



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение  
высшего образования  
«Костромской государственный университет»  
(КГУ)

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

на тему:

«Исследование динамики итерирования полиномов второй степени и кусочно-линейных функций»



Костромской  
государственный  
университет

Выполнил:  
Коньков Павел  
Владимирович  
Магистрант 2 курса  
направления  
01.04.02 Прикладная  
математика и информатика



# Актуальность

В настоящее время нелинейная динамика интенсивно развивается и находит приложение в разных отраслях знаний от лингвистики до нанотехнологий. В настоящей работе рассматривается два семейства нелинейных функций, порождаемых квадратным двучленом и тентообразной функцией.



# Цель, объект и предмет исследования



**Цель** – исследование динамики итерирования логистической и тентообразной функций.



**Объект исследования** – нелинейная динамика.



**Предмет исследования** – сравнение динамик итерированных логистической и тентообразных функций.



# Новизна



1. Адаптированы алгоритмы вычисления константы Фейгенбаума для логистической функции и тентообразной функции
2. Выявлена связь между кусочно-линейной функцией и множеством Кантора
3. Разботано многоэтапное математико-информационное задание



# Задачи исследования



## **Задачи исследования:**

1. Исследование орбит точек логистической и тентообразной функций
2. Разработать алгоритм и написать программу итерирования, вычисления констант Фейгенбаума, для логистической и тентообразной функций различных средах
3. Разработать многоэтапное математико-информационное задание



# Практическая значимость

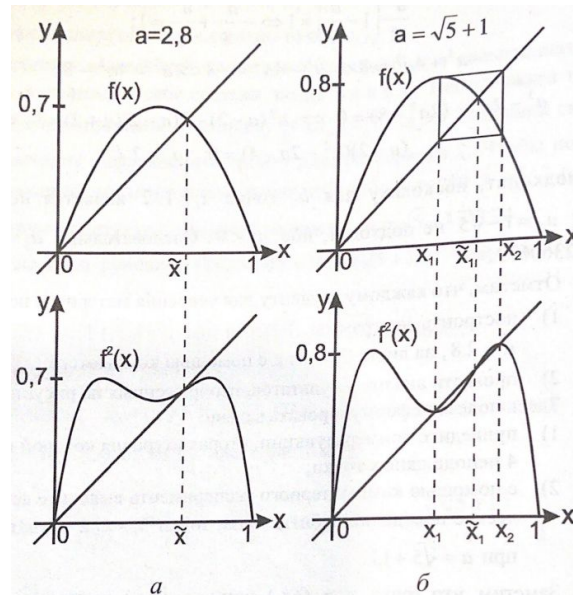


Практическая значимость работы заключается в том, что результаты исследования могут быть использованы при изучении нелинейных отображений и построения математических моделей.

# Переход к хаосу логистической функции



На данном этапе был подробно разобран переход к хаосу логистической функции. В нем было выяснено, что при увеличении значения  $a$  будет происходить бифуркация в орбиту длиной периода 2. Тем самым мы увидим удвоение периода у данной функции.





# Символическая динамика ЛОГИСТИЧЕСКОЙ функции



На данном этапе было разобрано понятие символической динамики.

