

КВАНТОВАЯ ОПТИКА

Лекция 30.

Тема: Тепловое излучение

Учебник:

Трофимова Т.И. Курс физики : учеб. пособ. для вузов / Т. И. Трофимова. - М.: Академия, 2007.- с. **357-368.**

Куручкин А.Р.
к.ф.-м.н.

Существуют два вида **излучения**.

Тепловое излучение – испускание
электромагнитных волн за счёт
внутренней (тепловой)
энергии тел.

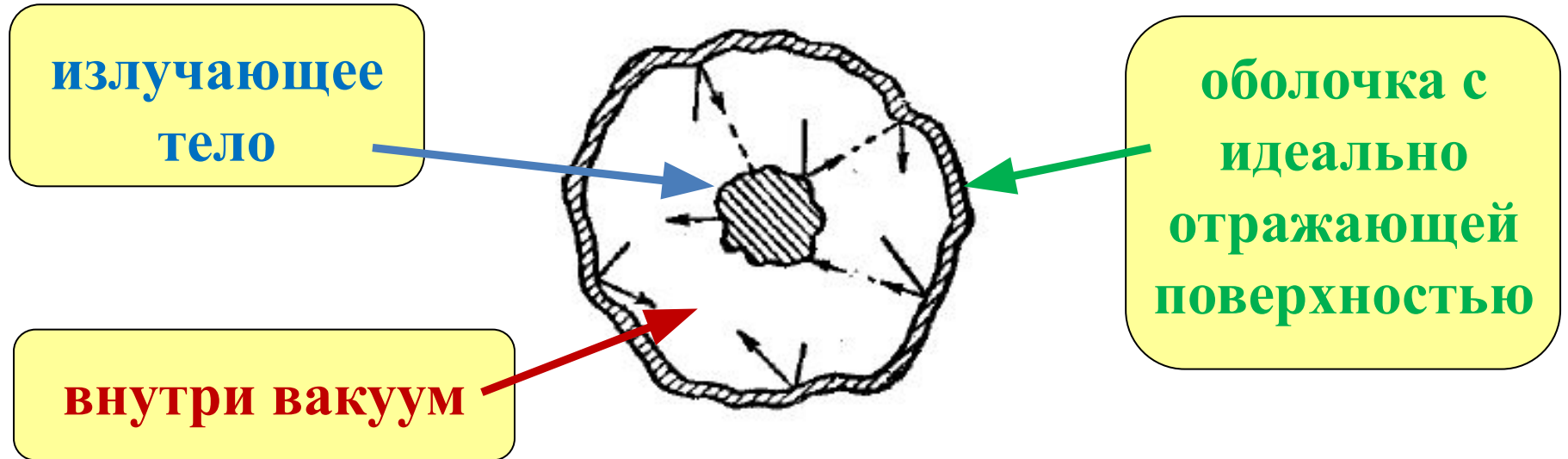
Люминесценция – излучения,
возбуждаемые за счёт **любого** вида энергии,
кроме тепловой.

Виды люминесценции

- **хемилюминесценция** (свечение окисляющегося на воздухе фосфора за счёт энергии, выделяемой при химическом превращении);
- **электролюминесценция** (свечение, возникающее в газах и твёрдых телах под воздействием электрического поля);
- **фотолюминесценция** (свечение, возбуждаемое поглощаемым телом электромагнитным излучением).

Тепловое излучение

имеет место при любой температуре!



Тепловое излучение - единственный вид излучения, которое может находиться **в равновесии** с излучающим телом.

Равновесность означает,
что тело в единицу времени
поглощает столько же энергии,
сколько и **излучает.**

Почему **тепловое излучение** **равновесно?**

Потому что любое **нарушение равновесия**
в системе тело-излучение
вызывает возникновение процессов,
восстанавливающих равновесие.

Энергетическая светимость R_T – энергия, излучаемая единицей поверхности излучающего тела за единицу времени по всем направлениям.

(Мощность излучения с единицы площади поверхности тела)

$$R_T = \frac{W}{S \cdot t} = \frac{P \cdot t}{S \cdot t} = \frac{P}{S}$$

W – энергия, излучаемая всей поверхностью тела [Дж];

S – площадь поверхности [м^2];

P – мощность излучения [Вт];

t – время излучения [с].

Энергетическая светимость R_T – функция температуры T .

