

# **МЕТОД УРАХУВАННЯ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ ПРИ ВИМІРЮВАННІ/КЛАСИФІКАЦІЇ ВЛАСТИВОСТЕЙ ОБ'ЄКТІВ ЗА ПОКАЗНИКАМИ ЯКОСТІ**

Автори:

к.т.н. ст. викладач Года Ольга Юріївна

аспірант Довгалюк Руслана Юріївна

к.т.н. доцент Яремчук Ніна Антонівна

КПІ імені Ігоря Сікорського

Визначення категорії якості води за одиничним показником «вміст нітратів  $NH_4^+$  в поверхневих водах в  $мг/дм^3$  » :

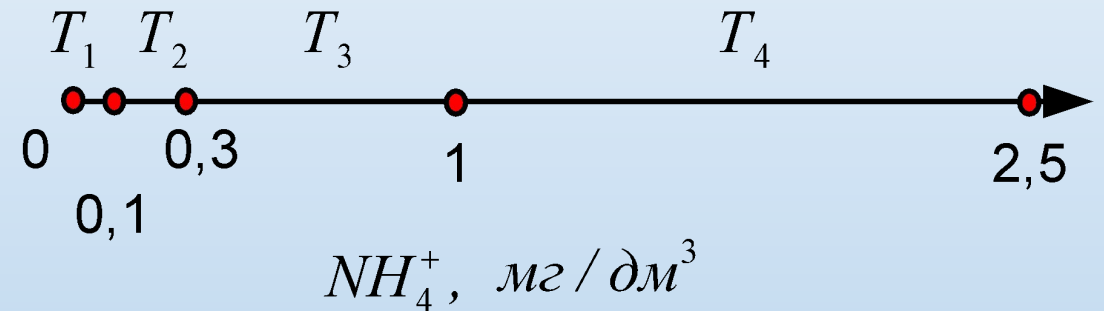
$T_1$  - «I клас – дуже чисті» (менше 0,1),

$T_2$  - «II клас – чисті» (0,10-0,30),

$T_3$  - «III клас – забруднені» (0,31-1,0),

$T_4$  - «IV клас – брудні» (1,01-2,50).

Вербальна шкала з чіткою ЛЗ

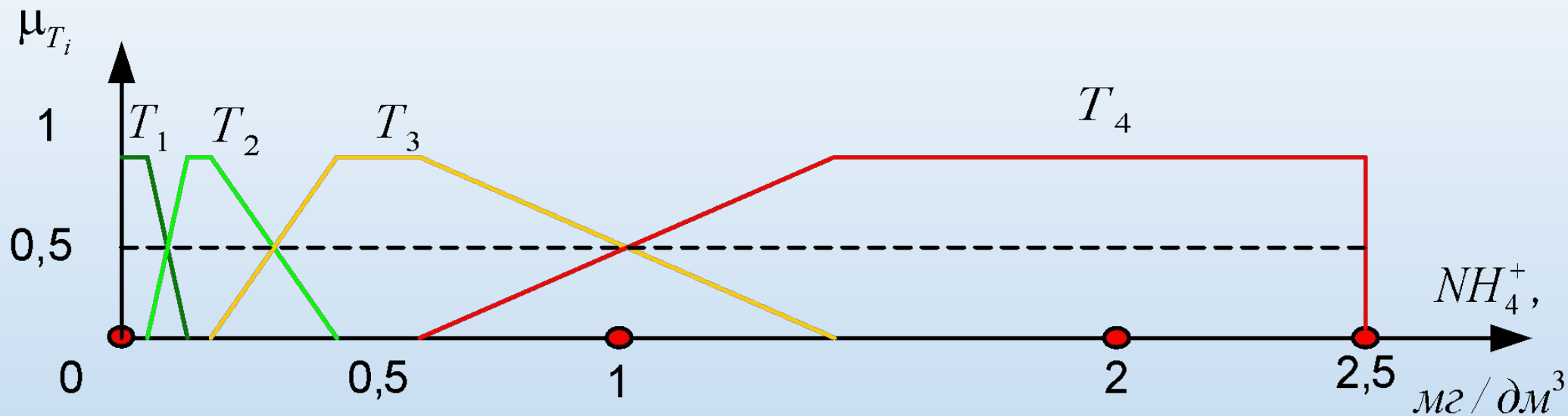


Складові невизначеності :

- інструментальна невизначеність, що обумовлена невизначеністю вимірювання властивості, що відображається показником якості;
- семантична невизначеність, що виникає внаслідок розбіжності даних про границі категорій, які наведені в різних джерелах.

Не враховуються складові невизначеності вимірювання, що покладено в основу класифікації і нечіткість експертної інформації, що може застосовуватись при класифікації.

