15 лекция

Однородная линия без потерь при гармонических напряжениях и токах

Однородная линия без потерь при гармонических напряжениях и токах

Линией без потерь считается линия, у которой $R_0 << \omega L_0$ и $G_0 << \omega C_0$, поэтому $R_0 \approx 0$, $G_0 \approx 0$

Тогда

$$\underline{Z}_0 = j\omega L_0 \qquad \underline{Y}_0 = j\omega C_0$$

$$\underline{Z}_В = Z_В = \sqrt{\underline{Z}_0 / \underline{Y}_0} = \sqrt{L_0 / C_0}$$

$$\underline{\gamma} = \sqrt{\underline{Z}_0 \underline{Y}_0} = j\omega\sqrt{L_0 C_0}$$

Таким образом

$$\alpha = 0 \qquad \beta = \omega\sqrt{L_0C_0}$$

$$v = \omega/\beta = 1/\sqrt{L_0C_0}$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi}{\omega\sqrt{L_0C_0}}$$

Амплитуды падающей и отраженной волн напряжения и тока вдоль линии меняться не будут $(\alpha = 0)$

Будет изменяться фаза напряжения и тока вдоль линии ($\beta \neq 0$)

Поскольку α и v не зависят от ω, то линия без потерь является линией без искажений

Так как

$$\mathbf{ch}\,\underline{\gamma}x = \mathbf{ch}\left(j\beta x\right) = \mathbf{cos}\,\beta x$$

$$\mathbf{sh}\,\underline{\gamma}x = \mathbf{sh}\left(j\beta x\right) = j\,\mathbf{sin}\,\beta x$$

Тогда основные уравнения однородной линии без потерь при отсчете x от конца линии будут следующими

$$\begin{cases} \underline{U}(x) = \underline{U}_2 \cdot \mathbf{cos}\,\beta x + jZ_{\mathrm{B}} \cdot \underline{I}_2 \cdot \mathbf{sin}\,\beta x \\ \underline{I}(x) = j \cdot \dfrac{\underline{U}_2}{Z_{\mathrm{B}}} \cdot \mathbf{sin}\,\beta x + \underline{I}_2 \cdot \mathbf{cos}\,\beta x \end{cases}$$

14 лекция

Однородная линия без потерь при гармонических напряжениях и токах

Если $\underline{U}_2 = U_2 \cdot e^{j\psi_{U2}}$ и

$$\underline{I}_2 = I_2 \cdot e^{j\psi_{I2}},$$ то

мгновенные значения будут следующими

а) напряжения

$$u(x,t)=\sqrt{2}\cdot U_2\cdot\mathbf{cos}\,\beta x\cdot\mathbf{sin}\left(\omega t+\psi_{U_2}\right)+$$

$$+\sqrt{2}\cdot I_2\cdot Z_{\text{В}}\cdot\mathbf{sin}\,\beta x\cdot\mathbf{sin}\left(\omega t+\psi_{I_2}+90^{\circ}\right)$$

б) тока

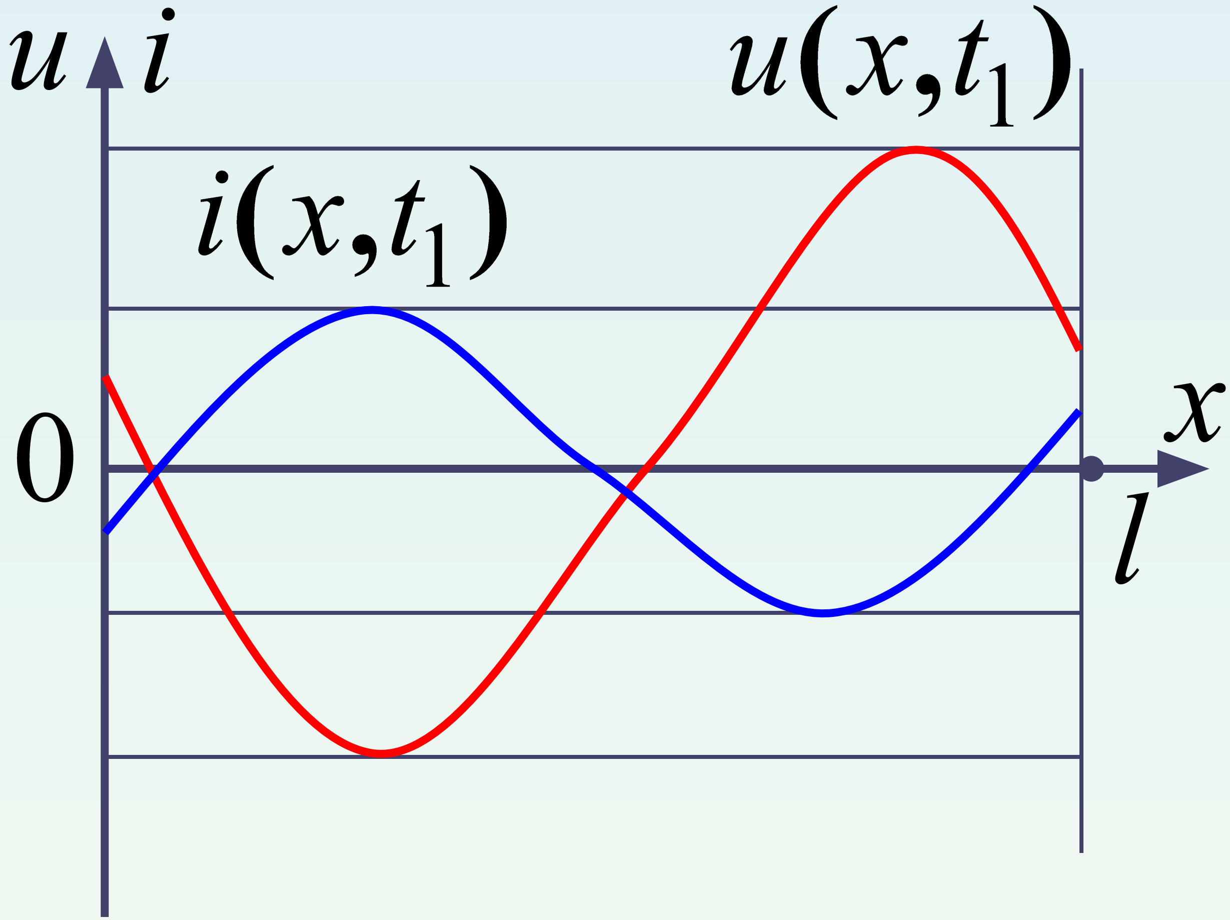
$$i(x,t)=$$

$$=\sqrt{2}\cdot\frac{U_2}{Z_{\text{В}}}\cdot\mathbf{sin}\,\beta x\cdot\mathbf{sin}\left(\omega t+\psi_{U_2}+90^{\circ}\right)+$$

