

### **Задача 5.1.**

Ставка без риска равна 10%, ожидаемая доходность рыночного портфеля – 20%, стандартное отклонение доходности рыночного портфеля – 15%. Определить ожидаемую доходность портфеля, стандартное отклонение доходности которого составляет 30%.

### Задача 5.1.

Ставка без риска равна 10%, ожидаемая доходность рыночного портфеля – 20%, стандартное отклонение доходности рыночного портфеля – 15%. Определить ожидаемую доходность портфеля, стандартное отклонение доходности которого составляет 30%.

#### Решение.

Ожидаемая доходность портфеля определяется с помощью уравнения *CML*:

$$E(r_i) = r_f + \frac{\sigma_i}{\sigma_m} [E(r_m) - r_f], \quad (5.1)$$

где  $\sigma_i$  – риск  $i$ -го портфеля, для которого определяется уровень ожидаемой доходности;

$E(r_i)$  – ожидаемая доходность  $i$ -го портфеля;

$\sigma_m$  – риск рыночного портфеля;

$E(r_m)$  – ожидаемая доходность рыночного портфеля.

Согласно уравнению (5.1) ожидаемая доходность портфеля равна:

$$E(r_i) = 10\% + \frac{30\%}{15\%} [20\% - 10\%] = 30\%.$$

### **Задача 5.2.**

Ставка без риска равна 8%, ожидаемая доходность рыночного портфеля – 22%, стандартное отклонение доходности рыночного портфеля – 14%. Определить ожидаемую доходность портфеля, стандартное отклонение доходности которого составляет 25% .

### **Задача 5.2.**

Ставка без риска равна 8%, ожидаемая доходность рыночного портфеля – 22%, стандартное отклонение доходности рыночного портфеля – 14%. Определить ожидаемую доходность портфеля, стандартное отклонение доходности которого составляет 25% .

**Решение.**

$$E(r_i) = 8\% + \frac{25\%}{14\%} [22\% - 8\%] = 33\%.$$

**Вопрос 5.3.**

Какой показатель служит для измерения рыночного риска?

**Вопрос 5.3.**

Какой показатель служит для измерения рыночного риска?

**Ответ.**

Рыночный риск измеряется с помощью коэффициента бета.

#### **Вопрос 5.4.**

Что представляет собой коэффициент бета?

**Вопрос 5.4.**

Что представляет собой коэффициент бета?

**Ответ.**

Коэффициент бета представляет собой угловой коэффициент наклона линии регрессии доходности актива на доходность рыночного индекса.



**Вопрос 5.5.**

Что показывает коэффициент бета?

**Вопрос 5.5.**

Что показывает коэффициент бета?

**Ответ.**

Коэффициент бета показывает зависимость между доходностью актива и доходностью рынка (рыночного индекса). Он говорит о том, в какой степени доходность актива (и соответственно его цена) будет реагировать на действие рыночных сил.

### **Задача 5.6.**

Стандартное отклонение доходности рыночного индекса равно 25%, ковариация доходности рыночного индекса с доходностью акции компании  $A$  составляет 340. Определить коэффициент бета акции  $A$  относительно рыночного индекса.

### Задача 5.6.

Стандартное отклонение доходности рыночного индекса равно 25%, ковариация доходности рыночного индекса с доходностью акции компании  $A$  составляет 340. Определить коэффициент бета акции  $A$  относительно рыночного индекса.

#### Решение.

Бета  $i$ -го актива определяется по формуле:

$$\beta_i = \frac{\text{COV}_{im}}{\sigma_m^2}, \quad (5.2)$$

где  $\beta_i$  – бета  $i$ -го актива;

$\sigma_m^2$  – дисперсия доходности рыночного индекса;

$\text{COV}_{im}$  – ковариация доходности рыночного индекса с доходностью акции  $i$ -й компании.

Согласно (5.2) бета акции компании  $A$  составляет:

$$\beta_A = \frac{340}{25^2} = 0,544.$$

**Задача 5.7.**

Доходность акции компании  $A$  и рыночного портфеля за девять лет представлены в таблице:

Годы	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Доходность $A$	3	-2	-1	2	6	5	8	10	12
Доходность рыночного портфеля	5	-4	-2	4	9	7	12	14	15

Определить коэффициент бета акции относительно рыночного портфеля на основе смещенных оценок. Как можно интерпретировать полученный результат?

