

**ФГБОУ ВО «Алтайский государственный технический  
университет» им. И.И. Ползунова**

**Модуль «Начертательная геометрия»**

**Тема 5**

**СЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТИ  
ПЛОСКОСТЬЮ**

**к.т.н., доцент Кошелева Е. А.**

**Барнаул  
2020**

# сечение

**плоская фигура, которая получается  
при пересечении плоскости и поверхности**

**линия, которая получается  
при пересечении поверхности с плоскостью**



**плоская кривая**

**принадлежит**

**секущей плоскости**

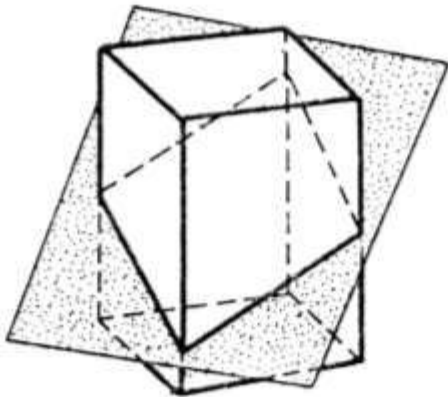
**заданной поверхности**

# сечение

при рассечении плоскостью

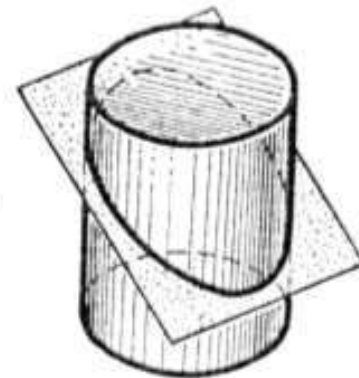
гранной поверхности (призмы  
или пирамиды)

ломаная линия

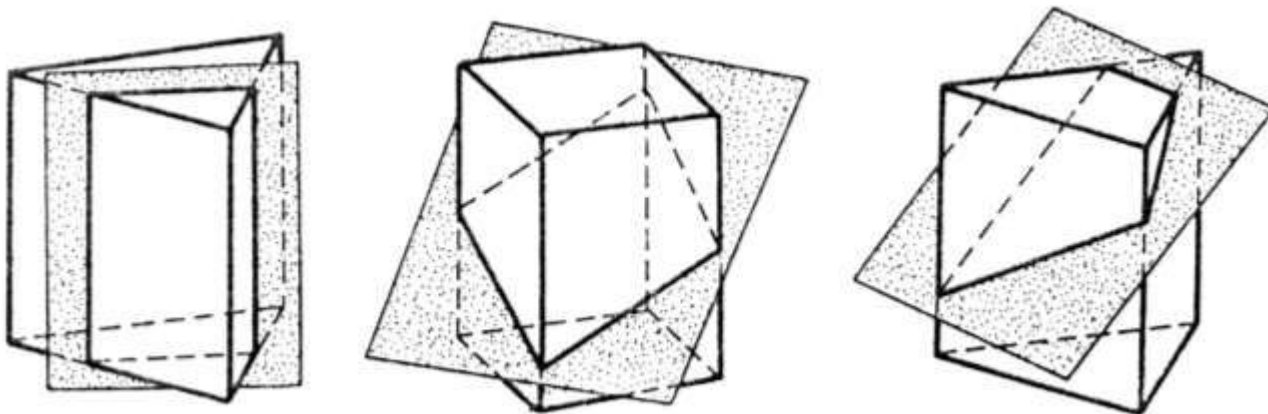


поверхности вращения  
(цилиндра, конуса и т. д.)

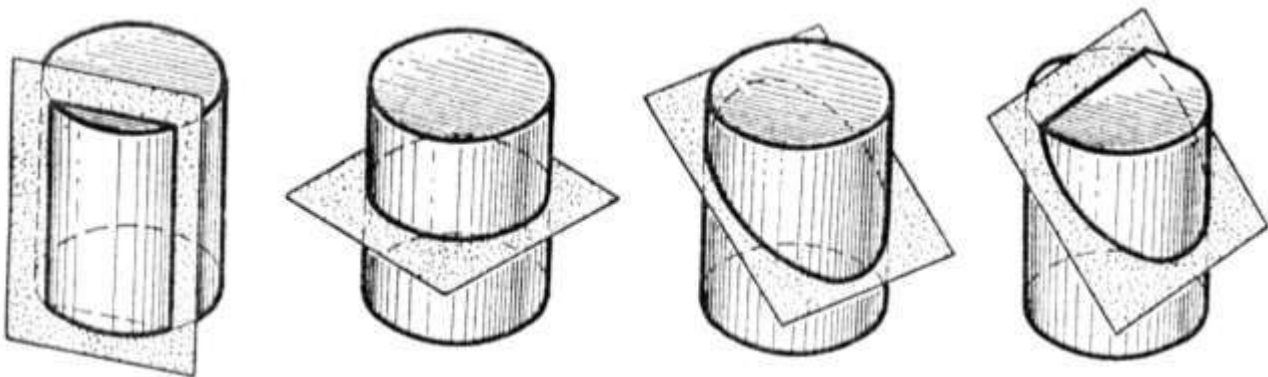
кривая линия



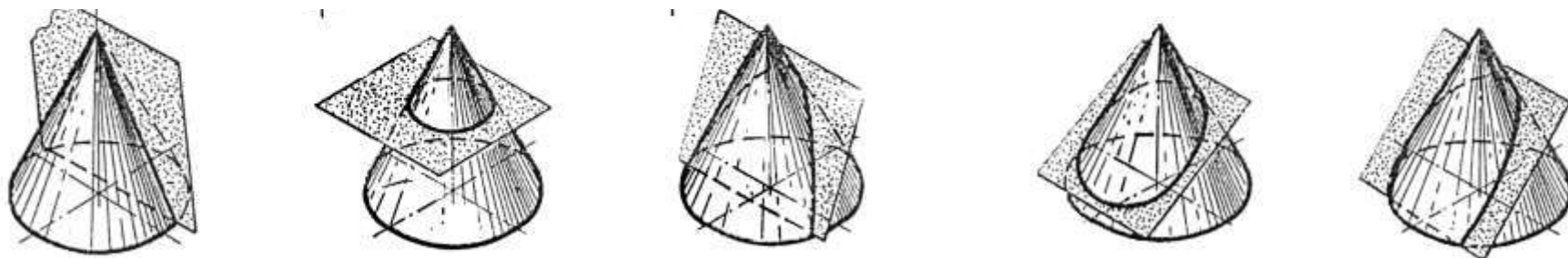
# примеры пересечения поверхностей с плоскостью