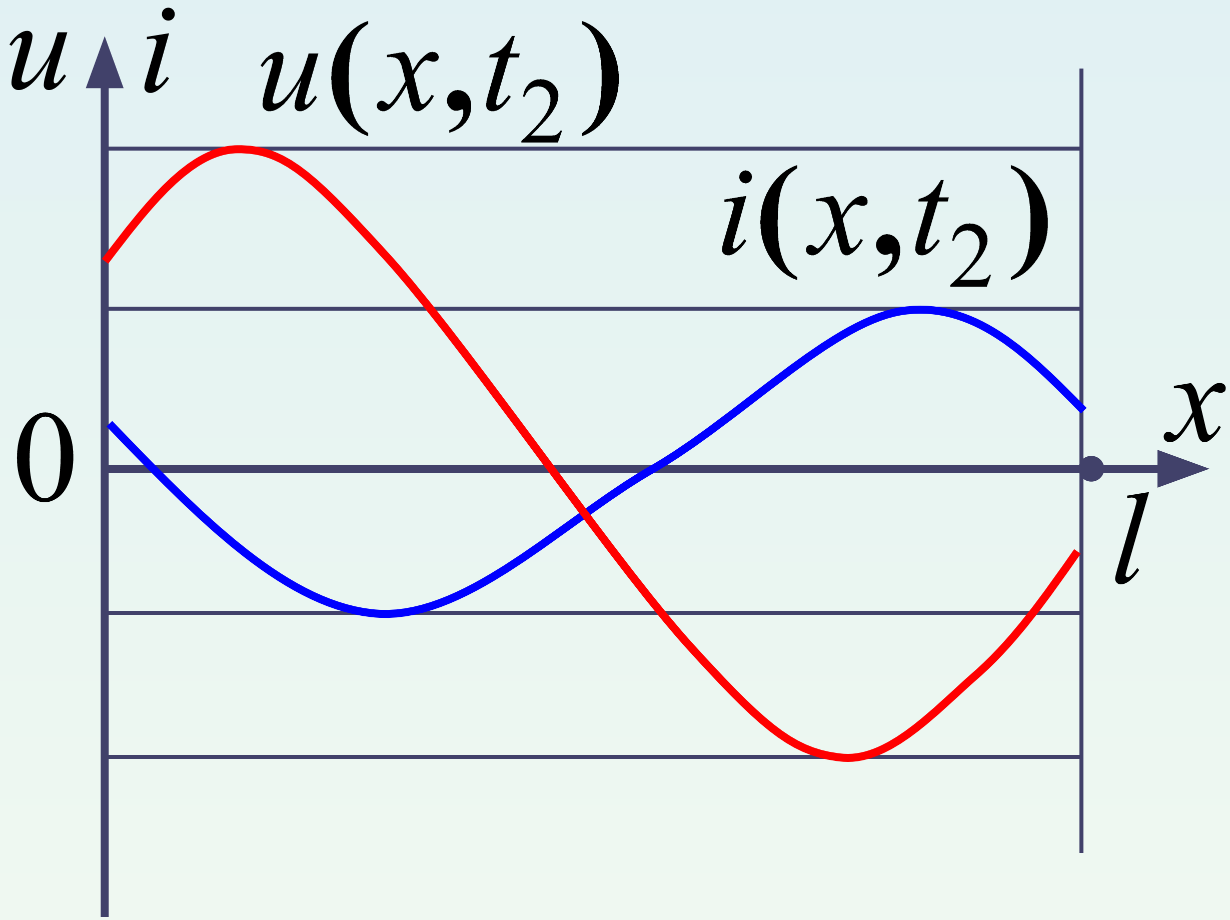
$$+\sqrt{2}\cdot I_2\cdot\mathbf{cos}\,\beta x\cdot\mathbf{sin}\left(\omega t+\psi_{I_2}\right)$$

Для любого момента времени распределение напряжения и тока вдоль линии в функции x является гармоническим

