

15 лекция

Однородная линия без потерь
при гармонических
напряжениях и токах

Однородная линия без потерь при гармонических напряжениях и токах

Линией без потерь считается

линия, у которой $R_0 \ll \omega L_0$

и $G_0 \ll \omega C_0$, поэтому $R_0 \approx 0$,

$G_0 \approx 0$

Тогда

$$\underline{Z}_0 = j\omega L_0 \quad \underline{Y}_0 = j\omega C_0$$

$$\underline{Z}_B = Z_B = \sqrt{\frac{\underline{Z}_0}{\underline{Y}_0}} = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}}$$

$$\underline{\gamma} = \sqrt{\underline{Z}_0 \underline{Y}_0} = j\omega \sqrt{L_0 C_0}$$

Таким образом

$$\alpha = 0 \qquad \beta = \omega \sqrt{L_0 C_0}$$

$$v = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}}$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi}{\omega \sqrt{L_0 C_0}}$$

Амплитуды падающей и
отраженной волн напряжения
и тока вдоль линии меняться
не будут ($\alpha = 0$)

Будет изменяться фаза
напряжения и тока вдоль
линии ($\beta \neq 0$)

Поскольку α и ν не зависят от ω , то линия без потерь является линией без искажений

Так как

$$\mathbf{ch} \underline{\gamma}x = \mathbf{ch} (j\beta x) = \mathbf{cos} \beta x$$

$$\mathbf{sh} \underline{\gamma}x = \mathbf{sh} (j\beta x) = j \mathbf{sin} \beta x$$

Тогда основные уравнения
однородной линии без потерь
при отсчете x от конца линии
будут следующими

$$\begin{cases} \underline{U}(x) = \underline{U}_2 \cdot \mathbf{cos} \beta x + jZ_B \cdot \underline{I}_2 \cdot \mathbf{sin} \beta x \\ \underline{I}(x) = j \cdot \frac{\underline{U}_2}{Z_B} \cdot \mathbf{sin} \beta x + \underline{I}_2 \cdot \mathbf{cos} \beta x \end{cases}$$

14 лекция

Однородная линия без потерь
при гармонических
напряжениях и токах

Если $\underline{U}_2 = U_2 \cdot e^{j\psi_{U_2}}$ и

$$\underline{I}_2 = I_2 \cdot e^{j\psi_{I_2}}, \text{ то}$$

мгновенные значения будут
следующими

а) напряжения

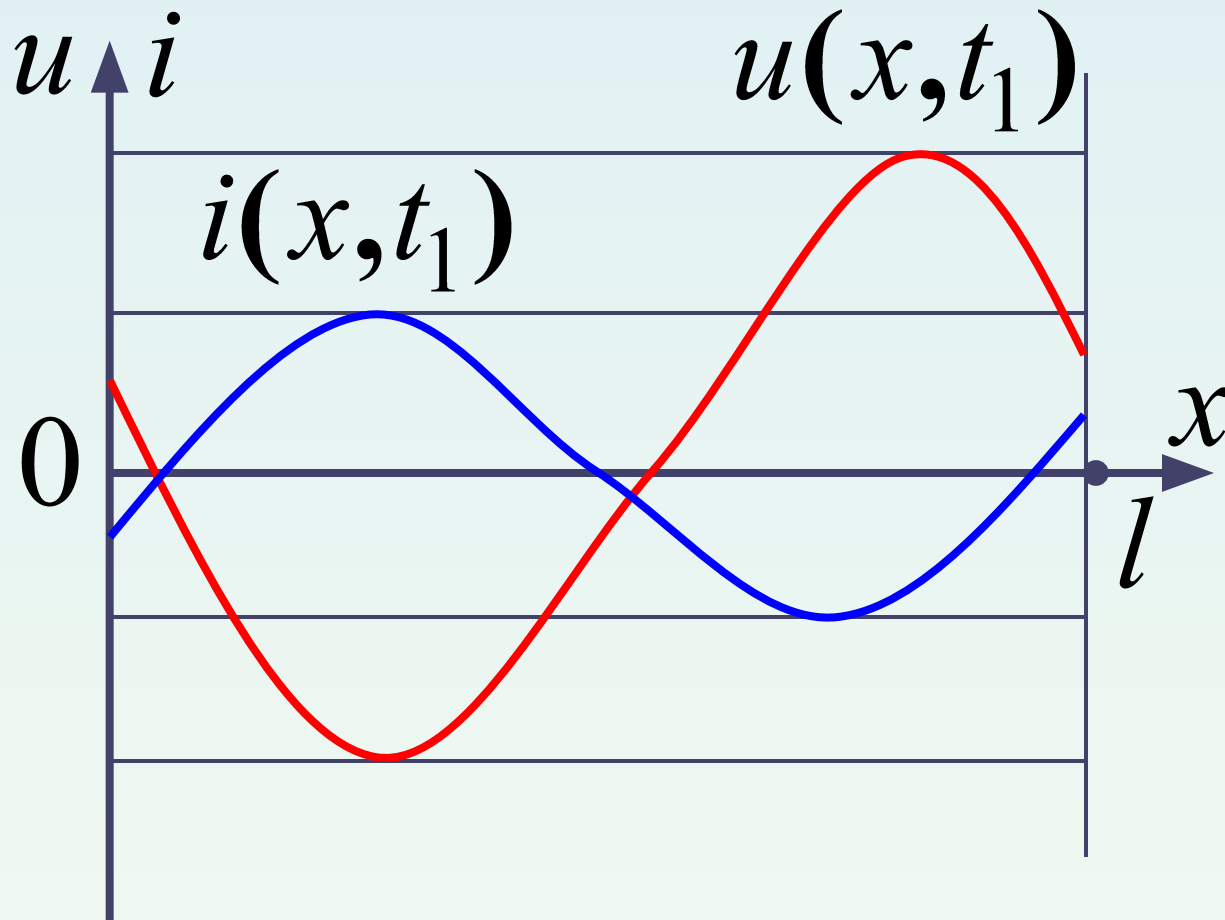
$$u(x,t) = \sqrt{2} \cdot U_2 \cdot \cos \beta x \cdot \sin(\omega t + \psi_{U_2}) + \sqrt{2} \cdot I_2 \cdot Z_B \cdot \sin \beta x \cdot \sin(\omega t + \psi_{I_2} + 90^\circ)$$

