

Гітудова матемагичних моделей

Заняття №2

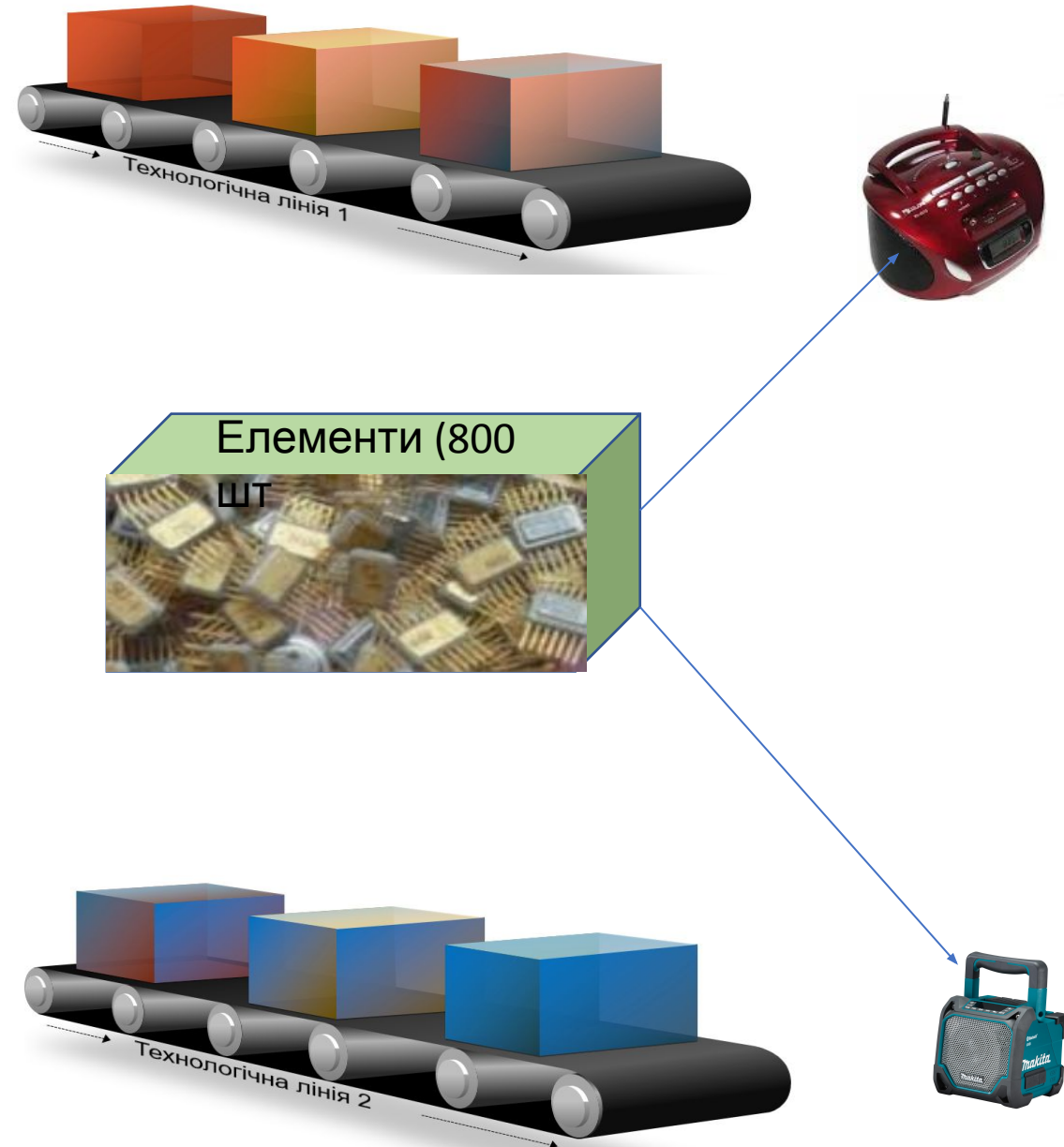


Домашнє завдання № 1.

Відповіді

Задача 1

- Підприємство випускає дві моделі радіоприймачів, причому кожна модель виробляється на окремій технологічній лінії. Добовий обсяг виробництва 1-ї лінії – 60 виробів, 2-ї лінії – 75 виробів. На радіоприймач 1-ї моделі витрачається 10 однотипних елементів, 2-ї моделі – 8 таких самих елементів. Максимальний добовий запас елементів – 800 шт. Прибуток від реалізації: 1-ї моделі – 30 грн., 2-ї моделі – 20 грн.
- **Визначити** оптимальні добові обсяги виробництва 1-ї та 2-ї моделей.



Задача 1

- Підприємство випускає дві моделі радіоприймачів, причому кожна модель виробляється на окремій технологічній лінії. Добовий обсяг виробництва 1-ї лінії – 60 виробів, 2-ї лінії – 75 виробів. На радіоприймач 1-ї моделі витрачається 10 однотипних елементів, 2-ї моделі – 8 таких самих елементів. Максимальний добовий запас елементів – 800 шт. Прибуток від реалізації: 1-ї моделі – 30 грн., 2-ї моделі – 20 грн.
- **Визначити** оптимальні **добові обсяги виробництва 1-ї та 2-ї моделей.**

Задача 1

- Підприємство випускає дві моделі радіоприймачів, причому кожна модель виробляється на окремій технологічній лінії. Добовий обсяг виробництва 1-ї лінії – 60 виробів, 2-ї лінії – 75 виробів. На радіоприймач 1-ї моделі витрачається 10 однотипних елементів, 2-ї моделі – 8 таких самих елементів. Максимальний добовий запас елементів – 800 шт. Прибуток від реалізації: 1-ї моделі – 30 грн., 2-ї моделі – 20 грн.
- **Визначити** оптимальні **добові обсяги виробництва 1-ї та 2-ї моделей.**

Змінні

x_1 - добовий обсяг виробництва 1-ї моделі (шт.)

x_2 - добовий обсяг виробництва 2-ї моделі (шт.)

Задача 1

- Підприємство випускає дві моделі радіоприймачів, причому кожна модель виробляється на окремій технологічній лінії. Добовий обсяг виробництва 1-ї лінії – 60 виробів, 2-ї лінії – 75 виробів. На радіоприймач 1-ї моделі витрачається 10 однотипних елементів, 2-ї моделі – 8 таких самих елементів. Максимальний добовий запас елементів – 800 шт. **Прибуток від реалізації: 1-ї моделі – 30 грн., 2-ї моделі – 20 грн.**
- **Визначити оптимальні** добові обсяги виробництва 1-ї та 2-ї моделей.

Змінні

x_1 - добовий обсяг виробництва 1-ї моделі (шт.)

x_2 - добовий обсяг виробництва 2-ї моделі (шт.)

ЦФ

Задача 1

- Підприємство випускає дві моделі радіоприймачів, причому кожна модель виробляється на окремій технологічній лінії. Добовий обсяг виробництва 1-ї лінії – 60 виробів, 2-ї лінії – 75 виробів. На радіоприймач 1-ї моделі витрачається 10 однотипних елементів, 2-ї моделі – 8 таких самих елементів. Максимальний добовий запас елементів – 800 шт. **Прибуток від реалізації: 1-ї моделі – 30 грн., 2-ї моделі – 20 грн.**
- **Визначити оптимальні** добові обсяги виробництва 1-ї та 2-ї моделей.

Змінні

x_1 - добовий обсяг виробництва 1-ї моделі (шт.)

x_2 - добовий обсяг виробництва 2-ї моделі (шт.)

ЦФ

$z = 30x_1 + 20x_2 \rightarrow \max$ – максимізувати сумарний добовий прибуток (грн)

Задача 1

- Підприємство випускає дві моделі радіоприймачів, причому кожна модель виробляється на окремій технологічній лінії. **Добовий обсяг виробництва 1-ї лінії – 60 виробів, 2-ї лінії – 75 виробів.** На радіоприймач 1-ї моделі витрачається 10 однотипних елементів, 2-ї моделі – 8 таких самих елементів. Максимальний добовий запас елементів – 800 шт. Прибуток від реалізації: 1-ї моделі – 30 грн., 2-ї моделі – 20 грн.
- **Визначити** оптимальні добові обсяги виробництва 1-ї та 2-ї моделей.

Змінні

x_1 - добовий обсяг виробництва 1-ї моделі (шт.)

x_2 - добовий обсяг виробництва 2-ї моделі (шт.)

ЦФ

$z = 30x_1 + 20x_2 \rightarrow \max$ – максимізувати сумарний добовий прибуток (грн)

Обмеження

Задача 1

- Підприємство випускає дві моделі радіоприймачів, причому кожна модель виробляється на окремій технологічній лінії. **Добовий обсяг виробництва 1-ї лінії – 60 виробів, 2-ї лінії – 75 виробів.** На радіоприймач 1-ї моделі витрачається 10 однотипних елементів, 2-ї моделі – 8 таких самих елементів. Максимальний добовий запас елементів – 800 шт. Прибуток від реалізації: 1-ї моделі – 30 грн., 2-ї моделі – 20 грн.
- **Визначити** оптимальні добові обсяги виробництва 1-ї та 2-ї моделей.

Обмеження

$x_1 \leq 60$ – потужність 1-ї лінії (шт.)

$x_2 \leq 75$ - потужність 2-ї лінії (шт.)

ЦФ

$z = 30x_1 + 20x_2 \rightarrow \max$ – максимізувати сумарний добовий прибуток (грн)

Обмеження

$x_1 \leq 60$ – потужність 1-ї лінії (шт.)

$x_2 \leq 75$ - потужність 2-ї лінії (шт.)

Задача 1

- Підприємство випускає дві моделі радіоприймачів, причому кожна модель виробляється на окремій технологічній лінії. Добовий обсяг виробництва 1-ї лінії – 60 виробів, 2-ї лінії – 75 виробів. На радіоприймач 1-ї моделі витрачається 10 однотипних елементів, 2-ї моделі – 8 таких самих елементів. Максимальний добовий запас елементів – 800 шт. Прибуток від реалізації: 1-ї моделі – 30 грн., 2-ї моделі – 20 грн.
- **Визначити** оптимальні добові обсяги виробництва 1-ї та 2-ї моделей.

Змінні

x_1 - добовий обсяг виробництва 1-ї моделі (шт.)

x_2 - добовий обсяг виробництва 2-ї моделі (шт.)