**Задача 5.7.**

Доходность акции компании  $A$  и рыночного портфеля за девять лет представлены в таблице:

Годы	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Доходность $A$	3	-2	-1	2	6	5	8	10	12
Доходность рыночного портфеля	5	-4	-2	4	9	7	12	14	15

Определить коэффициент бета акции относительно рыночного портфеля на основе смещенных оценок. Как можно интерпретировать полученный результат?

**Решение.**

Выборочная дисперсия доходности рыночного портфеля равна:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (r_i - \bar{r})^2}{n} = 39,56.$$

Коэффициент выборочной ковариации доходностей акции и портфеля равен:

$$\text{cov}_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n (r_{x_i} - \bar{r}_x)(r_{y_i} - \bar{r}_y)}{n} = 27,93.$$

Согласно (5.2) коэффициент бета акции составляет:

$$\beta_A = \frac{27,93}{39,56} = 0,706.$$

Полученный результат говорит о том, что если в следующем году доходность рыночного портфеля вырастет на 1%, то инвестор вправе ожидать роста доходности акции в среднем на 0,706%.

### **Задача 5.8.**

Стандартное отклонение доходности рыночного индекса равно 25%, доходности акции компании  $A$  – 20%, коэффициент корреляции между доходностями рыночного индекса и акции  $A$  составляет 0,68. Определить коэффициент бета акции  $A$  относительно рыночного индекса.

### Задача 5.8.

Стандартное отклонение доходности рыночного индекса равно 25%, доходности акции компании  $A$  – 20%, коэффициент корреляции между доходностями рыночного индекса и акции  $A$  составляет 0,68. Определить коэффициент бета акции  $A$  относительно рыночного индекса.

#### Решение.

Бета  $i$ -го актива определяется по формуле:

$$\beta_i = \frac{\sigma_i}{\sigma_m} \text{corr}_{im}, \quad (5.3)$$

где  $\sigma_i$  – стандартное отклонение доходности  $i$ -го актива;

$\sigma_m$  – дисперсия доходности рыночного индекса;

$\text{corr}_{im}$  – корреляция доходности рыночного индекса с доходностью акции  $i$ -й компании.

Бета акции компании  $A$  составляет:

$$\beta_A = \frac{20}{25} 0,68 = 0,544.$$



**Задача 5.9.**

Портфель состоит из акций компаний  $A$ ,  $B$  и  $C$ . Уд. веса активов в портфеле и беты акций относительно рыночного индекса равны:  $\theta_A = 0,5$ ,  $\theta_B = 0,3$ ,  $\theta_C = 0,2$ ,  $\beta_A = 0,8$ ,  $\beta_B = 1,1$  и  $\beta_C = 1,3$ . Определить бету портфеля.

**Задача 5.9.**

Портфель состоит из акций компаний *A*, *B* и *C*. Уд. веса активов в портфеле и беты акций относительно рыночного индекса равны:  $\theta_A = 0,5$ ,  $\theta_B = 0,3$ ,  $\theta_C = 0,2$ ,  $\beta_A = 0,8$ ,  $\beta_B = 1,1$  и  $\beta_C = 1,3$ . Определить бету портфеля.

**Решение.**

Бета портфеля определяется по формуле:

$$\beta_p = \sum_{i=1}^n \theta_i \beta_i. \quad (5.4)$$

Согласно (5.4) бета портфеля равна:

$$\beta_p = 0,5 \cdot 0,8 + 0,3 \cdot 1,1 + 0,2 \cdot 1,3 = 0,99.$$

**Задача 5.10.**

Ставка без риска равна 10%, ожидаемая доходность рыночного портфеля – 20%, бета акции компании  $A$  относительно рыночного портфеля – 1,2. Определить ожидаемую доходность акции.

### Задача 5.10.

Ставка без риска равна 10%, ожидаемая доходность рыночного портфеля – 20%, бета акции компании  $A$  относительно рыночного портфеля – 1,2. Определить ожидаемую доходность акции.

#### Решение.

Ожидаемая доходность акции определяется с помощью уравнения *SML*:

$$E(r_i) = r_f + \beta_i [E(r_m) - r_f], \quad (5.5)$$

где  $\beta_i$  – бета  $i$ -й акции, для которой определяется уровень ожидаемой доходности;

$E(r_i)$  – ожидаемая доходность  $i$ -й акции;

$\sigma_m$  – риск рыночного портфеля;

$E(r_m)$  – ожидаемая доходность рыночного портфеля.

