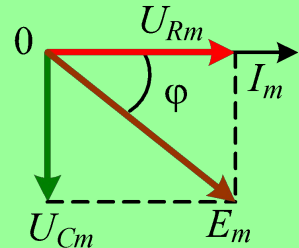
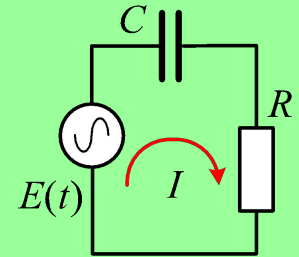
$$E(t) = U_R + U_C \quad E(t) = IR + \frac{Q}{C} = IR + \frac{1}{C} \int Idt \quad (1) \quad \leftarrow \quad I(t) = I_m \cos \omega t$$

$$E_m \cos(\omega t + \varphi) = RI_m \cos \omega t + \frac{1}{\omega C} I_m \sin \omega t$$

$$E_m \cos(\omega t + \varphi) = RI_m \cos \omega t + \frac{1}{\omega C} I_m \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$E_m \cos(\omega t + \varphi) = U_{Rm} \cos \omega t + U_{Cm} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

Из векторной диаграммы видно, что вектор амплитуды ЭДС E_m равен векторной сумме амплитуд напряжений на элементах цепи. Амплитуда напряжения ЭДС – это гипотенуза треугольника:



$$E_m^2 = U_{Rm}^2 + U_{Cm}^2$$

$$E_m^2 = (RI_m)^2 + [(1/\omega C)I_m]^2$$

$$U_{Rm} = RI_m \quad U_{Cm} = (1/\omega C)I_m$$

Угол ϕ определяет разность фаз между силой тока и напряжением ЭДС на зажимах цепи :

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{-U_{Cm}}{U_{Rm}} = -\frac{1}{\omega CR}$$

Амплитуда тока :

$$I_m = \frac{E_m}{\sqrt{R^2 + (1/\omega C)^2}}$$

Полное сопротивление цепи:

$$Z = \frac{E_m}{I_m} = \sqrt{R^2 + (1/\omega C)^2}$$

Реактивное сопротивление цепи:

$$X = -Z_C = -\frac{1}{\omega C}$$

2). Цепь переменного тока из параллельно соединенных резистора R и конденсатора C . В цепи под действием переменной ЭДС $E(t)$ возникает переменный ток, создающий падения напряжения на каждом из элементов цепи. Закон Ома запишется в виде :

$$I(t) = I_R + I_C \quad I(t) = \frac{E(t)}{R} + \frac{dQ}{dt} = \frac{E(t)}{R} + C \frac{dE(t)}{dt} \quad \left\{ \begin{array}{l} E(t) = E_m \cos \omega t \\ Q(t) = CE(t) \end{array} \right.$$

$$I_m \cos(\omega t + \varphi) = \frac{E_m}{R} \cos \omega t - \omega CE_m \sin \omega t$$

$$I_m \cos(\omega t + \varphi) = \frac{E_m}{R} \cos \omega t + \omega CE_m \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \quad \left\{ \begin{array}{l} I_{Rm} = \frac{E_m}{R} \\ I_{Cm} = \omega CE_m \end{array} \right.$$

$$I_m \cos(\omega t + \varphi) = I_{Rm} \cos \omega t + I_{Cm} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Из векторной диаграммы видно, что вектор амплитуды тока

I_m равен векторной сумме амплитуд тока в элементах цепи :

Угол φ определяет разность фаз между током

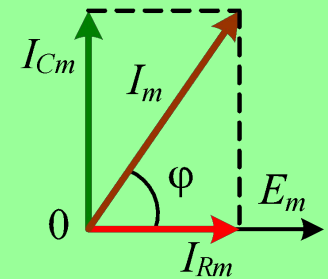
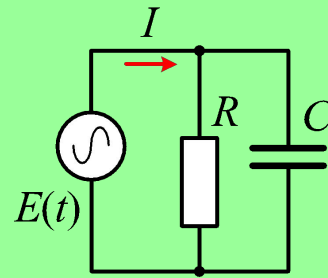
в цепи и напряжением ЭДС на зажимах цепи :