a) $t=t_1$



a) $t=t_2$



Комплекс входного

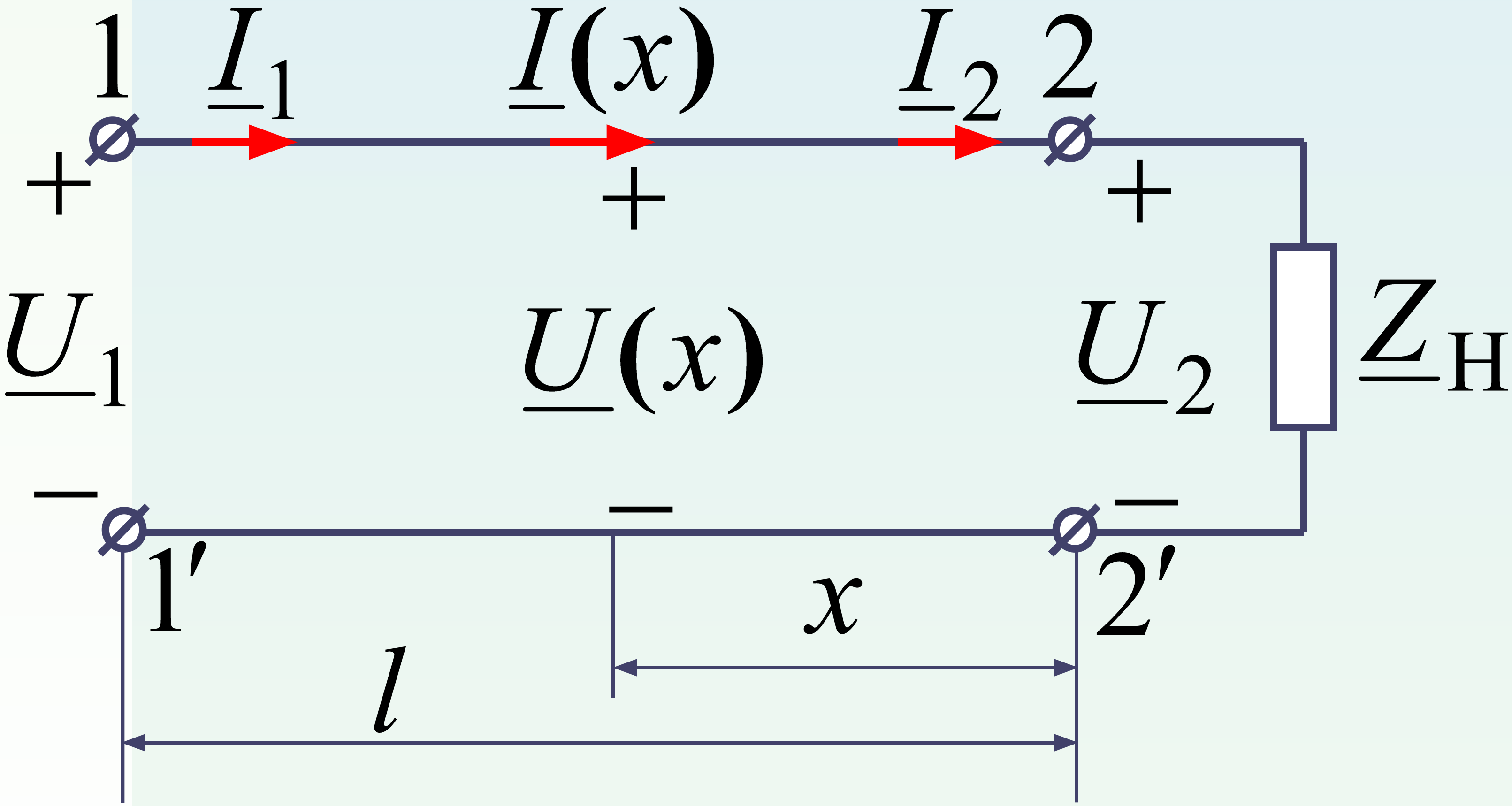
сопротивления линии

$$\underline{Z}_{\text{вх}} = \frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_1} = Z_{\text{В}} \cdot \frac{\underline{Z}_{\text{Н}} + j \cdot Z_{\text{В}} \cdot \mathbf{tg}\beta l}{Z_{\text{В}} + j \cdot \underline{Z}_{\text{Н}} \cdot \mathbf{tg}\beta l}$$

где $\underline{Z}_{\text{Н}} = \dfrac{\underline{U}_2}{\underline{I}_2}$ - сопротивление нагрузки

Режимы однородной линии без потерь

Проанализируем для комплексов действующих значений напряжений и токов с использованием основных уравнений


1
$\underline{I}_1$
$\underline{I}(x)$
$\underline{I}_2$
2
+
+
+
$\underline{U}_1$
$\underline{U}(x)$
$\underline{U}_2$
$\underline{Z}_{\text{H}}$
−
−
−
1′
2′
x
l

1. Режим холостого хода,

когда $\underline{Z}_{\text{Н}} = \infty$ и $\underline{I}_2 = 0$

$$\begin{cases} \underline{U}(x) = \underline{U}_2 \cdot \mathbf{cos}\,\beta x \\ \underline{I}(x) = j \cdot \dfrac{\underline{U}_2}{Z_\text{B}} \cdot \mathbf{sin}\,\beta x \end{cases}$$

$$\underline{Z}_{\text{BX}}^{(\text{XX})} = -j \cdot Z_\text{B} \cdot \mathbf{ctg}\beta l$$

В линии стоячие волны напряжения и тока

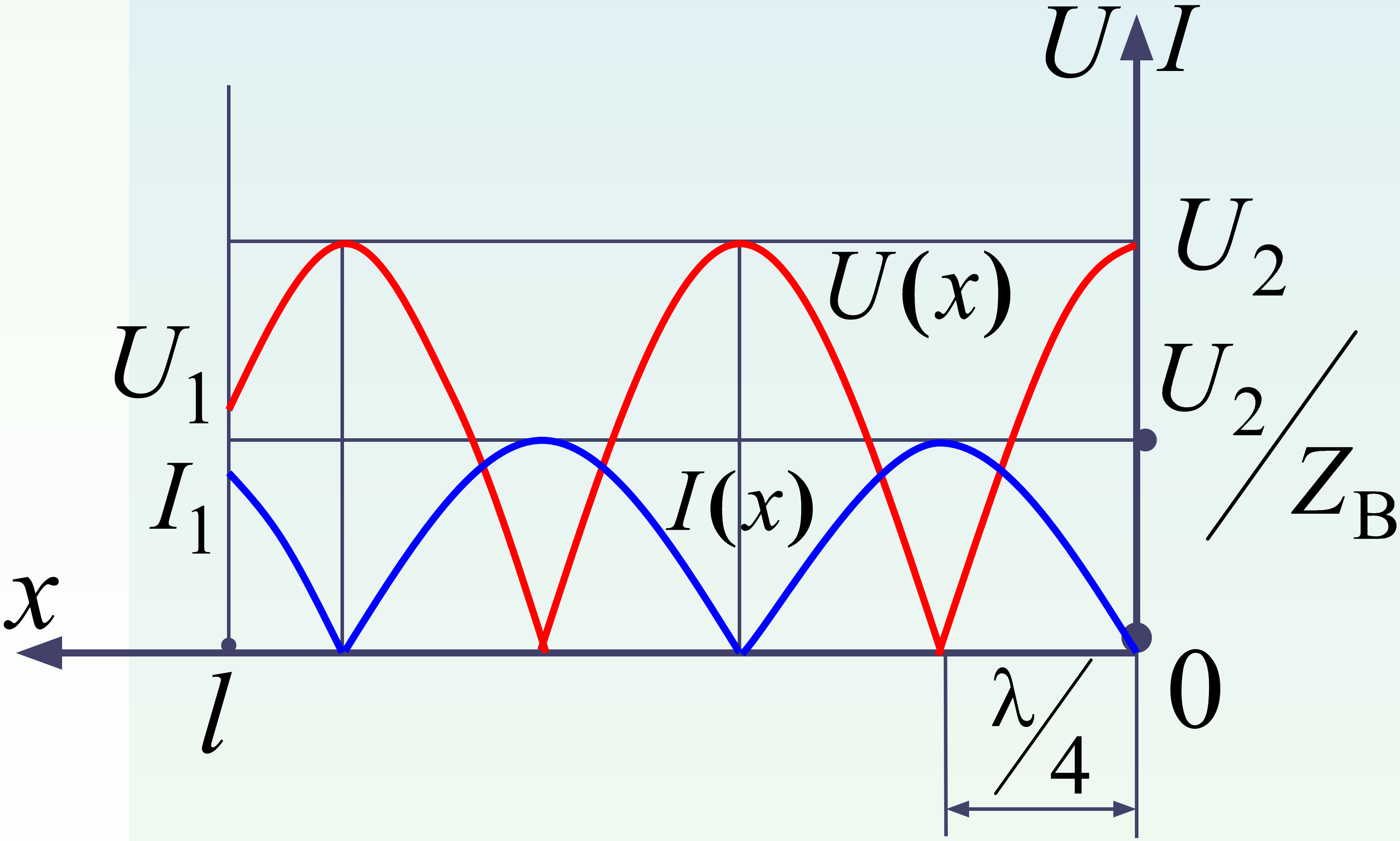
Стоячие волны – это результат наложения падающих и отраженных волн с одинаковой амплитудой