Ожидаемая доходность акции равна:

$$E(r_A) = 10 + 1,2(20 - 10) = 22\%.$$

### **Задача 5.11.**

Ожидаемая доходность рыночного портфеля равна 20% , ставка без риска 8% годовых. Коэффициент бета акции компании  $A$  относительно рыночного портфеля составляет 1,3. На акцию был выплачен годовой дивиденд в размере 5 руб. В последние годы ежегодный темп прироста дивиденда равен 4%. Определить цену акции.

### **Задача 5.11.**

Ожидаемая доходность рыночного портфеля равна 20% , ставка без риска 8% годовых. Коэффициент бета акции компании *A* относительно рыночного портфеля составляет 1,3. На акцию был выплачен годовой дивиденд в размере 5 руб. В последние годы ежегодный темп прироста дивиденда равен 4%. Определить цену акции.

### **Решение.**

На основе уравнения *SML* определяем ожидаемую доходность (ставку дисконтирования), соответствующую риску инвестирования в акции компании *A*:

$$E(r_A) = 8 + 1,3(20 - 8) = 23,6\%.$$

Цена акции равна:

$$P_A = \frac{5(1 + 0,04)}{0,236 - 0,04} = 26,53 \text{ руб.}$$

### **Задача 5.12.**

Ожидаемая доходность рыночного портфеля равна 20% , ставка без риска 10% годовых. Коэффициент бета акции компании *A* относительно рыночного портфеля составляет 1,2, компании *B* – 1,4, компании *C* – 0,8. Уд. веса акций в портфеле составляют:  $\theta_A = 0,5$  ,  $\theta_B = 0,3$  ,  $\theta_C = 0,2$  . Определить ожидаемую доходность портфеля.

### **Задача 5.12.**

Ожидаемая доходность рыночного портфеля равна 20% , ставка без риска 10% годовых. Коэффициент бета акции компании *A* относительно рыночного портфеля составляет 1,2, компании *B* – 1,4, компании *C* – 0,8. Уд. веса акций в портфеле составляют:  $\theta_A = 0,5$  ,  $\theta_B = 0,3$  ,  $\theta_C = 0,2$  . Определить ожидаемую доходность портфеля.

#### **Решение.**

Согласно (5.4) бета портфеля равна:

$$\beta_p = 0,5 \cdot 1,2 + 0,3 \cdot 1,4 + 0,2 \cdot 0,8 = 1,18.$$

Ожидаемая доходность портфеля составляет:

$$E(r_p) = 10 + 1,18(20 - 10) = 21,8\%.$$



### **Задача 5.13.**

Ожидаемая доходность рыночного портфеля 20%, ставка без риска 10% годовых. Коэффициент бета акции компании *A* относительно рыночного портфеля составляет 1,2, компании *B* – 0,8. Цена акции *A* равна 15 руб., *B* – 23 руб. Инвестор ожидает, что через год цена акции *A* составит 19 руб., акции *B* – 26,5 руб. Дивиденды по акциям не выплачиваются. Определить, какая из акций по мнению инвестора переоценена, а какая недооценена.

### Задача 5.13.

Ожидаемая доходность рыночного портфеля 20%, ставка без риска 10% годовых. Коэффициент бета акции компании *A* относительно рыночного портфеля составляет 1,2, компании *B* – 0,8. Цена акции *A* равна 15 руб., *B* – 23 руб. Инвестор ожидает, что через год цена акции *A* составит 19 руб., акции *B* – 26,5 руб. Дивиденды по акциям не выплачиваются. Определить, какая из акций по мнению инвестора переоценена, а какая недооценена.

#### Решение.

Согласно уравнению *SML* равновесные ожидаемые доходности акций равны:

$$E(r_A) = 10 + 1,2(20 - 10) = 22\%,$$

$$E(r_B) = 10 + 0,8(20 - 10) = 18\%.$$

Действительные ожидаемые доходности акций на основе прогнозов инвестора стоимости акций через год составляют:

$$\bar{r}_A = \frac{19}{15} - 1 = 26,67\%,$$

$$\bar{r}_B = \frac{26,5}{23} - 1 = 15,22\%.$$

Действительная ожидаемая доходность акции *A* больше равновесной, поэтому акция недооценена. Действительная ожидаемая доходность акции *B* меньше равновесной, поэтому акция переоценена.