б) тока

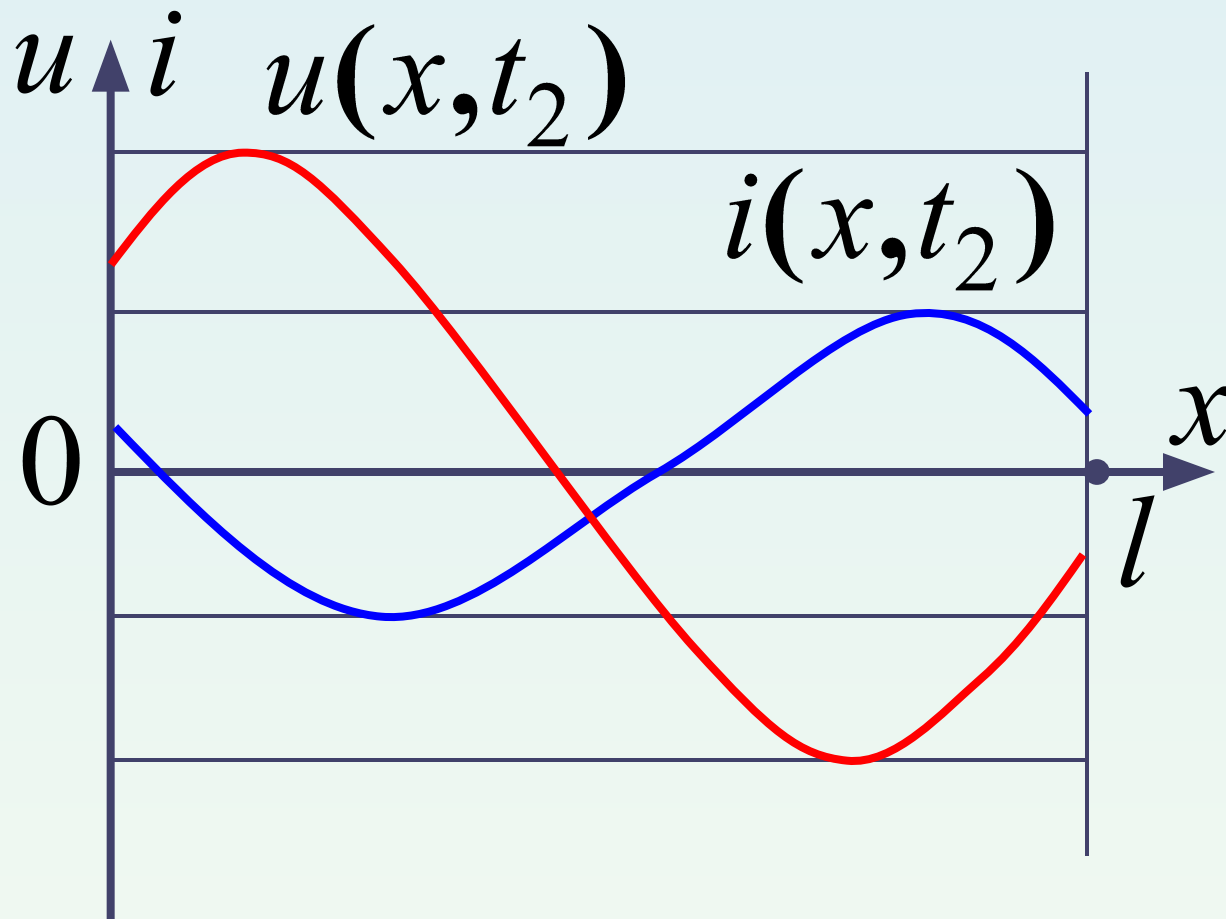
$$\begin{aligned} i(x,t) &= \\ &= \sqrt{2} \cdot \frac{U_2}{Z_B} \cdot \mathbf{\sin} \beta x \cdot \mathbf{\sin} (\omega t + \psi_{U_2} + 90^\circ) + \\ &\quad + \sqrt{2} \cdot I_2 \cdot \mathbf{\cos} \beta x \cdot \mathbf{\sin} (\omega t + \psi_{I_2}) \end{aligned}$$

Для любого момента времени
распределение напряжения и
тока вдоль линии в функции x
является гармоническим