При стоячих волнах активная мощность в любой точке линии равна нулю

При стоячих волнах пучности и узлы неподвижны и сдвинуты друг относительно друга на $\lambda/4$

Построим графики для действующих значений

$$\begin{cases} U(x) = U_2 \cdot |\mathbf{cos}\,\beta x| \\ I(x) = \dfrac{U_2}{Z_\text{В}} \cdot |\mathbf{sin}\,\beta x| \end{cases}$$


U I
U(x)
I(x)
U_1
I_1
U_2
U_2 / Z_B
x
l
0
λ/4

2. Режим короткого замыкания, когда $\underline{Z}_{\text{н}} = 0$ и $\underline{U}_2 = 0$

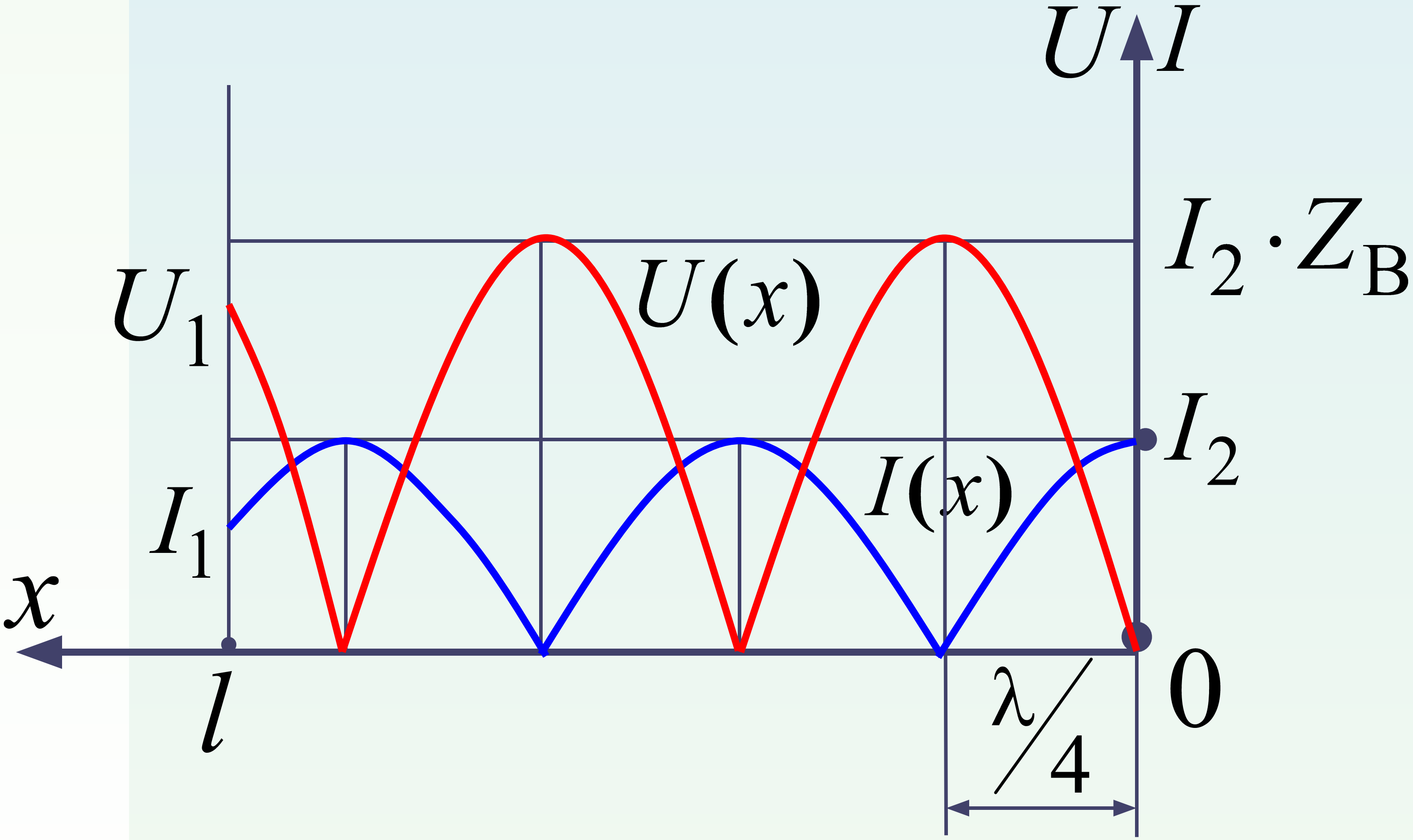
$$\begin{cases} \underline{U}(x) = j \cdot Z_{\text{В}} \cdot \underline{I}_2 \cdot \mathbf{sin}\,\beta x \\ \underline{I}(x) = \underline{I}_2 \cdot \mathbf{cos}\,\beta x \end{cases}$$

$$\underline{Z}_{\text{вх}}^{(\text{кз})} = j \cdot Z_{\text{В}} \cdot \mathbf{tg}\,\beta l$$

