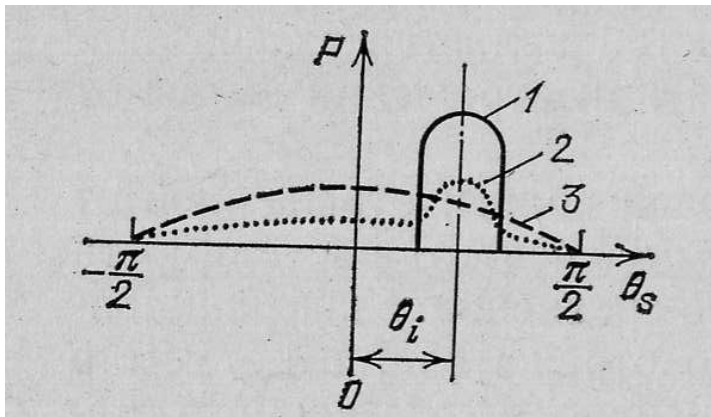


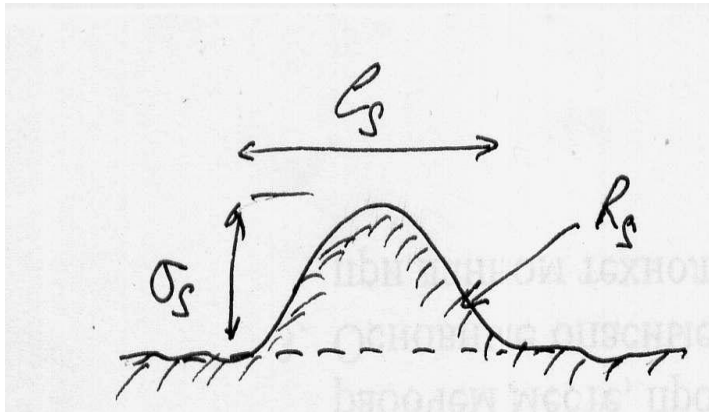
Рассеяние света на шероховатой поверхности



$$z < z_{np}$$

$$z \approx L_s = kl_s^2$$

$$l_s \approx \lambda$$



$$\sigma_s \approx \lambda, \frac{\sigma_s}{l_s} \approx 1 - MMB$$

$$\sigma_s \approx \lambda, (MR_s)^{1/3} \approx 1 -$$

$$\rho = \{r, z'\}, E(\rho), \psi(\rho)$$

$$\psi(\rho) = V(\rho)E(\rho), \quad \frac{\partial \psi}{\partial n} = -V(\rho) \frac{\partial E}{\partial n}$$

Падающая волна **локально плоская**:

$$E(\rho) = |E(\rho)| e^{iu(\rho)} = A(\rho) e^{ik_z z'}$$

$$|E| - const, \quad \vec{k} = k \nabla u(\rho) - const, \quad \rho \in l_s$$

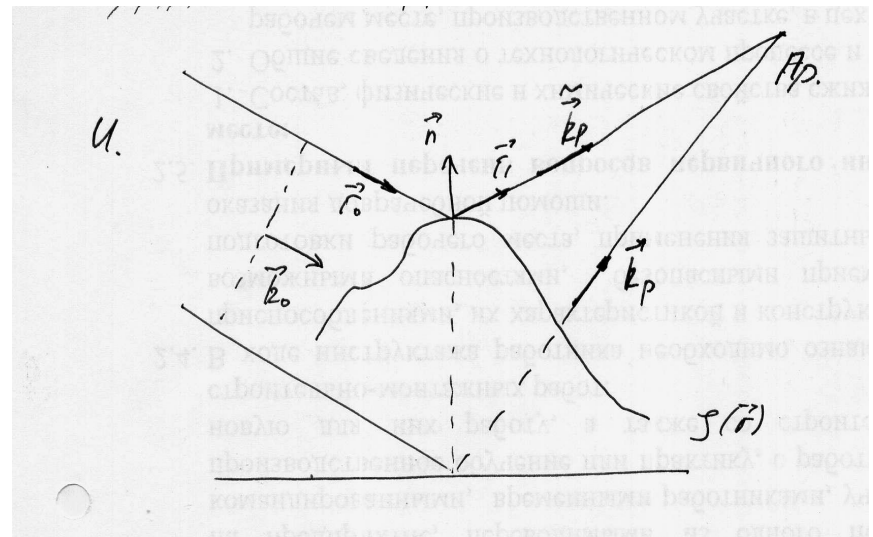
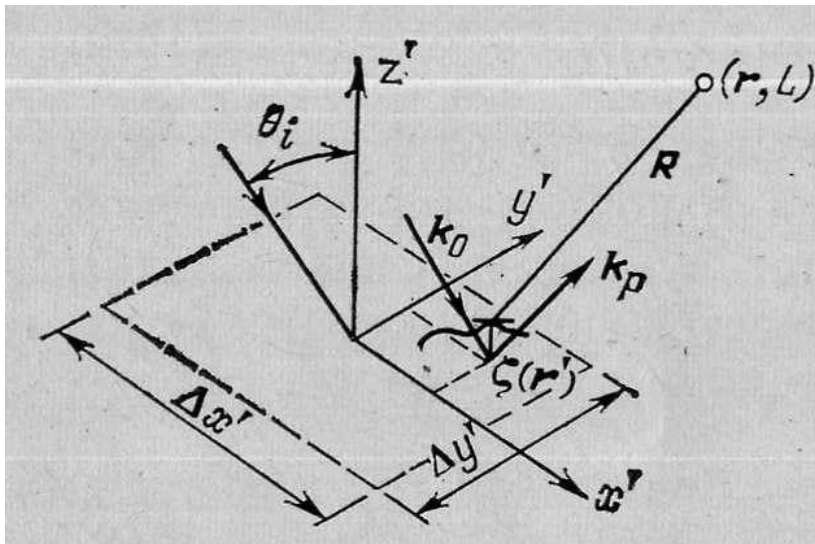
$$z' = 0, \quad z' = \zeta(r), \quad \langle \zeta(r) \rangle = 0$$

$$\theta \ll 1, \quad L \ll k\sigma_s^2 (L \ll ka_s^2)$$

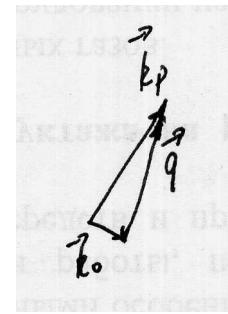
$$\psi(\rho) = -\frac{ik}{4\pi} \int V |E(\rho)| \exp[i(kR + u)] R^{-1} \left\{ \cos(\vec{n}, \vec{r}_0) - \cos(\vec{n}, \vec{r}_1) \right\} dS$$

$$R = |\rho - \rho'|; \quad \rho = \{r, L\}, \quad \rho' = \{r', \zeta(r')\}; \quad r_0, r_1, n$$

Формула **Френеля-Кирхгофа**



$$\cos(\vec{n}, \vec{r}_0) - \cos(\vec{n}, \vec{r}_1) = (\vec{n}, \vec{r}_0) - (\vec{n}, \vec{r}_1) \quad \vec{q} = \vec{k}_p - \vec{k}_0$$



$$\psi(\vec{\rho}') = -\frac{i}{4\pi} \int V |E(\vec{\rho}')| \exp[i(kR + u)] R^{-1} (\vec{n}, \vec{q}) dS$$