a) $t=t_1$



a) $t=t_2$



Комплекс входного

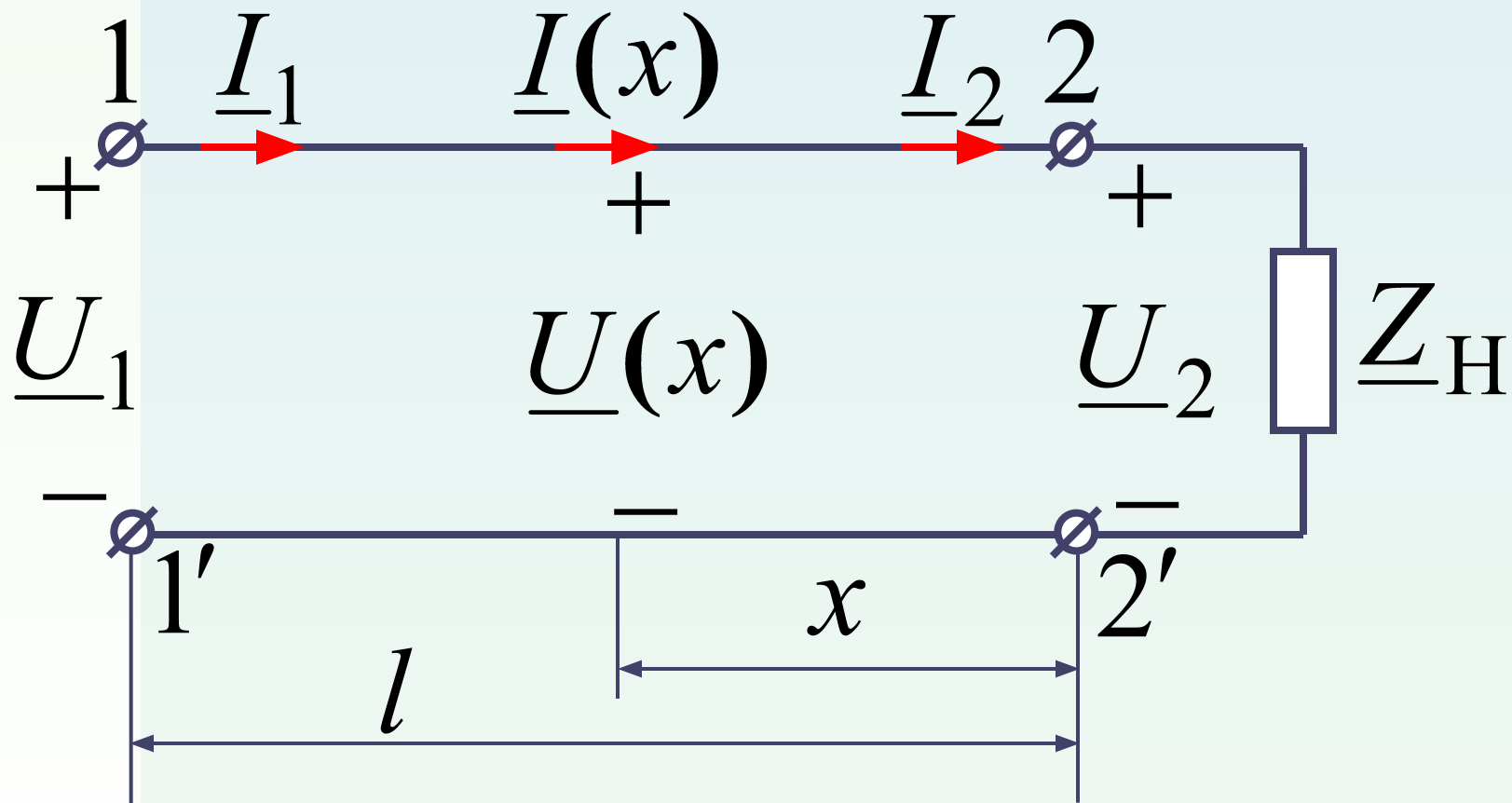
сопротивления линии

$$\underline{Z}_{\text{ВХ}} = \frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_1} = Z_{\text{В}} \cdot \frac{\underline{Z}_{\text{Н}} + j \cdot Z_{\text{В}} \cdot \text{tg} \beta l}{Z_{\text{В}} + j \cdot \underline{Z}_{\text{Н}} \cdot \text{tg} \beta l}$$

где $\underline{Z}_{\text{Н}} = \frac{\underline{U}_2}{\underline{I}_2}$ - сопротивление
нагрузки

Режимы однородной линии без потерь

Проанализируем для
комплексов действующих
значений напряжений и токов
с использованием основных
уравнений



1. Режим холостого хода,
когда $Z_H = \infty$ и $I_2 = 0$

$$\begin{cases} \underline{U}(x) = \underline{U}_2 \cdot \mathbf{cos} \beta x \\ \underline{I}(x) = j \cdot \frac{\underline{U}_2}{Z_B} \cdot \mathbf{sin} \beta x \end{cases}$$

$$\underline{Z}_{BX}^{(xx)} = -j \cdot Z_B \cdot \mathbf{ctg} \beta l$$

В линии стоячие волны напряжения и тока

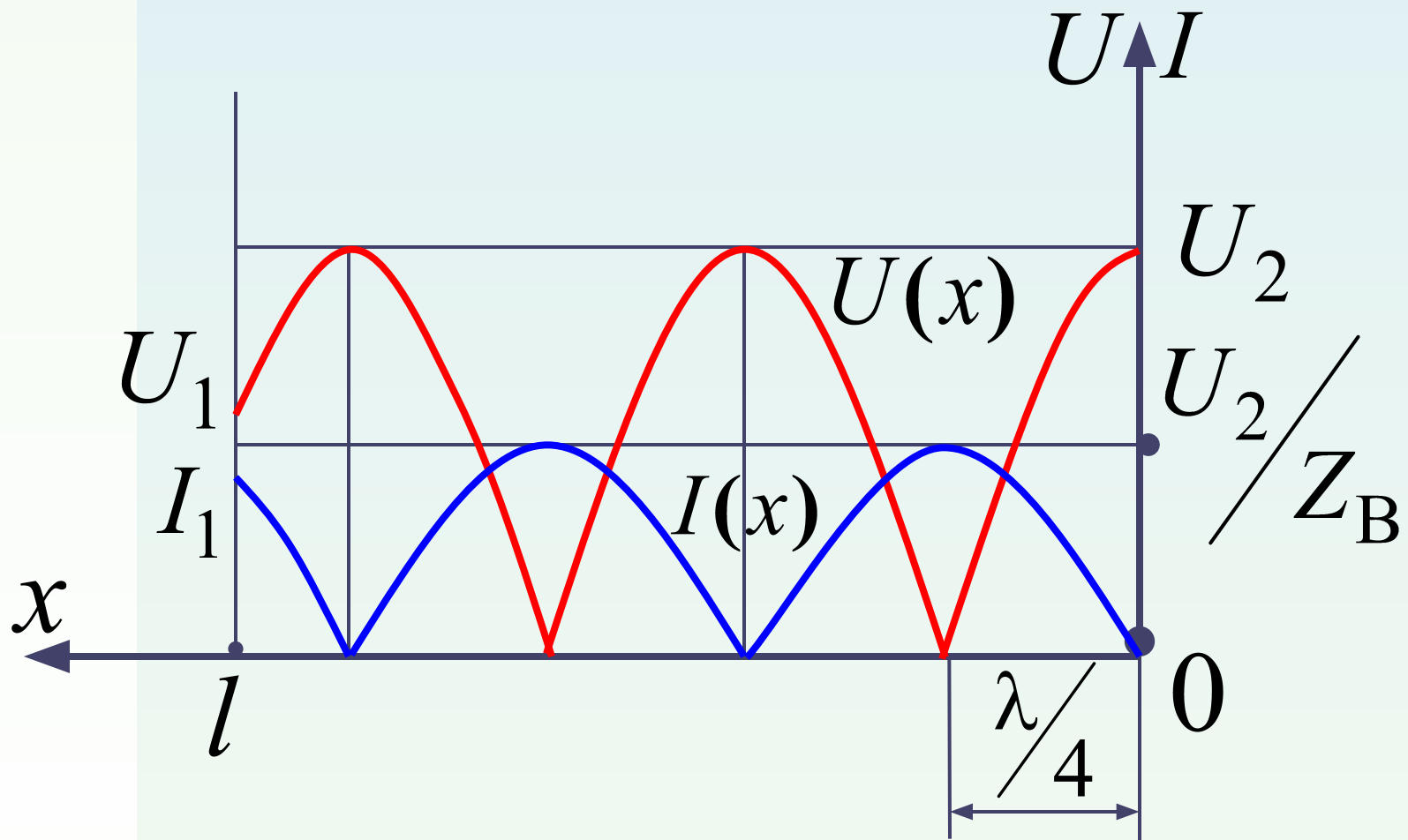
Стоячие волны – это
результат наложения
падающих и отраженных волн
с одинаковой амплитудой