Амплитуда тока :

$$I_m = E_m \sqrt{\frac{1}{R^2} + (\omega C)^2}$$

Полное сопротивление цепи :

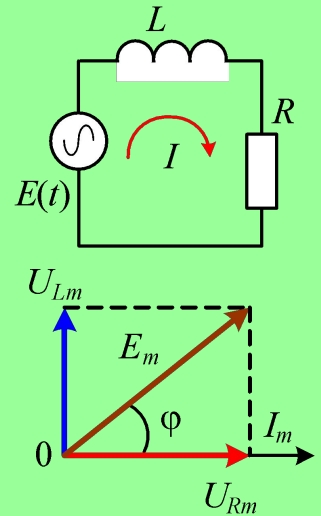
$$Z = \frac{E_m}{I_m} = \frac{R}{\sqrt{1 + (\omega CR)^2}}$$



$$\left\{ \begin{array}{l} I_m^2 = (E_m/R)^2 + (\omega CE_m)^2 \\ I_m^2 = I_{Rm}^2 + I_{Cm}^2 \end{array} \right.$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{I_{Cm}}{I_{Rm}} = \frac{\omega CE_m}{E_m/R} = \omega CR$$

3). Цепь переменного тока из последовательно соединенных резистора R и индуктивности L . В цепи под действием ЭДС $E(t)$ возникает переменный ток, создающий напряжения на каждом из элементов цепи. Закон Ома имеет вид:



$$E(t) + E_{Si} = U_R \quad E(t) = IR + L \frac{dI}{dt} \quad \left\{ \begin{array}{l} I(t) = I_m \cos \omega t \\ E_{Si} = -L \frac{dI}{dt} \end{array} \right.$$

$$E_m \cos(\omega t + \varphi) = RI_m \cos \omega t - \omega LI_m \sin \omega t$$

$$E_m \cos(\omega t + \varphi) = RI_m \cos \omega t + \omega LI_m \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \quad \left\{ \begin{array}{l} U_{Rm} = RI_m \\ U_{Lm} = \omega LI_m \end{array} \right.$$

$$E_m \cos(\omega t + \varphi) = U_{Rm} \cos \omega t + U_{Lm} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Согласно векторной диаграмме вектор амплитуды ЭДС E_m равен сумме векторов амплитуд напряжений на элементах цепи. Угол φ определяет разность фаз между током и напряжением ЭДС на зажимах цепи :

$$E_m^2 = U_{Rm}^2 + U_{Lm}^2 = (RI_m)^2 + [(\omega L)I_m]^2 \quad \text{tg } \varphi = \frac{U_{Lm}}{U_{Rm}} = \frac{\omega L}{R}$$

Амплитуда тока из (3) :

$$I_m = \frac{E_m}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}$$

Полное сопротивление цепи :

$$Z = \frac{E_m}{I_m} = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$$

Реактивное сопротивление цепи :

$$X = Z_L = \omega L$$

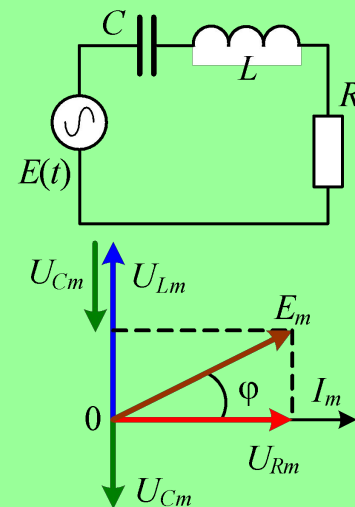
4). Цепь переменного тока из последовательно соединенных резистора R , конденсатора C и катушки индуктивности L . В цепи под действием переменной ЭДС $E(t)$ возникает переменный ток, создающий падения напряжения на каждом из элементов цепи. Закон Ома запишется в виде :

$$E(t) + E_{Si} = U_R + U_C \quad E(t) = IR + L \frac{dI}{dt} + \frac{Q}{C} = IR + L \frac{dI}{dt} + \frac{1}{C} \int Idt \quad \leftarrow I(t) = I_m \cos \omega t$$

$$E_m \cos(\omega t + \varphi) = RI_m \cos \omega t - \omega LI_m \sin \omega t + \frac{1}{\omega C} I_m \sin \omega t$$

$$E_m \cos(\omega t + \varphi) = RI_m \cos \omega t + \omega LI_m \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{1}{\omega C} I_m \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$E_m \cos(\omega t + \varphi) = U_{Rm} \cos \omega t + U_{Lm} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) + U_{Cm} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$