ЦФ

$z = 30x_1 + 20x_2 \rightarrow \max$ – максимізувати сумарний добовий прибуток (грн)

Обмеження

$x_1 \leq 60$ – потужність 1-ї лінії (шт.)

$x_2 \leq 75$ - потужність 2-ї лінії (шт.)

$$10x_1 + 8x_2 \leq 800$$

$$x_1, x_2 \geq 0, \text{ цілі}$$

Задача 2

Процес виготовлення двох видів промислових виробів полягає у **послідовній** обробці кожного з них на трьох верстатах. Час використання кожного з верстатів – не більше 10 годин на добу. Час обробки і прибуток від продажу кожного з виробів наведені у табл.

Знайти оптимальні обсяги виробництва виробів кожного виду.

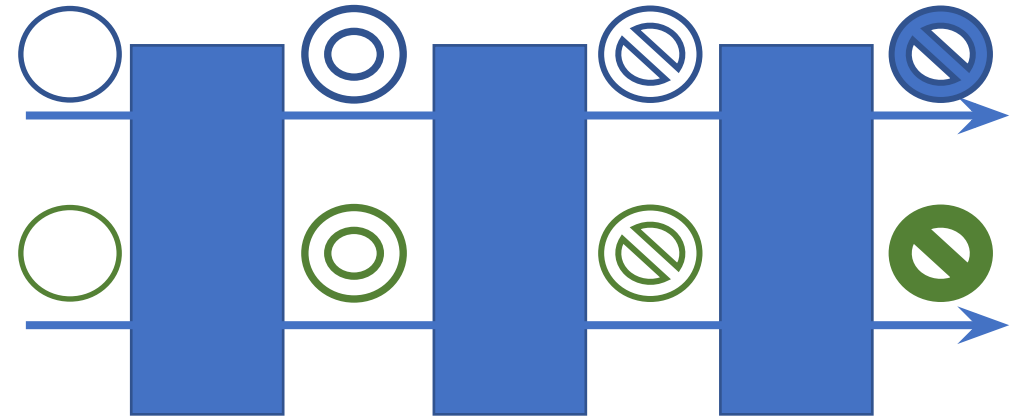
Виріб	Час обробки одного виробу, хв			Питомий прибуток, грн
	Верстат 1	Верстат 2	Верстат 3	
1	10	6	8	2
2	5	20	15	3

Задача 2

Процес виготовлення двох видів промислових виробів полягає у **послідовній** обробці кожного з них на трьох верстатах. Час використання кожного з верстатів – не більше 10 годин на добу. Час обробки і прибуток від продажу кожного з виробів наведені у табл.

Знайти оптимальні обсяги виробництва виробів кожного виду.

Виріб	Час обробки одного виробу, хв			Питомий прибуток, грн
	Верстат 1	Верстат 2	Верстат 3	
		1	2	
1	10	6	8	2
2	5	20	15	3



!!! Тільки після проходження УСІХ верстатів ми маємо на виході готовий виріб!

Задача 2

Процес виготовлення двох видів промислових виробів полягає у **послідовній** обробці кожного з них на трьох верстатах. Час використання кожного з верстатів – не більше 10 годин на добу. Час обробки і прибуток від продажу кожного з виробів наведені у табл.

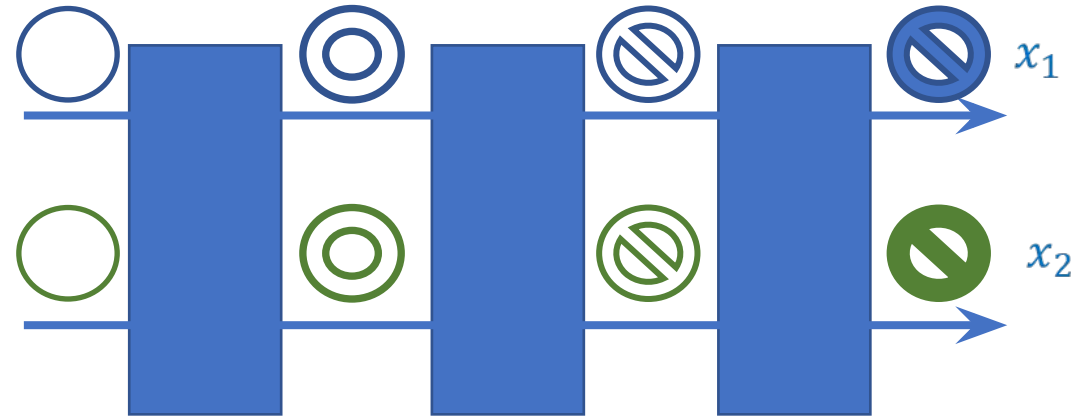
Знайти оптимальні обсяги виробництва виробів кожного виду.

Виріб	Час обробки одного виробу, хв			Питомий прибуток, грн
	Верстат 1	Верстат 2	Верстат 3	
1	10	6	8	2
2	5	20	15	3

Змінні

x_1 - добовий обсяг виробництва виробу 1-го виду (шт.)

x_2 - добовий обсяг виробництва виробу 2-го виду (шт.)



Задача 2

Процес виготовлення двох видів промислових виробів полягає у послідовній обробці кожного з них на трьох верстатах. **Час використання кожного з верстатів – не більше 10 годин на добу.** Час обробки і прибуток від продажу кожного з виробів наведені у табл.

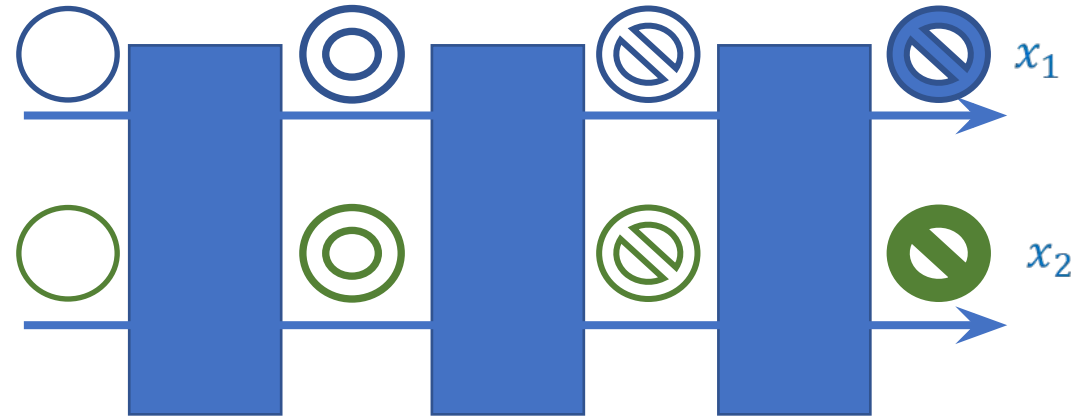
Знайти оптимальні обсяги виробництва виробів кожного виду

Виріб	Час обробки одного виробу, хв			Питомий прибуток, грн
	Верстат 1	Верстат 2	Верстат 3	
1	10	6	8	2
2	5	20	15	3

Змінні

x_1 - добовий обсяг виробництва виробу 1-го виду (шт.)

x_2 - добовий обсяг виробництва виробу 2-го виду (шт.)



Обмеження на фонд робочого часу верстатів:

$$10x_1 + 5x_2 \leq 600 \text{ (хв.) - верстат 1}$$

$$6x_1 + 20x_2 \leq 600 \text{ (хв.) - верстат 2}$$

$$8x_1 + 15x_2 \leq 600 \text{ (хв.) - верстат 3}$$

Задача 2

Процес виготовлення двох видів промислових **виробів** полягає у послідовній обробці кожного з них на трьох верстатах. Час використання кожного з верстатів – не більше 10 годин на добу. Час обробки і прибуток від продажу кожного з виробів наведені у табл.

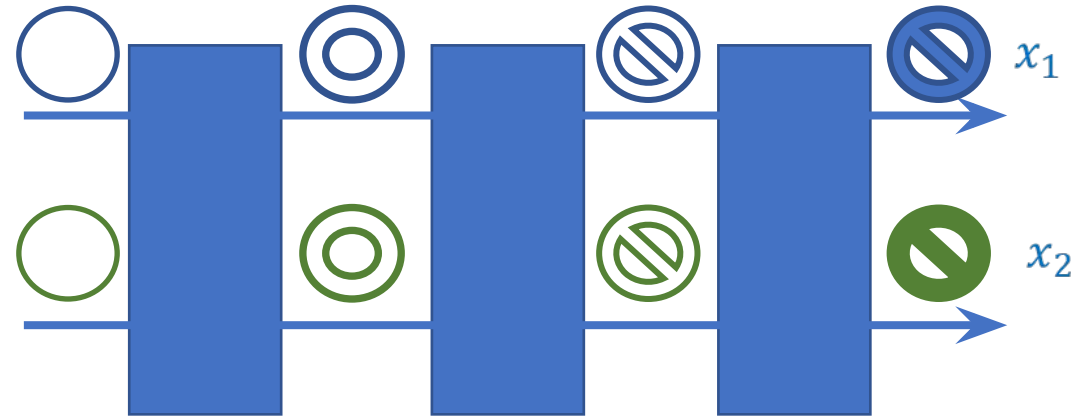
Знайти оптимальні обсяги виробництва виробів кожного виду

Виріб	Час обробки одного виробу, хв			Питомий прибуток, грн
	Верстат 1	Верстат 2	Верстат 3	
1	10	6	8	2
2	5	20	15	3

Змінні

x_1 - добовий обсяг виробництва виробу 1-го виду (шт.)

x_2 - добовий обсяг виробництва виробу 2-го виду(шт.)



Обмеження на фонд робочого часу верстатів:

$$10x_1 + 5x_2 \leq 600 \text{ (хв.) - верстат 1}$$

$$6x_1 + 20x_2 \leq 600 \text{ (хв.) - верстат 2}$$

$$8x_1 + 15x_2 \leq 600 \text{ (хв.) - верстат 3}$$

$$x_1, x_2 \geq 0, \text{ цілі}$$

Задача 2

Процес виготовлення двох видів промислових виробів полягає у послідовній обробці кожного з них на трьох верстатах. Час використання кожного з верстатів – не більше 10 годин на добу. Час обробки і прибуток від продажу кожного з виробів наведені у табл.