При стоячих волнах активная
мощность в любой точке
линии равна нулю

При стоячих волнах пучности
и узлы неподвижны и
сдвинуты друг относительно
друга на $\frac{\lambda}{4}$

Построим графики для действующих значений

$$\begin{cases} U(x) = U_2 \cdot |\cos \beta x| \\ I(x) = \frac{U_2}{Z_B} \cdot |\sin \beta x| \end{cases}$$



2. Режим короткого

замыкания, когда $\underline{Z}_H = 0$

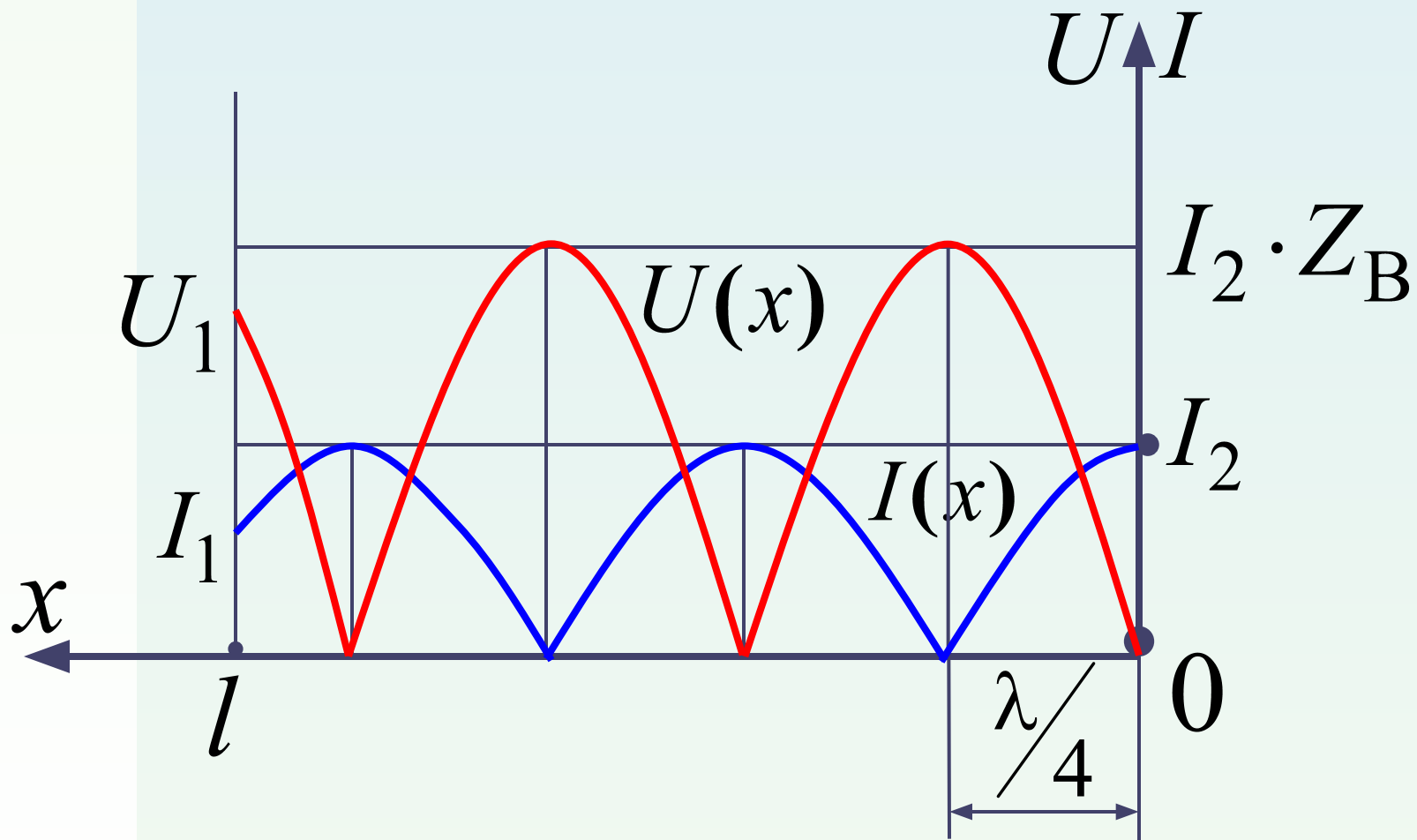
и $\underline{U}_2 = 0$

$$\begin{cases} \underline{U}(x) = j \cdot Z_B \cdot \underline{I}_2 \cdot \mathbf{\sin} \beta x \\ \underline{I}(x) = \underline{I}_2 \cdot \mathbf{\cos} \beta x \end{cases}$$