призма



цилиндр



конус

# ПЛОСКИЕ СЕЧЕНИЯ СФЕРЫ

# плоские сечения сферы

сечение  
сферы  
плоскостью

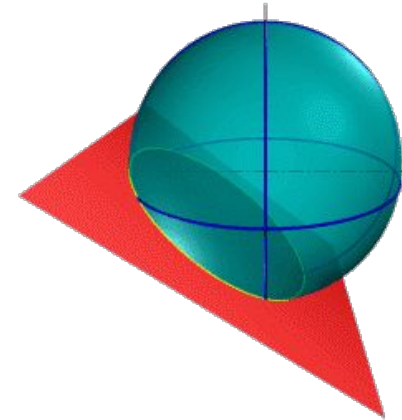
**окружность**

может проецироваться

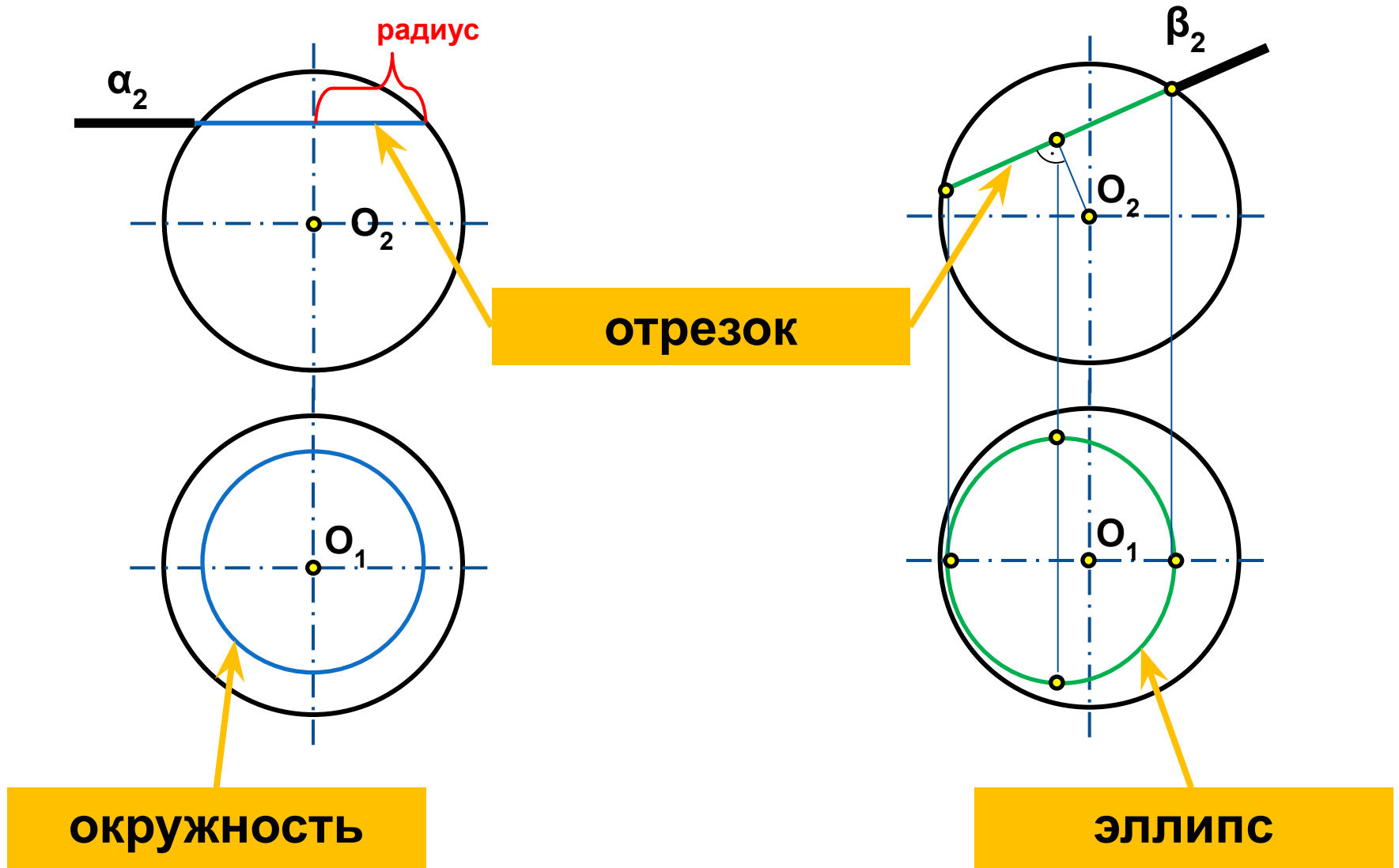
окружность

эллипс

отрезок =  $\emptyset$



# проекции сечения сферы



# плоские сечения сферы

**секущая плоскость**

**параллельна  
плоскости  
проекций**

**окружность  
сечения**

проецируется  
на эту плоскость проекций

без искажения

**окружность**

**не параллельна  
ни одной из плоскостей  
проекций**

**окружность  
сечения**

проецируется  
на эту плоскость проекций

с искажением

**эллипс**

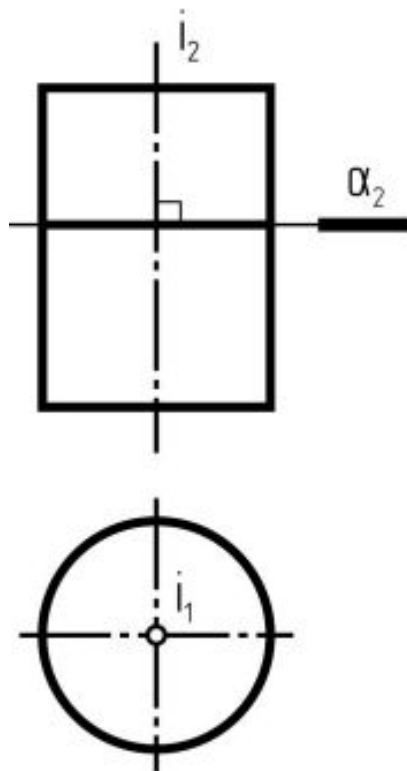


# ПЛОСКИЕ СЕЧЕНИЯ ЦИЛИНДРА

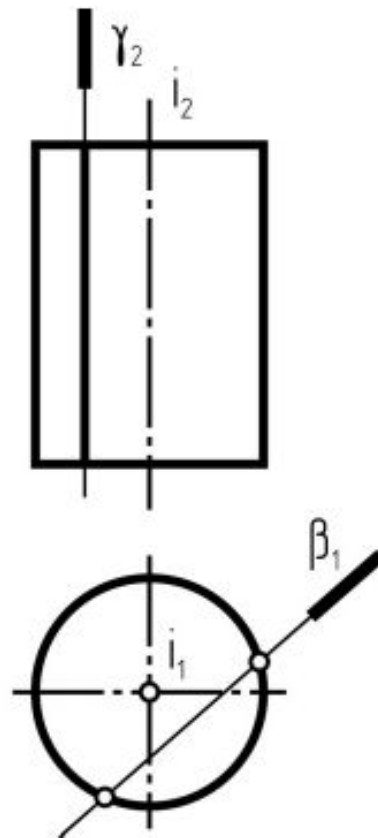
# плоские сечения цилиндра

плоскость может пересекать  
поверхность прямого кругового цилиндра

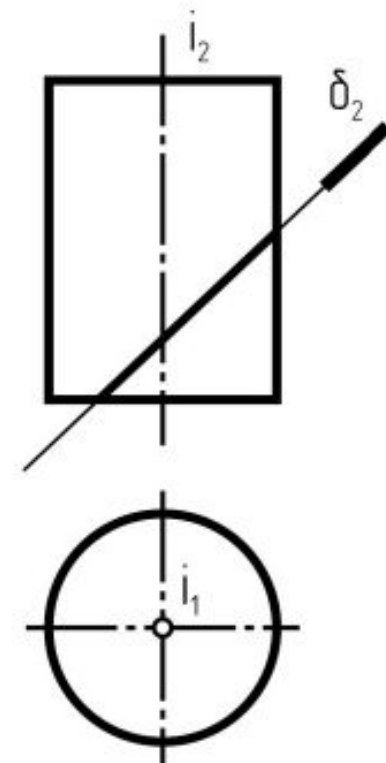
по окружности



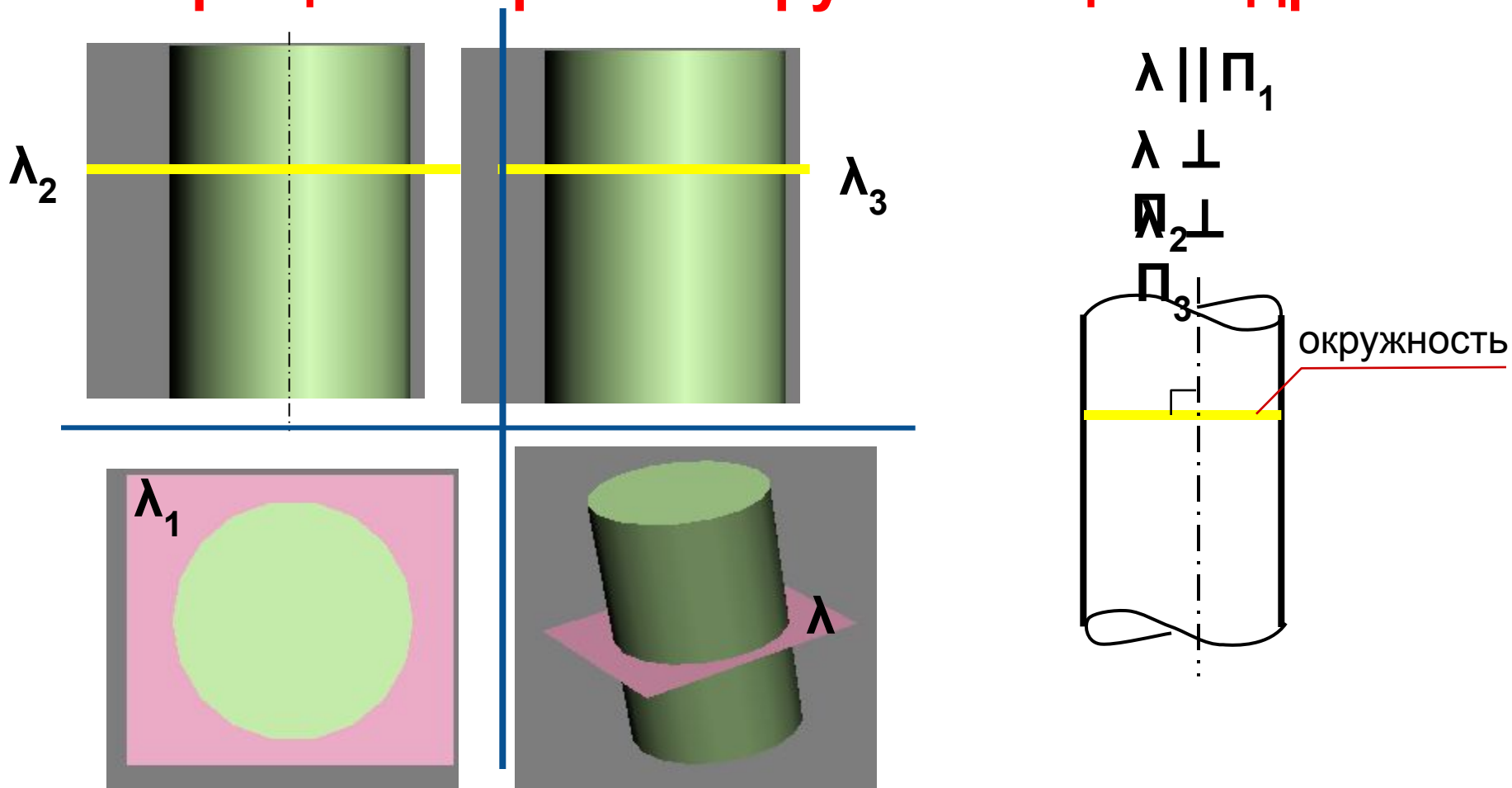
по двум  
прямым  
(образующим)



