ГПОУ
НОВОАЗОВСКИЙ ИНДУСТРИАЛЬНЫЙ ТЕХНИКУМ

Показательные неравенства

АВТОР: Преподаватель математики
ГПОУ «НИТ» ФЕСЕНКО О.В.

Показательные неравенства

1. **Показательное неравенство** – это неравенство, содержащее неизвестное в показателе степени.

2. Решение неравенств.

а) Решение показательных неравенств часто сводится к решению неравенства

$a^x > a^b$ ($a^x < a^b$).

Если $a > 1$, то функция $y = a^x$ возрастает, и $x > b$ ($x < b$).

Если $0 < a < 1$, то функция $y = a^x$ убывает, и $x < b$ ($x > b$).

б) Некоторые показательные неравенства заменой $a^x = t$ сводятся к квадратным неравенствам, которые решают, учитывая, что $t > 0$.

в) Графическое решение неравенства сводится к построению графиков функций из левой и правой частей неравенства. На интервале I большие (меньшие) значения принимает та функция, график которой расположен выше (ниже) графика другой функции.

Задание №1

- Решите неравенство:

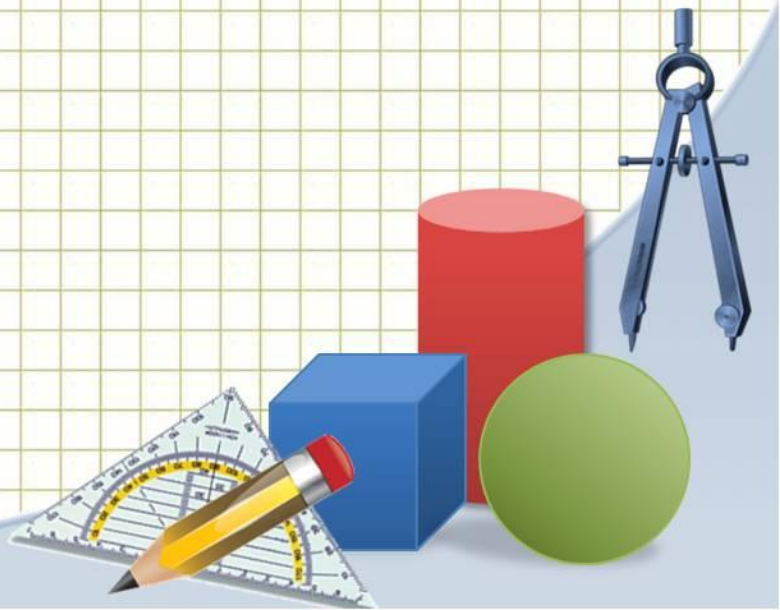
$$\frac{1}{7} \leq 7^{x-3} < 49$$

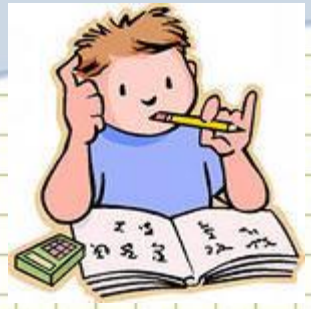
$$7^{-1} \leq 7^{x-3} < 7^{2}$$

т. к. $7 > 1$

$-1 \leq x - 3 < 2$

$2 \leq x < 5$





Задание № 2

- Решите неравенство:

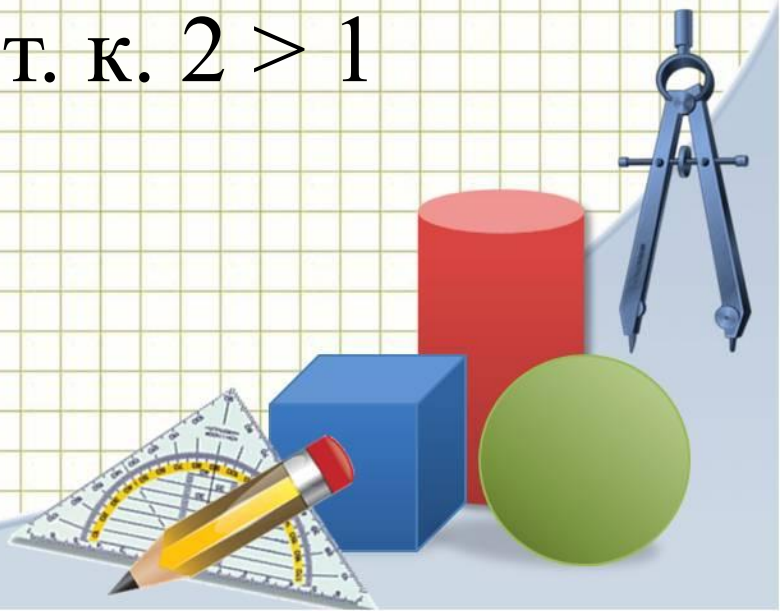
$$32^{2x+3} < 0{,}25$$

$$(2^5)^{2x+3} < \frac{1}{4}$$

$$2^{10x+15} < 2^{-2}$$ т. к. 2 > 1

$$10x + 15 < -2$$

$$x < -1{,}7$$



Задание № 3

- Решите неравенство:

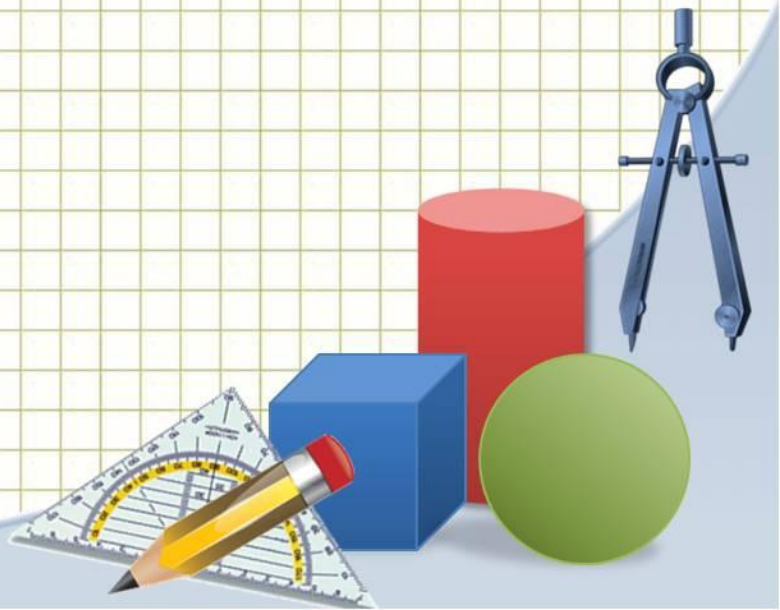
$$\left(\frac{3}{4}\right)^{2+4x} \geq 0{,}75^{1-8x}$$

т. к. 0,75 < 1, то

$2 + 4x \leq 1 - 8x$

$12x \leq -1$

$x \leq -1/12$



- **Если $a > 0$ и $a \neq 0$, то равенство $a^x = a^y$ справедливо тогда и только тогда, когда $x = y$.**
- **Если $a > 1$, то неравенство $a^x > a^y$ справедливо тогда и только тогда, когда $x > y$.**
- **Если $0 < a < 0$, то равенство $a^x > a^y$ справедливо тогда и только тогда, когда $x < y$.**

Показательные неравенства

б) Некоторые показательные неравенства заменой $a^x = t$ сводятся к квадратным неравенствам, которые решают, учитывая, что $t > 0$.

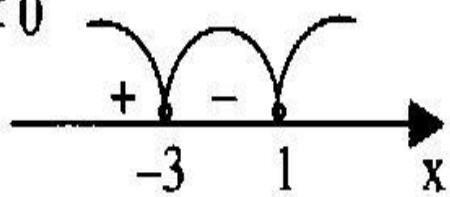
2) $2^{x^2} \cdot 5^{x^2} < 10^{-3}\left(10^{3-x}\right)^2$

$10^{x^2} < 10^{-3+6-2x}$

$10^{x^2} < 10^{3-2x}$

Так как функция $y = 10^t$ возрастает, то $x^2 < 3 - 2x$

$x^2 + 2x - 3 < 0$; $(x - 1)(x + 3) < 0$



Ответ: $-3 < x < 1$.

Показательные неравенства

$$0{,}4^x - 2{,}5^{x+1} > 1{,}5$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^x - \left(\frac{5}{2}\right)^{x+1} > 1{,}5.$$

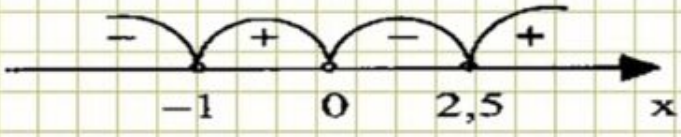
Пусть $\left(\frac{2}{5}\right)^x = t$, где $t > 0$, тогда

$$t - \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{t} > 1{,}5$$

$$\frac{2t^2 - 5}{2t} > \frac{3}{2}$$

$$\frac{2t^2 - 3t - 5}{2t} > 0$$

$$\frac{(2t-5)(t+1)}{2t} > 0$$



$-1 < t < 0$ и $t > 2,5$.

Учитывая, что $t > 0$, имеем:

$t > 2{,}5$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^x > 2{,}5$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^x > \left(\frac{2}{5}\right)^{-1}.$$

Так как функция $y = \left(\frac{2}{5}\right)^x$ убывает, то $x < -1$.

Ответ: $x < -1$.