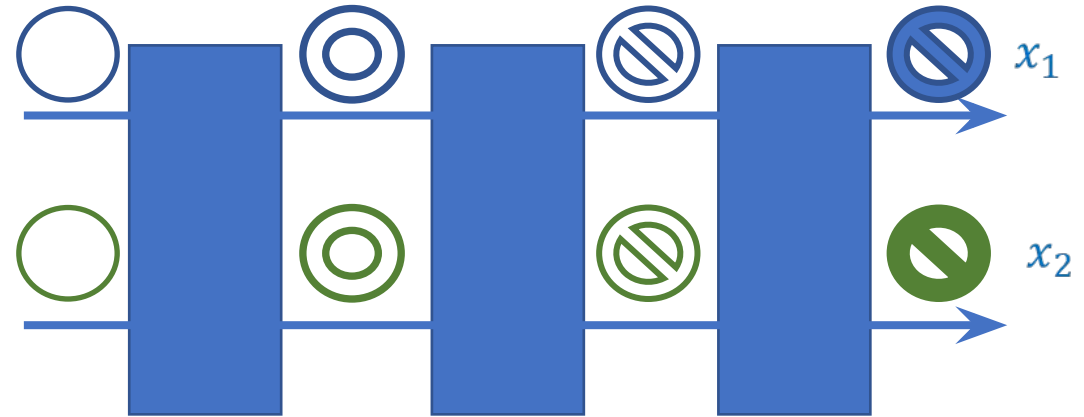
Знайти **оптимальні** обсяги виробництва виробів кожного виду

Виріб	Час обробки одного виробу, хв			Питомий прибуток, грн
	Верстат 1	Верстат 2	Верстат 3	
1	10	6	8	2
2	5	20	15	3

Змінні

x_1 - добовий обсяг виробництва виробу 1-го виду (шт.)

x_2 - добовий обсяг виробництва виробу 2-го виду (шт.)



Обмеження на фонд робочого часу верстатів:

$$10x_1 + 5x_2 \leq 600 \text{ (хв.) - верстат 1}$$

$$6x_1 + 20x_2 \leq 600 \text{ (хв.) - верстат 2}$$

$$8x_1 + 15x_2 \leq 600 \text{ (хв.) - верстат 3}$$

$$x_1, x_2 \geq 0, \text{ цілі}$$

ЦФ

$z = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$ – максимізувати сумарний добовий прибуток (грн)

Задача 3

Фірма має можливість рекламувати свою продукцію. Витрати на рекламу в її бюджеті обмежені величиною 1000 грн. на місяць.

Кожна хвилина радіореклами обходиться у 5 грн., телереклами – у 100 грн.

Фірма хотіла б використовувати радіомережу у 2 рази частіше ніж мережу телебачення.

Досвід показав, що обсяг збуту, котрий забезпечує кожна хвилина телереклами, у 25 разів більше від обсягу збуту, який забезпечується однією хвилиною радіореклами.

Визначити який час радіо- та телереклами забезпечує максимальний обсяг збуту продукції, що рекламується

Задача 3

Фірма має можливість рекламувати свою продукцію. Витрати на рекламу в її бюджеті обмежені величиною 1000 грн. на місяць.

Кожна хвилина радіореклами обходиться у 5 грн., телереклами – у 100 грн.

Фірма хотіла б використовувати радіомережу у 2 рази частіше ніж мережу телебачення.

Досвід показав, що обсяг збуту, котрий забезпечує кожна хвилина телереклами, у 25 разів більше від обсягу збуту, який забезпечується однією хвилиною радіореклами.

Визначити який час радіо- та телереклами забезпечує максимальний обсяг збуту продукції, що рекламується

Змінні

x_r - час радіореклами (хв.)

x_t - час телереклами (хв.)

Задача 3

Фірма має можливість рекламувати свою продукцію. **Витрати на рекламу в її бюджеті обмежені величиною 1000 грн. на місяць.**

Кожна хвилина радіореклами обходиться у 5 грн., телереклами – у 100 грн.

Фірма хотіла б використовувати радіомережу у 2 рази частіше ніж мережу телебачення.

Досвід показав, що обсяг збуту, котрий забезпечує кожна хвилина телереклами, у 25 разів більше від обсягу збуту, який забезпечується однією хвилиною радіореклами.

Визначити який час радіо- та телереклами забезпечує максимальний обсяг збуту продукції, що рекламується.

Змінні

x_r - час радіореклами (хв.)

x_t - час телереклами (хв.)

Обмеження:

$$5x_r + 100x_t \leq 1000 \text{ (грн)} - \text{вартість реклами}$$

Задача 3

Фірма має можливість рекламувати свою продукцію. Витрати на рекламу в її бюджеті обмежені величиною 1000 грн. на місяць.

Кожна хвилина радіореклами обходиться у 5 грн., телереклами – у 100 грн.

Фірма хотіла б використовувати радіомережу у 2 рази частіше ніж мережу телебачення.

Досвід показав, що обсяг збуту, котрий забезпечує кожна хвилина телереклами, у 25 разів більше від обсягу збуту, який забезпечується однією хвилиною радіореклами.

Визначити який час радіо- та телереклами забезпечує максимальний обсяг збуту продукції, що рекламується

Змінні

x_r - час радіореклами (хв.)

x_t - час телереклами (хв.)

Обмеження:

$5x_r + 100x_t \leq 1000$ (грн) - вартість реклами

Співвідношення часів радіо- та телереклами:

$$\frac{x_r}{x_t} = 2 \quad \equiv \quad x_r - 2x_t = 0$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Задача 1

- Підприємство випускає дві моделі радіоприймачів, причому кожна модель виробляється на окремій технологічній лінії. Добовий обсяг виробництва 1-ї лінії – 60 виробів, 2-ї лінії – 75 виробів. На радіоприймач 1-ї моделі витрачається 10 однотипних елементів, 2-ї моделі – 8 таких самих елементів. Максимальний добовий запас елементів – 800 шт. Прибуток від реалізації: 1-ї моделі – 30 грн., 2-ї моделі – 20 грн.
- **Визначити** оптимальні добові обсяги виробництва 1-ї та 2-ї моделей.

Змінні

x_1 - добовий обсяг виробництва 1-ї моделі (шт.)

x_2 - добовий обсяг виробництва 2-ї моделі (шт.)

ЦФ

$z = 30x_1 + 20x_2 \rightarrow \max$ – максимізувати сумарний добовий прибуток (грн)

Обмеження

$x_1 \leq 60$ – потужність 1-ї лінії (шт.)

$x_2 \leq 75$ - потужність 2-ї лінії (шт.)

$$10x_1 + 8x_2 \leq 800$$

Задача 3б

Фірма має можливість рекламувати свою продукцію. Витрати на рекламу в її бюджеті обмежені величиною 1000 грн. на місяць.

Кожна хвилина радіореклами обходиться у 5 грн., телереклами – у 100 грн.

Фірма хотіла б використовувати радіомережу у 2 рази частіше ніж мережу телебачення.

Досвід показав, що обсяг збуту, котрий забезпечує кожна хвилина телереклами, у 25 разів більше від обсягу збуту, який забезпечується однією хвилиною радіореклами.

Визначити оптимальний розподіл фінансових коштів між радіо- і телерекламою

Змінні

y_r - вартість радіореклами (грн.)

y_t - вартість телереклами (грн.)

Обмеження:

$$y_r + y_t \leq 1000 \text{ (грн)} - \text{вартість реклами}$$

Співвідношення часів радіо- та телереклами:

$$\frac{y_r/5}{y_t/100} = 2 \quad \equiv \quad 20y_r - y_t = 0$$

$$y_r, y_t \geq 0$$

ЦФ

максимізувати сумарний обсяг збуту

$$Vy_r/5 + 25Vy_t/100 \rightarrow \max$$

$$y_r = 5x_r$$

$$y_t = 100x_t$$

$$\frac{1}{5}y_r + \frac{1}{4}y_t \rightarrow \max$$

Задача 4

Фірма виготовляє два види продукції: **A** і **B**. Обсяг реалізації продукції виду **A** повинен бути не менше 60% від обсягу реалізації продукції обох видів. Для виготовлення продукції видів **A** і **B** використовується одна і та ж сировина, добовий запас якої обмежений величиною 100 фунтів. Витрати сировини на одиницю продукції виду **A** складають 2 фунти, а на одиницю продукції виду **B** – 4 фунти. Ціни продукції видів **A** і **B** дорівнюють 20 і 40 грн. відповідно.

Знайти оптимальні обсяги виробництва продукції кожного

Задача 4

Фірма виготовляє два види продукції: **A** і **B**. Обсяг реалізації продукції виду **A** повинен бути не менше 60% від обсягу реалізації продукції обох видів. Для виготовлення продукції видів **A** і **B** використовується одна і та ж сировина, добовий запас якої обмежений величиною 100 фунтів. Витрати сировини на одиницю продукції виду **A** складають 2 фунти, а на одиницю продукції виду **B** – 4 фунти. Ціни продукції видів **A** і **B** дорівнюють 20 і 40 грн. відповідно.

Знайти оптимальні **обсяги** виробництва продукції кожного

Змінні

x_A - обсяг виробництва продукції **A** (од.)

x_B - обсяг виробництва продукції **B** (од.)

$$2x_E + 1x_I \leq 8$$

Задача 4

Фірма виготовляє два види продукції: **A** і **B**. Обсяг реалізації продукції виду **A** повинен бути не менше 60% від обсягу реалізації продукції обох видів. Для виготовлення продукції видів **A** і **B** використовується одна і та ж сировина, добовий запас якої обмежений величиною 100 фунтів. Витрати сировини на одиницю продукції виду **A** складають 2 фунти, а на одиницю продукції виду **B** – 4 фунти. Ціни продукції видів **A** і **B** дорівнюють 20 і 40 грн. відповідно.

Знайти оптимальні обсяги виробництва продукції кожного

Змінні

x_A - обсяг виробництва продукції A (од.)

x_B - обсяг виробництва продукції B (од.)