$$\underline{Z}_{BX}^{(K3)} = j \cdot Z_B \cdot \mathbf{tg} \beta l$$

В линии – стоячие волны
Действующие значения:

$$\begin{cases} U(x) = Z_{\text{В}} \cdot I_2 \cdot |\mathbf{\sin} \beta x| \\ I(x) = I_2 \cdot |\mathbf{\cos} \beta x| \end{cases}$$



3. Режим реактивной

нагрузки, когда $\underline{Z}_H = j \cdot X_H$,

$$\underline{U}_2 = j \cdot X_H \cdot \underline{I}_2, \quad \text{tg } \sigma = \frac{X_H}{Z_B}$$

$$\begin{cases} \underline{U}(x) = \underline{U}_2 \cdot \frac{\sin(\beta x + \sigma)}{\sin \sigma} \\ \underline{I}(x) = \underline{I}_2 \cdot \frac{\cos(\beta x + \sigma)}{\cos \sigma} \end{cases}$$

Входное сопротивление

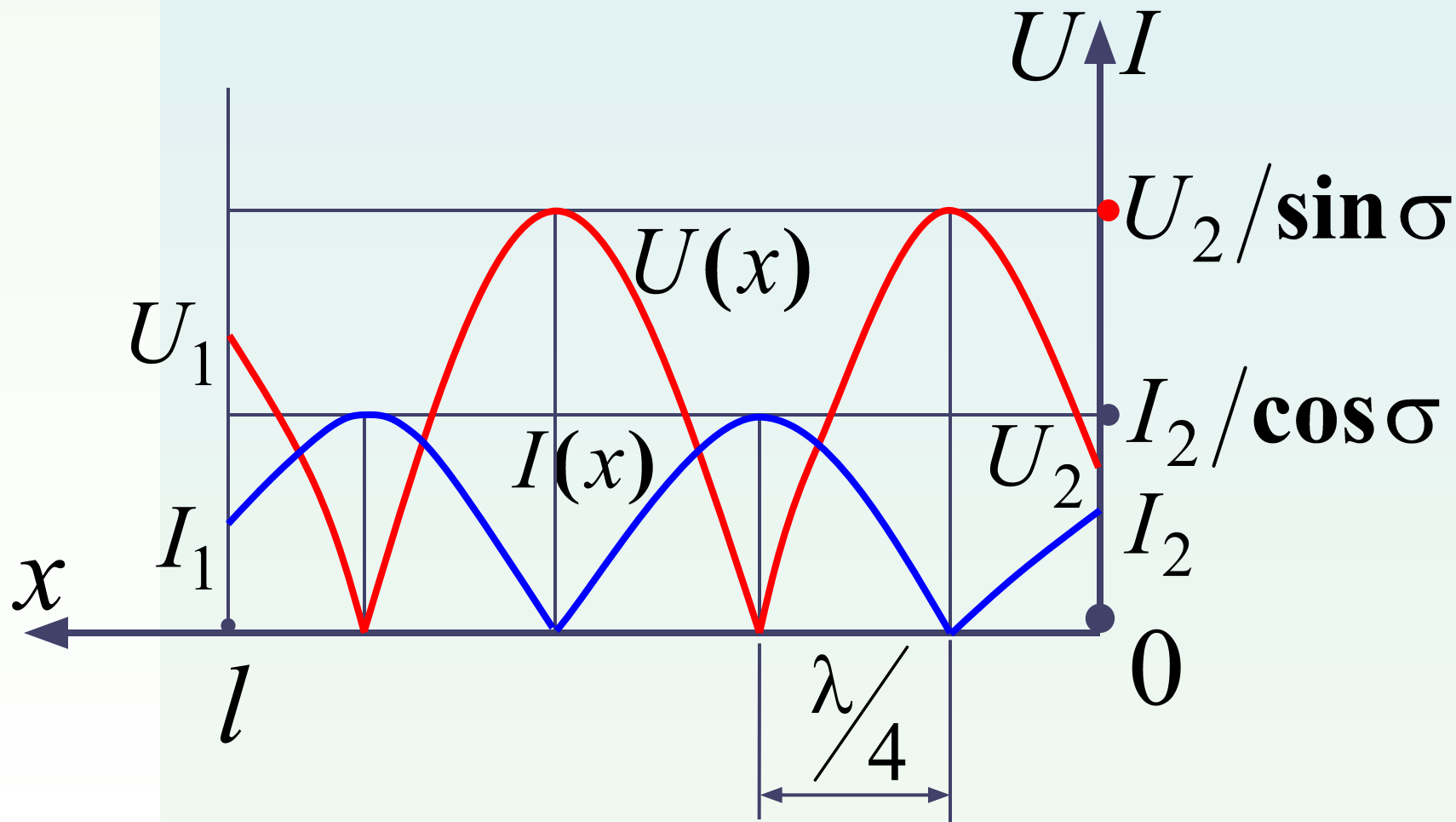
$$\underline{Z}_{\text{BX}}^{(p)} = j \cdot X_{\text{H}} \cdot \frac{\text{tg}(\beta l + \sigma)}{\text{tg} \sigma}$$

