

# Логические основы ЭВМ



**Логика** — это наука о формах и способах мышления. Это учение о способах рассуждений и доказательств.

**Понятие** — это форма мышления, которая выделяет существенные признаки предмета или класса предметов, позволяющие отличать их от других.

### Пример

Прямоугольник, проливной дождь, компьютер — это понятия.

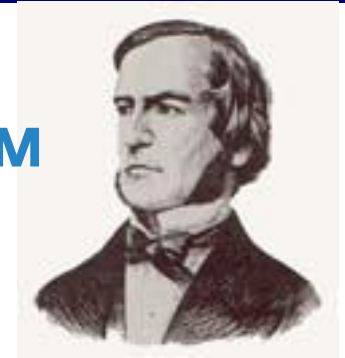
# В ЛОГИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЯХ ИСПОЛЬЗУЮТСЯ ЗНАКИ СРАВНЕНИЯ

$>$	больше
$<$	меньше
$=$	равно
$\geq$	больше или равно
$\leq$	меньше или равно

# Алгебра логики (Булева алгебра)

---

Используется для работы с двоичным кодом.



**Джордж Буль** разработал основы алгебры, в которой используются только 0 и 1 (алгебра логики, булева алгебра).

**Алгебра логики** — это наука об общих операциях, аналогичных сложению и умножению, которые выполняются над высказываниями.

Результат выполнения операции можно представить как **истина (1)** или **ложь (0)** некоторого высказывания.

# Логические высказывания

---

**Логическое высказывание** – это повествовательное предложение, которое может быть истинно или ложно (однозначный ответ).

## Высказывание или нет?

- Сейчас идет дождь.
- Жирафы летят на север.
- История – интересный предмет.
- У квадрата – 10 сторон и все разные.
- Красиво!
- В городе N живут 2 миллиона человек.
- Который час?

**Простое высказывание** содержит только одну мысль. Это логическая переменная. Обозначение — латинская буква (например, A, B, X, Y и т. д.)

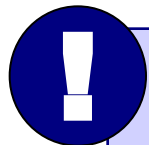
**Составное высказывание** — логическая функция, которая содержит несколько простых мыслей, соединённых между собой с помощью логических операций. Обозначение —  $F(A, B, \dots)$ .

**Составные высказывания** строятся из простых с помощью логических связок (операций) «и», «или», «не», «если ... то», «тогда и только тогда» и др.

# Обозначение высказываний

**A** – Сейчас идет дождь. }  
**B** – Форточка открыта. }

простые высказывания  
(элементарные)



**Любое высказывание может быть ложно (0) или истинно (1).**

## Составные высказывания

**A и B** Сейчас идет дождь и открыта форточка.

**A или не B** Сейчас идет дождь или форточка закрыта.

**если A, то B** Если сейчас идет дождь, то форточка открыта.

**не A и B** Сейчас нет дождя и форточка открыта.

**A тогда и только тогда, когда B** Дождь идет тогда и только тогда, когда открыта форточка.

**Логические операции** — логическое действие.

При создании ЭВМ были использованы 3 основные операции:

**НЕ**  
**И**  
**ИЛИ**



# Операция НЕ (отрицание, инверсия)

Если высказывание **A** истинно, то «не **A**» ложно, и наоборот.

A	$\bar{A}$
0	1
1	0

также: не **A** ,  
**not A** (Паскаль)

таблица  
истинности  
операции НЕ

**Таблица истинности логического выражения X** – это таблица, где в левой части записываются все возможные комбинации значений исходных данных, а в правой – значение выражения X для каждой комбинации.

# РЕЗУЛЬТАТЫ ДЛЯ ОПЕРАЦИИ «НЕ»

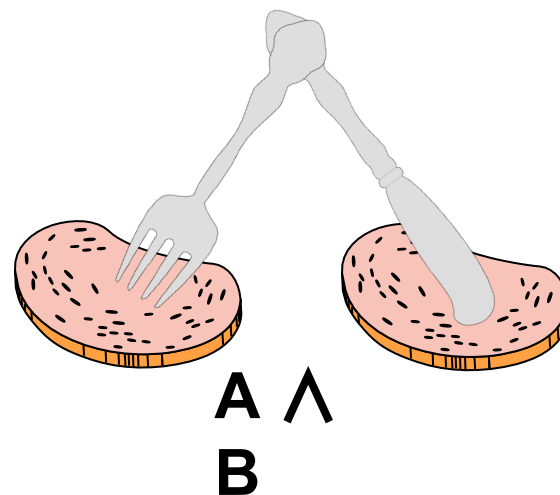
	Исходные значения	Результат
1	<b>НЕ А</b> если А= <b>ИСТИНА</b>	А = <b>ЛОЖЬ</b>
	<b>НЕ(5 &gt; 0)</b>	$5 \leq 0$
2	<b>НЕ А</b> если А= <b>ЛОЖЬ</b>	А = <b>ИСТИНА</b>
	<b>НЕ(-2 &gt; 0)</b>	$-2 \leq 0$
3	<b>НЕ (НЕ А)</b>	= <b>А</b>

# Операция И (логическое умножение, конъюнкция)

Высказывание «**A** и **B**» истинно тогда и только тогда, когда **A** и **B** истинны одновременно.