Лучеиспускающая способность $r_{\nu, T}$ – часть его энергетической светимости, приходящаяся на единичный интервал частот или длин волн.

$$r_{\nu, T} = \frac{\partial R_{\nu, T}}{\partial \nu} \left[\frac{\text{Дж}}{\text{м}^2} \right]$$

ИЛИ

$$r_{\lambda, T} = \frac{\partial R_{\lambda, T}}{\partial \lambda} \left[\frac{\text{Дж}}{\text{м}^3 \cdot \text{с}} \right]$$

Лучеиспускающая способность $r_{\nu, T}$ – функция частоты ν и температуры T .

Интегральная форма записи энергетической светимости

$$R_T = \int_0^{\infty} r_{\nu, T} d\nu$$

Всегда

$$R_{\nu, T} = R_{\lambda, T}$$

Как перейти от $r_{\nu,T}$ к $r_{\lambda,T}$?

Учтём, что $\lambda = \frac{c}{\nu}$, тогда

$$\frac{d}{d\nu}(\lambda) = \frac{d}{d\nu}\left(\frac{c}{\nu}\right) = -\frac{c}{\nu^2} = -\frac{\lambda^2}{c}.$$

Знак «-» учитывает, что с ростом одной величины (λ или ν), другая величина **убывает**.

Перепишем выражения в виде

$$\left. \begin{aligned} dR_{\nu,T} &= r_{\nu,T} d\nu \\ dR_{\lambda,T} &= r_{\lambda,T} d\lambda \end{aligned} \right\} r_{\nu,T} d\nu = r_{\lambda,T} d\lambda \Rightarrow$$

$$r_{\nu,T} = r_{\lambda,T} \cdot \frac{\partial \lambda}{\partial \nu}.$$

Воспользовавшись соотношением, получим

$$r_{\nu,T} = \frac{\lambda^2}{c} \cdot r_{\lambda,T}$$

Спектральной поглощательная способность тела $A_{\nu, T}$

Пусть на элементарную площадку поверхности тела падает лучистая энергия, переносимая электромагнитными волнами, частота которых заключена в интервале $\nu, \nu + d\nu$.

Часть данной энергии будет поглощена телом.

$dW_{\nu, \nu + d\nu}$ - лучистая энергия, **падающая** на поверхность тела.

$dW_{\nu, \nu + d\nu}^{ногл}$ - лучистая энергия, **поглощённая** поверхностью тела.

$$A_{\nu, T} = \frac{dW_{\nu, \nu + d\nu}^{ногл}}{dW_{\nu, \nu + d\nu}}$$

Спектральная поглощательная способность $A_{\nu, T}$ — функция частоты ν и температуры T .

Очевидно, что всегда

$$A_{\nu, T} \leq 1$$

Если

$$A_{\nu, T} = 1$$

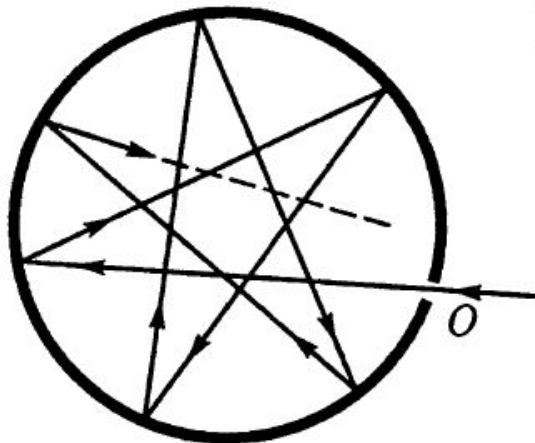
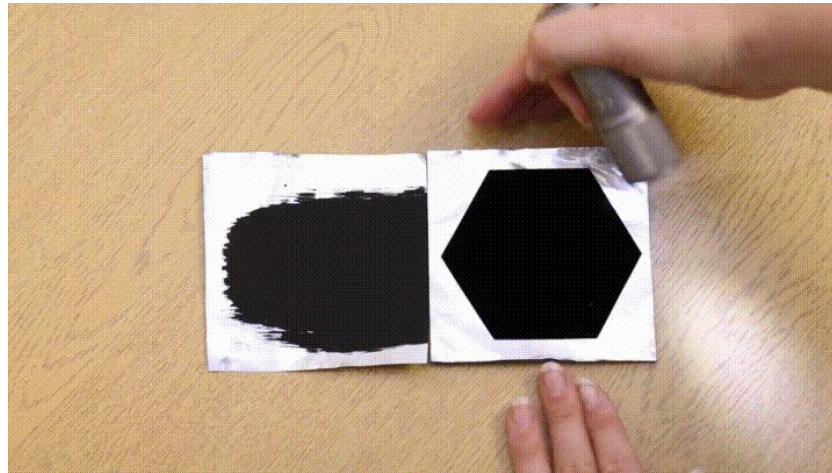
то такое тело называется **абсолютно чёрным**.