В линии – стоячие волны

Действующие значения:

$$\begin{cases} U(x) = Z_{\text{В}} \cdot I_2 \cdot \left|\mathbf{sin}\,\beta x\right| \\ I(x) = I_2 \cdot \left|\mathbf{cos}\,\beta x\right| \end{cases}$$


U I
$I_2 \cdot Z_B$
U_1
$U(x)$
I_2
I_1
$I(x)$
x
l
0
λ/4

3. Режим реактивной нагрузки, когда $\underline{Z}_{\text{Н}} = j \cdot X_{\text{Н}}$,

$$\underline{U}_2 = j \cdot X_{\text{Н}} \cdot \underline{I}_2 , \quad \mathbf{tg}\,\sigma = X_{\text{Н}} / Z_{\text{В}}$$

$$\begin{cases} \underline{U}(x) = \underline{U}_2 \cdot \dfrac{\sin(\beta x + \sigma)}{\sin\sigma} \\ \underline{I}(x) = \underline{I}_2 \cdot \dfrac{\cos(\beta x + \sigma)}{\cos\sigma} \end{cases}$$

Входное сопротивление

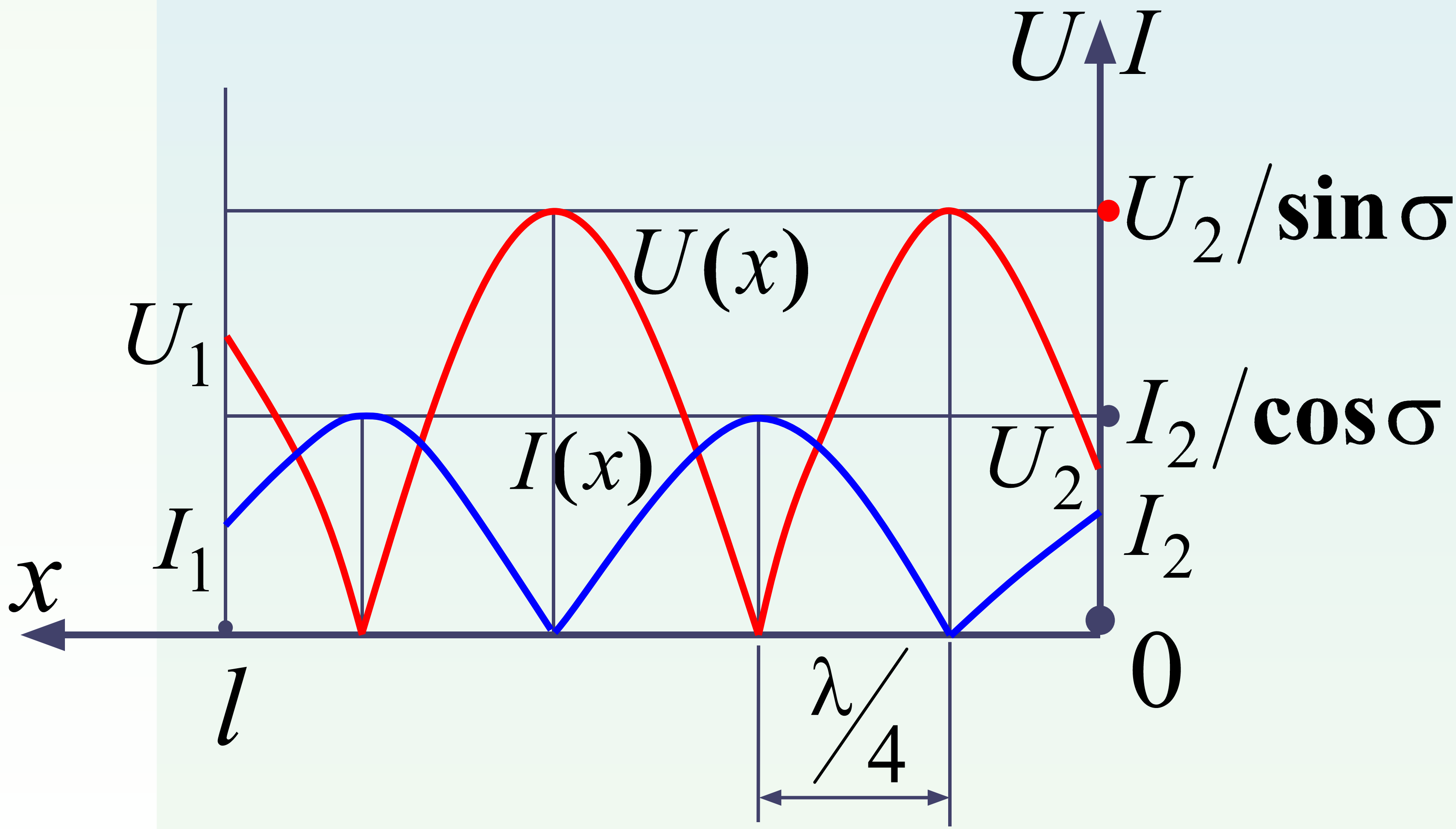
$$\underline{Z}_{\text{вх}}^{(\text{р})} = j \cdot X_{\text{Н}} \cdot \frac{\mathbf{tg}\left(\beta l + \sigma\right)}{\mathbf{tg}\,\sigma}$$