ЦФ

$$z = 20x_A + 40x_B \rightarrow \max$$

максимізувати сумарну ціну продукції (грн)

Задача 4

Фірма виготовляє два види продукції: **A** і **B**. Обсяг реалізації продукції виду **A** повинен бути не менше 60% від обсягу реалізації продукції обох видів. Для виготовлення продукції видів **A** і **B** використовується одна і та ж сировина, добовий запас якої обмежений величиною 100 фунтів. Витрати сировини на одиницю продукції виду **A** складають 2 фунти, а на одиницю продукції виду **B** – 4 фунти. Ціни продукції видів **A** і **B** дорівнюють 20 і 40 грн. відповідно.

Знайти оптимальні обсяги виробництва продукції кожного

Змінні

x_A - обсяг виробництва продукції **A** (од.)

x_B - обсяг виробництва продукції **B** (од.)

ЦФ

$$z = 20x_A + 40x_B \rightarrow \max$$

максимізувати сумарну ціну продукції (грн)

Обмеження:

$$x_A \geq 0.6(x_A + x_B)$$

$$2x_E + 1x_I \leq 8$$

Задача 4

Фірма виготовляє два види продукції: **A** і **B**. Обсяг реалізації продукції виду **A** повинен бути не менше 60% від обсягу реалізації продукції обох видів. Для виготовлення продукції видів **A** і **B** використовується одна і та ж сировина, добовий запас якої обмежений величиною 100 фунтів. Витрати сировини на одиницю продукції виду **A** складають 2 фунти, а на одиницю продукції виду **B** – 4 фунти. Ціни продукції видів **A** і **B** дорівнюють 20 і 40 грн. відповідно.

Знайти оптимальні обсяги виробництва продукції кожного

Змінні

x_A - обсяг виробництва продукції **A** (од.)

x_B - обсяг виробництва продукції **B** (од.)

ЦФ

$$z = 20x_A + 40x_B \rightarrow \max$$

максимізувати сумарну ціну продукції (грн)

Обмеження:

$$x_A \geq 0.6(x_A + x_B)$$

$$2x_A + 4x_B \leq 100$$

$$x_A, x_B \geq 0$$

Задача 5

Фірма випускає ковбойські капелюхи двох фасонів.

Трудомісткість виготовлення капелюха фасону 1 вдвічі вища від трудомісткості виготовлення капелюха фасону 2. Якщо б фірма випускала тільки капелюхи фасону 1, добовий обсяг виробництва міг би складати 500 капелюхів.

Добовий обсяг збуту капелюхів обох фасонів обмежений діапазоном від 150 до 800 шт.

Прибуток від продажу капелюха фасону 1 складає 8 грн., а фасону 2 – 5 грн.

Визначити, яку кількість капелюхів кожного фасону треба виготовляти, щоб максимізувати прибуток

Задача 3а

Фірма має можливість рекламувати свою продукцію. Витрати на рекламу в її бюджеті обмежені величиною 1000 грн. на місяць.

Кожна хвилина радіореклами обходиться у 5 грн., телереклами – у 100 грн.

Фірма хотіла б використовувати радіомережу у 2 рази частіше ніж мережу телебачення.

Досвід показав, що обсяг збуту, котрий забезпечує кожна хвилина телереклами, у 25 разів більше від обсягу збуту, який забезпечується однією хвилиною радіореклами.

Визначити який час радіо- та телереклами забезпечує максимальний обсяг збуту продукції, що рекламується

Змінні

x_r - час радіореклами (хв.)

x_t - час телереклами (хв.)

Обмеження:

$5x_r + 100x_t \leq 1000$ (грн) - вартість реклами

Співвідношення часів радіо- та телереклами:

$$\frac{x_r}{x_t} = 2 \quad \equiv \quad x_r - 2x_t = 0$$

$$x_r, x_t \geq 0$$

ЦФ: максимізувати сумарний обсяг збуту
(V – обсяг збуту, який забезпечує одна хвилина РР)

$$Vx_r + 25Vx_t \rightarrow \max$$

$$1x_r + 25x_t \rightarrow \max$$

Задача 5

Фірма випускає ковбойські капелюхи двох фасонів.

Трудомісткість виготовлення капелюха фасону 1 вдвічі вища від трудомісткості виготовлення капелюха фасону 2. Якщо б фірма випускала тільки капелюхи фасону 1, добовий обсяг виробництва міг би складати 500 капелюхів.

Добовий обсяг збуту капелюхів обох фасонів обмежений діапазоном від 150 до 800 шт.

Прибуток від продажу капелюха фасону 1 складає 8 грн., а фасону 2 – 5 грн.

Визначити, яку кількість капелюхів кожного фасону треба виготовляти, щоб максимізувати прибуток

Змінні

x_1 - обсяг виробництва КФ1 (шт.)

x_2 - обсяг виробництва КФ2 (шт.)

Задача 5

Фірма випускає ковбойські капелюхи двох фасонів.

Трудомісткість виготовлення капелюха фасону 1 вдвічі вища від трудомісткості виготовлення капелюха фасону 2. Якщо б фірма випускала тільки капелюхи фасону 1, добовий обсяг виробництва міг би скласти 500 капелюхів.

Добовий обсяг збуту капелюхів обох фасонів обмежений діапазоном від 150 до 800 шт.

Прибуток від продажу капелюха фасону 1 складає 8 грн., а фасону 2 – 5 грн.

Визначити, яку кількість капелюхів кожного фасону треба виготовляти, щоб максимізувати прибуток

Змінні

x_1 - обсяг виробництва КФ1 (шт.)

x_2 - обсяг виробництва КФ2 (шт.)

ЦФ

$$z = 8x_1 + 5x_2 \rightarrow \max$$

максимізувати сумарний прибуток (грн)

Задача 5

Фірма випускає ковбойські капелюхи двох фасонів.

Трудомісткість виготовлення капелюха фасону 1 вдвічі вища від трудомісткості виготовлення капелюха фасону 2. Якщо б фірма випускала тільки капелюхи фасону 1, добовий обсяг виробництва міг би складати 500 капелюхів.

Добовий обсяг збуту капелюхів обох фасонів обмежений діапазоном від 150 до 800 шт.

Прибуток від продажу капелюха фасону 1 складає 8 грн., а фасону 2 – 5 грн.

Визначити, яку кількість капелюхів кожного фасону треба виготовляти, щоб максимізувати прибуток

Змінні

x_1 - обсяг виробництва КФ1 (шт.)

x_2 - обсяг виробництва КФ2 (шт.)

ЦФ

$$z = 8x_1 + 5x_2 \rightarrow \max$$

максимізувати сумарний прибуток (грн)

Обмеження на трудомісткість

Задача 5

Фірма випускає ковбойські капелюхи двох фасонів.

Трудомісткість виготовлення капелюха фасону 1 вдвічі вища від трудомісткості виготовлення капелюха фасону 2. Якщо б фірма випускала тільки капелюхи фасону 1, добовий обсяг виробництва міг би скласти 500 капелюхів.

Добовий обсяг збуту капелюхів обох фасонів обмежений діапазоном від 150 до 800 шт.

Прибуток від продажу капелюха фасону 1 складає 8 грн., а фасону 2 – 5 грн.

Визначити, яку кількість капелюхів кожного фасону треба виготовляти, щоб максимізувати прибуток

Змінні

x_1 - обсяг виробництва КФ1 (шт.)

x_2 - обсяг виробництва КФ2 (шт.)

ЦФ

$$z = 8x_1 + 5x_2 \rightarrow \max$$

максимізувати сумарний прибуток (грн)

Обмеження:

$$tx_1 + \frac{1}{2}tx_2 \leq 500t \quad \equiv \quad 1x_1 + \frac{1}{2}x_2 \leq 500$$

Задача 5

Фірма випускає ковбойські капелюхи двох фасонів.

Трудомісткість виготовлення капелюха фасону 1 вдвічі вища від трудомісткості виготовлення капелюха фасону 2. Якщо б фірма випускала тільки капелюхи фасону 1, добовий обсяг виробництва міг би скласти 500 капелюхів.

Добовий обсяг збуту капелюхів обох фасонів обмежений діапазоном від 150 до 800 шт.

Прибуток від продажу капелюха фасону 1 складає 8 грн., а фасону 2 – 5 грн.

Визначити, яку кількість капелюхів кожного фасону треба виготовляти, щоб максимізувати прибуток

Змінні

x_1 - обсяг виробництва КФ1 (шт.)

x_2 - обсяг виробництва КФ2 (шт.)

ЦФ

$$z = 8x_1 + 5x_2 \rightarrow \max$$

максимізувати сумарний прибуток (грн)

Обмеження:

$$tx_1 + \frac{1}{2}tx_2 \leq 500t \quad \equiv \quad x_1 + \frac{1}{2}x_2 \leq 500$$

$$150 \leq x_1 + x_2 \leq 800$$

$$x_1, x_2 \geq 0, \text{ цілі}$$

Практичне заняття №2

Фірма випускає вироби трьох типів.

.....

x_1, x_2, x_3

- Виробів 3-го типу повинно випускатися **не більше** b шт.
- Виробів 2-го типу повинно випускатися **не менше** d шт.
- Обсяг виробництва виробів 1-го типу повинен становити **щонайменше** k шт.
- Обсяг виробництва виробів 2-го типу повинен становити **принаймні** p шт.
- Виробів 3-го типу повинно бути **хоча б** q шт.

Обмеження на викорис:

- **Мінімально допустимий обсяг** використання ресурсу А становить 100 од.
- **Максимально допустимий обсяг** використання ресурсу Б становить 200 од.
- **Фонд робочого часу** верстату В становить 300 год.
- **Обсяг ресурсу Г** лімітовано 400 од
- **Запас ресурсу Д** становить 500 од.