АЧТ - тело, способное поглощать при любой температуре всё падающее на него излучение любой частоты.

$$A^{АЧТ} = 1$$

Наиболее близкими телами к **АЧТ** можно назвать:

- **чёрный бархат**;
- **сажа (уголь)** поглощает **96%** света;
- **Vantablack** - субстанция из углеродных нанотрубок. Поглощает **99,965%** падающего на него излучения.



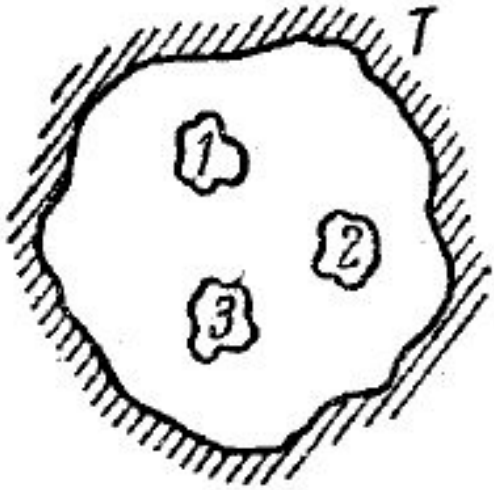
Пример: при наличии небольшого отверстия в замкнутой полости, **свет**, попавший туда, будет испытывать многократные отражения и **практически полностью поглотится.**

Серое тело - тело, поглощательная способность которого меньше единицы, но одинакова для всех частот и зависит только от температуры, материала и состояния поверхности тела:

$$A_T^c < 1$$

Проведём мысленный эксперимент.

1. Перед нами замкнутая оболочка, поддерживаемая при постоянной **температуре T** . В ней находятся несколько тел.



2. Через некоторое время система придёт в состояние **ТЕПЛОВОГО РАВНОВЕСИЯ** – все тела примут одну и ту же **температуру T** .

3. Можно записать соотношение

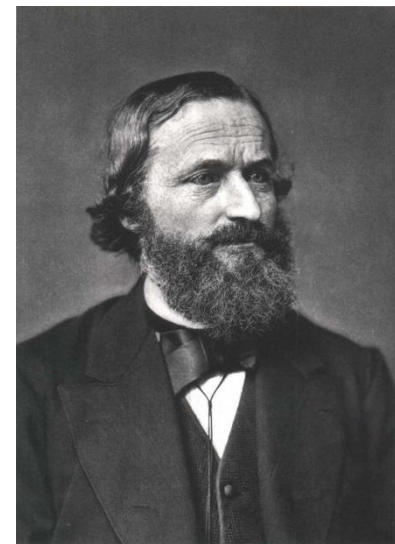
$$\left(\frac{r_{v,T}}{A_{v,T}} \right)_1 = \left(\frac{r_{v,T}}{A_{v,T}} \right)_2 = \left(\frac{r_{v,T}}{A_{v,T}} \right)_3 = \dots,$$

где $1, 2, 3$ – номера тел.

Закон Кирхгофа

а. Отношение лучеиспускательной к поглотительной способности тела не зависит от природы тела и является универсальной для всех тел функцией частоты (длины волны) и температуры:

$$\frac{r_{\nu, T}}{A_{\nu, T}} = f(\nu, T)$$



Кирхгоф
Густав
Роберт
(1824-1887)

Определим вид универсальной функции Кирхгофа
Применим закон Кирхгофа к **АЧТ**

Для **АЧТ** $A^{AЧТ} = 1$

$$\frac{r_{\nu, T}^{AЧТ}}{A^{AЧТ}} = \frac{r_{\nu, T}^{AЧТ}}{1} = f(\nu, T) = r_{\nu, T}^{AЧТ}$$

Таким образом, **универсальная функция Кирхгофа есть лучеиспускательная способность АЧТ.**

б. Для всех тел, отношение лучеиспускательной способности к спектральной поглотительной способности равно лучеиспускательной способности абсолютно черного тела при той же температуре.

$$\frac{r_{\nu, T}}{A_{\nu, T}} = r_{\nu, T}^{AЧТ}$$

Величины $r_{\nu,T}$ и $A_{\nu,T}$ могут меняться
очень сильно при переходе
от одного тела к другому.

Но **отношение** этих величин
одинаково для всех тел!

