

Графический метод решения уравнений с параметром

Автор: Назарова Алёна

ученица 11 класса

«Тарбагатайской СОШ»

Руководитель: Покацкая Анна
Фёдоровна

учитель математики

- **Цель работы:** выявить наиболее рациональное решение, быстро приводящее к ответу.
- **Задача:**
 - - рассмотреть теорию методов решения задач с параметрами;
 - - разобрать поэтапно способы решения задач с параметрами на примерах;
 - - сделать выводы по изученному материалу.
- **Объект исследования:** Уравнения с параметрами.
- **Методы исследования:**
 - Эмпирический: формирование проблемы, гипотезы, задач, составление плана работы, оформление результатов исследовательской работы.
 - Теоретический: анализ литературных и архивных данных, работа в Интернете

История возникновения

Задачи на уравнения с параметром встречались уже в астрономическом трактате «Ариабхатиам», составленном в 499 году. Индийский учёный изложил общее правило решения квадратных уравнений, приведённых к канонической системе.



Автор насчитывает 6 видов уравнений, выражая их следующим образом:

1) «Квадраты равны корням», т. е. $\alpha x^2 = bx$.

2) «Квадраты равны числу», т. е. $\alpha x^2 = c$.

3) «Корни равны числу», т. е. $\alpha x = c$.

4) «Квадраты и числа равны корням», т. е. $\alpha x^2 + c = bx$.

5) «Квадраты и корни равны числу», т. е. $\alpha x^2 + bx = c$.

6) «Корни и числа равны квадратам», т. е. $bx + c = \alpha x^2$.

Теорема Виетта

$(\alpha + b)x - x^2 = \alpha b$, Т. е. $x^2 - (\alpha + b)x + \alpha b = 0$,
то $x_1 = \alpha, x_2 = b$.

Теорема Виетта- теорема, выражает связь между параметрами, коэффициентами квадратного уравнения и его корнями. Таким образом, Виета установил единообразие в приёмах решения уравнений.

$$x^2 + bx + c = 0$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -b \\ x_1 x_2 = c \end{cases}$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$$

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

- **Параметр**- независимая переменная, значение которой считается фиксированным или произвольным числом, или числом, принадлежащим заданному условию задачи промежутку.
- **Уравнение с параметром**- математическое уравнение, внешний вид и решение которого зависит от значений одного или нескольких параметров.
- **Системой допустимых значений переменных a, c, k, x** называется любая система значений переменных, при которой и левая и правая части этого уравнения принимают действительные значения.
- **Равносильными уравнениями**, называются два уравнения содержащие одни и те же параметры.

Методы решения уравнений с параметрами

1. Аналитический метод
2. Графический метод
3. Алгебраический метод
4. Метод симметрии
5. Решение с помощью производной

Небольшая история возникновения этого метода.

Исследование общих зависимостей началось еще в 14 веке. Французский учёный Николай Орем стал изображать интенсивность длинами отрезков. Когда он располагал эти отрезки перпендикулярно некоторой прямой, их концы образовывали линию, названную им «линией интенсивности»

Понятие переменный величины, ввёл французский философ и математик Рене Декарт. Также он ввёл фиксированный единичный отрезок и стал рассматривать отношение других отрезков к нему. Таким образом, графики функций за всё время прошли через фундаментальные преобразования., приведших их к тому виду, как мы привыкли.

Графический метод

График функции- множество точек, у которых с абсциссы являются допустимыми значениями аргумента x , а ординаты- соответствующими значениями функции y .

При графическом решении уравнения с параметром необходимо:

1. Найти область определения уравнения, т.е. область допустимых значений неизвестного и параметра, при которых уравнение может иметь решения.
2. Выразить параметр как функцию от x :
3. В системе координат xOa построить графики функций $y = f(x)$ и $y = g(x)$ для тех значений x , которые входят в область определения уравнения.
4. Определить точки пересечения прямой $y = g(x)$ с графиком функции $y = f(x)$.

Виды уравнений с параметрами

1. Линейное ($ax=b$)
2. Квадратное ($ax^2+bx+c=0$)
3. Логарифмическое
4. Тригонометрическое

Решение логарифмического уравнения с параметром

Задача. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\log_{-x+6}(a-10x)=2$$

относительно величины x имеет 2 решения на промежутке $x \in (-4; 6)$.