Послідовна
обробка

VS

Паралельн
а обробка

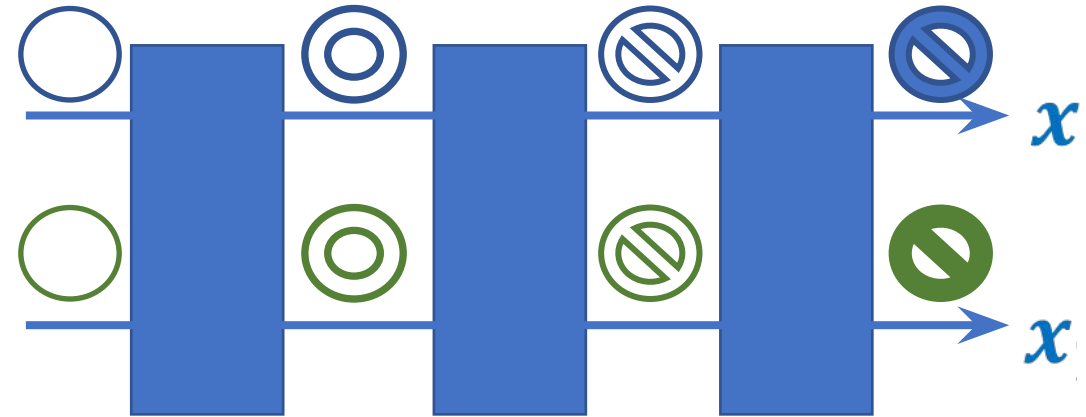
Задача 2

Процес виготовлення двох видів промислових виробів полягає у **послідовній обробці кожного з них на трьох верстатах.**

Час використання кожного з верстатів – не більше 10 годин на добу. Час обробки і прибуток від продажу кожного з виробів наведені у табл.

Знайти оптимальні обсяги виробництва виробів кожного виду.

Виріб	Час обробки одного виробу, хв			Питомий прибуток, грн
	Верстат			
	Верстат 1	Верстат 2	Верстат 3	
1	10	6	8	2
2	5	20	15	3



!!! Тільки після проходження УСІХ верстатів ми маємо на виході готовий виріб!

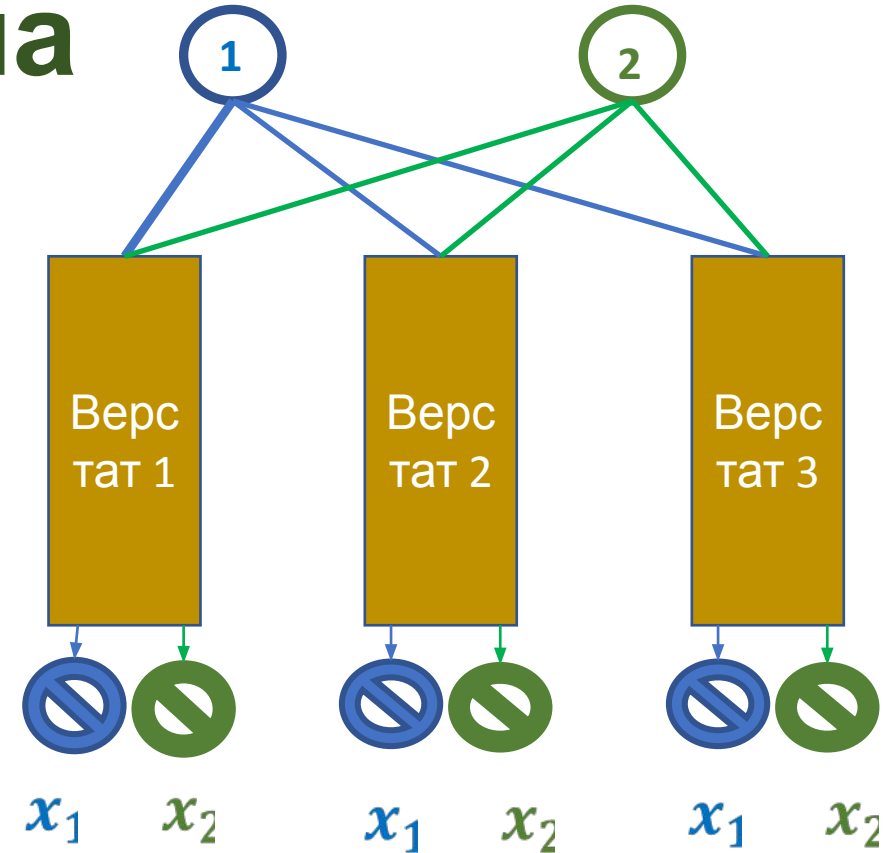
Задача 2 модифікована

Промислове підприємство виготовляє два вироби. Для цього використовуються три верстати (кожний з виробів може виготовлятися на кожному з верстатів).

Час використання кожного з верстатів – не більше 10 годин на добу. Час обробки і прибуток від продажу кожного з виробів наведені у табл.

Знайти оптимальні обсяги виробництва виробів кожного виду.

Виріб	Час обробки одного виробу, хв			Питомий прибуток, грн
	Верстат 1	Верстат 2	Верстат 3	
1	10	6	8	2
2	5	20	15	3



!!! Верстати працюють

паралельно!

Кожен з них (з різною продуктивністю) може обробляти **кожний** з виробів.

Змінні

Задача 2 модифікована

x_{ij} - обсяг виробництва виробів i -го виду на j -му верстаті (шт. = од.)

$$i = 1, 2 \quad j = 1, 2, 3$$

Промислове підприємство виготовляє два вироби. Для цього використовуються три верстати (кожний з виробів може виготовлятися на кожному з верстатів).

ЦФ

Час використання кожного з верстатів – не більше 10 годин на добу. Час обробки і прибуток від продажу кожного з виробів наведені у табл.

Обмеження

Знайти оптимальні обсяги виробництва виробів кожного виду.

Виріб	Час обробки одного виробу, хв			Питомий прибуток, грн
	ХВ			
	Верстат 1	Верстат 2	Верстат 3	
1	10	6	8	2
2	5	20	15	3

Змінні

x_{ijk} - обсяг виробництва деталей i -го виду на j -му верстаті k -м способом (шт.)

$$i = I, II, III, \quad j = 1, 2, 3 \quad k = 1, 2, 3$$

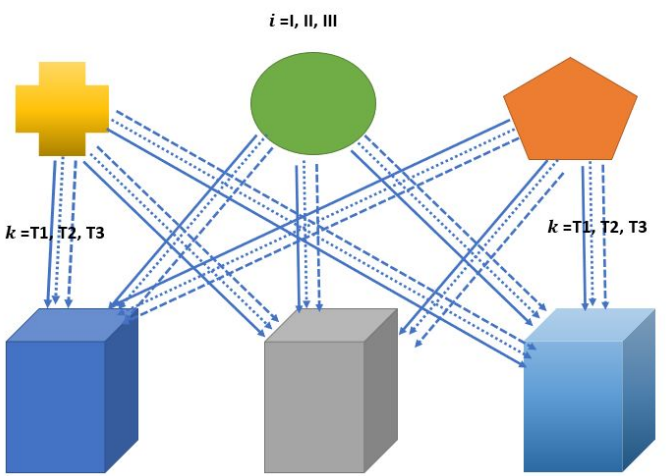
ЦФ Максимізувати сумарний прибуток

Задача 6а. Механічний завод при виготовленні трьох різних деталей I, II і III використовує верстати типу 1, 2 і 3. При цьому обробку кожної деталі можна вести трьома різними способами: T1, T2 і T3.

Норма часу при обробці деталі i ($i = I, II, III$) на верстаті j ($j = 1, 2, 3$) k -м технологічним способом ($k = T1, T2, T3$) складає n_{ijk} годин, а ресурси кожного з верстатів складають r_j ($j = 1, 2, 3$) верстато-годин.

Прибуток від продажу кожного виду виробу складає c_i ($i = I, II, III$) од. вартості.

Скласти план завантаження виробничих потужностей, **льний** прибуток.



СПОСІБ 1 Змінні

x_{ijk} - обсяг виробництва деталей i -го виду на j -му верстаті k -м способом (шт.) $i = I, II, III, j = 1, 2, 3 k = 1, 2, 3$

y – кількість комплектів

ЦФ

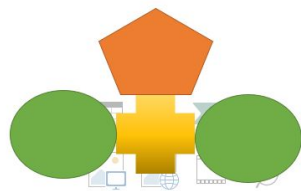
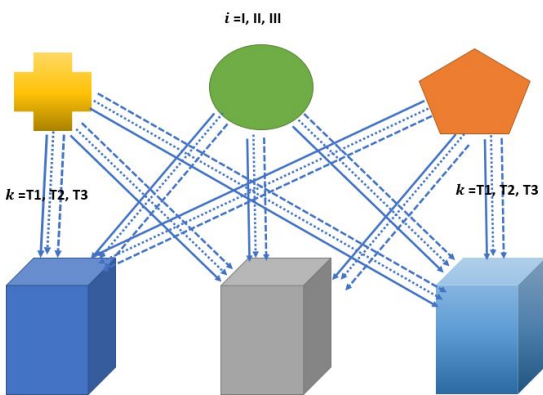
Максимізувати кількість комплектів

Задача 6б. Механічний завод при виготовленні трьох різних деталей I, II і III використовує верстати типу 1, 2 і 3. При цьому обробку кожної деталі можна вести трьома різними способами: T1, T2 і T3.

Норма часу при обробці деталі i ($i = I, II, III$) на верстаті j ($j = 1, 2, 3$) k -м технологічним способом ($k = T1, T2, T3$) складає n_{ijk} годин, а ресурси кожного з верстатів складають r_j ($j = 1, 2, 3$) верстато-годин.

Прибуток від продажу кожного виду виробу складає c_i ($i = I, II, III$) од. вартості.

Вважаючи, що між кількістю деталей, що виробляються, повинно виконуватися співвідношення комплектності 1:2:1, визначити виробничу програму, яка забезпечує виготовлення максимальної кількості комплектів.



Задача 6б. Механічний завод при виготовленні трьох різних деталей I, II і III використовує верстати типу 1, 2 і 3. При цьому обробку кожної деталі можна вести трьома різними способами: T1, T2 і T3.

Норма часу при обробці деталі i ($i = I, II, III$) на верстаті j ($j = 1, 2, 3$) k -м технологічним способом ($k = T1, T2, T3$) складає n_{ijk} годин, а ресурси кожного з верстатів складають r_j ($j = 1, 2, 3$) верстато-годин.

Прибуток від продажу кожного виду виробу складає c_i ($i = I, II, III$) од. вартості.

