

*** Однородные**

тригонометрические

уравнения

* **Однородное тригонометрическое уравнение** -это уравнение двух
ВИДОВ:

$a \sin x + b \cos x = 0$ (однородное
уравнение первой степени), либо

$a \sin^2 x + b \sin x \cos x + c \cos^2 x = 0$
(однородное уравнение второй
степени)

***Пример:**

Решим уравнение $2 \sin x - 3 \cos x = 0$.

Алгоритм решения однородного уравнения первой степени $a \sin x + b \cos x = 0$:

- 1) разделить обе части уравнения на $\cos x$**
- 2) решить получившееся уравнение**

● Пример: Решить уравнение

$$\sin^2 x - 3 \sin x \cos x + 2 \cos^2 x = 0$$

Делим обе части уравнения на $\cos^2 x$

$$2 \cdot \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

Получим, $\operatorname{tg}^2 x - 3 \operatorname{tg} x + 2 = 0$

Решаем квадратное уравнение относительно $\operatorname{tg} x$

$$\operatorname{tg} x = y, \quad y^2 - 3y + 2 = 0, \quad D = 1, y_1 = 2, y_2 = 1$$

Решаем теперь относительно x ,

$$x_1 = \operatorname{arctg} 2 + \Pi n$$

$$x_2 = \operatorname{arctg} 1 + \Pi n$$

$$x_2 = \Pi/4 + \Pi n$$

Решить самостоятельно

* 1. $-\sin 2x + \cos 2x - \cos^2 x = 0$

* 2. $\sin^2 x + \sin x \cos x = 0$

* 3. $(\sin x + \cos x)^2 = \cos 2x$

* 4. $\sin 2x + 4 \cos^2 x = 1$

* 5. $\sin 2x + 2 \cos 2x = 1$
Все необходимые формулы на слайдах № 7-11

Алгоритм решения однородного уравнения второй степени

$$a \sin^2 x + b \sin x \cos x + c \cos^2 x = 0$$

***Условие: в уравнении должно быть выражение вида $a \sin^2 x$.**

Если его нет, то уравнение решается методом разложения на множители.

- 1) Разделить обе части уравнения на $\cos^2 x$
- 2) Ввести новую переменную y , заменяющую $\operatorname{tg} x$ ($y = \operatorname{tg} x$)
- 3) Решить получившееся уравнение

$$1. \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$2. \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$3. \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$4. 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$5. 1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

$$6. \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$$

$$7. \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$8. \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$9. \operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$$

* Формулы простейших тригонометрических уравнений

$$* x = (-1)^k \arcsin a + \pi k \quad k \in \mathbb{Z}$$


$$* x = \pm \arccos a + 2\pi n \quad n \in \mathbb{Z}$$


$$* x = \operatorname{arctg} a + \pi n \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$a = 0, x = \Pi n;$$

$$a = -1, x = -\frac{\Pi}{2} + 2\Pi n;$$

$$a = 1, x = \frac{\Pi}{2} + 2\Pi n.$$

*** Особые случаи для
синуса**

$$a = 0, x = \frac{\Pi}{2} + \Pi n$$

$$a = -1, x = \Pi + 2\Pi n$$

$$a = 1, x = 2\Pi n$$

*** Особые случаи для
косинуса**