**Тело, сильнее поглощающее какие-либо лучи,
будут эти лучи сильнее и испускать.**

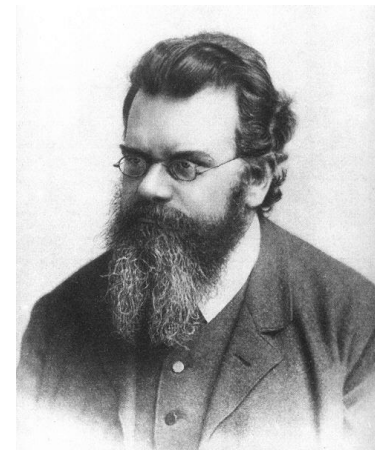
Энергетическая светимость серого тела

$$\begin{aligned} R_T^{A_{\text{ЧТ}}} &= \int_0^{\infty} r_{\nu, T}^c d\nu = \left[\frac{r_{\nu, T}^c}{A_{\nu, T}^c} = r_{\nu, T} \right] = \\ &= \int_0^{\infty} A_{\nu, T}^{A_{\text{ЧТ}}} \cdot r_{\nu, T} d\nu^c = A_T^{A_{\text{ЧТ}}} \int_0^{\infty} r_{\nu, T} d\nu^c = A_T^{A_{\text{ЧТ}}} R_T \end{aligned}$$



**Стефан
Йозеф
(1835-1893)**

Закон Стефана-Больцмана



**Больцман
Людвиг
(1844-1906)**

Энергетическая светимость чёрного тела пропорциональна четвёртой степени его термодинамической температуре.

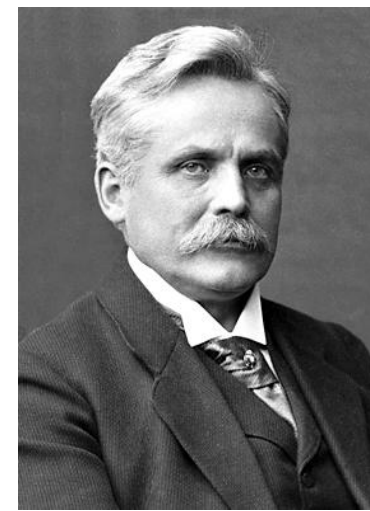
$$R_T^{AЧТ} = \sigma T^4$$

$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{Вт}{м^2 К^4}$ – постоянная Стефана-Больцмана;

T – термодинамическая температура [К].

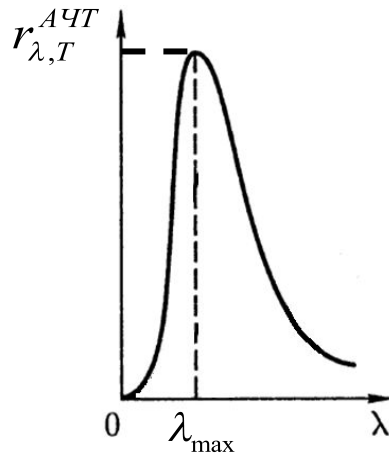
Закон смещения Вина

Длина волны, соответствующая максимальному значению лучеиспускательной способности $A_{\lambda, T}$, обратно пропорциональна его абсолютной температуре.



Вин
Вильгельм
(1864 - 1928)