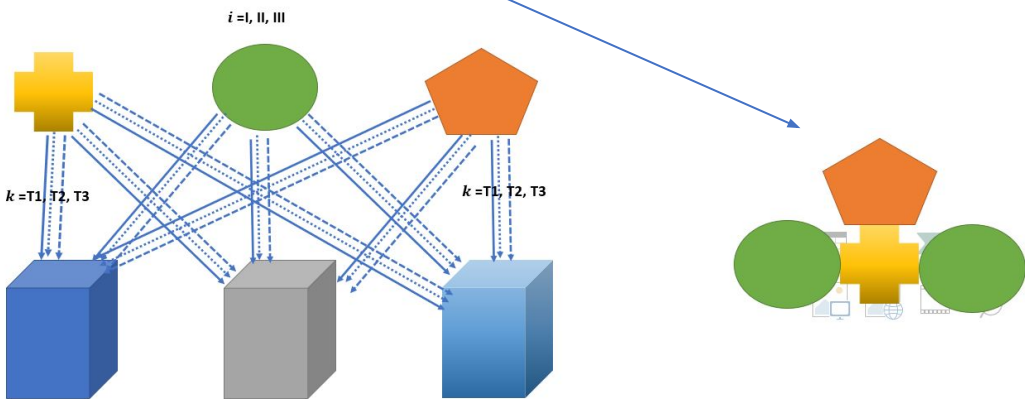
Вважаючи, що між кількістю деталей, що виробляються, повинно виконуватися співвідношення комплектності 1:2:1, визначити виробничу програму, яка забезпечує виготовлення максимальної кількості комплектів.

СПОСІБ 2 Змінні

x_{ijk} - обсяг виробництва деталей i -го виду на j -му верстаті k -м способом (шт.) $i = I, II, III, j = 1, 2, 3 k = 1, 2, 3$

ЦФ

Максимізувати кількість комплектів

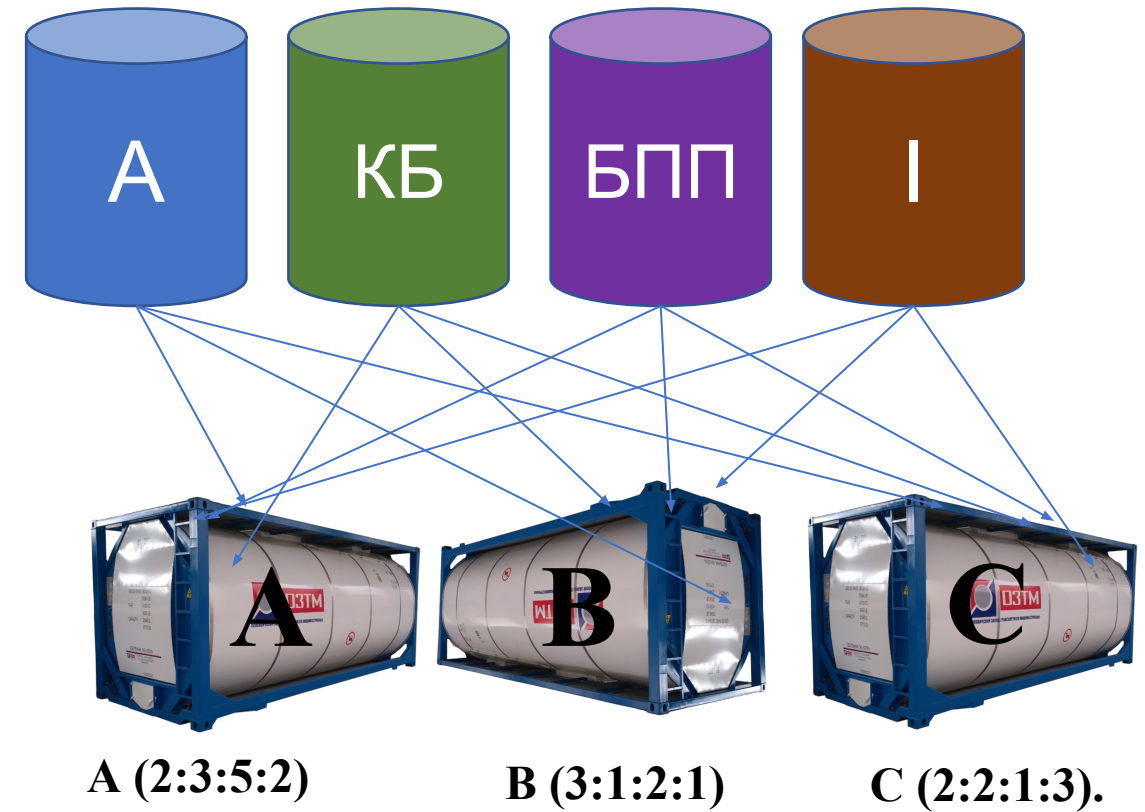


Задача 7. Нафтопереробний завод отримує 4 напівфабрикати: 400 тис. л алкілату, 250 тис. л крекінг-бензину, 350 тис. л бензину прямої перегонки і 100 тис. л ізопентану.

В результаті змішування цих чотирьох компонентів у різних пропорціях утворюються три сорти авіаційного бензину: бензин А (2:3:5:2), бензин В (3:1:2:1) і бензин С (2:2:1:3).

Вартість продажу 1 тис. л бензину кожного сорту дорівнює 120, 100 і 150 од. вартості.

Визначити обсяги випуску продукції, за яких буде досягнута максимальна вартість всієї продукції.



Задача 7. Нафтопереробний завод отримує 4 напівфабрикати: 400 тис. л алкілату, 250 тис. л крекінг-бензину, 350 тис. л бензину прямої перегонки і 100 тис. л ізопентану.

В результаті змішування цих чотирьох компонентів у різних пропорціях утворюються три сорти авіаційного бензину: бензин А (2:3:5:2), бензин В (3:1:2:1) і бензин С (2:2:1:3).

Вартість продажу 1 тис. л бензину кожного сорту дорівнює 120, 100 і 150 од. вартості.

Визначити обсяги випуску продукції, за яких буде досягнута максимальна вартість всієї продукції.

Змінні

x_A - обсяг виробництва бензину А (тис.л.)

x_B - обсяг виробництва бензину В (тис.л.)

x_C - обсяг виробництва бензину С (тис.л.)

Задача 7. Нафтопереробний завод отримує 4 напівфабрикати: 400 тис. л алкілату, 250 тис. л крекінг-бензину, 350 тис. л бензину прямої перегонки і 100 тис. л ізопентану.

В результаті змішування цих чотирьох компонентів у різних пропорціях утворюються три сорти авіаційного бензину: бензин А (2:3:5:2), бензин В (3:1:2:1) і бензин С (2:2:1:3).

Вартість продажу 1 тис. л бензину кожного сорту дорівнює 120, 100 і 150 од. вартості.

Визначити обсяги випуску продукції, за яких буде досягнута максимальна вартість всієї продукції.

Змінні

x_j - обсяг виробництва бензину j , $j=A,B,C$ (тис.л.)

ЦФ

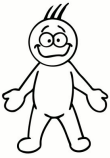
8. Задача про суміш. Виробнича компанія виробляє деякий продукт, який є сумішшю трьох інгредієнтів. Цей продукт повинен мати такі якості:

- питома вага ≤ 1.00 ;
- точка спалаху ≥ 500 F;
- склад кислот $\leq 1\%$ (обсяг у);
- склад абразивних матеріалів $\leq 10\%$ (обсяг у).

Властивість	Інгредієнт 1	Інгредієнт 2	Інгредієнт 3
Питома вага	0.90	1.10	0.99
Точка спалаху, F	600	400	475
Склад кислот у % об'ємі	2	0.5	1
Склад абразивних матеріалів у % об'ємі	8	12.0	11

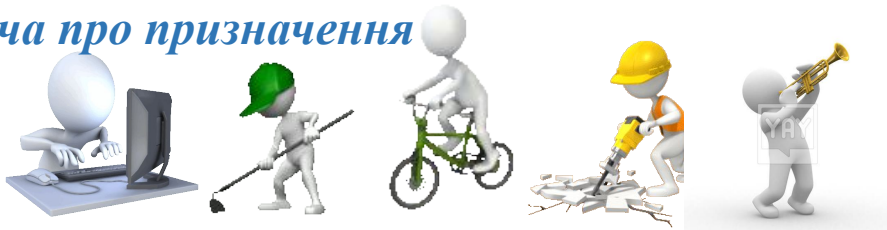
Якщо вартість інгредієнтів дорівнює відповідно 2, 1 і 3 грн. за галон, то якою повинна бути суміш? (При змішуванні інгредієнтів властивості суміші є випуклими лінійними комбінаціями властивостей компонентів).

9. Задача про призначення



10	5	1	7	4
6	3	11	5	9
3	8	5	9	10
6	6	2	5	4
7	3	6	4	8

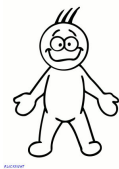
9. Задача про призначення



10	5	1	7	4
6	3	11	5	9
3	8	5	9	10
6	6	2	5	4



Комуśь треба буде взяти на себе ДВІ роботи



$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{якщо робітник } i \text{ виконує роботу } j \\ 0, & \text{інакше} \end{cases} \quad \begin{matrix} i = 1, \dots, 4 \\ j = 1, \dots, 5 \end{matrix}$$

$$\sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^5 c_{ij} x_{ij} \rightarrow \max$$

$$\sum_{j=1}^5 x_{ij} \quad i = 1, \dots, 4$$

$$\sum_{i=1}^4 x_{ij} \quad j = 1, \dots, 5$$

$$x_{ij} \in \mathbb{Z}^+ \quad \begin{matrix} i = 1, \dots, 4 \\ j = 1, \dots, 5 \end{matrix}$$

9. Задача про призначення

	10	5	1	7	4		
	6	3	11	5	9		
	3	8	5	9	10		
	6	6	2	5	4		43
	0	0	0	0	0	0	2
	0	0	1	0	1	2	2
	0	1	0	1	0	2	2
	1	0	0	0	0	1	2
		1	1	1	1	1	
		1	1	1	1	1	

9. Задача про призначення

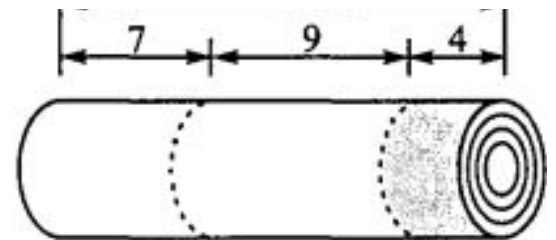
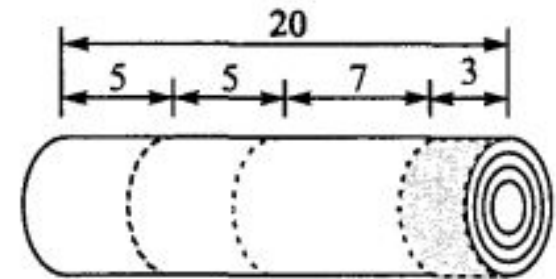
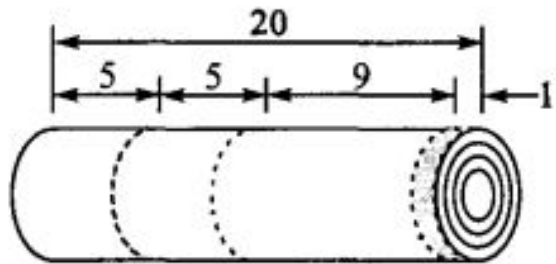
	10	5	1	7	4		
	6	3	11	5	9		
	3	8	5	9	10		
	6	6	2	5	4		42
1	0	0	0	1	0	1	2
1	0	0	1	0	0	1	2
1	0	1	0	0	1	2	2
1	1	0	0	0	0	1	2
		1	1	1	1	1	
		1	1	1	1	1	

10. Задача про розкрій або мінімізацію залишків

Продукція паперової фірми виготовляється у вигляді паперових рулонів стандартної ширини – по 20 футів. За спеціальними замовленнями споживачів фірма поставляє рулони й інших розмірів, для чого розрізає стандартні. У табл. наведено одне з таких замовлень.