В линии – стоячие волны
Действующие значения:

$$\left\{ \begin{array}{l} U(x) = U_2 \cdot \left| \frac{\sin(\beta x + \sigma)}{\sin \sigma} \right| \\ I(x) = I_2 \cdot \left| \frac{\cos(\beta x + \sigma)}{\cos \sigma} \right| \end{array} \right.$$

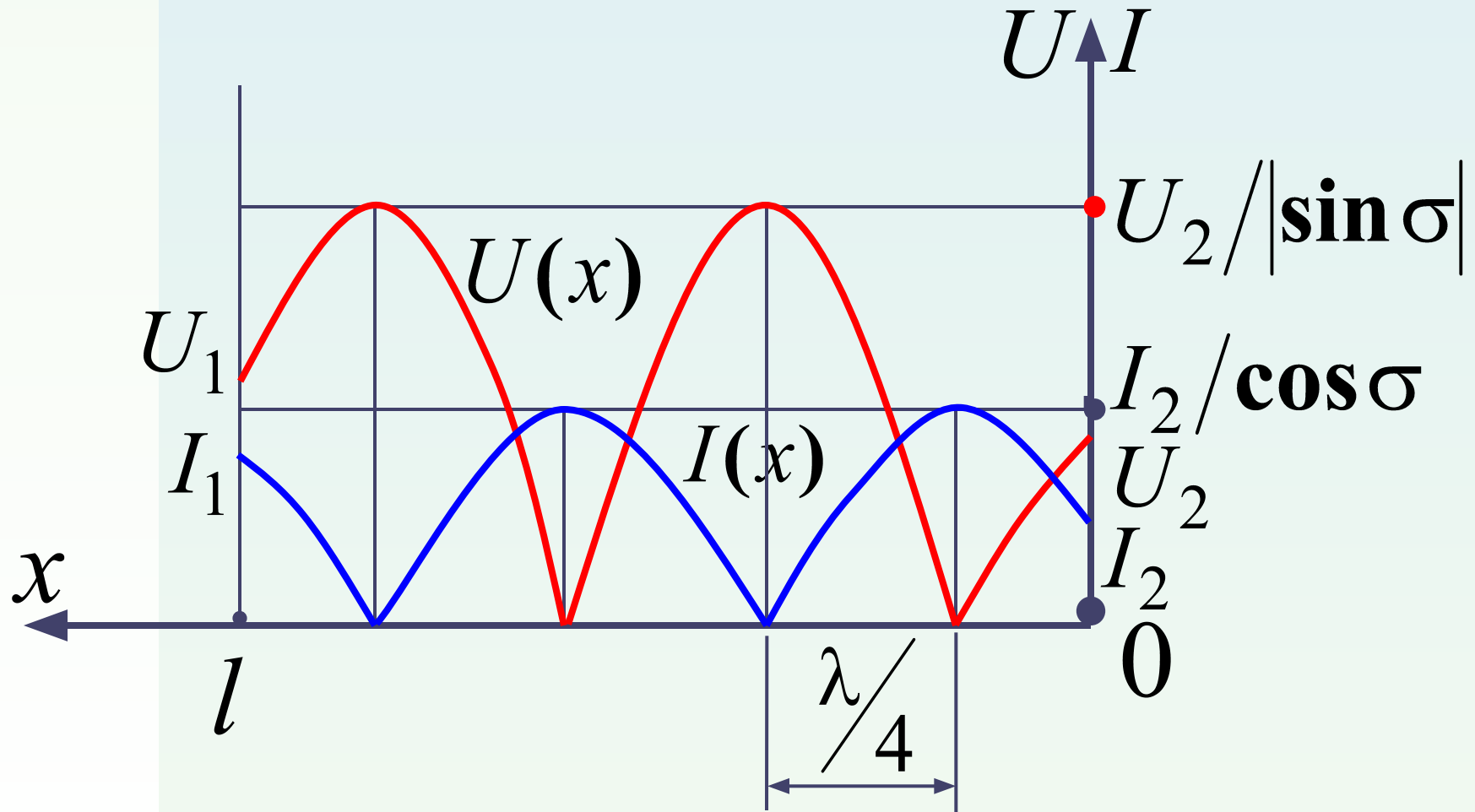
а) индуктивная нагрузка

$$(X_H > 0, \sigma > 0)$$



б) емкостная нагрузка

$$(X_H < 0, \sigma < 0)$$



4. Режим согласованной нагрузки, когда

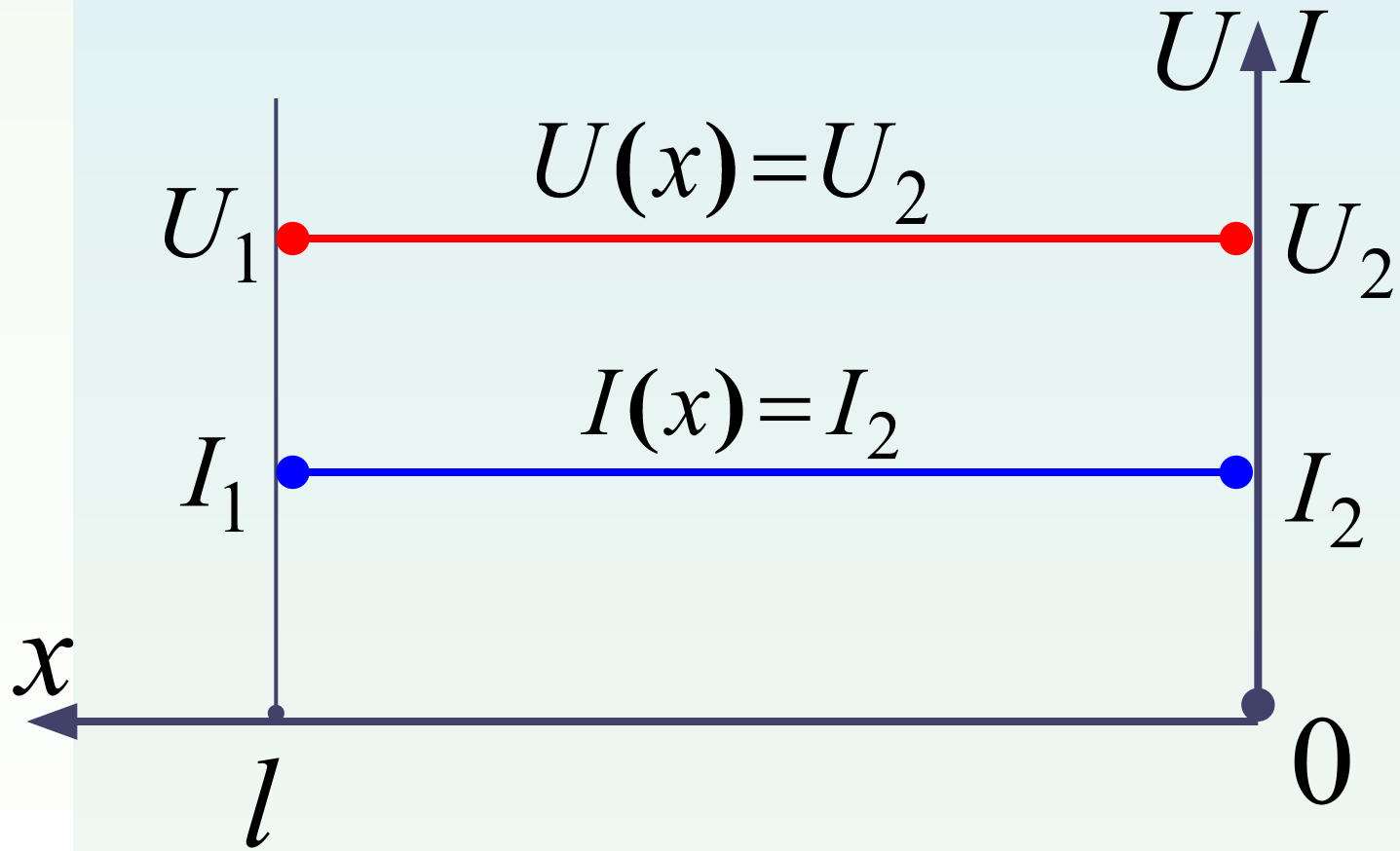
$$\underline{Z}_H = Z_B = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}}$$