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T}$$



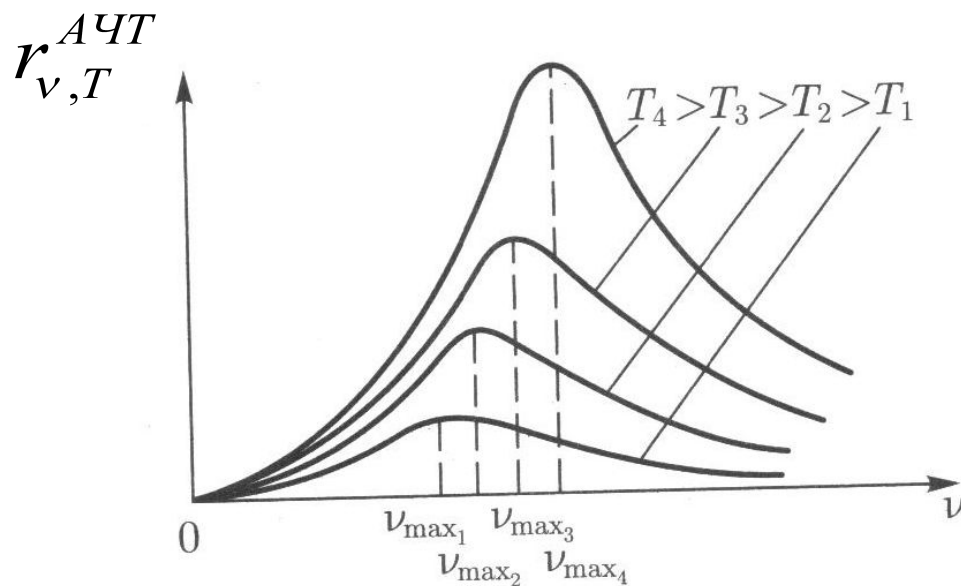
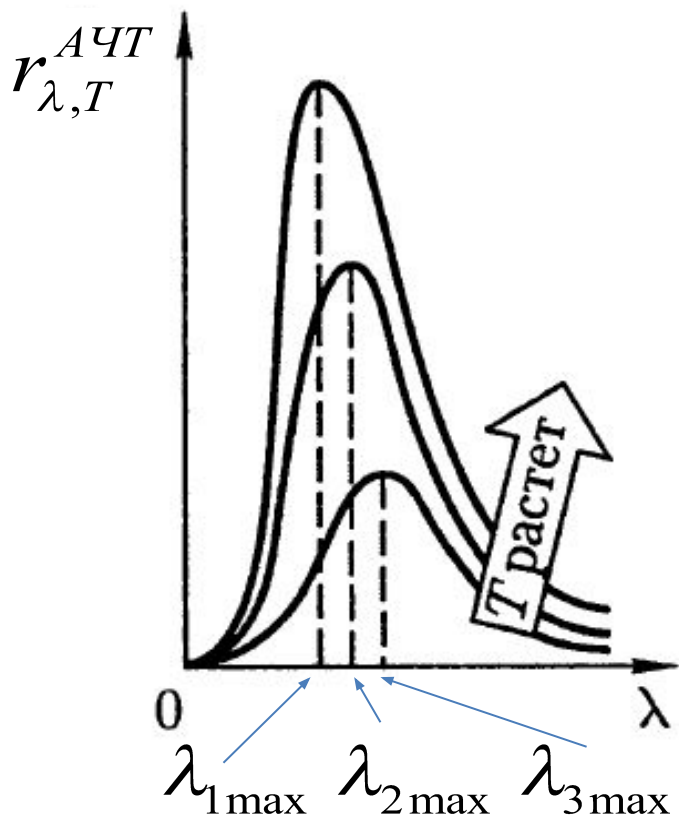
Спектр $A_{\lambda, T}$ – распределение лучеиспускательной способности $A_{\lambda, T}$ по длинам волн.

λ_{\max} – длина волны, соответствующая максимальному значению лучеиспускательной способности $A_{\lambda, T}$ [м];

$b=2,9 \cdot 10^{-3}$ – постоянная Вина [м·К];

T – температура [К].

Закон смещения Вина показывает смещение положения максимума функции $r_{\lambda,T}^{AЧТ}$ ($r_{\nu,T}^{AЧТ}$) по мере возрастания температуры в область коротких длин волн.

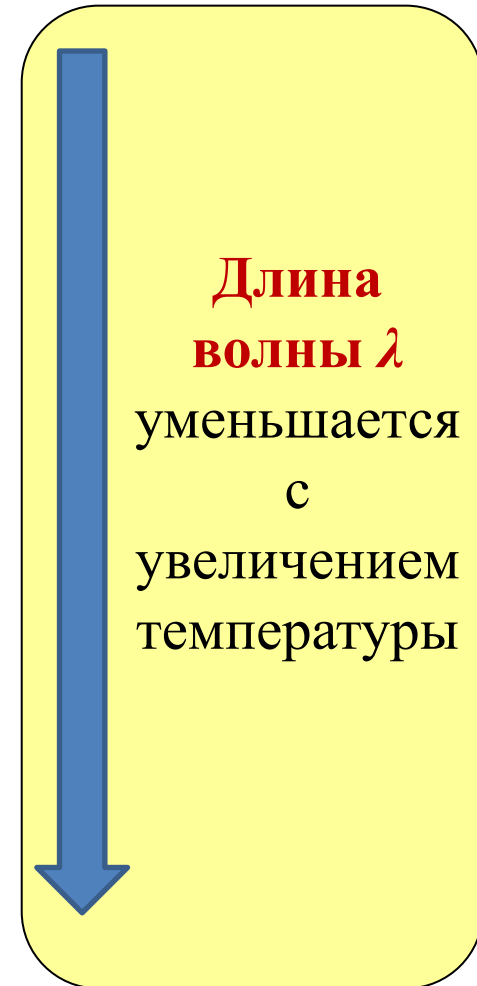


Площадь фигуры под графиком есть энергетическая светимость $R_T^{AЧТ}$.

