КВАНТОВАЯ ОПТИКА

Лекция 30.

Тема: Тепловое излучение

Учебник:

Трофимова Т.И. Курс физики : учеб. пособ. для вузов / Т. И. Трофимова. - М.: Академия, 2007.- с. **357-368.**

Курочкин А.Р.
к.ф.-м.н.

Существуют **два** вида **излучения.**

Тепловое излучение – испускание **электромагнитных волн** за счёт **внутренней (тепловой)** энергии тел.

Люминесценция – излучения, возбуждаемые за счёт **любого** вида энергии, **кроме тепловой**.

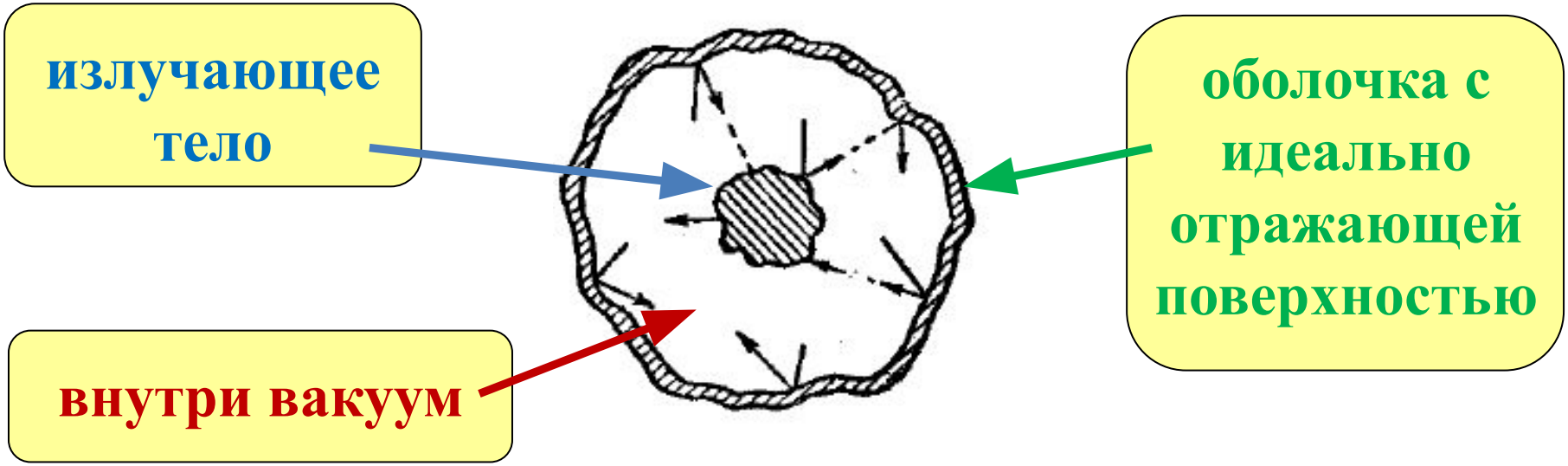
Виды люминесценции

- **хемилюминесценция** (свечение окисляющегося на воздухе фосфора за счёт энергии, выделяемой при химическом превращении);

- **электролюминесценция** (свечение, возникающее в газах и твёрдых телах под воздействием электрического поля);

- **фотолюминесценци**я (свечение, возбуждаемое поглощаемым телом электромагнитным излучением).

Тепловое излучение
имеет место при любой температуре!



Тепловое излучение - **единственный** вид излучения, которое может находится **в равновесии** с излучающим телом.

Равновесность означает,
что тело в единицу времени
поглощает столько же энергии,
сколько и **излучает**.

Почему **тепловое излучение равновесно**?

Потому что любое **нарушение равновесия**
в системе тело-излучение
вызывает возникновение процессов,
восстанавливающих равновесие.

Энергетическая светимость R_T – **энергия**, <u>излучаемая</u> единицей поверхности излучающего тела за единицу времени по всем направлениям.

(Мощность излучения с единицы площади поверхности тела)

$$R_T = \frac{W}{S \cdot t} = \frac{P}{S}\left[\frac{Дж}{м^2 \cdot с} = \frac{Вт}{м^2}\right]$$

W – **энергия**, излучаемая всей поверхностью тела [Дж];

S – **площадь** поверхности [м^2];

P – **мощность** излучения [Вт];

t – **время** излучения [с].