В линии – стоячие волны
Действующие значения:

$$\begin{cases} U(x) = U_2 \cdot \left| \dfrac{\sin(\beta x + \sigma)}{\sin \sigma} \right| \\ I(x) = I_2 \cdot \left| \dfrac{\cos(\beta x + \sigma)}{\cos \sigma} \right| \end{cases}$$

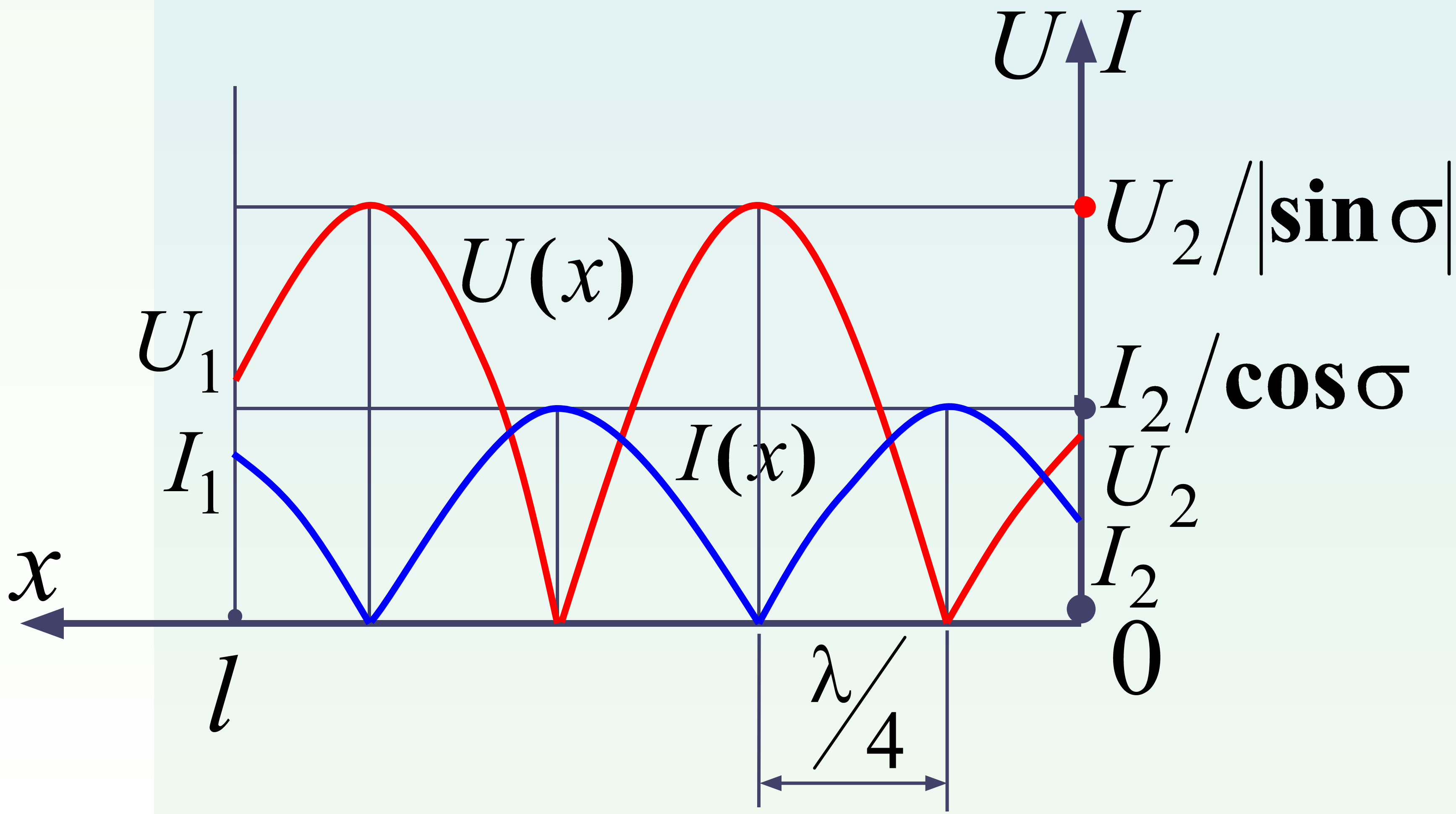
а) индуктивная нагрузка

$(X_{\text{н}} > 0, \sigma > 0)$



б) емкостная нагрузка

$$(X_{\text{Н}} < 0,\ \sigma < 0)$$



4. Режим согласованной нагрузки, когда

$$\underline{Z}_{\mathrm{Н}} = Z_{\mathrm{В}} = \sqrt{L_0 / C_0}$$