A	B	$A \wedge B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

также:  $A \cdot B$ , **A** и **B**,  
**A and B** (Паскаль)



**КОНЪЮНКЦИЯ** – от лат. *conjunctio* — соединение

# РЕЗУЛЬТАТЫ ДЛЯ ОПЕРАЦИИ «И»

1	$A \text{ И } B = \text{ИСТИНА} \rightarrow$	если $A=\text{истина И } B=\text{истина}$
2	$A \text{ И } B = \text{ЛОЖЬ} \rightarrow$	если $A=\text{истина И } B=\text{ложь}$
3	$A \text{ И } B = \text{ЛОЖЬ} \rightarrow$	если $A=\text{ложь И } B=\text{истина}$
4	$A \text{ И } B = \text{ЛОЖЬ} \rightarrow$	если $A=\text{ложь И } B=\text{ложь}$

# Операция ИЛИ (логическое сложение, дизъюнкция)

Высказывание «**A** или **B**» истинно тогда, когда истинно **A** или **B**, или оба вместе.

A	B	$A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

также:  $A+B$ ,  
**A** или **B**,  
**A or B** (Паскаль)

**ДИЗЪЮНКЦИЯ** – от лат. *disjunctio* — разъединение

# РЕЗУЛЬТАТЫ ДЛЯ ОПЕРАЦИИ «ИЛИ»

1	A <b>или</b> B = ИСТИНА →	если A=истина <b>И</b> B=истина
2	A <b>или</b> B = ИСТИНА →	если A=истина <b>И</b> B=ложь
3	A <b>или</b> B = ИСТИНА →	если A=ложь <b>И</b> B=истина
4	A <b>или</b> B = <b>ЛОЖЬ</b> →	если A= <b>ложь</b> <b>И</b> B= <b>ложь</b>

При составлении логического выражения необходимо учитывать порядок выполнения логических операций:

1. Отрицание (НЕ)
2. Выражение в скобках
2. Умножение (И)
3. Сложение (ИЛИ)

Если отрицание НЕ стоит перед скобкой с выражением, то НЕ ставится перед каждой частью выражения в скобках и при этом операция внутри скобок меняется:

1	НЕ (А ИЛИ Б)	НЕ А И НЕ Б
2	НЕ (А И Б)	НЕ А ИЛИ НЕ Б



# ПРИМЕР 1

Напишите наибольшее целое число  $x$ , для которого истинно высказывание:

$$(x > 5) \text{ И НЕ } (x > 15)$$

# РЕШЕНИЕ

1.Выполним первую по приоритету операцию — операцию НЕ:

$$\text{НЕ } (X > 15)$$

2.Получаем  $(X \leq 15)$

3.Т.е. после выполнения первой операции имеем:

$$(X > 5) \text{ И } (X \leq 15) = \text{ИСТИНА}$$

*(значение истинно по условию задачи!)*

4Выражение возвратит истину (см.таблицы истинности выше), когда обе части его истинны одновременно:

$$(X > 5) \text{ И } (X \leq 15) = \text{ИСТИНА}$$

истина            истина

$$5. (X > 5) = \text{ИСТИНА} \Rightarrow X > 5$$

$$6. (X \leq 15) = \text{ИСТИНА} \Rightarrow X \leq 15$$

7.Значит, наибольшее число, для которого высказывание будет истинным — 15.

# ПРИМЕР 2

Для какого из приведённых слов **верно** высказывание:

(первая буква гласная) И  
((последняя буква согласная) ИЛИ (вторая буква согласная)) ?

- 1) АИДА
- 2) СЕРГЕЙ
- 3) СТЕПАН
- 4) АРТЕМ

# РЕШЕНИЕ

- Обратим внимание на то, что в заданном выражении находятся большие скобки, с которых необходимо начать решение.
- Внешняя операция, т.е. последняя по приоритету — это операция И. Рассмотрим ее подробнее, разделив общее высказывание на две части относительно этой операции:

(первая буква гласная) И ((последняя буква согласная) ИЛИ (вторая буква согласная))

- По таблице 3 видим, что операцию И следует проверять на истинность, как раз, как требуется по заданию. Выражение возвратит истину, когда все его части (выражения в скобках) истинны одновременно:

(первая буква гласная) И ((последняя буква согласная) ИЛИ (вторая буква согласная))  
ИСТИНА ИСТИНА

- Рассмотрим большие скобки. В них операция ИЛИ, которая возвратит истину когда хотя бы одно из выражений будет истинным:

((последняя буква согласная) ИЛИ (вторая буква согласная))  
ИСТИНА ИЛИ ИСТИНА

- Иными словами **или первая или вторая буква в слове должна быть согласной**. Таким образом получаем общее высказывание:

(первая буква гласная) И (или первая или вторая буква в слове согласная)  
ИСТИНА ИСТИНА

- Поскольку обе получившихся скобки должны быть истинными, то из четырех вариантов подходит вариант **4**, т.е. значение **АРТЕМ**:

**Ответ: 4**



# ПРОВЕРОЧНАЯ РАБОТА

# Задание №1

Напишите наибольшее целое число  $x$ , для которого истинно высказывание:

**$\text{НЕ } (X \leq 3) \text{ И } \text{НЕ } (X \geq 7)$ .**

# Задание №2

Для какого из приведённых чисел ложно высказывание:  
(число  $< 40$ ) **ИЛИ НЕ** (число чётное)?

- 1) 123
- 2) 56
- 3) 9
- 4) 8

# Задание №3

Для какого из приведённых имён ложно высказывание:

**НЕ** (Первая буква согласная) **ИЛИ НЕ** (Последняя буква гласная)?

- 1) Егор
- 2) Тимур
- 3) Вера
- 4) Любовь



# Задание №4

Для какого из данных слов истинно высказывание:

**НЕ** (ударение на первый слог) **И** (количество букв чётное)

- 1) корова
- 2) козел
- 3) кошка
- 4) конь