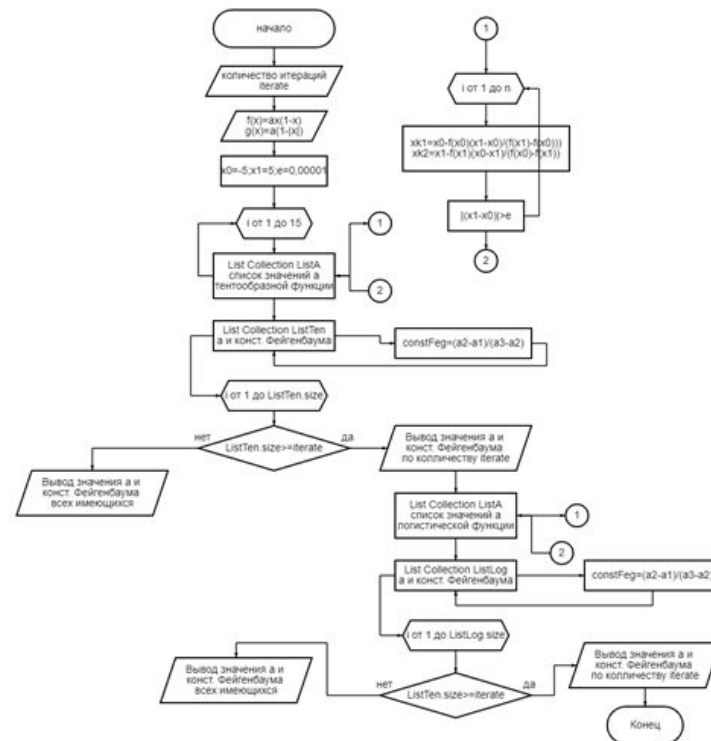
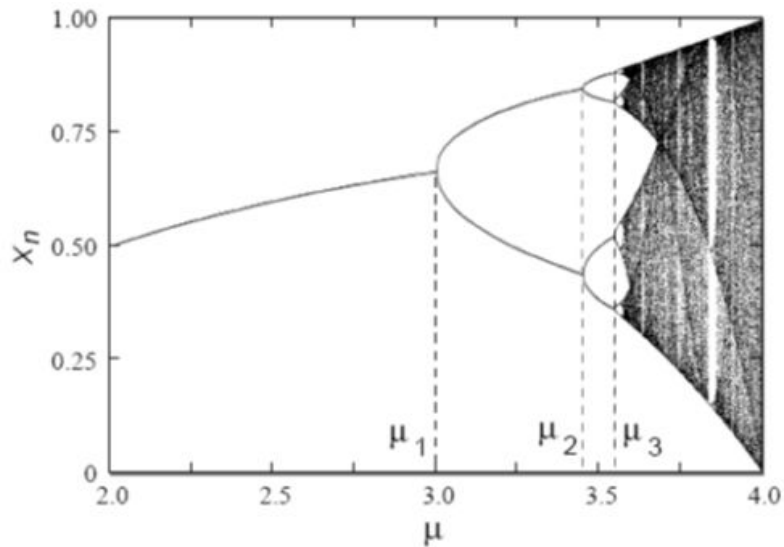
Из чего стало понятно, что это полезный метод для понимания куда попадет следующая точка  $x_{n+1}$  после выполнения итераций: слева от максимума (центра) (L), или справа от максимума (R), либо в максимум функции (C), где под максимумом понимается глобальный максимум функции  $f(x)=a(1-x)x$  на отрезке  $[0;1]$ .



# Вычисление констант Фейгенбаума



На данном этапе был разработан алгоритм и написана программа итерирования, вычисления констант Фейгенбаума, для логистической функции.



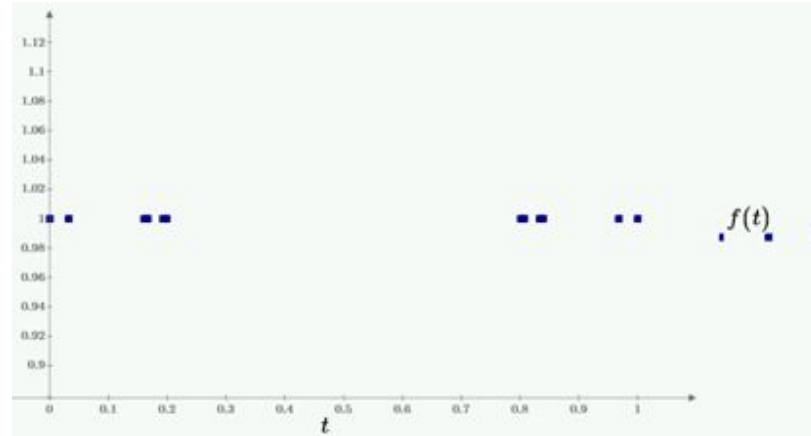
# Построение множества Кантора для тентообразной функции



На данном этапе был построен алгоритм фрактальных множеств тентообразной функции  $f(x)$ , каждое из которых является множеством Кантора. Алгоритм был реализован в среде MathCad.