по эллипсу



# секущая плоскость перпендикулярна оси вращения прямого кругового цилиндра



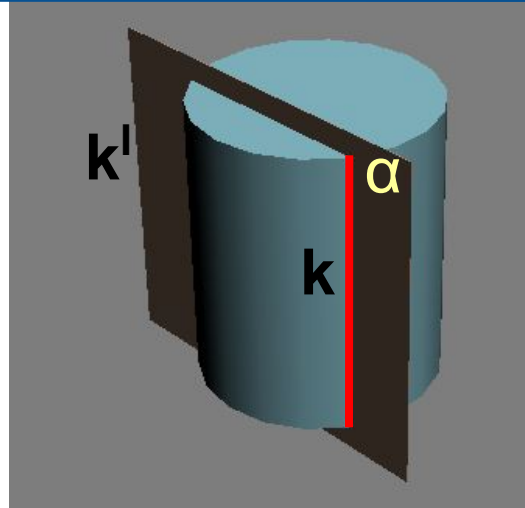
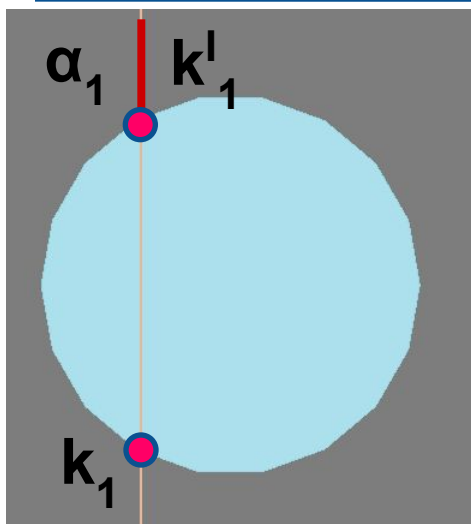
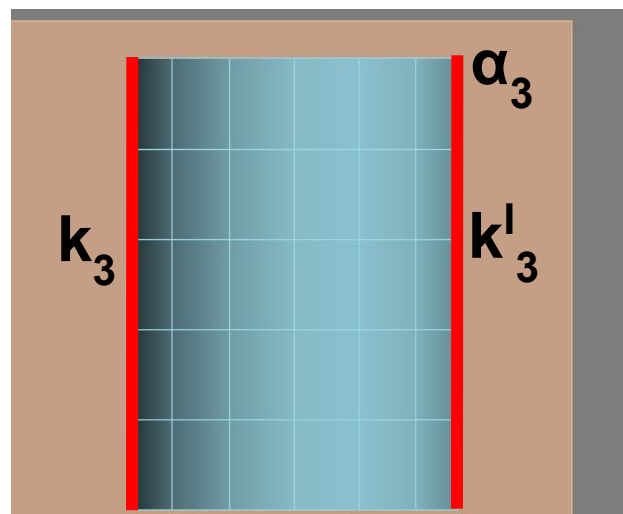
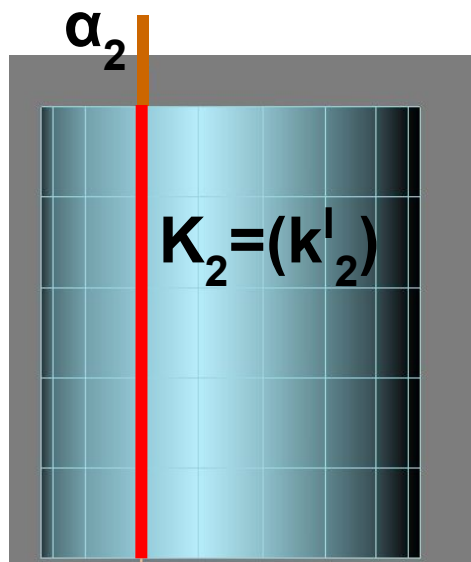
линия сечения

на  $\Pi_1$  – окружность (очерк проецирующего цилиндра)

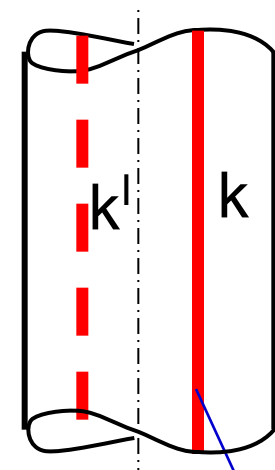
на  $\Pi_2$  – прямая (вырожденная проекция плоскости)

на  $\Pi_3$  – прямая (вырожденная проекция плоскости)

# секущая плоскость параллельна оси вращения прямого кругового цилиндра



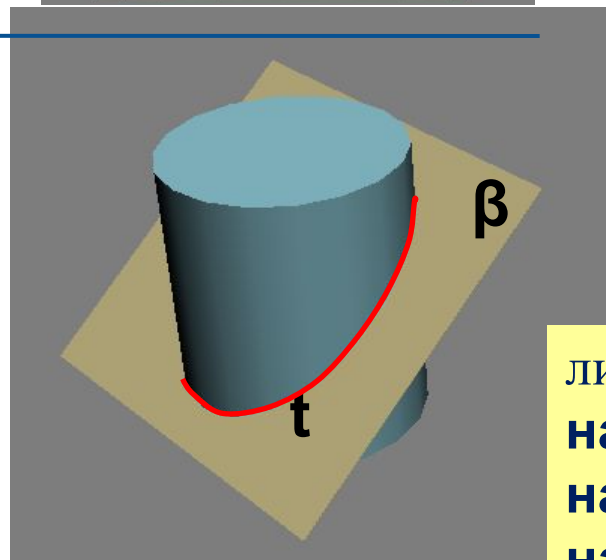
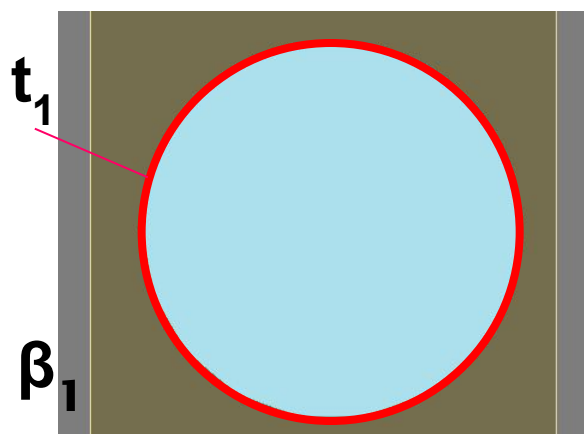
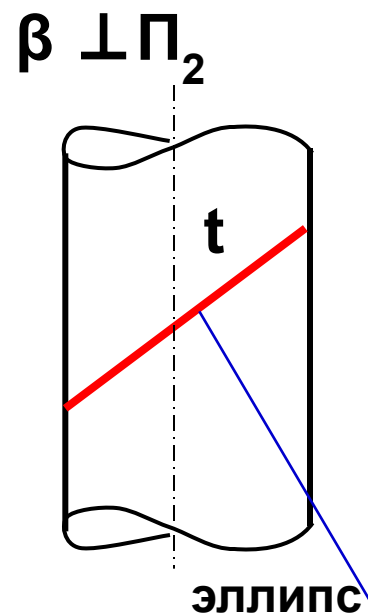
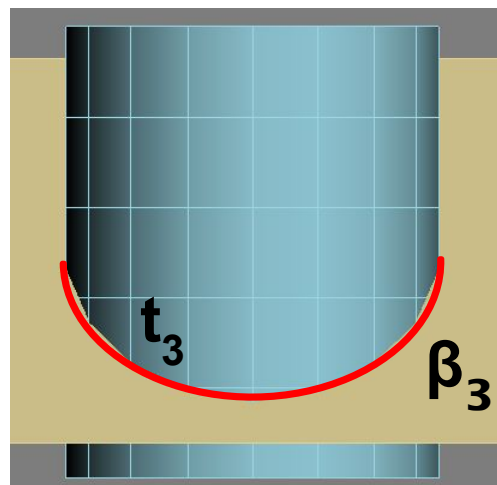
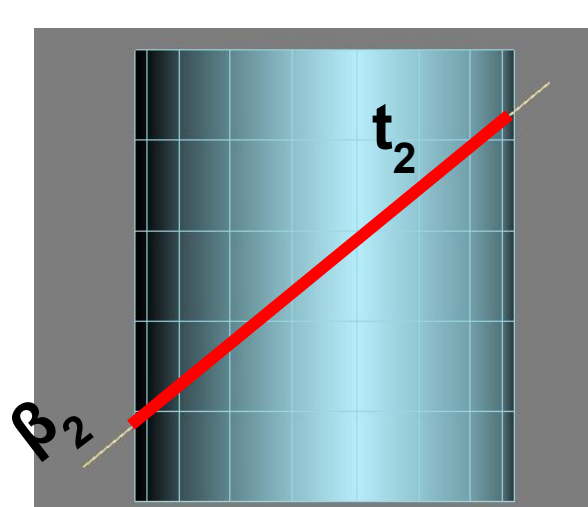
$\alpha \perp \Pi_1$   
 $\alpha \perp \Pi_2$   
 $\alpha \parallel \Pi_3$