### **Задача 5.14.**

Ожидаемая доходность рыночного портфеля 20%, ставка без риска 10% годовых. Коэффициент бета акции компании  $A$  относительно рыночного портфеля равен 1,3. Цена акции  $A$  15 руб. Инвестор ожидает, что через год цена акции составит 17,2 руб., и на акцию будет выплачен дивиденд в 1 руб. Определить, стоит ли инвестору купить акцию  $A$ .

### Задача 5.14.

Ожидаемая доходность рыночного портфеля 20%, ставка без риска 10% годовых. Коэффициент бета акции компании  $A$  относительно рыночного портфеля равен 1,3. Цена акции  $A$  15 руб. Инвестор ожидает, что через год цена акции составит 17,2 руб., и на акцию будет выплачен дивиденд в 1 руб. Определить, стоит ли инвестору купить акцию  $A$ .

#### Решение.

Согласно уравнению  $SML$  равновесная ожидаемая доходность акции равна:

$$E(r_A) = 10 + 1,3(20 - 10) = 23\%.$$

Действительная ожидаемая доходность акции на основе прогнозов инвестора составляет:

$$\bar{r}_A = \frac{17,2 + 1}{15} - 1 = 21,33\%.$$

Действительная ожидаемая доходность акции меньше равновесной, поэтому бумага переоценена. Следовательно, ее не стоит покупать, так как цена ее должна упасть.

В таблице представлены доходности бумаг *A* и *B* и рыночного индекса за пять лет:

<i>A</i>	15	18	10	3	-10
<i>B</i>	8	11	7	4	-4
Индекс	10	12	9	5	-6

Написать уравнение *SML* для бумаг *A* и *B* относительно рыночного индекса, если ставка без риска равна 10% годовых. Определить ожидаемые доходности бумаг в следующем году, если доходность индекса составит 15%. В расчетах использовать выборочные дисперсии и ковариации.

В таблице представлены доходности бумаг *A* и *B* и рыночного индекса за пять лет:

<i>A</i>	15	18	10	3	-10
<i>B</i>	8	11	7	4	-4
Индекс	10	12	9	5	-6

Написать уравнение *SML* для бумаг *A* и *B* относительно рыночного индекса, если ставка без риска равна 10% годовых. Определить ожидаемые доходности бумаг в следующем году, если доходность индекса составит 15%. В расчетах использовать выборочные дисперсии и ковариации.

**Решение.**

Согласно (4.1) выборочная дисперсия доходности рыночного портфеля равна  $\sigma_m^2 = 41,2$ . Согласно (4.9) коэффициенты выборочной ковариации доходностей акции *A* и *B* и рыночного портфеля соответственно равны  $\text{cov}_{Am} = 63$  и  $\text{cov}_{Bm} = 32,6$ . Согласно (5.2) коэффициенты бета акций составляют  $\beta_A = 1,529$ ,  $\beta_B = 0,791$ . Согласно (5.5) уравнения *SML* бумаг *A* и *B* имеют вид:

$$E(r_A) = 10 + 1,529[E(r_m) - 10],$$

$$E(r_B) = 10 + 0,791[E(r_m) - 10].$$

Ожидаемые доходности бумаг в следующем году для доходности индекса 15% составят:

$$E(r_A) = 10 + 1,529[15 - 10] = 17,645\%,$$

$$E(r_B) = 10 + 0,791[15 - 10] = 13,955\%.$$

В таблице представлены доходности бумаг *A* и *B* и рыночного индекса за пять лет:

A	19	12	2	-1	-10
B	8	9	7	6	1
Индекс	15	11	4	3	-4

Ставка без риска равна 8% годовых. Определить на основе уравнений *SML* ожидаемые доходности бумаг *A* и *B* в следующем году, если доходность индекса составит 10%. В расчетах использовать выборочные дисперсии и ковариации.

В таблице представлены доходности бумаг *A* и *B* и рыночного индекса за пять лет:

A	19	12	2	-1	-10
B	8	9	7	6	1
Индекс	15	11	4	3	-4

Ставка без риска равна 8% годовых. Определить на основе уравнений *SML* ожидаемые доходности бумаг *A* и *B* в следующем году, если доходность индекса составит 10%. В расчетах использовать выборочные дисперсии и ковариации.