# Терм множини нечіткої лінгвістичної змінної якості води



$$\mu_{T_1} NH_4^+ = \begin{cases} 1 & \text{для } 0 \leq x \leq 0.06 \\ (0.14 - x) / 0.08 & 0.06 < x \leq 0.14 \\ 0 & \text{в інших випадках} \end{cases}$$

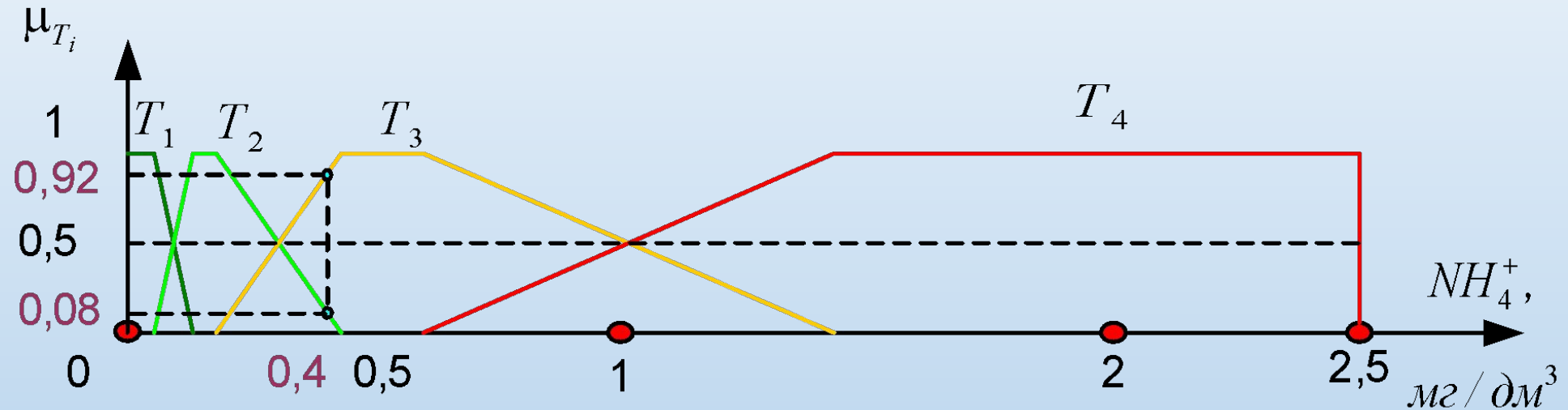
$$\mu_{T_2} NH_4^+ = \begin{cases} (x - 0.06) / 0.08, & 0.06 < x \leq 0.14 \\ 1 & 0.14 < x \leq 0.18 \\ (0.42 - x) / 0.24 & 0.18 < x \leq 0.42 \\ 0 & \text{в інших випадках} \end{cases}$$

$$\mu_{T_3} NH_4^+ = \begin{cases} (x - 0.18) / 0.24, & 0.18 < x \leq 0.42 \\ 1 & 0.42 < x \leq 0.6 \\ (1.4 - x) / 0.8 & 0.6 < x \leq 1.4 \\ 0 & \text{в інших випадках} \end{cases}$$

$$\mu_{T_4} NH_4^+ = \begin{cases} (x - 0.06) / 0.8, & 0.6 < x \leq 1.4 \\ 1 & 1.4 < x \leq 2.5 \\ 0 & \text{в інших випадках} \end{cases}$$

Рішення про віднесення якості води до певної категорії приймається за перерізом результату вимірювання з терм множиною.

Якщо вміст  $NH_4^+$  становить 0,4, то нечіткий результат  $T_2 | 0.08; T_3 | 0.92$



Результати вимірювань і класифікації вмісту  $NH_4^+$  для річки Південний Буг.

$NH_4^+$	Результат вимірювання	0,27	0,40	0,33	0,38	0,20	0,31
$\frac{mg}{dm^3}$	Терм-множини шкали	$T_2   0.63;$ $T_3   0.37$	$T_2   0.08;$ $T_3   0.92$	$T_2   0.38;$ $T_3   0.62$	$T_2   0.17;$ $T_3   0.83$	$T_2   0,92$ $T_3   0,08$	$T_2   0.46;$ $T_3   0.54$

## Усереднення значень показників якості

Оператор нечіткого усереднення: (Arithmetic mean – AM)

$$\mu_{AM}(T) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mu(T_i) \quad \forall T \in M,$$

де:  $n$  – кількість вимірювань,

$\mu(T_i)$  – ступінь приналежності окремого результату вимірювання до категорії  $T_i$ ,

$\mu_{AM}(T)$  – ступінь приналежності результату багаторазового вимірювання до категорії  $T_i$ ,

$M$  – множина категорій шкали з нечіткою ЛЗ.