Пара  
прямых

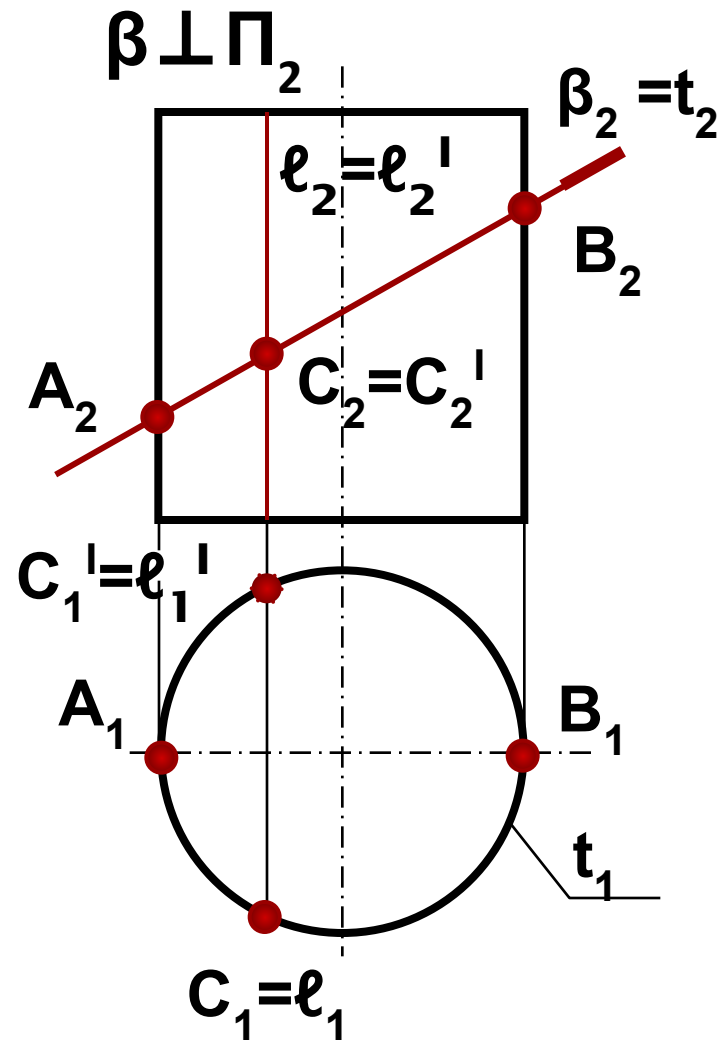
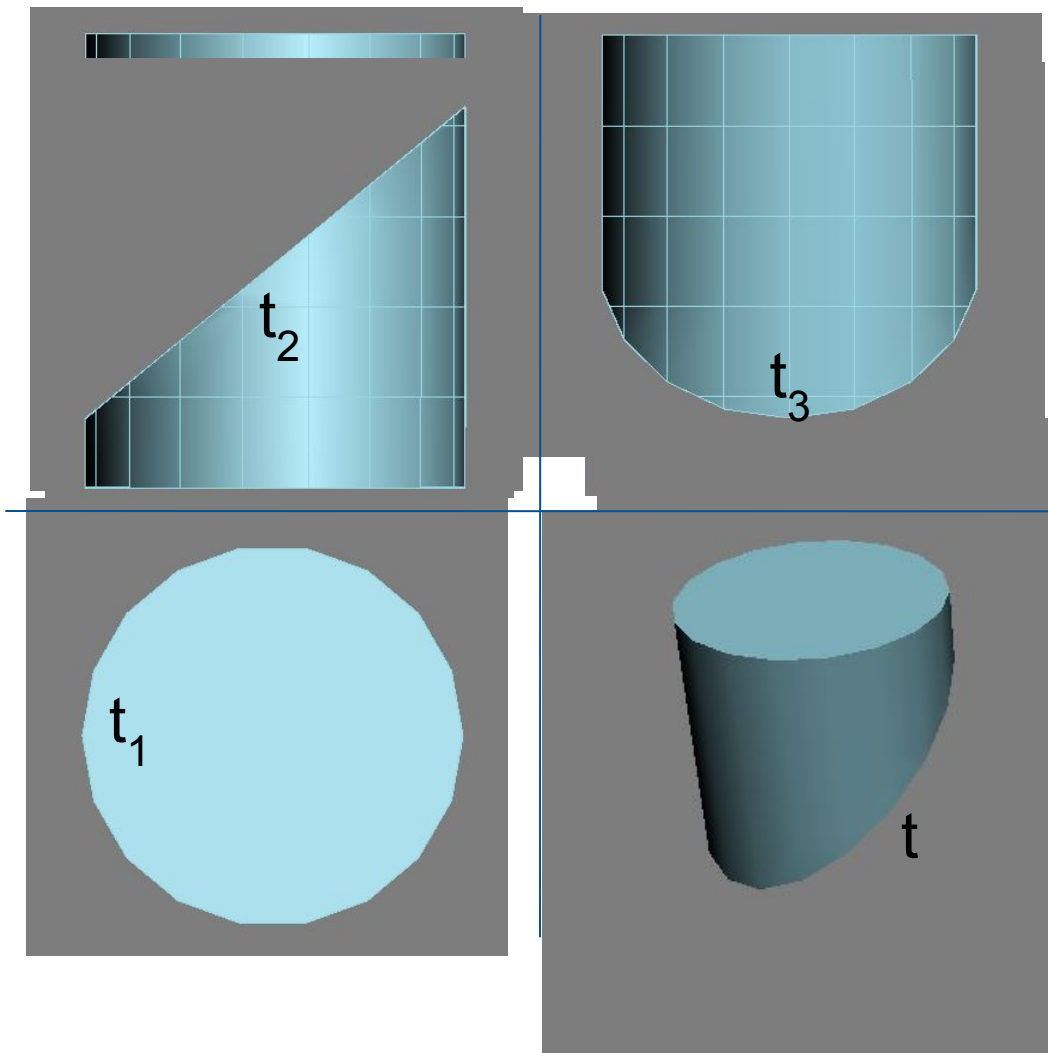
линия сечения  
 на  $\Pi_1$  – 2 точки  
 на  $\Pi_2$  – прямая  
 на  $\Pi_3$  – 2 прямых

