

Логические основы ЭВМ



Логика — это наука о формах и способах мышления. Это учение о способах рассуждений и доказательств.

Понятие — это форма мышления, которая выделяет существенные признаки предмета или класса предметов, позволяющие отличать их от других.

Пример

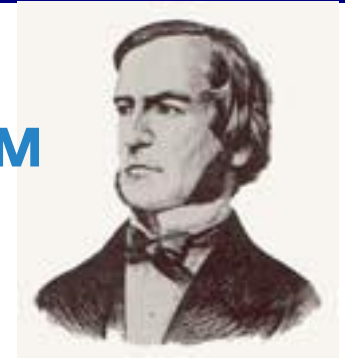
Прямоугольник, проливной дождь, компьютер — это понятия.

В ЛОГИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЯХ ИСПОЛЬЗУЮТСЯ ЗНАКИ СРАВНЕНИЯ

$>$	больше
$<$	меньше
$=$	равно
\geq	больше или равно
\leq	меньше или равно

Алгебра логики (Булева алгебра)

Используется для работы с двоичным кодом.



Джордж Буль разработал основы алгебры, в которой используются только 0 и 1 (алгебра логики, булева алгебра).

Алгебра логики — это наука об общих операциях, аналогичных сложению и умножению, которые выполняются над высказываниями.

Результат выполнения операции можно представить как **истина (1)** или **ложь (0)** некоторого высказывания.

Логические высказывания

Логическое высказывание – это повествовательное предложение, которое может быть истинно или ложно (однозначный ответ).

Высказывание или нет?

- Сейчас идет дождь.
- Жирафы летят на север.
- История – интересный предмет.
- У квадрата – 10 сторон и все разные.
- Красиво!
- В городе N живут 2 миллиона человек.
- Который час?

Простое высказывание содержит только одну мысль. Это логическая переменная. Обозначение — латинская буква (например, A, B, X, Y и т. д.)

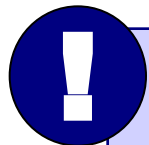
Составное высказывание — логическая функция, которая содержит несколько простых мыслей, соединённых между собой с помощью логических операций. Обозначение — $F(A, B, \dots)$.

Составные высказывания строятся из простых с помощью логических связок (операций) «и», «или», «не», «если ... то», «тогда и только тогда» и др.

Обозначение высказываний

A – Сейчас идет дождь. }
B – Форточка открыта. }

простые высказывания
(элементарные)



Любое высказывание может быть ложно (0) или истинно (1).

Составные высказывания

A и B Сейчас идет дождь и открыта форточка.

A или не B Сейчас идет дождь или форточка закрыта.

если A, то B Если сейчас идет дождь, то форточка открыта.

не A и B Сейчас нет дождя и форточка открыта.

A тогда и только тогда, когда B Дождь идет тогда и только тогда, когда открыта форточка.

Логические операции — логическое действие.

При создании ЭВМ были использованы 3
основные операции:

НЕ
И
ИЛИ

Операция НЕ (отрицание, инверсия)

Если высказывание **A** истинно, то «не **A**» ложно, и наоборот.

A	\bar{A}
0	1
1	0

также: не **A** ,
not A (Паскаль)

таблица
истинности
операции НЕ

Таблица истинности логического выражения X – это таблица, где в левой части записываются все возможные комбинации значений исходных данных, а в правой – значение выражения X для каждой комбинации.

РЕЗУЛЬТАТЫ ДЛЯ ОПЕРАЦИИ «НЕ»

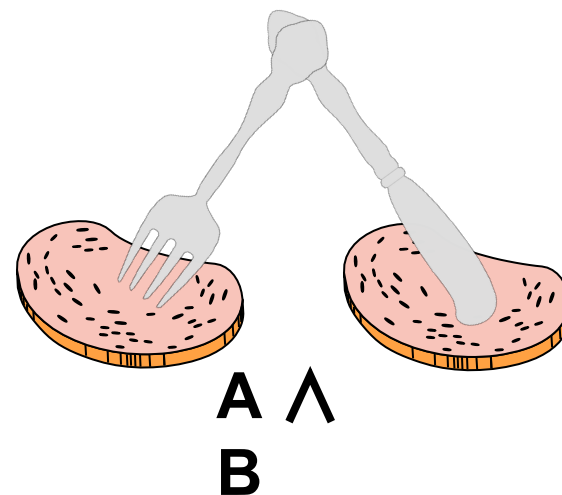
	Исходные значения	Результат
1	НЕ А если А= ИСТИНА	А = ЛОЖЬ
	НЕ(5 > 0)	$5 \leq 0$
2	НЕ А если А= ЛОЖЬ	А = ИСТИНА
	НЕ(-2 > 0)	$-2 \leq 0$
3	НЕ (НЕ А)	= А

Операция И (логическое умножение, конъюнкция)

Высказывание «**A** и **B**» истинно тогда и только тогда, когда **A** и **B** истинны одновременно.