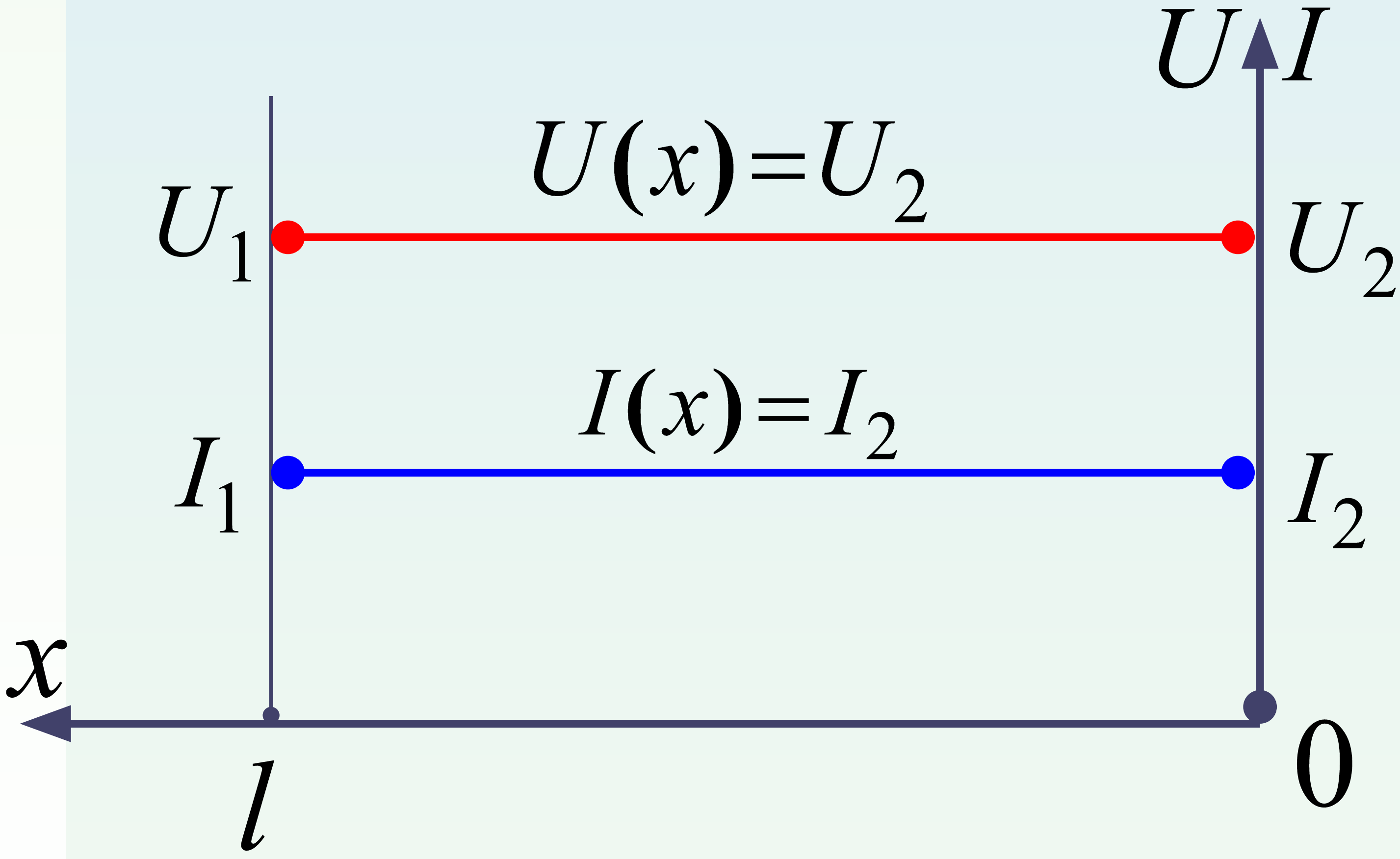
$$\begin{cases} \underline{U}(x) = \underline{U}_2 \cdot e^{j\beta x} \\ \underline{I}(x) = \underline{I}_2 \cdot e^{j\beta x} \end{cases}$$

$$\underline{Z}_{\text{вх}}^{(\text{c})} = Z_{\text{В}}$$

Стоячих волн нет

Действующие значения:

$$\begin{cases} U(x) = U_2 \\ I(x) = I_2 \end{cases}$$



U I
U(x)=U2
U1
U2
I(x)=I2
I1
I2
x
l
0

5. Режим активной нагрузки, когда

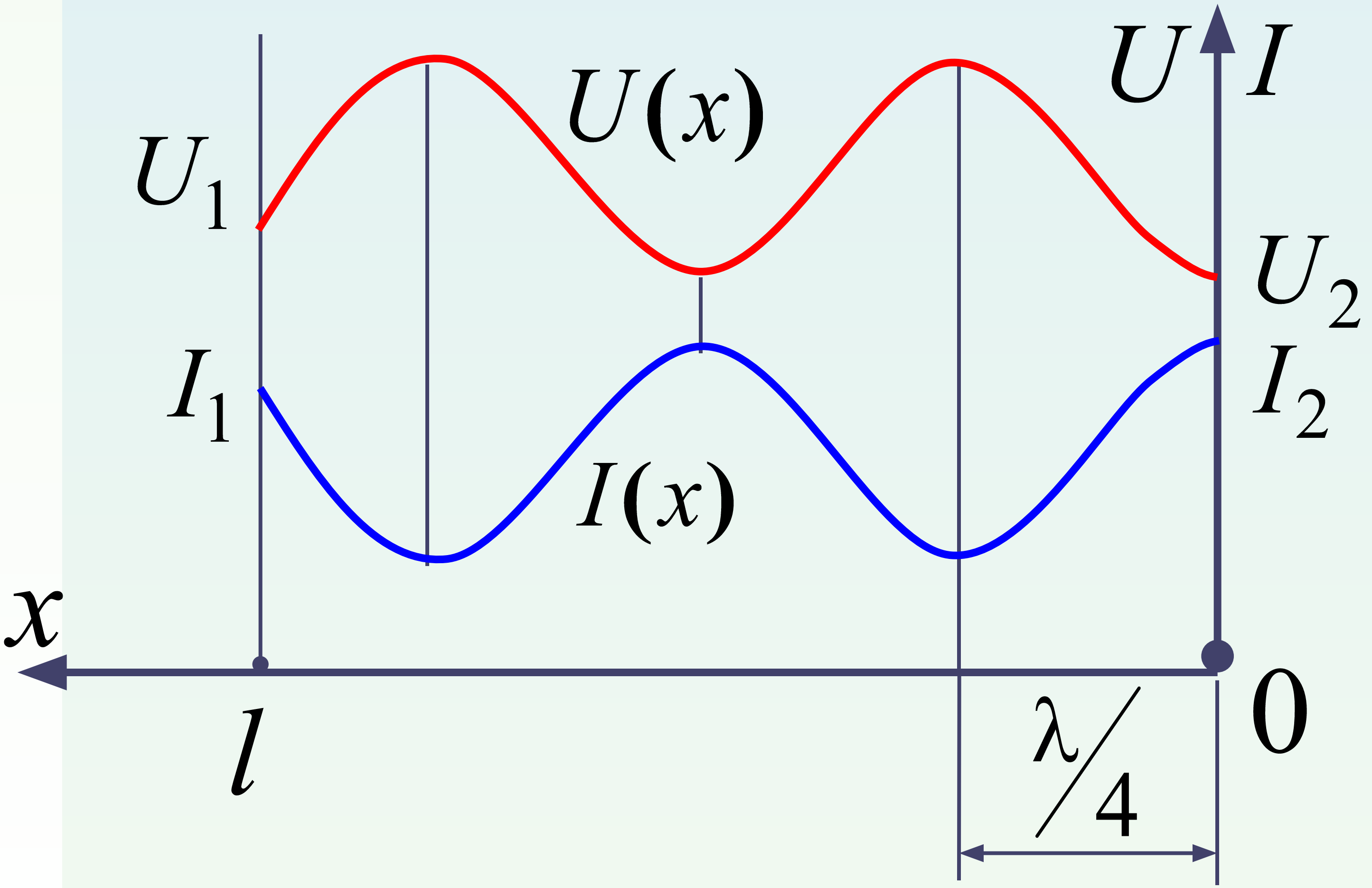
$$\underline{Z}_{\text{Н}} = R_{\text{Н}} \neq Z_{\text{В}}$$