# секущая плоскость наклонена к оси вращения цилиндра под острым углом



линия сечения  
на  $\Pi_1$  – окружность  
на  $\Pi_2$  – прямая  
на  $\Pi_3$  – эллипс

**секущая плоскость наклонена к оси вращения цилиндра под острым углом (повтор)**

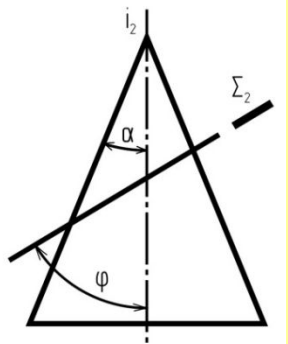


# ПЛОСКИЕ СЕЧЕНИЯ КОНУСА

# плоские сечения конуса

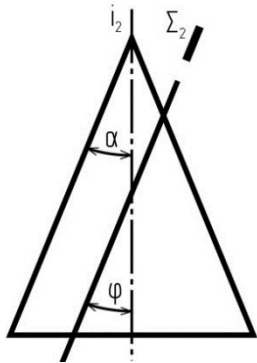
сечение поверхности конуса  
плоскостью

эллипс



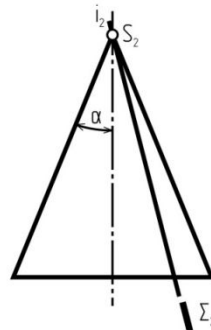
$$\varphi > \alpha$$

парабола



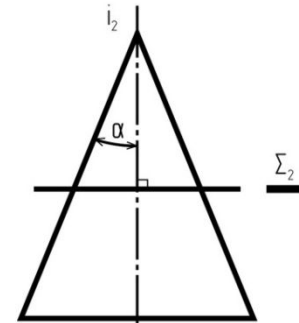
$$\varphi = \alpha$$

две  
пересекающиеся  
прямые



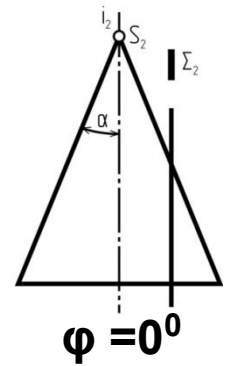
через вершину конуса

окружность

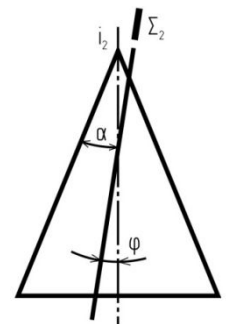


$$\varphi = 90^\circ$$

гипербола



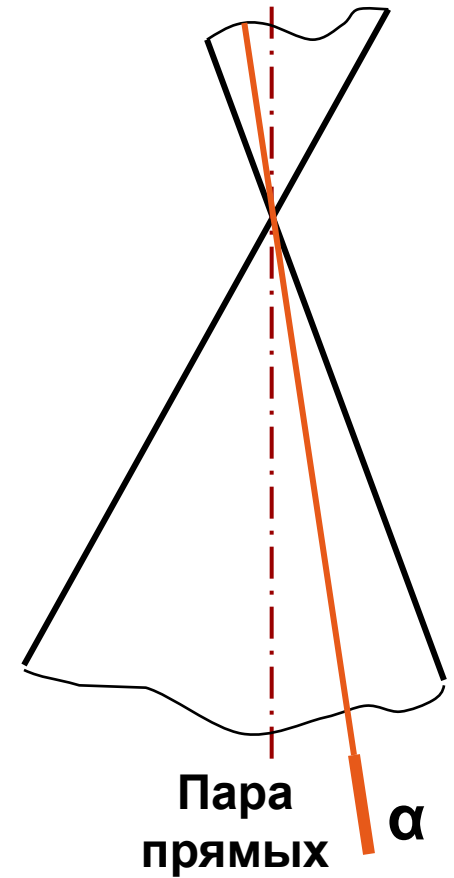
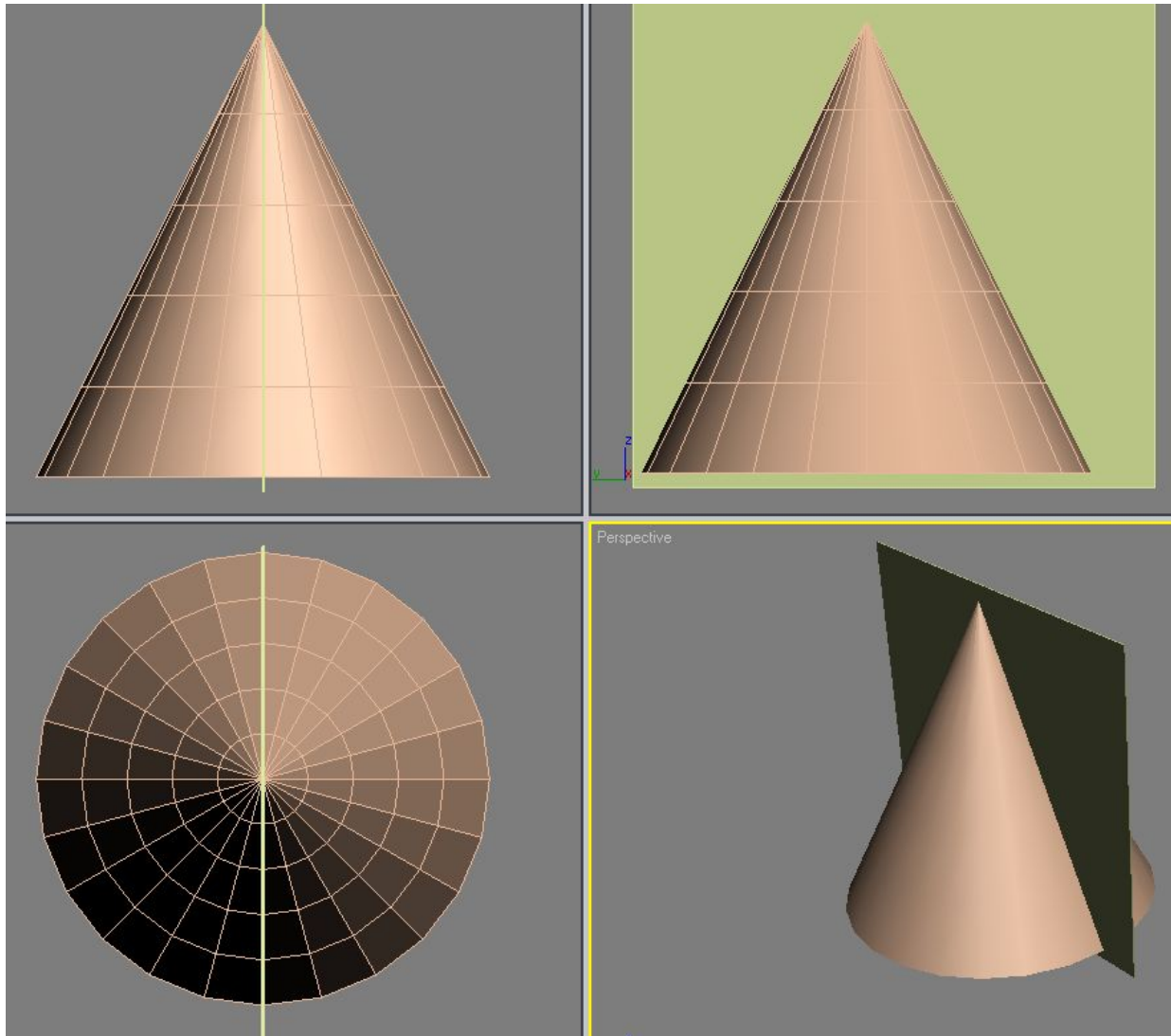
$$\varphi = 0^\circ$$