$$\begin{cases} \underline{U}(x) = \underline{U}_2 \cdot e^{j\beta x} \\ \underline{I}(x) = \underline{I}_2 \cdot e^{j\beta x} \end{cases}$$

$$\underline{Z}_{\text{BX}}^{(\text{c})} = Z_{\text{B}}$$

Стоячих волн нет
Действующие значения:

$$\begin{cases} U(x) = U_2 \\ I(x) = I_2 \end{cases}$$



5. Режим активной нагрузки,
когда

$$\underline{Z}_H = R_H \neq Z_B$$

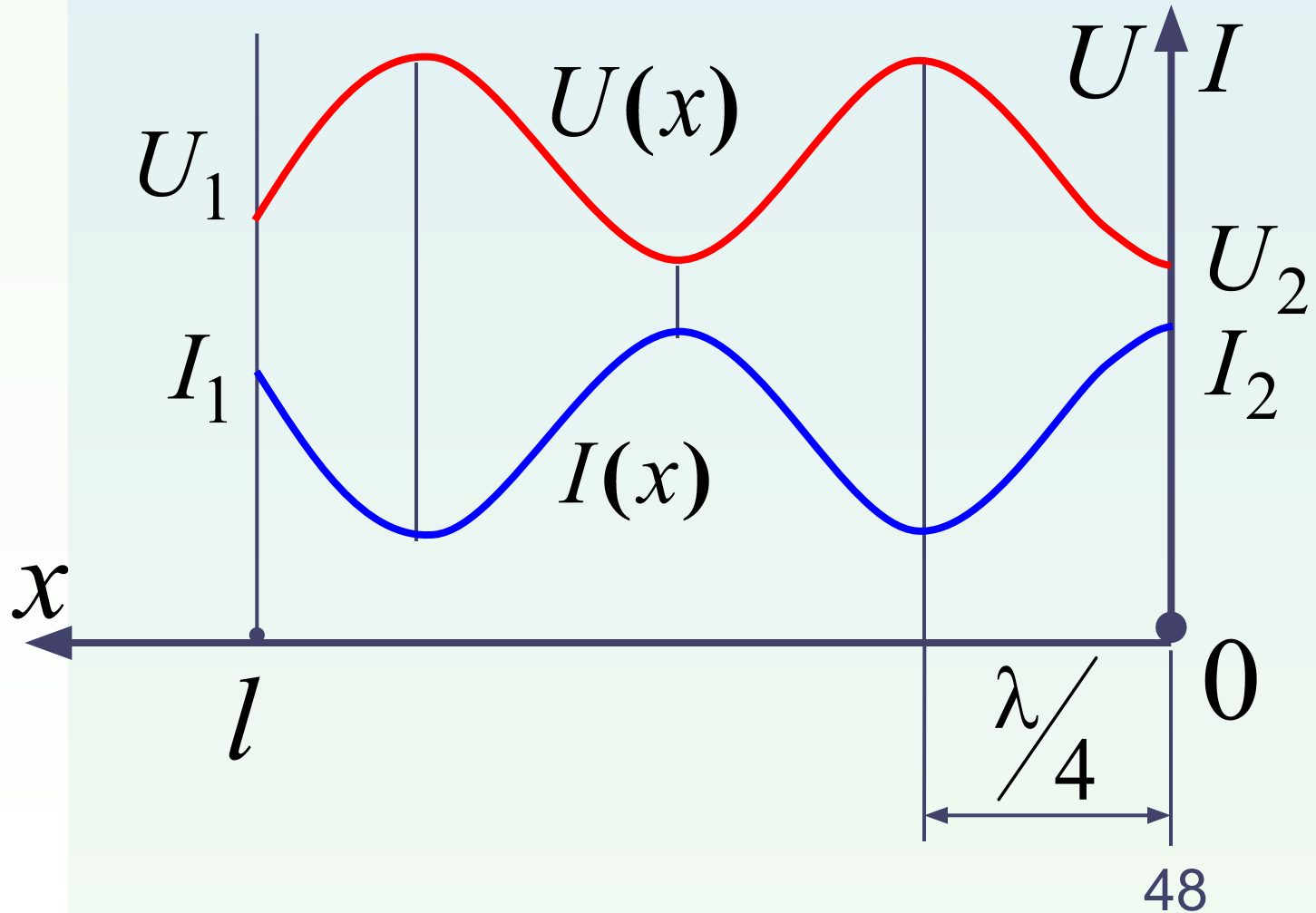
$$\begin{cases} \underline{U}(x) = \underline{U}_2 \cdot \left(\mathbf{cos} \beta x + j \cdot \frac{Z_B}{R_H} \cdot \mathbf{sin} \beta x \right) \\ \underline{I}(x) = \underline{I}_2 \cdot \left(\mathbf{cos} \beta x + j \cdot \frac{R_H}{Z_B} \cdot \mathbf{sin} \beta x \right) \end{cases}$$