$|E|$, $V - const$, $\exp[i(kR + u)] \approx \exp[i(kR + u)_{\zeta=0} - iq_z \zeta]$ **Переход к подстилающей поверхности**

$$(\vec{k}_0 \zeta)_z - (\vec{k}_p \zeta)_z = -(\vec{k}_p - \vec{k}_0)_z \zeta = q_z \zeta, \quad \vec{k}_0 = k \nabla u, \quad \vec{k}_p = -k \nabla R$$

$$dS = \frac{dxdy}{n_z} \quad \psi(\vec{\rho}') = -\frac{i}{4\pi} \int V |E(\vec{r}', 0)| \exp[i(kR + u - q_z \zeta)] R^{-1} (\vec{n}, \vec{q}) \frac{dr'}{n_z}$$

$$\vec{n} = (\vec{n}_\perp, n_z) \quad \vec{q} = (\vec{q}_\perp, q_z) \quad \vec{q}_\perp \approx 0 \quad (\vec{n}, \vec{q}) \frac{1}{n_z} = \frac{(\vec{n}_\perp, \vec{q}_\perp)}{n_z} + \frac{n_z q_z}{n_z} \approx q_z$$

$$\psi(\vec{\rho}') = -\frac{i}{4\pi} \int V |E(\vec{r}', 0)| \exp[i(kR + u - q_z \zeta)] R^{-1} q_z dr'$$

$q_z \zeta(\vec{r}')$ - модуляция фазы на случайном фазовом экране

$$R = (L^2 + |\vec{r} - \vec{r}'|^2)^{1/2} \approx L \left[1 + \frac{|\vec{r} - \vec{r}'|^2}{2L} \right]$$

Приближение
Френеля

$$\psi(\vec{r}, L) = -\frac{ik}{2\pi L} \int \psi_0(\vec{r}') \exp \left[\frac{ik}{2L} |\vec{r} - \vec{r}'|^2 - q_z \zeta(\vec{r}') \right] d\vec{r}'$$

$$\psi_0(\vec{r}') = V(\vec{r}') E(\vec{r}', 0), \quad E(\vec{r}', 0) = |E(\vec{r}', 0)| \exp[i(kL + u)]$$

$$(\nabla u)_z \approx -1, \quad (\nabla R)_z \approx 1, \quad q_z = (k_0^2 - k_p^2) \approx -2k$$

Корреляционная функция рассеянного поля

$$B_\psi(\vec{r}, \vec{p}) = \langle \psi(\vec{r}, L) \psi^*(\vec{r} + \vec{p}, L) \rangle$$

$$B_\psi(\vec{r}, \vec{p}) = \left(\frac{k}{2\pi L} \right)^2 *$$

$$* \iint \psi_0(\vec{r}') \psi_0^*(\vec{r}' - \vec{l}') f_s(q_z', q_z'', \vec{r}', \vec{r}' - \vec{l}') \exp \left\{ \frac{ik}{2L} \left[|\vec{r}' - \vec{r}'|^2 - |\vec{r}' - \vec{l}' - \vec{r} - \vec{p}|^2 \right] \right\} d\vec{r}' d\vec{l}'$$

$$f_s = \langle \exp \{ -i [q_z(\vec{r}') \zeta(\vec{r}') - q_z(\vec{r}' - \vec{l}') \zeta(\vec{r}' - \vec{l}')] \} \rangle$$

$\overline{r} - \overline{l}$, $a_s(L \boxtimes ka_s^2)$, $q_z \sim const \Rightarrow f_s = f_s(\overline{l})$ Поле шероховатостей
однородное, геометрия

$$f_s(\overline{l}) = \langle \exp \left\{ -iq_z \left[\zeta(\overline{r}) - \zeta(\overline{r} - \overline{l}) \right] \right\} \rangle = \exp \left[-\frac{q_z}{2} D_\zeta(\overline{l}) \right]$$