Потрібна ширина, футів	Потрібна кількість рулонів, шт
5	150
7	200
9	300

Яким чином повинно бути виконане це замовлення, щоб кількість відходів (залишків) була мінімальною (усі рулони шириною 5, 7 і 9 футів, отримані понад потрібну кількість, також вважаються відходами)?



№ варіант у	5ф	7ф	9ф	залишо к
1				
2				
3				

Змінні

x_j - кількість
рулонів, розрізаних
способом $j, j=1, \dots, 6$
(шт)

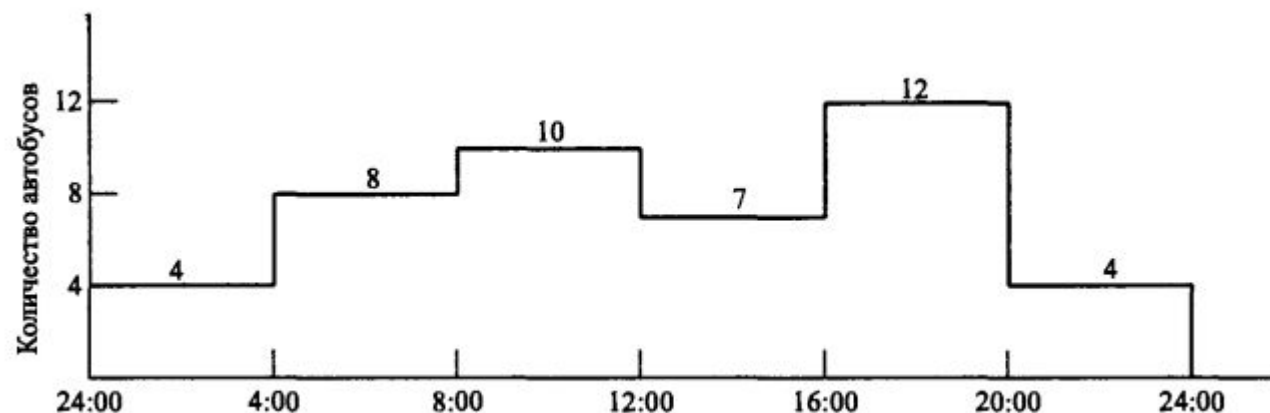
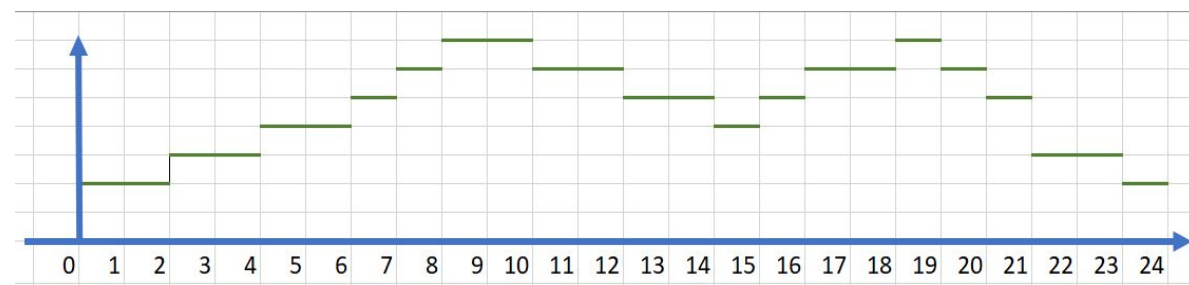
11. Задача диспетчеризації

Мінімально необхідна кількість автобусів у i -ту годину доби дорівнює b_i , $i=1, 2, \dots, 24$.

Кожний автобус неперервно використовується на лінії протягом 6 годин.

Перевищення кількості автобусів у період i порівняно з величиною b_i призводить до додаткових витрат на одну машино-годину у розмірі c_i од.варт., $i=1, 2, \dots, 24$.

Сформулюйте дану задачу як задачу мінімізації загальної величини додаткових витрат.



Змінні

x_j - кількість автобусів, що виходять на лінію НА ПОЧАТКУ години j , $j=1, \dots, 24$

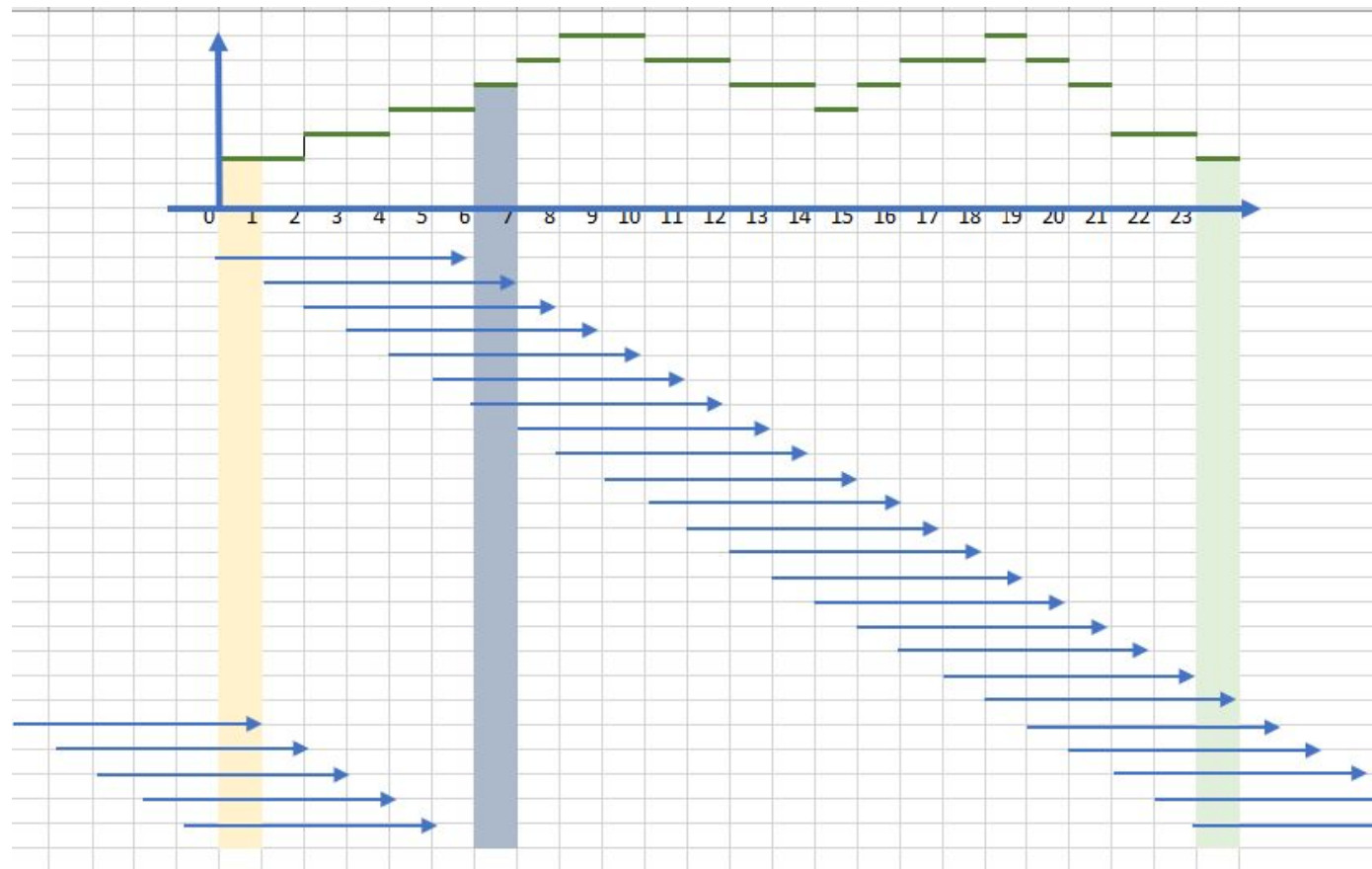
Обмеження

Забезпечення мінімально необхідної кількості автобусів у 1-шу годину доби

Забезпечення мінімально необхідної кількості автобусів у 6-ту годину доби

Забезпечення мінімально необхідної кількості автобусів у 7-му годину доби

Забезпечення мінімально необхідної кількості автобусів у 24-ту годину доби



ЦФ (мінімізація загальної величини додаткових витрат, од. вартості)

12. Задача з можливістю понаднормованого часу роботи

При виготовленні виробів двох видів здійснюється **послідовна** обробка відповідних заготовок на двох різних верстатах.

Кожний верстат може використовуватися для виробництва виробів по 8 год за добу, однак цей фонд часу можна збільшити на 4 год за рахунок понаднормових робіт. Кожна година понаднормового часу потребує додаткових витрат у розмірі 5 од. вартості.

Потрібно знайти обсяги виробництва виробів кожного виду, які забезпечать отримання максимального прибутку.