**Решение.**

Уравнения *SML* акций *A* и *B* имеют вид:

$$E(r_A) = 8 + 1,528[E(r_m) - 8] ,$$

$$E(r_B) = 8 + 0,371[E(r_m) - 8] .$$

Ожидаемые доходности бумаг в следующем году для доходности индекса 10% составят:

$$E(r_A) = 8 + 1,528[10 - 8] = 11,056% ,$$

$$E(r_B) = 8 + 0,371[10 - 8] = 8,742% .$$



По оценкам инвестора равновесная ожидаемая доходность акции компании  $A$  равна 25%, действительная ожидаемая доходность акции – 30%. Определить альфу акции. О чем говорит альфа данной акции?

По оценкам инвестора равновесная ожидаемая доходность акции компании  $A$  равна 25%, действительная ожидаемая доходность акции – 30%. Определить альфу акции. О чем говорит альфа данной акции?

**Решение.**

Альфа акции определяется по формуле:

$$\alpha_i = \bar{r}_i - E(r_i) , \quad (5.6)$$

где  $E(r_i)$  – равновесная ожидаемая доходность  $i$ -й акции;

$\bar{r}_i$  – действительная ожидаемая доходность  $i$ -й акции.

Согласно (5.6) альфа акции  $A$  равна:

$$\alpha_A = 30 - 25 = 5.$$

Положительное значение альфы говорит о том, что акция  $A$  недооценена.

По оценкам инвестора равновесная ожидаемая доходность акции компании  $A$  равна 25%, действительная ожидаемая доходность акции – 20%. Определить альфу акции. О чем говорит альфа данной акции?

По оценкам инвестора равновесная ожидаемая доходность акции компании  $A$  равна 25%, действительная ожидаемая доходность акции – 20%. Определить альфу акции. О чем говорит альфа данной акции?

**Решение.**

Согласно (5.6) альфа акции  $A$  равна:

$$\alpha_A = 20 - 25 = -5.$$

Отрицательное значение альфы говорит о том, что акция  $A$  переоценена.

Ожидаемая доходность рыночного портфеля 15%, ставка без риска 5%. Коэффициент бета акции компании  $A$  относительно рыночного портфеля равен 1,1. Альфа акции равна 0,4. Определить действительную ожидаемую доходность акции.

Ожидаемая доходность рыночного портфеля 15%, ставка без риска 5%. Коэффициент бета акции компании  $A$  относительно рыночного портфеля равен 1,1. Альфа акции равна 0,4. Определить действительную ожидаемую доходность акции.

**Решение.**

Согласно *SML* равновесная ожидаемая доходность акции  $A$  равна:

$$E(r_A) = 5 + 1,1(15 - 5) = 16\%.$$

На основании (5.6) действительная ожидаемая доходность акции составляет:

$$\bar{r}_i = E(r_A) + \alpha_A = 16 + 0,4 = 16,4\%.$$

Уд. веса первой, второй и третьей акций в портфеле соответственно равны 20%, 35% и 45%. Альфа первой акции 0,3, второй минус 0,15, третьей 0,4. Определить альфу портфеля.

Уд. веса первой, второй и третьей акций в портфеле соответственно равны 20%, 35% и 45%. Альфа первой акции 0,3, второй минус 0,15, третьей 0,4. Определить альфу портфеля.

**Решение.**

Альфа портфеля определяется как средневзвешенная альфа бумаг, входящих в портфель:

$$\alpha_p = 0,2 \cdot 0,3 + 0,35 \cdot (-0,15) + 0,45 \cdot 0,4 = 0,1875.$$



Портфель состоит из трех акций. Альфа первой акции равна 2, второй – 0,3, альфа портфеля равна 0,69. Уд. вес первой акции в портфеле 50%, второй 30%. Ставка без риска составляет 10%, ожидаемая доходность рыночного портфеля 20%, бета первой акции 1,5, второй 1,2, третьей 0,8. Определить действительную ожидаемую доходность третьей акции.

Портфель состоит из трех акций. Альфа первой акции равна 2, второй – 0,3, альфа портфеля равна 0,69. Уд. вес первой акции в портфеле 50%, второй 30%. Ставка без риска составляет 10%, ожидаемая доходность рыночного портфеля 20%, бета первой акции 1,5, второй 1,2, третьей 0,8. Определить действительную ожидаемую доходность третьей акции.