Из векторной диаграммы видно, что вектор амплитуды ЭДС E_m равен векторной сумме амплитуд падений напряжений на элементах цепи. Угол ϕ определяет разность фаз между силой тока в цепи и напряжением ЭДС на зажимах цепи :

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{U_{Lm} - U_{Cm}}{U_{Rm}} = \frac{\omega L - 1/\omega C}{R}$$

Амплитуда напряжения ЭДС – это гипотенуза прямоугольного треугольника:

$$E_m^2 = (RI_m)^2 + [(\omega L - 1/\omega C)I_m]^2$$

$$E_m^2 = U_{Rm}^2 + (U_{Lm} - U_{Cm})^2$$

Амплитуда тока :

$$I_m = \frac{E_m}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}}$$

Полное сопротивление цепи :

$$Z = \frac{E_m}{I_m} = \sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}$$

Реактивное сопротивление цепи :

$$X = Z_L - Z_C = \omega L - \frac{1}{\omega C}$$

A2. (B.14.24) Конденсатор емкостью $C = 1 \text{ мкФ}$ и резистор с сопротивлением $R = 3 \text{ кОм}$ включены в цепь переменного тока с частотой $\nu = 50 \text{ Гц}$. Найти полное сопротивление цепи, если конденсатор и резистор включены : 1) последовательно; 2) параллельно.

Дано:
 $C = 1 \text{ мкФ}$
 $R = 3 \text{ кОм}$
 $\nu = 50 \text{ Гц}$
 $Z_1 - ?$ $Z_2 - ?$

1). Цепь из последовательно соединенных R и C .

Закон Ома :

$$E(t) = U_R + U_C = IR + \frac{Q}{C} = IR + \frac{1}{C} \int Idt$$

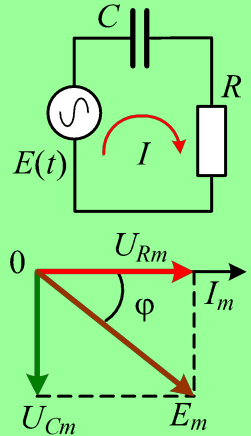
$$I(t) = I_m \cos \omega t$$

$$E_m \cos(\omega t + \varphi) = RI_m \cos \omega t + \frac{1}{\omega C} I_m \sin \omega t$$

$$E_m \cos(\omega t + \varphi) = RI_m \cos \omega t + \frac{1}{\omega C} I_m \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

Используем метод векторных диаграмм, где вектор - это амплитуда напряжения с учетом начальной фазы :

$$E_m^2 = (RI_m)^2 + \left[\frac{1}{\omega C} I_m\right]^2 \quad (1)$$



Сопротивление цепи согласно (1):

$$Z_1 = \frac{E_m}{I_m} = \sqrt{R^2 + (1/2\pi\nu C)^2} \quad Z_1 = \sqrt{(3 \cdot 10^3)^2 + \left(\frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot 10^{-6}}\right)^2} = 4,38 \cdot 10^3 \text{ (Ом)}$$

2). Цепь из параллельно соединенных R и C . Закон

Ома :

$$I(t) = I_R + I_C = \frac{E(t)}{R} + \frac{dQ}{dt} = \frac{E(t)}{R} + C \frac{dE(t)}{dt} \quad E(t) = E_m \cos \omega t$$