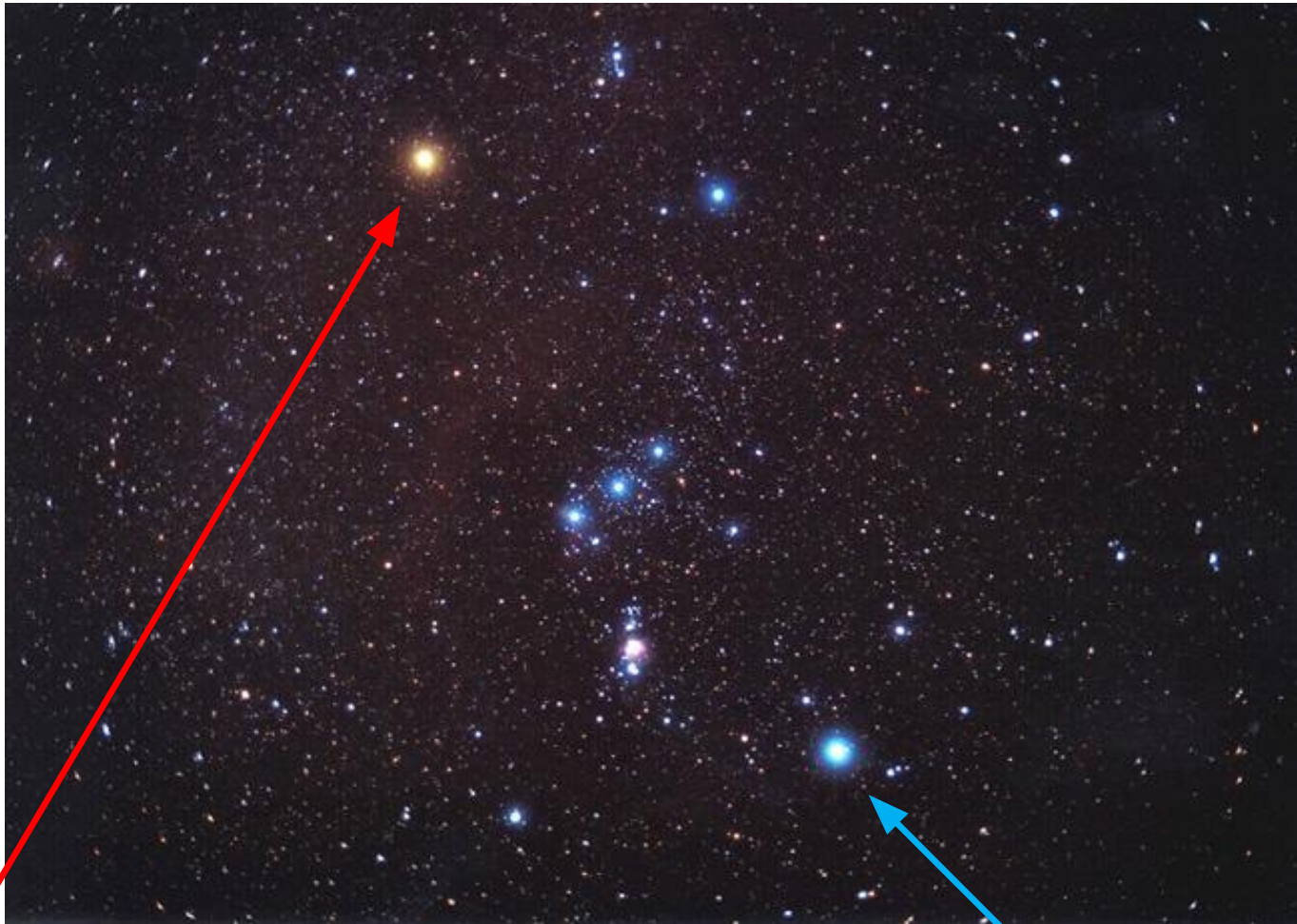
Наглядный пример – цвет звёзд

Цвет любой звезды **зависит** только от **температуры** её внешних слоев – того, что мы называем «поверхностью» звезды.

1. Холодные светила, с температурой поверхности **2-3 тысячи градусов**, имеют **красный цвет**.
2. Температура поверхности солнца – **«жёлтого карлика»**, около **6 тысяч градусов**.
3. Температура **голубых звёзд** может достигать **40 тысяч градусов и выше**.