фиксирована

$$D_\zeta(\overline{l}) = \langle [\zeta(\overline{r}) - \zeta(\overline{r} - \overline{l})]^2 \rangle, D_\zeta(\overline{l}) = 2[B_\zeta(0) - B_\zeta(\overline{l})]$$

$$f_\zeta(\overline{l}) = \exp \{ -\sigma_s^2 q_z^2 [1 - K_\zeta(\overline{l})] \}$$

$$B_\Psi(\overline{r}, \overline{p}) = \left(\frac{k}{2\pi L} \right)^2 \exp \left\{ -\frac{ik}{2L} [\overline{p}(\overline{p} + 2\overline{r})] \right\} \int f_\zeta(\overline{l}) \exp \left\{ -\frac{ik}{2L} [\overline{l}^2 + 2\overline{l}(\overline{r} + \overline{p})] \right\}$$

$$\int \psi_0(\overline{r}) \psi_0^*(\overline{r} - \overline{l}) \exp \left[\left(\frac{ik}{L} \right) \overline{r} (\overline{l} + \overline{p}) \right] d\overline{r} d\overline{l}$$

$$q_z \sigma_s \boxtimes 1 \Rightarrow 0 \leq l \leq l_s, 1 \geq f_\zeta \geq \exp(-\sigma_s^2 q_s^2) \quad l^2 \frac{ik}{2L}, \frac{ikr'l}{L}$$

$$l \leq l_s \boxtimes a_s \Rightarrow \psi_0(\overline{r}) \psi_0^*(\overline{r} - \overline{l}) \boxtimes |\psi(\overline{r})|^2$$

$$L \boxtimes z_{np} = kl_s a_s \Rightarrow \frac{l_s^2}{\lambda L} \boxtimes 1, \frac{l_s a_s}{\lambda L} \boxtimes 1 \Rightarrow \exp\left(\frac{ik}{2L} l^2\right) \boxtimes \exp\left(\frac{ik}{L} r l'\right) \boxtimes 1$$

$$B_\psi(\boxtimes r, \boxtimes p) = \exp\left\{\left(-\frac{ik}{2L}\right) \left[\boxtimes p(\boxtimes p + 2\boxtimes r)\right]\right\} \Phi_\varsigma(\boxtimes p + \boxtimes r) \Phi(\boxtimes p)$$

Обобщение т-мы
Ван-Циттерта-
Цернике

$$\Phi_\varsigma(\boxtimes r + \boxtimes p) = \left(\frac{k}{2\pi L}\right)^2 \int f_\varsigma(l) \exp\left[-\frac{ik}{L} l(\boxtimes r + \boxtimes p)\right] dl$$

Рассеянное поле
однородно вблизи
направлений
обратного рассеяния

$$\Phi(\boxtimes p) = \int I(\boxtimes r') V^2(\boxtimes r) \exp\left(\frac{ikr'p}{L}\right) dr'$$

$$I(\boxtimes r) = |E(\boxtimes r, 0)|^2 = |A(\boxtimes r, 0)|^2, \quad V(\boxtimes r) = V_0 \in [\Omega_s] \quad J(\boxtimes r') = I(\boxtimes r') \Phi_\varsigma(\boxtimes p) V_0^2;$$

$$q_z(\boxtimes r) \equiv q_z, \quad \Phi_\varsigma(\boxtimes r)$$

Формальная трактовка рассеяния. Функция светимости.

$$z > z_{np}, H(\vec{r} - \vec{\rho}) = \frac{1}{i\lambda L} \exp \left\{ i\lambda L + \frac{ik}{2L} |\vec{r} - \vec{\rho}|^2 \right\}, \vec{\rho} = \vec{\rho}_2 - \vec{\rho}_1, \vec{r} = \vec{\rho}_1$$

$$B_\psi(\vec{\rho}_1, \vec{\rho}_2) = \int J(\vec{r}) H^*(\vec{r} - \vec{\rho}_1) H(\vec{r} - \vec{\rho}_2) d\vec{r}$$