Логарисм определен при

$$\begin{cases} -x+6 > 0 \\ -x+6 \neq 1 \\ \begin{cases} x < 6 \\ x \neq 5 \end{cases} \end{cases}$$

Тогда

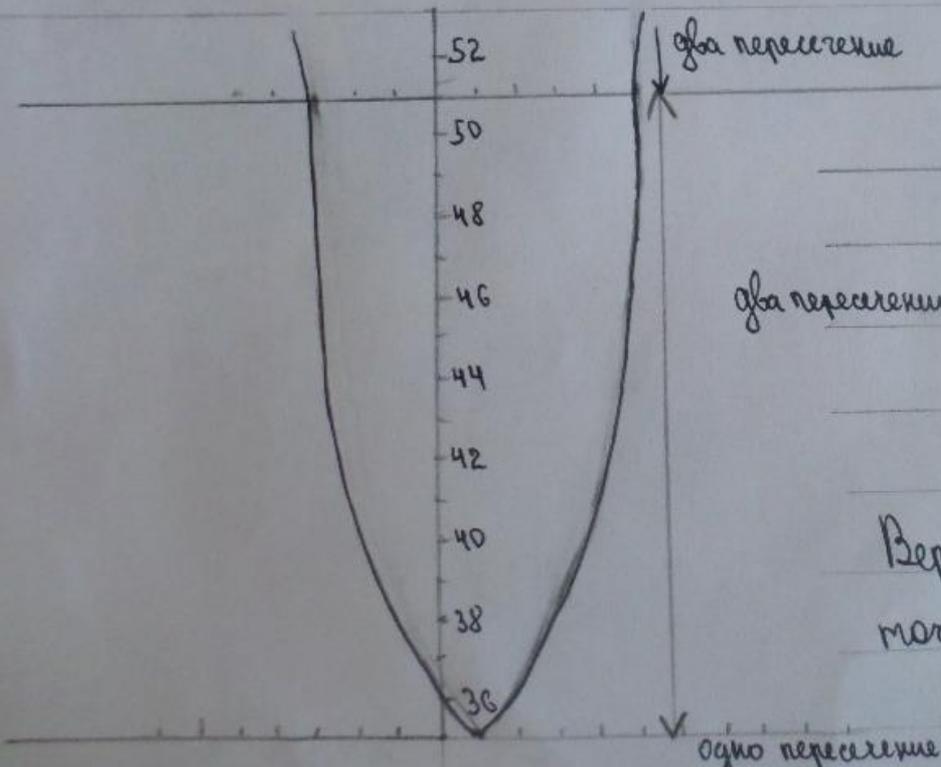
$$(6-x)^2 = a - 10x$$

$$36 - 12x + x^2 = a - 10x$$

$$36 - 2x + x^2 = a$$

Решим в координатах x, a . При построении получим параболу и прямую, параллельную оси x . На параболу точку, соответствующую середине промежутка $x \in (-4; 6)$.

Построим в координатах y, x . Три построения получим параболу и прямую, параллельную оси x . На параболе точку, соответствующую ординате $y = 5$. Нужно найти такие значения a , когда прямая и парабола будут иметь два пересечения.



Если прямая пройдет через вершинную точку, то пересечение будет одно. Также при касании прямой и параболы (в вершине параболы) будем иметь один корень.

Вершина параболы располагается в точке с координатой $-\frac{b}{2a} = -\frac{2}{2} = -1$
 В этой точке $y = 1^2 - 2 + 36 = 35$

Найдем чему будет равно значение параметра $x = 5$.

$$5^2 - 2 \cdot 5 + 36 = 51$$

$$y(4) = 4^2 + 2 \cdot 4 + 36 = 60$$

$$y(6) = 6^2 - 2 \cdot 6 + 36 = 60$$

Итак, при $51 < a < 60$ мы имеем два пересечения.

Ответ: $a \in (35; 51) \cup (51; 60)$.

Заключение

Таким образом, графический способ определения числа корней уравнения зависимости от входящего в него параметра, является более удобным, чем аналитический.

И в заключении хотелось бы сказать, что работа над данной темой была интересной и познавательной. Изучив метод решения уравнений с параметром, я обогатила свой опыт:

-Новыми понятиями

-Узнала методы, которые выходят из рамки школьной программы.

-Углубила и расширила свои знания.

Изучив данную тему, можем сделать вывод. Параметр-это буква, которая никому ничем не обязана и может принимать любые допустимые значения.

Список использованной литературы:

1. Справочник по математике. Автор Гусев В.А
2. Окунев А.А « Графическое решение уравнений с параметрами»
3. Письменский Д.Т « Математика для старшеклассников»
4. Ястрибинецкий Г.А « Уравнений и неравенства, содержащие параметры»
5. Г.Кори и Т.Корн « Справочники по математики»
6. <http://studentbank.ru/view.php?id=54456&p=2>
7. <http://works.tarefer.ru>

Спасибо за внимание!