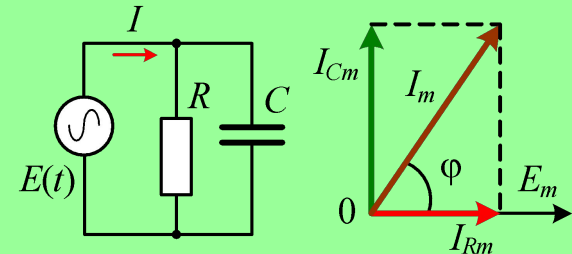
Векторная диаграмма:

$$I_m \cos(\omega t + \varphi) = \frac{E_m}{R} \cos \omega t - \omega C E_m \sin \omega t$$

$$I_m \cos(\omega t + \varphi) = \frac{E_m}{R} \cos \omega t + \omega C E_m \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$I_m^2 = \left(E_m/R\right)^2 + (\omega C E_m)^2 \quad Z = \frac{E_m}{I_m} = \frac{R}{\sqrt{1 + (\omega C R)^2}}$$

$$Z = \frac{3000}{\sqrt{1 + (2\pi \cdot 50 \cdot 10^{-6} \cdot 3 \cdot 10^3)^2}} = 2,18 \cdot 10^3 \text{ (Ом)}$$



А3. (В.14.25) В цепь переменного тока напряжением $U = 220$ В и частотой $\nu = 50$ Гц последовательно включены емкости, емкость $C = 35,4$ мкФ, сопротивление $R = 100$ Ом и индуктивность $L = 0,7$ Гн. Найти ток I в цепи и падение напряжения на емкости U_C , сопротивлении U_R и индуктивности U_L .

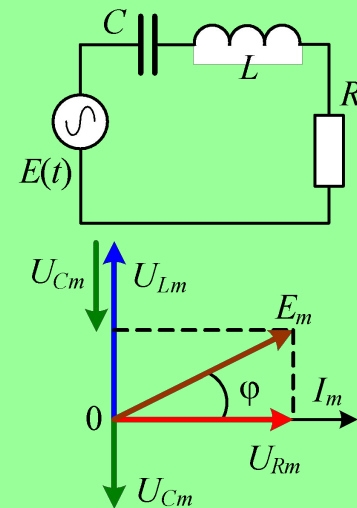
Дано :
 $U = 220$ В
 $\nu = 50$ Гц
 $C = 35,4$ мкФ
 $R = 100$ Ом
 $L = 0,7$ Гн
 $I - ?$ $U_C - ?$
 $U_R - ?$ $U_L - ?$

Закон Ома: $E(t) + E_{Si} = U_R + U_C \leftarrow I(t) = I_m \cos \omega t$

$$E(t) = IR + L \frac{dI}{dt} + \frac{Q}{C} = IR + L \frac{dI}{dt} + \frac{1}{C} \int Idt \quad (1)$$

$$E_m \cos(\omega t + \varphi) = RI_m \cos \omega t - \omega LI_m \sin \omega t + \frac{1}{\omega C} I_m \sin \omega t$$

$$E_m \cos(\omega t + \varphi) = RI_m \cos \omega t + \omega LI_m \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{1}{\omega C} I_m \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \quad (2)$$



Используем метод векторных диаграмм, где вектор - это амплитуда напряжения с учетом начальной фазы :

$$E_m^2 = (RI_m)^2 + [(\omega L - 1/\omega C)I_m]^2 \quad (3)$$

Сопротивление цепи согласно (3):

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(2\pi\nu L - \frac{1}{2\pi\nu C}\right)^2} = \sqrt{100^2 + \left(2\pi \cdot 50 \cdot 0,7 - \frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot 35,4 \cdot 10^{-6}}\right)^2} = 164 \text{ (Ом)}$$

Ток в цепи и напряжение на элементах цепи согласно (3):

$$I_m = \frac{E_m}{Z} = \frac{220}{164} = 1,34 \text{ (А)} \quad U_{Rm} = RI_m = 100 \cdot 1,34 = 134 \text{ (В)}$$

$$U_{Cm} = \frac{I_m}{2\pi\nu C} = \frac{1,34}{2\pi \cdot 50 \cdot 35,4 \cdot 10^{-6}} = 121 \text{ (В)} \quad U_{Lm} = 2\pi\nu LI_m = 2\pi \cdot 50 \cdot 0,7 \cdot 1,34 = 295 \text{ (В)}$$

А4. (В.14.26) Индуктивность $L = 22,6$ мГн и сопротивление R включены параллельно в цепь переменного тока с частотой $\nu = 50$ Гц. Найти сопротивление R , если сдвиг фаз между напряжением и током равен $\phi = 60^\circ$.