$$z \approx ka_s l_s \quad J(\vec{r}) = I(\vec{r}) V^2(\vec{r}) \int f_\zeta(\vec{l}) \exp(-ikl\vec{r}/L) d\vec{l} \quad \text{Картинная плоскость}$$

$$\langle \psi(\vec{r}, L) \rangle = 0, \langle \psi(\vec{r}, L) \psi(\vec{r} + \vec{p}, L) \rangle = \langle \psi^*(\vec{r}, L) \psi^*(\vec{r} + \vec{p}, L) \rangle = 0$$

$$\langle E(\vec{r}) \rangle = 0, \langle E(\vec{r}_1) E(\vec{r}_2) \rangle = \langle E^*(\vec{r}_1) E^*(\vec{r}_2) \rangle = 0$$

$$\langle E(\vec{r}_1) E^*(\vec{r}_2) \rangle = \langle E^*(\vec{r}_1) E(\vec{r}_2) \rangle = J(\vec{r}_1) \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2), \Omega_0 \quad \text{Математическая модель рассеянного поля}$$

$$\varepsilon(\vec{\rho}) = \int_{\Omega_0} E(\vec{r}) H(\vec{r} - \vec{\rho}) d\vec{r} \quad \langle \varepsilon(\vec{\rho}) \rangle = 0, \langle \varepsilon(\vec{\rho}_1) \varepsilon(\vec{\rho}_2) \rangle = \langle \varepsilon^*(\vec{\rho}_1) \varepsilon^*(\vec{\rho}_2) \rangle = 0$$

$$K_\varepsilon(\rho_1, \rho_2) = \langle \varepsilon(\rho_1) \varepsilon^*(\rho_2) \rangle = \iint_{\Omega_0} \langle E(r_1) E^*(r_2) \rangle H(r_1 - \rho_1) H^*(r_2 - \rho_2) dr_1 dr_2 = \\ = \int_{\Omega_0} J(r) H(r - \rho_1) H(r - \rho_2) dr$$

Средняя интенсивность рассеянного поля. Индикатриса рассеяния.

$$B(r, 0) = \langle I(r) \rangle = \left(\frac{k}{2\pi L} \right)^2 \Phi(0) \int f_\zeta \exp(-ik \frac{lr}{L}) dl$$

$$L \ll kl_s a_s; q_z \sigma_s \ll 1, kl_s^2 \ll L, I(r) = const$$

$$q_s \ll l_s, \Phi(p) = \int I(r) V^2(r) \exp\left(-ik \frac{r p}{L}\right) dr$$

$$L, r_s = \frac{L}{ka_s}$$

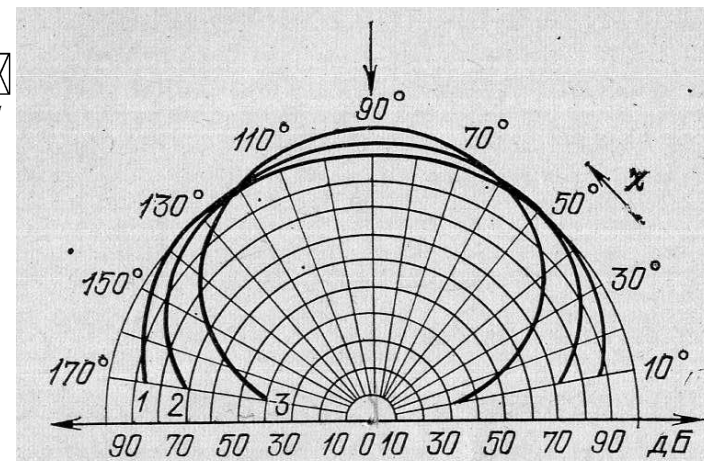


Рис. 14.3. Индикатрисы рассеяния плоской волны на случайной поверхности с гауссовской функцией корреляции шероховатостей при $l_s/\sigma_s=5$ — кривая 1, 7 — 2 и 10 — 3; нормальное падение ($\theta_i=0$)