Стоячих волн нет

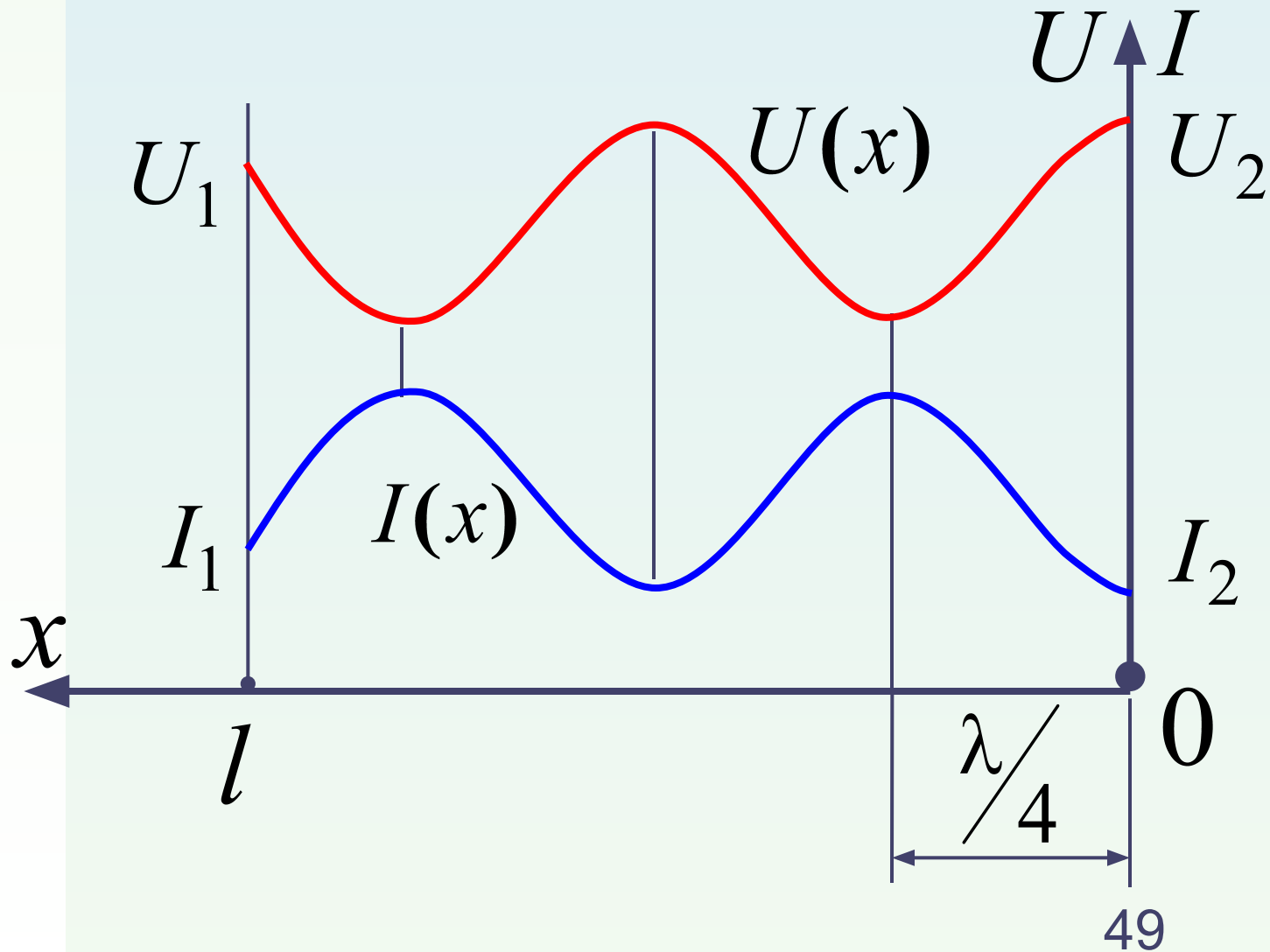
Действующие значения:

$$\left\{ \begin{array}{l} U(x) = U_2 \cdot \sqrt{\cos^2 \beta x + \frac{Z_B^2}{R_H^2} \cdot \sin^2 \beta x} \\ I(x) = I_2 \cdot \sqrt{\cos^2 \beta x + \frac{R_H^2}{Z_B^2} \cdot \sin^2 \beta x} \end{array} \right.$$

a) $R_H < Z_B$



$$6) R_H > Z_B$$



Если $l = \lambda/4$ и $R_H = 10 \cdot Z_B$,

то $\frac{U_1}{U_2} = \frac{Z_B}{R_H} = 0,1$ $\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_H}{Z_B} = 10$

- четверть волновой
трансформатор