Энергетическая светимость R_T – **функция температуры *T*.**

Лучеиспускательная способность $r_{\nu,T}$ – часть его **энергетической светимости**, приходящейся на единичный интервал частот или длин волн.

$$r_{\nu,T} = \frac{\partial R_{\nu,T}}{\partial \nu} \quad \left[\frac{Дж}{м^2}\right]$$

или

$$r_{\lambda,T} = \frac{\partial R_{\lambda,T}}{\partial \lambda} \quad \left[\frac{Дж}{м^3 \cdot с}\right]$$

Лучеиспускательная способность $r_{\nu,T}$ – **функция частоты** ν и **температуры** T.

Интегральная форма записи энергетической светимости

$$R_T = \int_0^\infty r_{\nu,T} d\nu$$

Всегда

$$R_{\nu,T} = R_{\lambda,T}$$

Как перейти от $r_{\nu,T}$ к $r_{\lambda,T}$?

Учтём, что $\boxed{\lambda = \frac{c}{\nu}}$, тогда

$$\frac{d}{d\nu}(\lambda) = \frac{d}{d\nu}\left(\frac{c}{\nu}\right) = -\frac{c}{\nu^2} = -\frac{\lambda^2}{c}.$$

Знак «-» учитывает,
что **с ростом** одной величины (λ или ν),
другая величина **убывает**.

Перепишем выражения в виде

$$\left.\begin{aligned} dR_{\nu,T} &= r_{\nu,T}d\nu \\ dR_{\lambda,T} &= r_{\lambda,T}d\lambda \end{aligned}\right\} \quad r_{\nu,T}d\nu = r_{\lambda,T}d\lambda \Rightarrow$$

$$r_{\nu,T} = r_{\lambda,T} \cdot \frac{\partial\lambda}{\partial\nu}.$$

Воспользовавшись соотношением, получим

$$\boxed{r_{\nu,T} = \frac{\lambda^2}{c} \cdot r_{\lambda,T}}$$

Спектральной поглощательная способность тела $A_{\nu,T}$

Пусть на элементарную площадку поверхности тела падает лучистая энергия, переносимая электромагнитными волнами, частота которых заключена в интервале ν, ν+dν.

Часть данной энергии будет поглощена телом.

$dW_{\nu,\nu+d\nu}$ - лучистая энергия, **падающая** на поверхность тела.

$dW^{погл}_{\nu,\nu+d\nu}$ - лучистая энергия, **поглощённая** поверхностью тела.

$$A_{\nu,T} = \frac{dW^{погл}_{\nu,\nu+d\nu}}{dW_{\nu,\nu+d\nu}}$$

Спектральная поглощательная способность $A_{\nu,T}$ – функция частоты ν и температуры T.

Очевидно, что всегда

$$A_{\nu,T} \leq 1$$

Если

$$A_{\nu,T} = 1$$

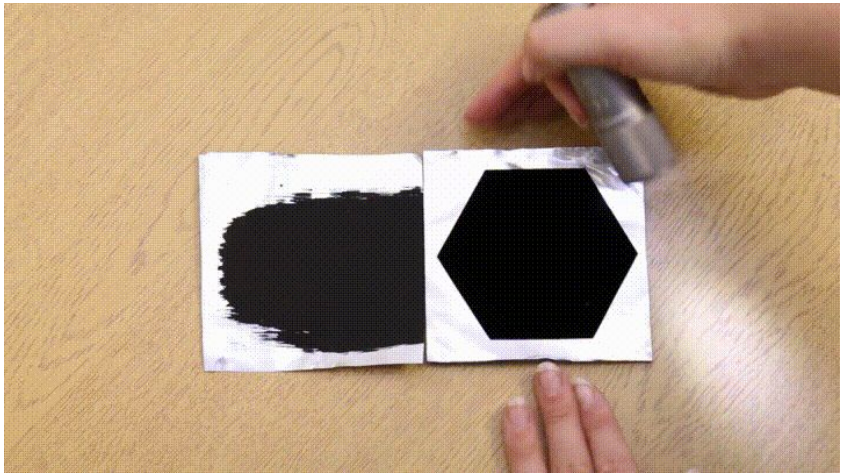
то такое тело называется **абсолютно чёрным**.