**Решение.**

Равновесная ожидаемая доходность третьей акции равна:

$$E(r_3) = 10 + 0,8(20 - 10) = 18\%.$$

Альфа третьей бумаги составляет:

$$\alpha_3 = \frac{0,69 - 0,5 \cdot 2 - 0,3 \cdot 0,3}{0,2} = -2.$$

Действительная ожидаемая доходность третьей акции равна:

$$\bar{r}_3 = 18 - 2 = 16\%.$$

**Примечание.**

Для решения задачи не требовалось знание значений беты первой и второй акций. Они были приведены для усложнения условий задачи.

В таблице представлены доходности бумаги  $A$  и рыночного индекса за пять лет:

$A$	13	20	14	7	5
Индекс	10	12	9	5	-6

Написать уравнение рыночной модели в представлении Трейнора для бумаги  $A$  относительно рыночного индекса. В расчетах использовать выборочные дисперсии, стандартные отклонения, ковариации и корреляции.

В таблице представлены доходности бумаги  $A$  и рыночного индекса за пять лет:

$A$	13	20	14	7	5
Индекс	10	12	9	5	-6

Написать уравнение рыночной модели в представлении Трейнора для бумаги  $A$  относительно рыночного индекса. В расчетах использовать выборочные дисперсии, стандартные отклонения, ковариации и корреляции.

**Решение.**

Рыночная модель в представлении Трейнора имеет вид:

$$r_i = \gamma_i + \beta_i r_m + \varepsilon_i, \quad (5.7)$$

где  $r_m$  – доходность рыночного индекса;

$\beta_i$  – коэффициент бета  $i$ -го актива.

$\gamma_i$  – ожидаемая доходность  $i$ -го актива при отсутствии влияния на него рыночных факторов, она является константой;

$\varepsilon_i$  – случайная величина (ошибка), ее среднее значение равно нулю, дисперсия постоянна, ковариация с доходностью рыночного индекса равна нулю; ковариация с нерыночным компонентом доходности других активов равна нулю.

Бета  $i$ -й бумаги определяется по формулам (5.2) или (5.3). Бета бумаги  $A$  равна  $\beta_A = 0,7136$ .

Гамма  $i$ -й бумаги определяется по формуле:

$$\gamma_i = \bar{r}_i - \beta_i \bar{r}_m, \quad (5.8)$$

где  $\bar{r}_i$  – средняя доходность  $i$ -го актива за предыдущие периоды времени;

$\bar{r}_m$  – средняя доходность рыночного индекса за предыдущие периоды времени.

В таблице представлены доходности бумаги  $A$  и рыночного индекса за пять лет:

$A$	13	20	14	7	5
Индекс	10	12	9	5	-6

Написать уравнение рыночной модели в представлении Трейнора для бумаги  $A$  относительно рыночного индекса. В расчетах использовать выборочные дисперсии, стандартные отклонения, ковариации и корреляции.

Средняя доходность бумаги  $A$  и рыночного индекса за предыдущие периоды времени составляют:

$$\bar{r}_A = \frac{13 + 20 + 14 + 7 - 5}{5} = 11,8\% ,$$

$$\bar{r}_m = \frac{10 + 12 + 9 + 5 - 6}{5} = 6\% .$$

Гамма бумаги согласно формуле (5.8) равна:

$$\gamma_A = 11,8 - 0,7136 \cdot 6 = 7,5184\% .$$

Уравнение рыночной модели бумаги  $A$  имеет вид:

$$r_A = 7,5184 + 0,7136 r_m + \varepsilon_A .$$

В таблице представлены доходности бумаги  $A$  и рыночного индекса за пять лет:

$A$	12	18	12	6	4
Индекс	9	11	7	4	-3

Написать уравнение рыночной модели для бумаги  $A$  относительно рыночного индекса. В расчетах использовать выборочные дисперсии, стандартные отклонения и ковариации.

В таблице представлены доходности бумаги  $A$  и рыночного индекса за пять лет:

А	12	18	12	6	4
Индекс	9	11	7	4	-3

Написать уравнение рыночной модели для бумаги  $A$  относительно рыночного индекса. В расчетах использовать выборочные дисперсии, стандартные отклонения и ковариации.

**Решение.**

Бета бумаги  $A$  согласно формуле (5.2) равна  $\beta_A = 0,9295$ .