Дано :
 $L = 22,6$ мГн
 $\nu = 50$ Гц
 $\phi = 60^\circ$
 $R - ?$

Запишем закон Ома и воспользуемся выражением ЭДС самоиндукции :

$$I(t) = I_R + I_L \quad \leftarrow \quad U_L = E_{Si} = E(t) = -L \frac{dI}{dt}$$

$$I(t) = \frac{E(t)}{R} - \frac{1}{L} \int E(t) dt \quad \leftarrow \quad E(t) = E_m \cos \omega t \quad (1)$$

$$I_m \cos(\omega t + \phi) = \frac{E_m}{R} \cos \omega t - \frac{E_m}{\omega L} \sin \omega t \quad \rightarrow \quad I_m \cos(\omega t + \phi) = \frac{E_m}{R} \cos \omega t + \frac{E_m}{\omega L} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \quad (2)$$

$$I_m \cos(\omega t + \phi) = I_{Rm} \cos \omega t + I_{Lm} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \quad \rightarrow \quad I_{Rm} = \frac{E_m}{R} \quad I_{Lm} = \frac{E_m}{\omega L}$$

Амплитуда общего тока цепи согласно векторной диаграмме

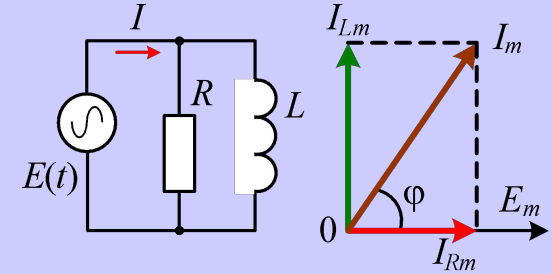
$$I_m = E_m \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega L}\right)^2}$$

— это гипотенуза прямоугольного треугольника с катетами I_{Rm}

Угол ϕ определяет разность фаз между общим током в цепи и напряжением ЭДС на зажимах цепи

$$\operatorname{tg} \phi = \frac{I_{Lm}}{I_{Rm}} = \frac{R}{\omega L} \quad \rightarrow \quad R = \omega L \cdot \operatorname{tg} \phi = 2\pi\nu L \cdot \operatorname{tg} \phi$$

$$R = 2\pi \cdot 50 \cdot 22,6 \cdot 10^{-3} \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi}{3} = 12,3 \text{ (Ом)}$$



A5. (B.14.27) Активное сопротивление R и индуктивность L соединены параллельно и включены в цепь переменного тока напряжением $E = 127 \text{ В}$ и частотой $\nu = 50 \text{ Гц}$. Найти сопротивление R и индуктивность L , если известно, что цепь поглощает мощность $P = 404 \text{ Вт}$ и сдвиг фаз между напряжением и током $\phi = 60^\circ$.

Дано :

$$E = 127 \text{ В}$$

$$\nu = 50 \text{ Гц}$$

$$P = 404 \text{ Вт}$$

$$\phi = 60^\circ$$

$$R - ? L - ?$$

Поглощаемая
цепью

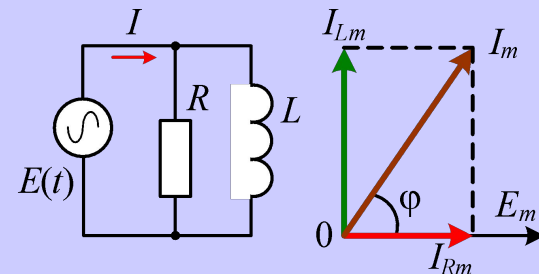
мощность:

Из (1) найдем

ток:

$$P = IE \cos \phi = \frac{1}{2} I_m E_m \cos \phi \quad (1)$$

$$I_m = \frac{2P}{E_m \cos \phi} = \frac{\sqrt{2}P}{E \cos \phi} \quad (2)$$



Из решения предыдущей задачи для такой же цепи (1) следуют два уравнения, из которых найдем R и L :

Амплитуда общего тока цепи по векторной диаграмме – это гипотенуза треугольника с катетами I_{Rm} и I_{Lm} :

$$\operatorname{tg} \phi = \frac{I_{Lm}}{I_{Rm}} = \frac{R}{\omega L} \rightarrow R = \omega L \cdot \operatorname{tg} \phi \quad (3)$$

$$I_m = E_m \sqrt{(1/R)^2 + (1/\omega L)^2} \quad (4)$$

Из (1) и (4)
следует :

$$\frac{I_m}{E_m} = \frac{P}{E^2 \cos \phi} = \frac{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}{\omega L R} \rightarrow \omega L = \frac{E^2 R \cos \phi}{\sqrt{(PR)^2 - E^4 \cos^2 \phi}} \quad (5)$$

После подстановки (5) в (3)
получаем :

$$R = \frac{E^2}{P} = \frac{127^2}{404} \cong 40 \text{ (Ом)}$$

Из (3)

следует :

$$L = \frac{R}{\omega \cdot \operatorname{tg} \phi} = \frac{R}{2\pi\nu \cdot \operatorname{tg} \phi} = \frac{40}{2\pi \cdot 50 \cdot \operatorname{tg} \pi/3} = 0,074 \text{ (Гн)}$$

А6. (В.14.28) В цепь переменного тока напряжением $E = 220 \text{ В}$ включены последовательно емкость C , сопротивление R и индуктивность L . Найти падение напряжения U_R на сопротивлении, если известно, что падение напряжения на конденсаторе $U_C = 2U_R$, а на напряжение индуктивности равно $U_L = 3U_R$.

Дано:
 $E = 220 \text{ В}$
 $U_C = 2U_R$
 $U_L = 3U_R$
 $U_R - ?$

Зако

н

Ома:

Подставим

:

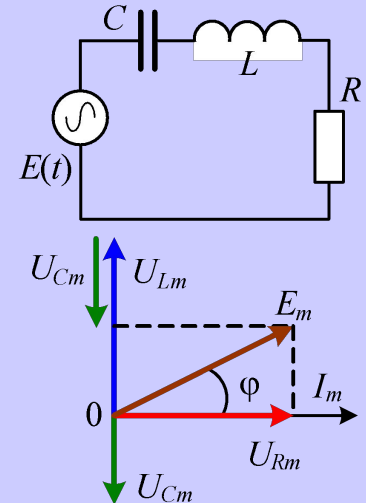
$$E(t) + E_{Si} = U_R + U_C \quad E(t) = IR + L \frac{dI}{dt} + \frac{Q}{C} = IR + L \frac{dI}{dt} + \frac{1}{C} \int Idt \quad (1)$$

$$I(t) = I_m \cos \omega t$$

$$E_m \cos(\omega t + \varphi) = RI_m \cos \omega t - \omega LI_m \sin \omega t + \frac{1}{\omega C} I_m \sin \omega t$$

$$E_m \cos(\omega t + \varphi) = RI_m \cos \omega t + \omega LI_m \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{1}{\omega C} I_m \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$E_m \cos(\omega t + \varphi) = U_{Rm} \cos \omega t + U_{Lm} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) + U_{Cm} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \quad (2)$$



Из векторной диаграммы видно, что вектор амплитуды ЭДС E_m равен векторной сумме амплитуд напряжений на элементах цепи:

$$E_m^2 = U_{Rm}^2 + (U_{Lm} - U_{Cm})^2 = U_{Rm}^2 + (3U_{Rm} - 2U_{Rm})^2 = 2U_{Rm}^2 \rightarrow E_m^2 = 2U_{Rm}^2$$

$$E^2 = 2U_R^2 \rightarrow U_R = \frac{E}{\sqrt{2}} = \frac{220}{\sqrt{2}} = 156 \text{ (В)}$$