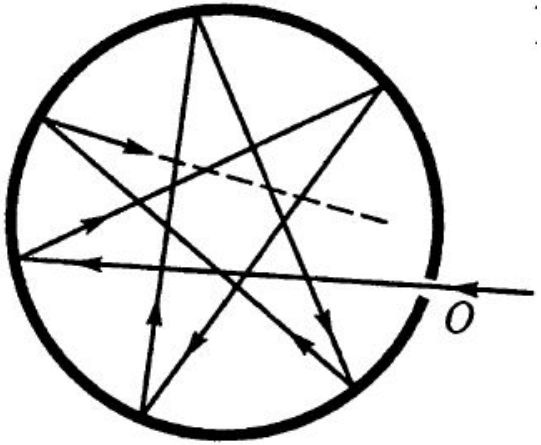
АЧТ - тело, способное поглощать при любой температуре всё падающее на него излучение любой частоты.

$$A^{АЧТ} = 1$$

Наиболее близкими телами к ***АЧТ*** можно назвать:

- **чёрный бархат;**
- **сажа (уголь)** поглощает **96%** света;
- **Vantablack** - субстанция из углеродных нанотрубок. Поглощает **99,965%** падающего на него излучения.





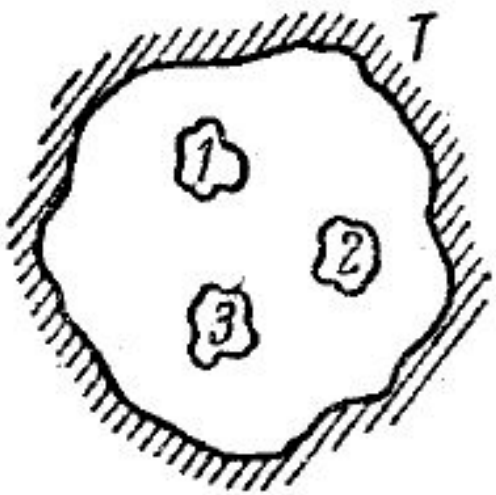
Пример: при наличии небольшого отверстия в замкнутой полости, **свет**, попавший туда, будет испытывать многократные отражения и **практически полностью поглотится**.

Серое тело - тело, поглощательная способность которого меньше единицы, но одинакова для всех частот и зависит только от температуры, материала и состояния поверхности тела:

$$A_T^c < 1$$

Проведём **мысленный эксперимент**.

1. Перед нами **замкнутая оболочка**, поддерживаемая при постоянной **температуре *T***. В ней находятся несколько тел.



2. Через некоторое время система придёт в состояние **теплового равновесия** – все тела примут одну и ту же **температуру *T***.

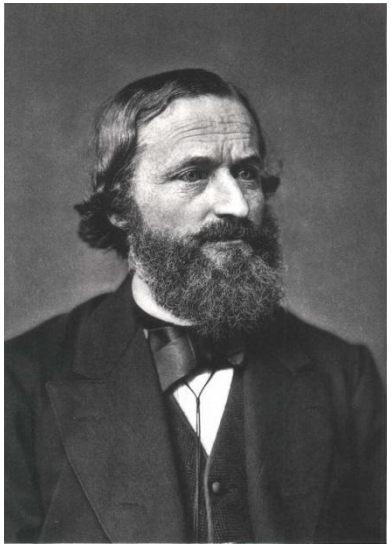
3. Можно записать соотношение

$$\left(\frac{r_{\nu,T}}{A_{\nu,T}}\right)_1 = \left(\frac{r_{\nu,T}}{A_{\nu,T}}\right)_2 = \left(\frac{r_{\nu,T}}{A_{\nu,T}}\right)_3 = \ldots,$$

где *1*, *2*, *3* – номера тел.