Созвездие Ориона

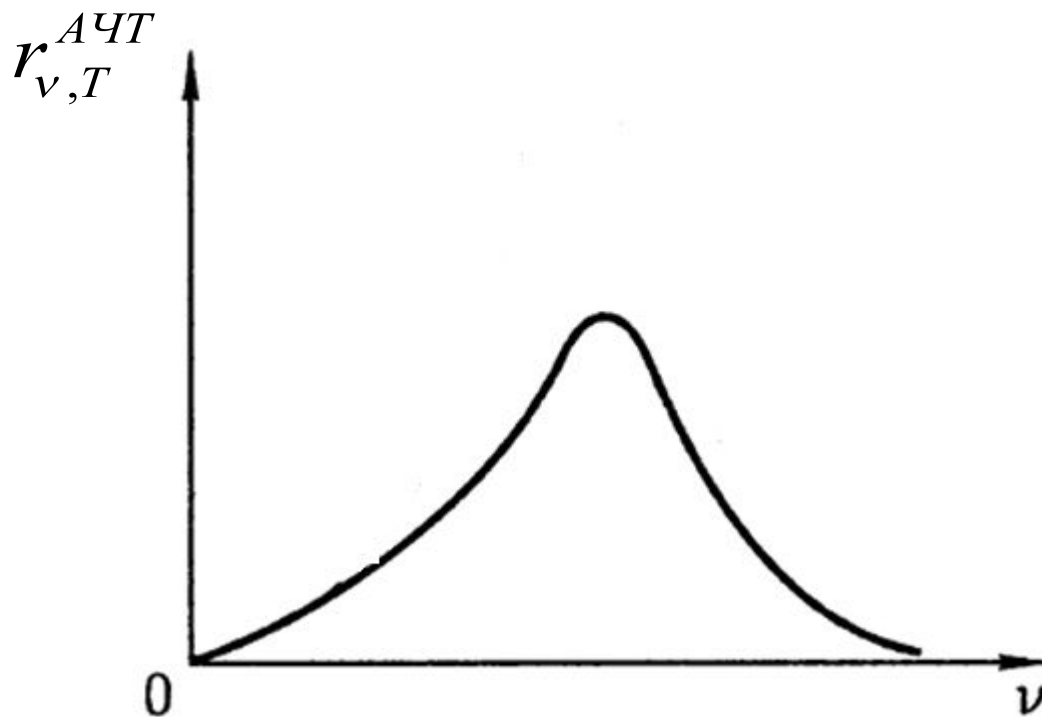


**Звезда Бетельгейзе
красного цвета**

**Звезда Ригель
голубовато-белого цвета**

Какой математический вид имеет универсальная функция Кирхгофа?

$$r_{\nu, T}^{AЧТ} = ?$$

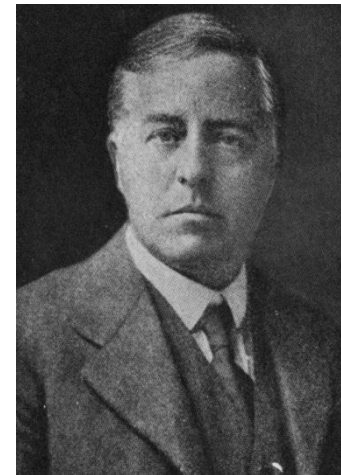




Стретт, Джон
Уильям
(лорд Рэлей)
(1842 - 1919)

Формула Рэля-Джинса

Рэлей и Джинс получили зависимость $r_{\nu, T}^{AЧТ}$ от частоты света, используя **методы классической статистической физики**.



Джинс
Джеймс
Хопвуд
(1877 - 1946)

Они предположили, опираясь на **теорему о равнораспределении энергии по степеням свободы**, что на каждое электромагнитное колебание приходится в среднем энергия равная kT .

$$r_{\nu, T}^{AЧТ} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT$$

$k=1,38 \cdot 10^{-23}$ – постоянная Больцмана [Дж/К];
 T – абсолютная температура [К].



Формула Рэлея-Джинса согласуется с экспериментом только в области малых частот и больших температур.