A	B	$A \wedge B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

также: $A \cdot B$, **A** и **B**,
A and B (Паскаль)



КОНЪЮНКЦИЯ – от лат. *conjunctio* — соединение

РЕЗУЛЬТАТЫ ДЛЯ ОПЕРАЦИИ «И»

1	$A \text{ И } B = \text{ИСТИНА} \rightarrow$	если $A=\text{истина И } B=\text{истина}$
2	$A \text{ И } B = \text{ЛОЖЬ} \rightarrow$	если $A=\text{истина И } B=\text{ложь}$
3	$A \text{ И } B = \text{ЛОЖЬ} \rightarrow$	если $A=\text{ложь И } B=\text{истина}$
4	$A \text{ И } B = \text{ЛОЖЬ} \rightarrow$	если $A=\text{ложь И } B=\text{ложь}$

Операция ИЛИ (логическое сложение, дизъюнкция)

Высказывание «**A** или **B**» истинно тогда, когда истинно **A** или **B**, или оба вместе.

A	B	$A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

также: $A+B$,
A или **B**,
A or B (Паскаль)

ДИЗЪЮНКЦИЯ – от лат. *disjunctio* — разъединение

РЕЗУЛЬТАТЫ ДЛЯ ОПЕРАЦИИ «ИЛИ»

1	A или B = ИСТИНА →	если A=истина И B=истина
2	A или B = ИСТИНА →	если A=истина И B=ложь
3	A или B = ИСТИНА →	если A=ложь И B=истина
4	A или B = ЛОЖЬ →	если A= ложь И B= ложь

При составлении логического выражения необходимо учитывать порядок выполнения логических операций:

1. Отрицание (НЕ)
2. Выражение в скобках
2. Умножение (И)
3. Сложение (ИЛИ)

Если отрицание НЕ стоит перед скобкой с выражением, то НЕ ставится перед каждой частью выражения в скобках и при этом операция внутри скобок меняется:

1	НЕ (А ИЛИ Б)	НЕ А И НЕ Б
2	НЕ (А И Б)	НЕ А ИЛИ НЕ Б

ПРИМЕР 1

Напишите наибольшее целое число x , для которого истинно высказывание:

$$(x > 5) \text{ И НЕ } (x > 15)$$

РЕШЕНИЕ

1.Выполним первую по приоритету операцию — операцию НЕ:

$$\text{НЕ } (X > 15)$$

2.Получаем $(X \leq 15)$

3.Т.е. после выполнения первой операции имеем:

$$(X > 5) \text{ И } (X \leq 15) = \text{ИСТИНА}$$

(значение истинно по условию задачи!)

4Выражение возвратит истину (см.таблицы истинности выше), когда обе части его истинны одновременно:

$$(X > 5) \text{ И } (X \leq 15) = \text{ИСТИНА}$$

истина истина

$$5. (X > 5) = \text{ИСТИНА} \Rightarrow X > 5$$

$$6. (X \leq 15) = \text{ИСТИНА} \Rightarrow X \leq 15$$

7.Значит, наибольшее число, для которого высказывание будет истинным — 15.

ПРИМЕР 2

Для какого из приведённых слов **верно** высказывание:

(первая буква гласная) И
((последняя буква согласная) ИЛИ (вторая буква согласная)) ?

- 1) АИДА
- 2) СЕРГЕЙ
- 3) СТЕПАН
- 4) АРТЕМ

РЕШЕНИЕ

- Обратим внимание на то, что в заданном выражении находятся большие скобки, с которых необходимо начать решение.
- Внешняя операция, т.е. последняя по приоритету — это операция И. Рассмотрим ее подробнее, разделив общее высказывание на две части относительно этой операции:

(первая буква гласная) И ((последняя буква согласная) ИЛИ (вторая буква согласная))

- По таблице 3 видим, что операцию И следует проверять на истинность, как раз, как требуется по заданию. Выражение возвратит истину, когда все его части (выражения в скобках) истинны одновременно:

(первая буква гласная) И ((последняя буква согласная) ИЛИ (вторая буква согласная))

ИСТИНА

ИСТИНА

- Рассмотрим большие скобки. В них операция ИЛИ, которая возвратит истину когда хотя бы одно из выражений будет истинным:

((последняя буква согласная) ИЛИ (вторая буква согласная))

ИСТИНА

ИЛИ

ИСТИНА

- Иными словами **или первая или вторая буква в слове должна быть согласной**. Таким образом получаем общее высказывание:

(первая буква гласная) И (или первая или вторая буква в слове согласная)

ИСТИНА

ИСТИНА

- Поскольку обе получившихся скобки должны быть истинными, то из четырех вариантов подходит вариант **4**, т.е. значение **АРТЕМ**:

Ответ: 4



ПРОВЕРОЧНАЯ РАБОТА

Задание №1

Напишите наибольшее целое число x , для которого истинно высказывание:

НЕ ($X \leq 3$) И НЕ ($X \geq 7$).

Задание №2

Для какого из приведённых чисел ложно высказывание:
(число < 40) **ИЛИ НЕ** (число чётное)?

- 1) 123
- 2) 56
- 3) 9
- 4) 8

Задание №3

Для какого из приведённых имён ложно высказывание:

НЕ (Первая буква согласная) **ИЛИ НЕ** (Последняя буква гласная)?

- 1) Егор
- 2) Тимур
- 3) Вера
- 4) Любовь

Задание №4

Для какого из данных слов истинно высказывание:

НЕ (ударение на первый слог) **И** (количество букв чётное)

- 1) корова
- 2) козел
- 3) кошка
- 4) конь