Верстат	Продуктивність, виріб/год	
	Виріб 1	Виріб 2
1	5	6
2	4	8
Питомий прибуток	6	4

Вказівка. Для урахування можливості використання понаднормових робіт ввести дві необмежені за знаком змінні y_i ($i=1,2$):

- ✓ якщо $y_i < 0$, то це величина недовикористаного 8-годинного фонду часу i -го верстата,
- ✓ якщо $y_i > 0$, то це тривалість понаднормових робіт на i -му верстаті.

БЕЗ ПОНАДНОРМОВИХ

Змінні

x_j - кількість виробів j -го виду, $j=1, 2$

Обмеження

$$\frac{x_1}{5} + \frac{x_2}{6} \leq 8$$

$$\frac{x_1}{4} + \frac{x_2}{8} \leq 8$$

ЦФ

$$\max z = 6x_1 + 4x_2$$

12. Задача з можливістю понаднормованого часу роботи

При виготовленні виробів двох видів здійснюється **послідовна** обробка відповідних заготовок на двох різних верстатах.

Кожний верстат може використовуватися для виробництва виробів по 8 год за добу, однак цей фонд часу можна збільшити на 4 год за рахунок понаднормових робіт. Кожна година понаднормового часу потребує додаткових витрат у розмірі 5 од. вартості.

Потрібно знайти обсяги виробництва виробів кожного виду, які забезпечать отримання максимального прибутку.

Верстат	Продуктивність, виріб/год	
	Виріб 1	Виріб 2
1	5	6
2	4	8
Питомий прибуток	6	4

Вказівка. Для урахування можливості використання понаднормових робіт ввести дві необмежені за знаком змінні y_i ($i=1,2$):

- ✓ якщо $y_i < 0$, то це величина недовикористаного 8-годинного фонду часу i -го верстата,
- ✓ якщо $y_i > 0$, то це тривалість понаднормових робіт на i -му верстаті.

3 ПОНАДНОРМОВИМИ

Змінні

x_j - кількість виробів j -го виду, $j=1, 2$

y_j - відхилення від нормованої величини робочої зміни верстату i , $i=1, 2$

Обмеження

$$\begin{aligned} \frac{x_1}{5} + \frac{x_2}{6} &= 8 \\ \frac{x_1}{4} + \frac{x_2}{8} &= 8 \end{aligned}$$

ЦФ

$$\max z = 6x_1 + 4x_2$$

13. Задача планування авіарейсів (зводиться до задачі про призначення)

Літаки комерційної авіакомпанії здійснюють рейси між двома містами **M1** та **M2** в обох напрямках. Якщо базою екіпажу є місто **M1** і екіпаж прибуває у **M2** визначеним рейсом, то він повинен повернутися у **M1** одним з наступних рейсів (можливо, на наступний день). Компанія прагне обрати зворотний рейс для кожного екіпажу так, щоб мінімізувати час його стоянки в аеропорту, який не є базою екіпажу (при цьому між польотами екіпажі *повинні мати відпочинок* не менше 1 години).

У табл. подано розклад рейсів (у ньому вказано місцевий час міст, при цьому час у **M2** *на годину відстає від часу у M1*, крім того, довжина польотів у напрямку **M2 – M1** більше через вплив вітру).

Знайти *здвоєні рейси*, при яких сумарний час стоянок екіпажів в аеропортах, які не є їх базою, є мінімальним. (Іншими словами, необхідно мінімізувати сумарний час перебування у "чужому" аеропорту).

Рейс	Виліт з M1	Прибуття у M2	Рейс	Виліт з M2	Прибуття у M1
1	07–30	09–00	2	07–00	10–00
3	08–15	09–45	4	07–45	10–45
5	14–00	15–30	6	11–00	14–00
7	17–45	19–30	8	18–00	21–00
9	19–00	20–30	10	19–30	22–30

M1: 1-2-1 **21 год**

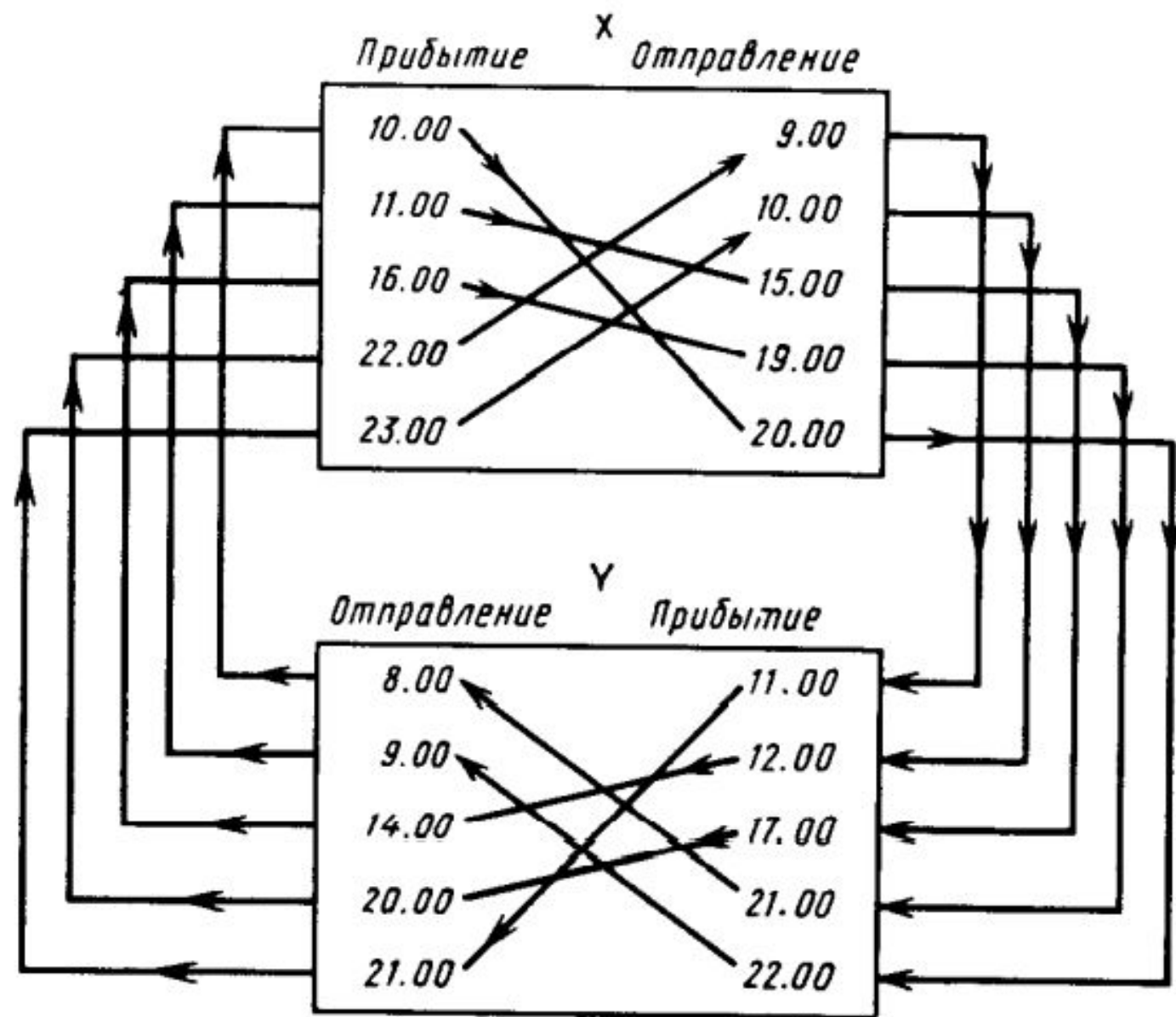
M1: 1-4-1 **22 год 45**

~~M1~~: 1-6-1 **2 год**

M2: 2-1-2 **21 год 30 хв**

M2 4-1-4 **20 год 45 хв**

M1: 6-1-6 **17 год 30 хв**



Необхідно прийняти рішення двох типів:

1. Які рейси треба здвоїти? Якщо рейси є здвоєними, то один і той же екіпаж виконує ці рейси в обох напрямках: **M1 – M2** та **M2 – M1**.
2. Де обрати базу екіпажу при заданих здвоєних рейсах? (Екіпаж повинен базуватися у тому аеропорті, для якого час стоянки між здвоєними рейсами мінімальний).

Составим сначала 2 таблицы, в которых указаны продолжительности стоянок (продолжительности указаны в величинах кратных четверти часа)

Продолжительность стоянок между спаренными рейсами, если экипажи базируются в М1

	2	4	6	8	10
1	88	91	8	36	42
3	85	88	5	33	39
5	62	65	78	10	16
7	47	50	63	91	97
9	42	45	58	36	92

Следующий шаг заключается в объединении таблиц с выбором такой базы, для которой время стоянки любых спаренных рейсов минимально. Такой объединенной таблицей является

Продолжительность стоянок между спаренными рейсами, если экипажи базируются в М2

	2	4	6	8	10
1	86	83	70	42	36
3	89	86	73	45	39
5	16	13	96	68	62
7	31	28	15	83	77
9	36	33	20	88	82

Составим сначала 2 таблицы, в которых указаны продолжительности стоянок (продолжительности указаны в величинах кратных четверти часа)

Продолжительность стоянок между спаренными рейсами, если экипажи базируются в М1

	2	4	6	8	10
1	88	91	8	36	42
3	85	88	5	33	39
5	62	65	78	10	16
7	47	50	63	91	97
9	42	45	58	36	92

Продолжительность стоянок между спаренными рейсами, если экипажи базируются в М2

	2	4	6	8	10
1	86	83	70	42	36
3	89	86	73	45	39
5	16	13	96	68	62
7	31	28	15	83	77
9	36	33	20	88	82

	2	4	6	8	10
1	86	83	8	36	36
3	85	86	5	33	39
5	16	13	78	10	62
7	31	28	15	83	77
9	36	33	20	36	82

	2	4	6	8	10
1	86	83	8	36	36
3	85	86	5	33	39
5	16	13	78	10	62
7	31	28	15	83	77
9	36	33	20	36	82

$$\min z = 86x_{11} + 83x_{12} + 8x_{13} + 36x_{14} + \dots + 86x_{55}$$

$$\min z = \sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^5 c_{ij} x_{ij}$$