$$\varphi < \alpha$$

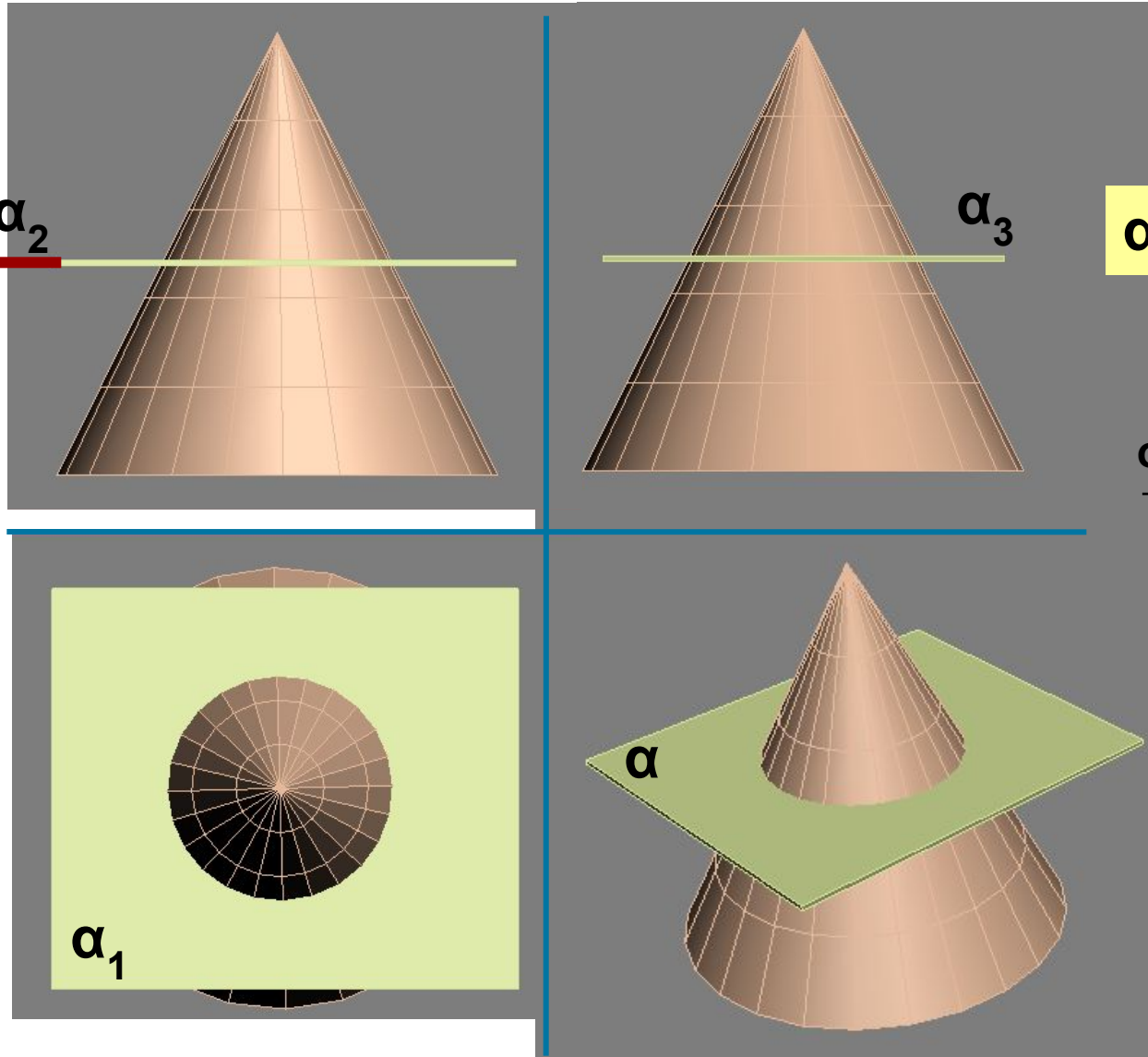


# секущая плоскость проходит через вершину конуса



линия сечения  
на  $\Pi_1$  – прямая  
на  $\Pi_2$  – 2 прямых  
на  $\Pi_3$  – 2 прямых

# секущая плоскость перпендикулярна оси вращения



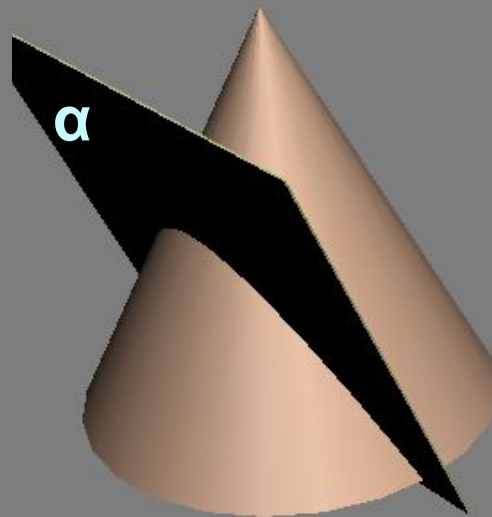
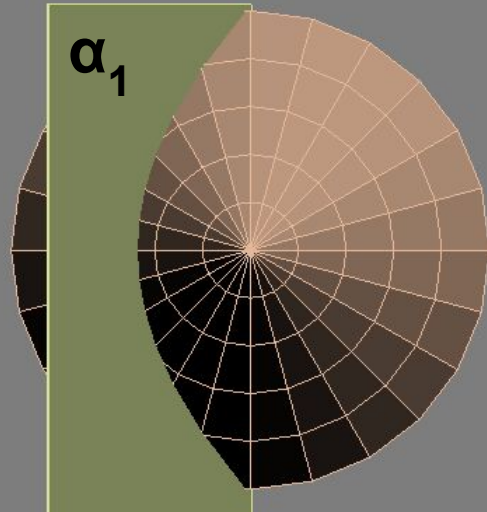
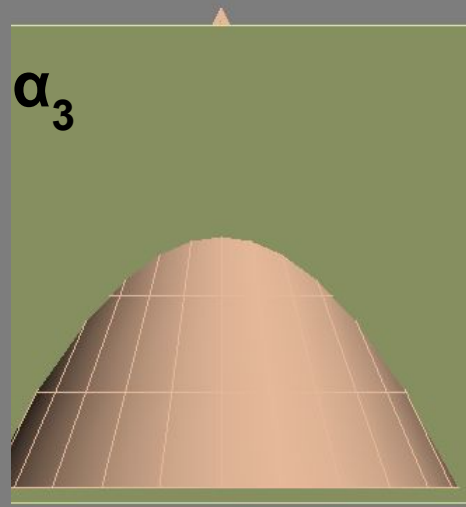
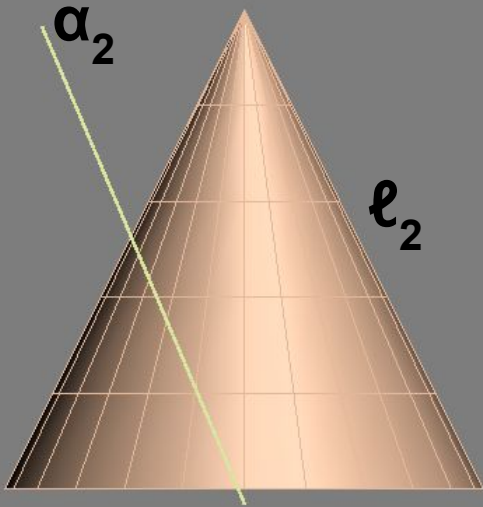
$\alpha \parallel \Pi_1$

окружность

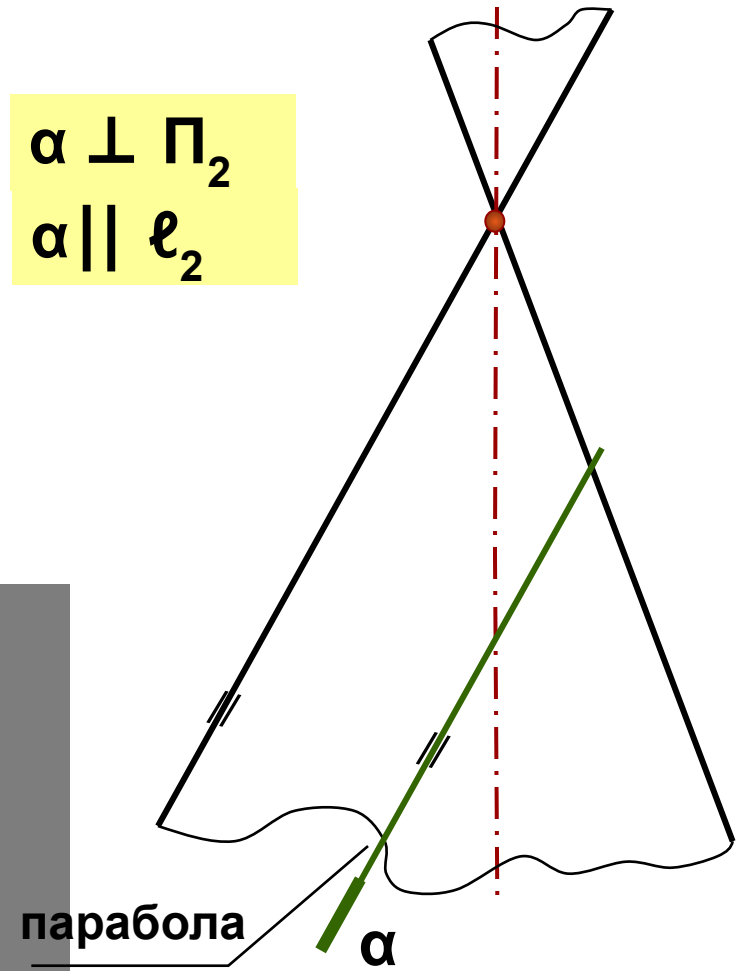
$\alpha$

линия сечения  
на  $\Pi_1$  – окружность  
на  $\Pi_2$  – прямая  
на  $\Pi_3$  – прямая