Гамма  $i$ -й бумаги согласно формуле (5.8) составляет  $\gamma_A = 5,195$ .

Уравнение рыночной модели бумаги  $A$  имеет вид:

$$r_A = 5,195 + 0,9295r_m + \varepsilon_A.$$

На основе рыночной модели разделить весь риск актива на рыночный и нерыночный.



На основе рыночной модели разделить весь риск актива на рыночный и нерыночный.

**Решение.**

На основе модели:

$$r_i = \gamma_i + \beta_i r_m + \varepsilon_i$$

дисперсия доходности  $i$ -го актива равна:

$$\sigma_i^2 = \text{var}(r_i) = \text{var}(\gamma_i + \beta_i r_m + \varepsilon_i) = \beta_i^2 \sigma_m^2 + 2\beta_i \text{cov}_{\varepsilon_i m} + \sigma_{\varepsilon_i}^2,$$

где  $\text{var}(\cdot)$  – дисперсия.

Так как  $\text{cov}_{\varepsilon_i m} = 0$ , то можно записать:

$$\sigma_i^2 = \beta_i^2 \sigma_m^2 + \sigma_{\varepsilon_i}^2, \quad (5.10)$$

где  $\beta_i^2 \sigma_m^2$  – рыночный риск актива;

$\sigma_{\varepsilon_i}^2$  – нерыночный риск актива.

Бета акции  $A$  равна 1,5, стандартное отклонение специфического риска акции – 5%, стандартное отклонение доходности рыночного портфеля – 10%. Определить весь риск актива, измеренный стандартным отклонением.

Бета акции  $A$  равна 1,5, стандартное отклонение специфического риска акции – 5%, стандартное отклонение доходности рыночного портфеля – 10%. Определить весь риск актива, измеренный стандартным отклонением.

**Решение.**

Согласно (5.10) дисперсия доходности акции  $A$  равна:

$$\sigma_A^2 = 1,5^2 \cdot 10^2 + 5^2 = 250.$$

Стандартное отклонение доходности составляет:  $\sqrt{250} = 15,81\%$ .

Рынок находится в равновесии. Средняя доходность акции  $A$  равна 10% годовых, средняя доходность рыночного портфеля составляет 12% годовых. Стандартное отклонение доходности акции  $A$  8%, рыночного портфеля 10%, коэффициент корреляции доходностей акции и рыночного портфеля 0,85. Определить величину ставки без риска.

Рынок находится в равновесии. Средняя доходность акции  $A$  равна 10% годовых, средняя доходность рыночного портфеля составляет 12% годовых. Стандартное отклонение доходности акции  $A$  8%, рыночного портфеля 10%, коэффициент корреляции доходностей акции и рыночного портфеля 0,85. Определить величину ставки без риска.

**Решение.**

Определяем коэффициенты  $\beta$  и  $\gamma$  акции для уравнения рыночной модели:

$$\beta_A = \frac{8}{10} \cdot 0,85 = 0,68, \quad \gamma_A = 10 - 0,68 \cdot 12 = 1,84.$$

Ожидаемая доходность актива на основе рыночной модели равна:

$$E(r_i) = \gamma_i + \beta_i E(r_m),$$

на основе модели *SAPM* она составляет:

$$E(r_i) = r_f + \beta_i [E(r_m) - r_f].$$

Приравняв уравнение модели Шарпа и *SAPM* и преобразовав, получим:

$$r_f = \frac{\gamma_i}{1 - \beta_i} = \frac{1,84}{1 - 0,85} = 5,75\%.$$

Стандартное отклонение рыночного портфеля равно 15%, стандартное отклонение широко диверсифицированного портфеля  $A$  – 12%, бета портфеля  $A$  0,8. Определить, является ли портфель  $A$  эффективным?

Весь риск портфеля аналогично формуле (5.10) можно разделить на рыночный и не рыночный:

$$\sigma_p^2 = \beta_p^2 \sigma_m^2 + \sigma_{\varepsilon_p}^2.$$

Если портфель эффективный, то не рыночный риск у него отсутствует.

Поэтому можно записать:  $\sigma_p^2 = \beta_p^2 \sigma_m^2$ . Отсюда:  $\beta_p = \frac{\sigma_p}{\sigma_m}$ .

Для портфеля  $A$  получаем:  $\beta_A = \frac{12}{15} = 0,8$ . Следовательно, портфель  $A$  является эффективным.