Суть данного алгоритма в том, что рассматривается точка  $x \in [0; 1]$  и ее сотая итерация  $f^{(100)}(x)$ . Если  $|f^{(100)}(x)| < M$  то мы закрашиваем  $x$  в синий цвет и рассматриваем другую точку  $x+h$ . Множество закрашенное в синий цвет и даст нам множество Кантора.

```
f(x) :=  $\left\| \begin{array}{l} fx \leftarrow x \\ \text{for } j \in 1, 2..4 \\ \left\| \begin{array}{l} fx \leftarrow f(fx) \\ \text{if } |fx| > 1 \\ \left\| \text{break} \right\| \\ \text{if } |fx| \leq 1 \\ \left\| \text{return } 1 \right\| \\ \text{else} \\ \left\| \text{return } 0 \right\| \end{array} \right. \end{array} \right\|$ 
```





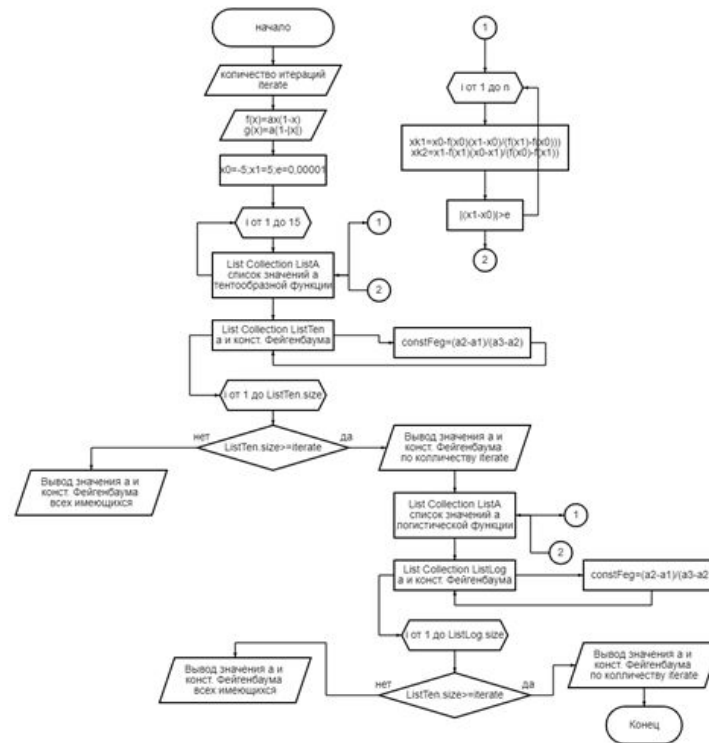
# Вычисление констант Фейгенбаума



На данном этапе был разработан алгоритм и написана программа итерирования, вычисления констант Фейгенбаума, для тентообразной функции.

```
Введите количество итераций: 15
15
----Тентообразная функция----
a2 = 1.5128763968642964 d2= -
a3 = 1.4655712319324776 d3= -
a4 = 1.4413154821906806 d4= 2.222436659341307
a5 = 1.4284227089160761 d5= 1.8813446281239383
a6 = 1.4215733358946445 d6= 1.8823289714639724
a7 = 1.417981967312804 d7= 1.9071762937574792
a8 = 1.4161261975780226 d8= 1.935244720576031
a9 = 1.4151785370713572 d9= 1.9582642958409768
a10 = 1.4146985895307687 d10= 1.9745085172151993
a11 = 1.4144568019296597 d11= 1.9849964943914615
a12 = 1.4143353858340826 d12= 1.9913966098120177
a13 = 1.4142745304699063 d13= 1.9951584748608724
a14 = 1.4142440618575427 d14= 1.9973132826068467
a15 = 1.4142288163077354 d14= 1.998524995737476

----Логистическая функция----
a2 = 3.4985616993277016 d2= -
a3 = 3.554640862768825 d3= -
a4 = 3.566673798562685 d4= 4.680770998010699
a5 = 3.5692435316371105 d5= 4.668403925918019
a6 = 3.5697952937499444 d6= 4.668953740971062
a7 = 3.5699134654223483 d7= 4.669157181325133
a8 = 3.5699387742333055 d8= 4.669191002445335
a9 = 3.569944194608065 d9= 4.669199470750131
a10 = 3.5699453554864684 d10= 4.669201134519426
a11 = 3.5699456041110786 d11= 4.669201502378345
a12 = 3.5699456573588564 d12= 4.669201622547016
a13 = 3.5699456687629 d13= 4.669201568885961
```





# Многоэтапное математико-информационное задание



На данном этапе было разработано многоэтапное математико-информационное задание по исследуемой теме. Оно состоит из пяти этапов. Данное ММИЗ служит хорошим материалом для изучения данной темы и развития креативности студентов.