# секущая плоскость параллельна очерковой образующей

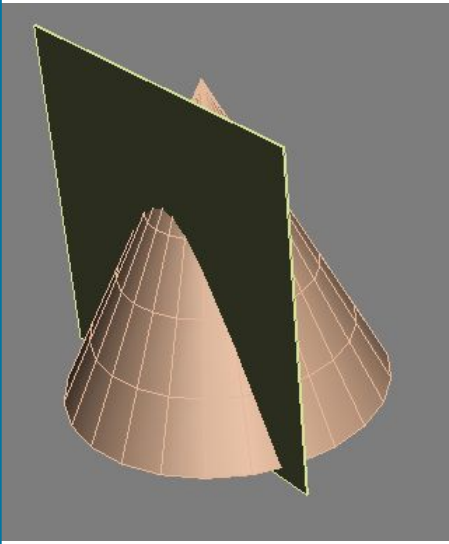
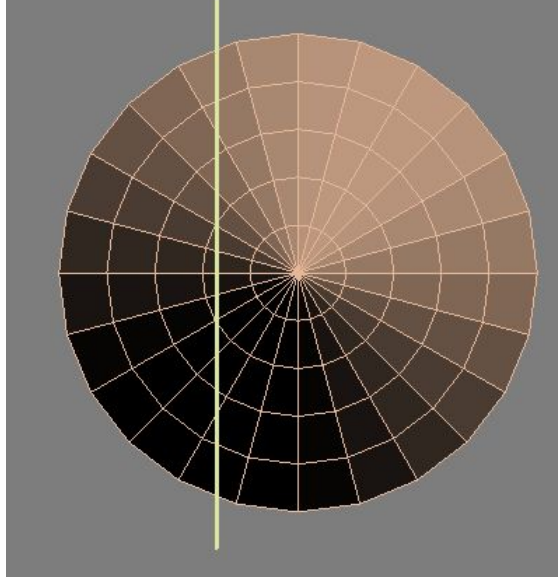
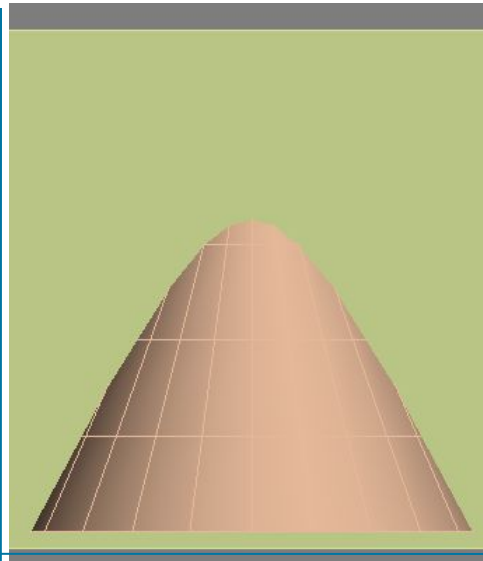
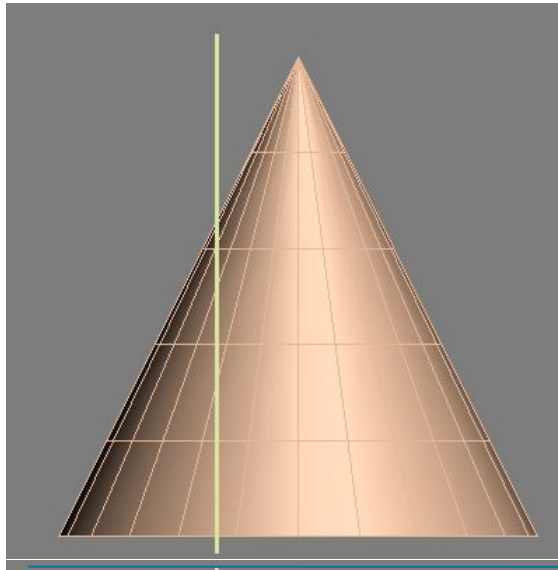


$$\alpha \perp \Pi_2$$
$$\alpha \parallel l_2$$

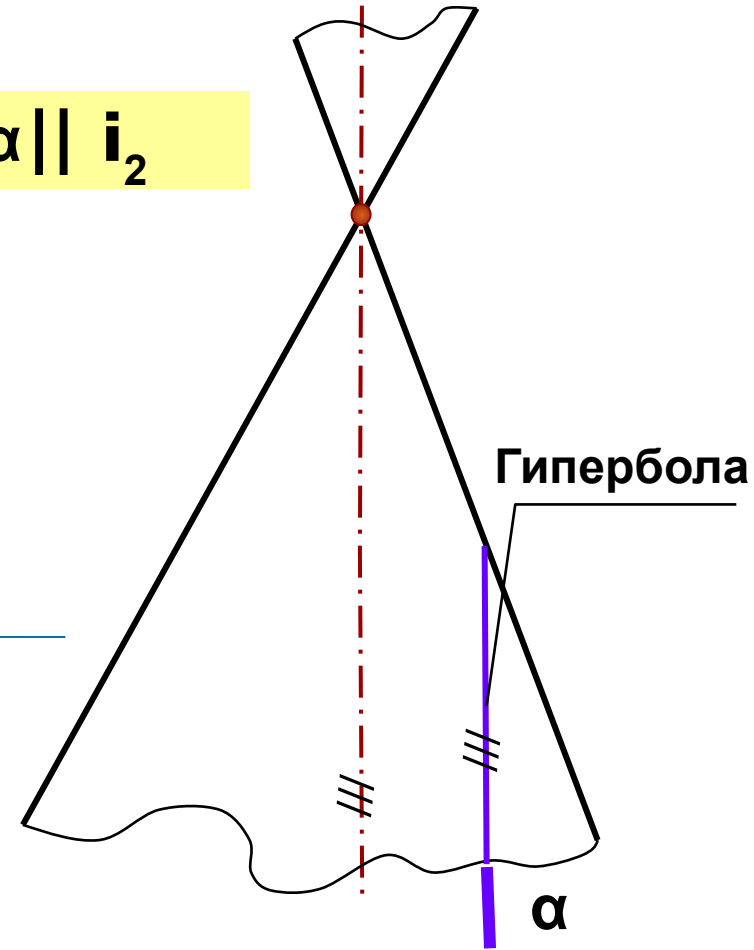


линия сечения  
на  $\Pi_1$  – парабола  
на  $\Pi_2$  – прямая  
на  $\Pi_3$  – парабола