$$\begin{cases} \underline{U}(x) = \underline{U}_2 \cdot \left(\mathbf{cos}\,\beta x + j \cdot \dfrac{Z_{\mathrm{B}}}{R_{\mathrm{H}}} \cdot \mathbf{sin}\,\beta x \right) \\ \underline{I}(x) = \underline{I}_2 \cdot \left(\mathbf{cos}\,\beta x + j \cdot \dfrac{R_{\mathrm{H}}}{Z_{\mathrm{B}}} \cdot \mathbf{sin}\,\beta x \right) \end{cases}$$

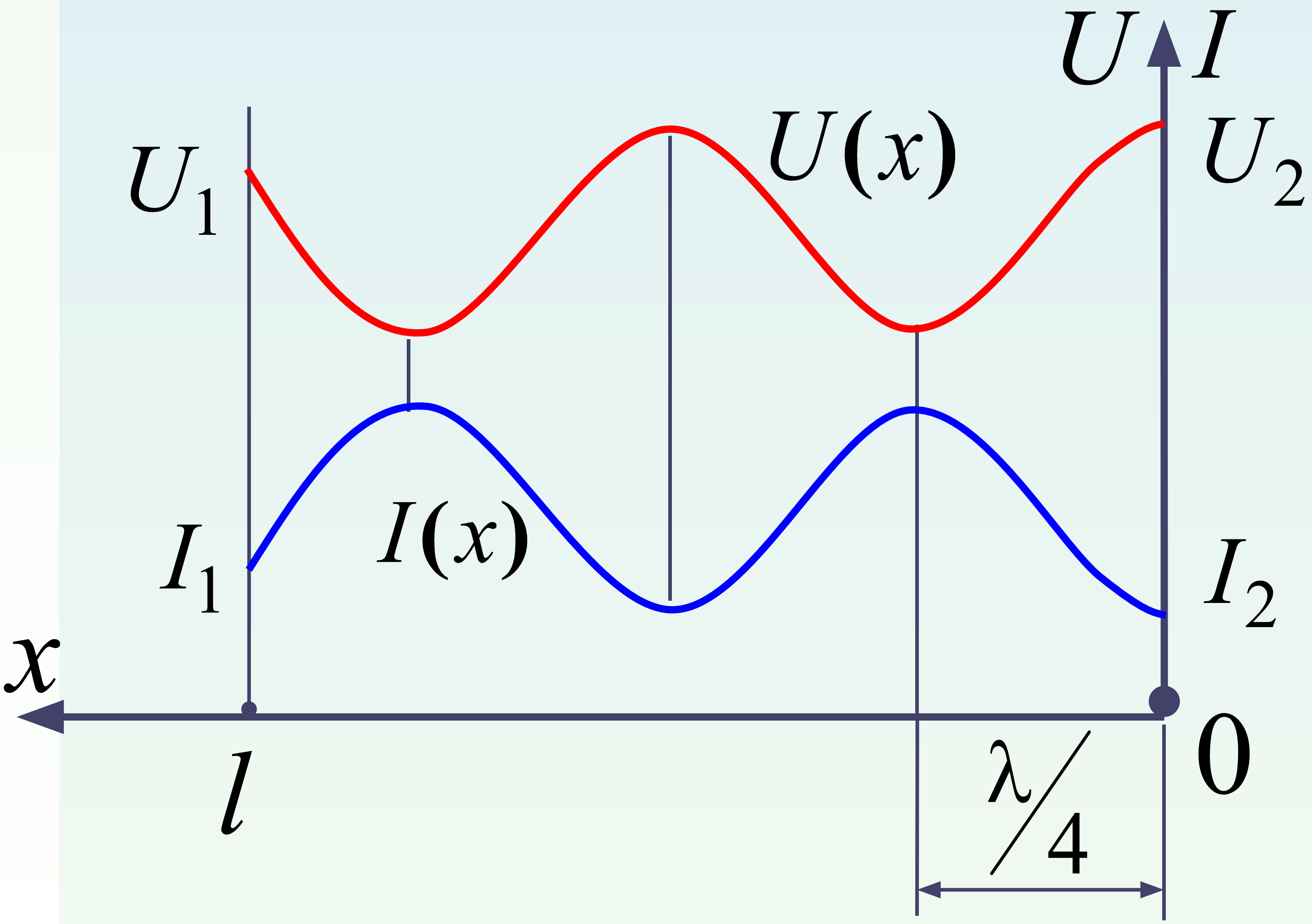
Стоячих волн нет
Действующие значения:

$$\begin{cases} U(x) = U_2 \cdot \sqrt{\cos^2 \beta x + \dfrac{Z_B^2}{R_H^2} \cdot \sin^2 \beta x} \\ I(x) = I_2 \cdot \sqrt{\cos^2 \beta x + \dfrac{R_H^2}{Z_B^2} \cdot \sin^2 \beta x} \end{cases}$$

a) $R_H < Z_B$



б) $R_{\text{Н}} > Z_{\text{В}}$



Если $l = \lambda/4$ и $R_{\text{Н}} = 10 \cdot Z_{\text{В}}$,

то $$\frac{U_1}{U_2} = \frac{Z_{\text{В}}}{R_{\text{Н}}} = 0{,}1 \qquad \frac{I_1}{I_2} = \frac{R_{\text{Н}}}{Z_{\text{В}}} = 10$$

- четверть волновой трансформатор