$$\mu_{AM}(T_2) = \frac{1}{6} (0.63 + 0.08 + 0.38 + 0.17 + 0.92 + 0.46) = 0.44$$

$$T_2 | 0.44; \quad T_3 | 0.56$$

$$\mu_{AM}(T_3) = \frac{1}{6} (0.37 + 0.92 + 0.62 + 0.83 + 0.08 + 0.54) = 0.56$$

Терм множини шкали біохімічного споживання кисню  
 «БСК<sub>5</sub> в поверхневих водах мг / дм<sup>3</sup>»

$T_1$  - «I клас – дуже чисті» (менше 1,0),

$T_2$  - «II клас – чисті» (1,0-2,1),

$T_3$  - «III клас – забруднені» (2,2-7,0),

$T_4$  - «IV клас – брудні» (7,1-12,0).

$$\mu_{T_1} BSK_5 = \begin{cases} 1 \text{ для } 0 \leq x \leq 0.7 \\ (1.3 - x) / 0.6 \text{ для } 0.7 < x \leq 1.3 \\ 0 \text{ в інших випадках} \end{cases}$$

$$\mu_{T_3} BSK_5 = \begin{cases} \text{для } 1.47) / 1.26, & 1.47 < x \leq 2.73 \\ 1 \text{ для } 2.73 \leq x \leq 4.9 \\ \text{для } 4.9 - x) / 4.0 . & 4.9 < x \leq 8.9 \\ 0 \text{ в інших випадках} \end{cases}$$

$$\mu_{T_2} BSK_5 = \begin{cases} \text{для } 0.7) / 0.6, . & 0.7 < x \leq 1.3 \\ 1 \text{ для } 1.3 \leq x \leq 1.47 \\ \text{для } 2.73 - x) / 1.26 & 1.47 < x \leq 2.73 \\ 0 \text{ в інших випадках} \end{cases}$$

$$\mu_{T_4} BSK_5 = \begin{cases} \text{для } 4.9) / 4.0, . & 4.9 < x \leq 8.9 \\ 1, \text{ для } 8.9 < x \leq 15.0 \\ 0 \text{ в інших випадках} \end{cases}$$

Результати процедури вимірювання/класифікації показника визначаються за перерізом результатів багаторазових вимірювань з терм-множиною

Результати вимірювань і класифікації біохімічного споживання кисню  $BCK_5$ .

$BCK_5$	Результат вимірювання	3,4	1,52	3,92	3,2	3,5	2,8
$\frac{мг}{дм^3}$	Терм-множини шкали	$T_3   1$	$T_2   0.96;$ $T_3   0.04$	$T_3   1$	$T_3   1$	$T_3   1$	$T_3   1$

З використанням оператора нечіткого усереднення кінцевий результат процедури багаторазового вимірювання/класифікації:

$$T_2(\text{чиста}) | 0.16; T_3(\text{забруднена}) | 0.84$$

# Побудова групових показників якості води

Уніфіковані шкали для

$NH_4^+$  :

$BCK_5$  :

$T_1$  - «I клас – дуже чисті» ( $< 0,04$ ),

$T_1$  - «I клас – дуже чисті» ( $< 0,083$ ),

$T_2$  - «II клас – чисті» (0,12),

$T_2$  - «II клас – чисті» (0,183),

$T_3$  - «III клас – забруднені» (0,4),

$T_3$  - «III клас – забруднені» (0,58),

$T_4$  - «IV клас – брудні» (1);

$T_4$  - «IV клас – брудні» (1);

Оператори об'єднання нечітких результатів вимірювання:

- S-норма «алгебраїчна сума», яка для двох показників A і B :

$$\mu_{B+} (T_i) = \mu_A(T_i) + \mu_B(T_i) - \mu_A(T_i) \cdot \mu_B(T_i) \quad T_2 | 0.36; T_3 | 0.64$$

- оператор усереднення  $\mu_M (T_i) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \mu_j(T_i)$ ,  $T_2 | 0.3; T_3 | 0.7$

- Fuzzy –логічну суму, що для двох показників :

$$\mu_{B \oplus A+ i} (T) = \mu_A(T) / (1 - \mu_A(T) \cdot \mu_B(T)). \quad T_2 | 0.25; T_3 | 0.75$$



## Висновки:

- При урахуванні невизначеності вимірювання шкала процедури вимірювання/класифікації є шкалою з нечіткою лінгвістичною змінною, категорії якої відповідають терм-множині нечіткої лінгвістичної змінної, а функції приналежності окремих термів відповідають характеристикам невизначеності вимірювання на границях між термами.
- При опрацюванні результатів багаторазових вимірювань класифікуються окремі результати вимірювання, а потім об'єднуються за нечітким усередненням. При цьому об'єднана функція приналежності результату класифікації зберігає дані про ступені приналежності до верхніх або нижніх категорій.
- Розглянуто оператори нечіткої логіки, що можуть бути використані при побудові групових показників якості і наведено рекомендації щодо їх застосування.