Попробуем получить закон Стефана-Больцмана из формулы Рэля-Джинса

$$R_T^{AЧТ} = \sigma T^4$$

$$r_{\nu, T}^{AЧТ} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT$$

$$R_T^{AЧТ} = \int_0^{\infty} r_{\nu, T}^{AЧТ} d\nu = \frac{2\pi kT}{c^2} \int_0^{\infty} \nu^2 d\nu = \infty$$

Мы видим, что $R_T^{AЧТ}$ неограниченно растёт, достигая чрезвычайно больших значений в ультрафиолете ($7,5 \cdot 10^{14}$ - $3 \cdot 10^{17}$ Гц).

Этот результат получил название «ультрафиолетовая катастрофа».

Эта неудача свидетельствовала о
недостатках
в классической теории физики.

РЕВОЛЮЦИЯ В ФИЗИКЕ. 1900 ГОД.

Квантовая гипотеза Планка

Атомные осцилляторы излучают энергию не непрерывно, а дискретно, определёнными порциями – **квантами**.

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$$

- энергия кванта.

$h=6,625 \cdot 10^{-34}$ – постоянная Планка [Дж·с];

$c=3 \cdot 10^8$ – скорость света в вакууме [м/с];

λ – длина волны света [м].

ν – частота волны света [Гц].

Поскольку энергия излучается порциями, то **энергия** осциллятора может принимать лишь **определённые дискретные значения**, кратные целому числу квантов:

$$E = nh\nu \quad (n = 0, 1, 2)$$

Формула Планка

$$f(\nu, T) = r_{\nu, T}^{AЧТ} = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

Формула Планка, хорошо согласуется с экспериментальными данными по распределению энергии в спектре излучения АЧТ, во всём интервале частот и температур.

б

$$f(\lambda, T) = r_{\lambda, T}^{AЧТ} = \frac{2\pi c^2 h}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{kT\lambda}} - 1}$$

Особый случай $h\nu \ll kT$. Энергия кванта очень мала по сравнению с энергией теплового движения kT .

$$e^{\frac{h\nu}{kT}} \approx 1 + \frac{h\nu}{kT}$$

Формула Планка переходит в формулу Рэля-Джинса.

Доказательство.

$$e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1 \approx \frac{h\nu}{kT} \quad (*)$$

Подставим (*) в формулу Планка

$$r_{\nu, T}^{AЧТ} = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2} \frac{1}{\frac{h\nu}{kT}} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT$$

формула Рэля-Джинса

Получим из **формулы Планка** формулу **Стефана-Больцмана**.

$$R_T^{AЧТ} = \int_0^{\infty} r_{\nu, T}^{AЧТ} d\nu = \int_0^{\infty} \frac{2\pi h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} d\nu$$

Введём **безразмерную переменную**

$$x = \frac{h\nu}{kT}; \quad dx = \frac{h}{kT} d\nu; \quad d\nu = \frac{kT}{h} dx.$$

Тогда формула будет записана

$$R^{AЧТ} = \frac{2\pi k^4}{c^2 h^3} T^4 \int_0^{\infty} \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \sigma T^4,$$

где

$$\sigma = \frac{2\pi k^4}{c^2 h^3} \int_0^{\infty} \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3},$$

так как

$$\int_0^{\infty} \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \frac{\pi^4}{15}.$$

**формула
Стефана-Больцмана**

Получим из **формулы Планка** закон **Віна** с помощью (7) и (17)

$$r_{\lambda, T}^{AЧТ} = \frac{c}{\lambda^2} r_{\nu, T}^{AЧТ} = \frac{2\pi c^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1},$$

откуда

$$\frac{\partial r_{\lambda, T}^{AЧТ}}{\partial \lambda} = \frac{2\pi c^2 h}{\lambda^2 \left(e^{\frac{hc}{kT\lambda}} - 1 \right)} \left(\frac{\frac{hc}{kT\lambda} e^{\frac{hc}{kT\lambda}}}{e^{\frac{hc}{kT\lambda}} - 1} - 5 \right) \quad (20).$$

Приравняем к нулю производную (20) и найдём λ_{\max} .

$$x e^x (e^x - 1) = 0 \quad \left[\quad = \frac{hc}{kT \lambda_{\max}} \quad \right].$$

Решением этого **трансцендентного** уравнения будет

$$x = 4,965.$$

Откуда

Трансцендентное уравнение

– уравнение, не являющееся алгебраическим. Это уравнения, содержащие показательные, логарифмические, тригонометрические функции.

$$T \lambda_{\max} = \frac{hc}{4,965k} = b.$$

закон смещения Вина

Заключение

Формула Планка

- хорошо согласуется с экспериментальными данными, но и
- содержит в себе частные законы теплового излучения, а также
- позволяет вычислить постоянные в законах теплового излучения.