# секущая плоскость параллельна оси вращения

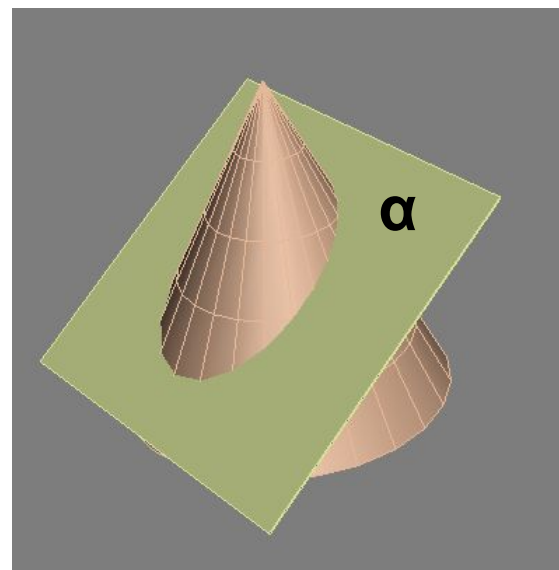
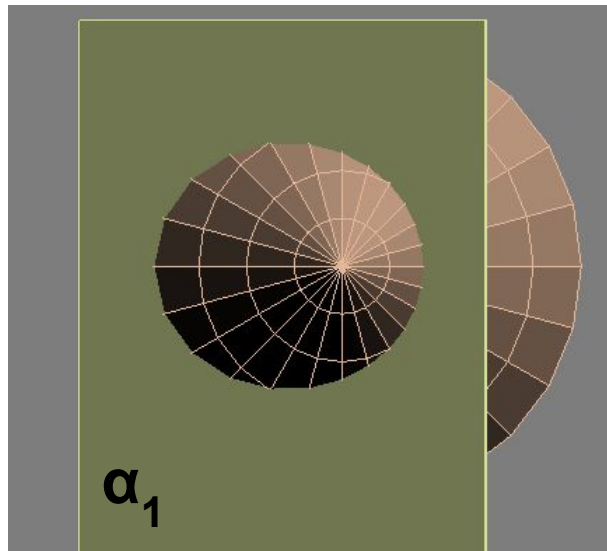
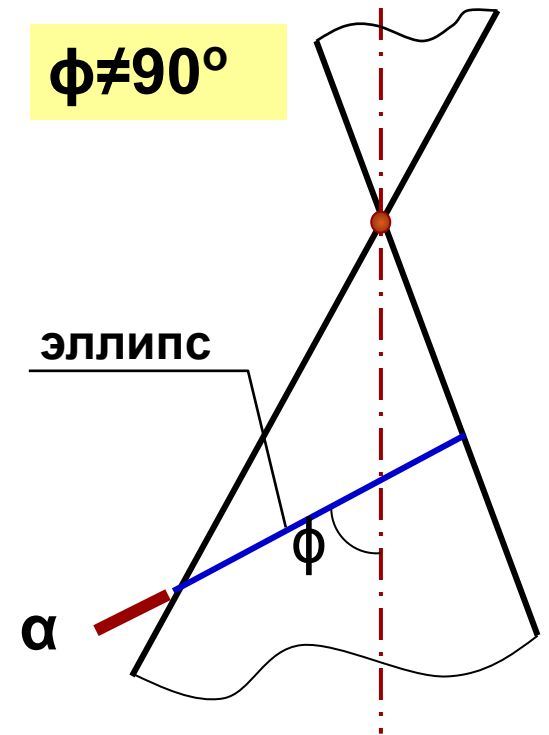
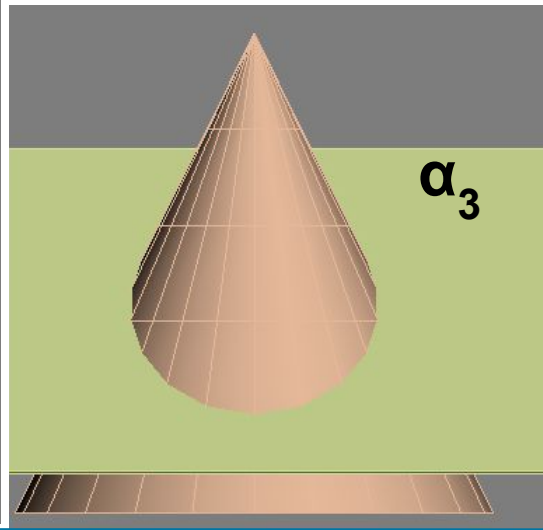
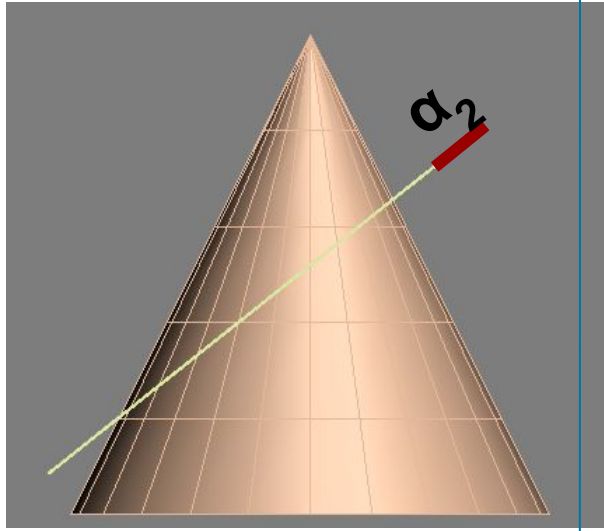


$\alpha \parallel i_2$



линия сечения  
на  $\Pi_1$  – прямая  
на  $\Pi_2$  – прямая  
на  $\Pi_3$  – гипербола

# секущая плоскость под острым углом к оси конуса



линия сечения  
на  $\Pi_1$  – эллипс  
на  $\Pi_2$  – прямая  
на  $\Pi_3$  – эллипс

**ПОСТРОЕНИЕ  
ЛИНИИ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ  
ПОВЕРХНОСТИ  
С ПЛОСКОСТЬЮ  
ЧАСТНОГО ПОЛОЖЕНИЯ**

# алгоритм построения линии пересечения поверхности плоскостью

## 1. анализ условия

определить по графическому условию

```
graph TD; A[определить по графическому условию] --> B[какие геометрические объекты заданы и какое положение они занимают?]; B --> C[какая поверхность?]; B --> D[плоскости какого положения пересекают поверхность?];
```

какие геометрические объекты заданы  
и какое положение они занимают?

какая поверхность?

плоскости какого  
положения пересекают  
поверхность?

# алгоритм построения линии пересечения поверхности плоскостью

## 2. способ решения задачи

определить

какие линии получаются  
в сечении поверхности  
заданными плоскостями на плоскостях проекций?

эллипс

парабола

прямые

окружность

гипербола



# алгоритм построения линии пересечения поверхности плоскостью

## 3. опорные точки

определить и построить проекции **опорных точек**

**экстремальные точки**

самая верхняя – самая нижняя;  
самая правая – самая левая;  
самая ближняя – самая дальняя

точки с самой большой и самой  
маленькой координатами  
относительно плоскости проекций

**точки изменения видимости**

точки, в которых кривая  
пересечения меняет видимость  
на противоположную

лежат на границах видимости  
заданной поверхности,  
то есть на её очерках

**обозначаются заглавными латинскими буквами**

# алгоритм построения линии пересечения поверхности плоскостью

## 4. промежуточные точки

определить и построить проекции  
промежуточных точек

**дополнительные точки**

для более точного построения линии пересечения

отмечаются на линии пересечения произвольно

**обозначаются арабскими цифрами**

# алгоритм построения линии пересечения поверхности плоскостью

## 5. построение линии пересечения и определение ее видимости

построенные проекции точек

```
graph TD; A[построенные проекции точек] --> B[соединить плавной линией]; B --> C[в том же порядке, в котором они расположены на исходной плоскости проекций]; C --> D[определить видимость линии пересечения с учетом выреза на поверхности];
```

соединить плавной линией

в том же порядке, в котором они расположены  
на исходной плоскости проекций

определить видимость линии пересечения  
с учетом выреза на поверхности

# алгоритм построения линии пересечения поверхности плоскостью

## 6. очерки поверхности

обвести



```
graph TD; A[обвести] --> B[оставшиеся очерки поверхности]; B --> C[на плоскостях проекций];
```

оставшиеся очерки поверхности

на плоскостях проекций

# литература

- 1) Кашкаров Г. М. Курс начертательной геометрии: Учебное пособие для студентов машиностроительных специальностей / Алт. гос. техн. ун-т им. И.И. Ползунова.- Барнаул: Изд-во АлтГТУ, 2005. - 364 с.: ил. ISBN 5-7568-0505-2
- 2) Вольхин К. А. Начертательная геометрия : электронные лекции для студентов архитектурно-строительных университетов [ Электронный ресурс ]. – Электрон. текстовые, граф. дан. и прикладная прогр. (180 Мб) / Новосиб. гос. архитектур.-строит. ун-т (Сибстрин). – Новосибирск : НГАСУ (Сибстрин), 2008. – 1 электрон. опт. диск (CD-ROM) ISBN 978-5-7795-0364-8
- 3) Адонкина Е. В. Начертательная геометрия и Инженерная графика. Мультимедийное сопровождение лекций : электронный курс для преподавателей и студентов архитектурно-строительных университетов [ Электронный ресурс ] / Е. В. Адонкина; Новосиб. гос. архитектур.-строит. ун-т (Сибстрин). – Электрон. текст., граф. дан. – Новосибирск : НГАСУ (Сибстрин), 2011.
- 4) Лазарева С. С. Начертательная геометрия: графические задания, теоретические основы, методические рекомендации : учеб. пособие / С. С. Лазарева, Е. В. Адонкина ; Новосиб. гос. архитектур.-строит. ун-т (Сибстрин). – Новосибирск : НГАСУ (Сибстрин), 2010. – 356 с.