Закон Кирхгофа

а. Отношение лучеиспускательной к поглощательной способности тела не зависит от природы тела и является универсальной для всех тел функцией частоты (длины волны) и температуры:



Кирхгоф Густав Роберт (1824-1887)

$$\frac{r_{\nu,T}}{A_{\nu,T}} = f(\nu, T)$$

Определим вид универсальной функции Кирхгофа
Применим закон Кирхгофа к **АЧТ**

Для **АЧТ** $A^{АЧТ} = 1$

$$\frac{r_{\nu,T}^{АЧТ}}{A^{АЧТ}} = \frac{r_{\nu,T}^{АЧТ}}{1} = f(\nu, T) = r_{\nu,T}^{АЧТ}$$

Таким образом, **универсальная функция Кирхгофа есть лучеиспускательная способность *АЧТ*.**

б. Для всех тел, отношение лучеиспускательной способности к спектральной поглощательной способности равно лучеиспускательной способности абсолютно черного тела при той же температуре.

$$\boxed{\frac{r_{\nu,T}}{A_{\nu,T}} = r_{\nu,T}^{АЧТ}}$$

Величины $r_{\nu,T}$ и $A_{\nu,T}$ **могут меняться** очень сильно при переходе от одного тела к другому.

Но **отношение** этих величин **одинаково** для всех тел!

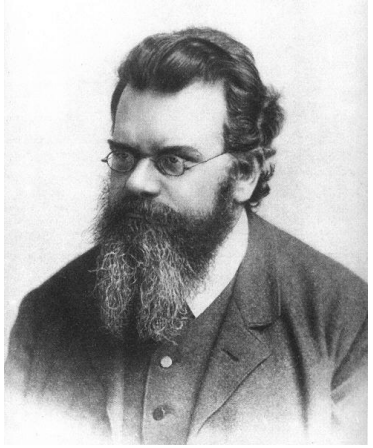
Тело, сильнее поглощающее какие-либо лучи, будут эти лучи сильнее и испускать.

Энергетическая светимость <u>серого тела</u>

$$R_T^{АЧТ} = \int_0^\infty r_{\nu,T}^c d\nu = \left[\frac{r_{\nu,T}^c}{A_{\nu,T}^c} = r_{\nu,T} \right] =$$

$$= \int_0^\infty A_{\nu,T}^{АЧТ} \cdot r_{\nu,T} \; d\nu = A_T^{АЧТ} \int_0^\infty r_{\nu,T} \; d\nu = A_T^{АЧТ} R_T$$

Закон Стефана-Больцмана



Стефан Йозеф (1835-1893)

Больцман Людвиг (1844-1906)

Энергетическая светимость чёрного тела пропорциональна четвёртой степени его термодинамической температуре.

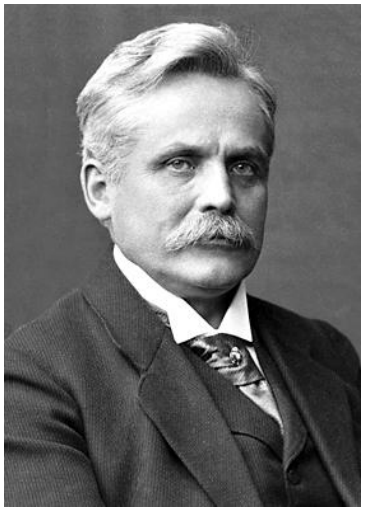
$$R_T^{АЧТ} = \sigma T^4$$

$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \dfrac{Вт}{м^2 K^4}$ – **постоянная Стефана-Больцмана**;

T – **термодинамическая температура** [К].

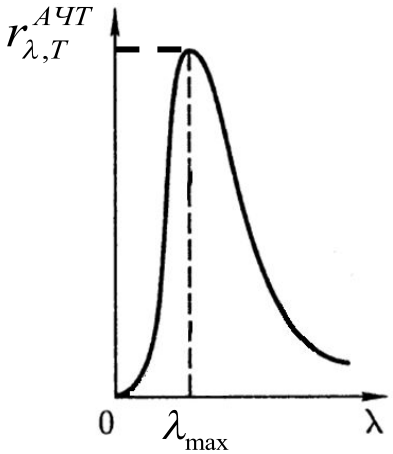
Закон смещения Ви́на

Длина волны, соответствующая максимальному значению лучеиспускательной способности ***АЧТ***, обратно пропорциональна его абсолютной температуре.



Вин Вильгельм (1864 - 1928)

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T}$$



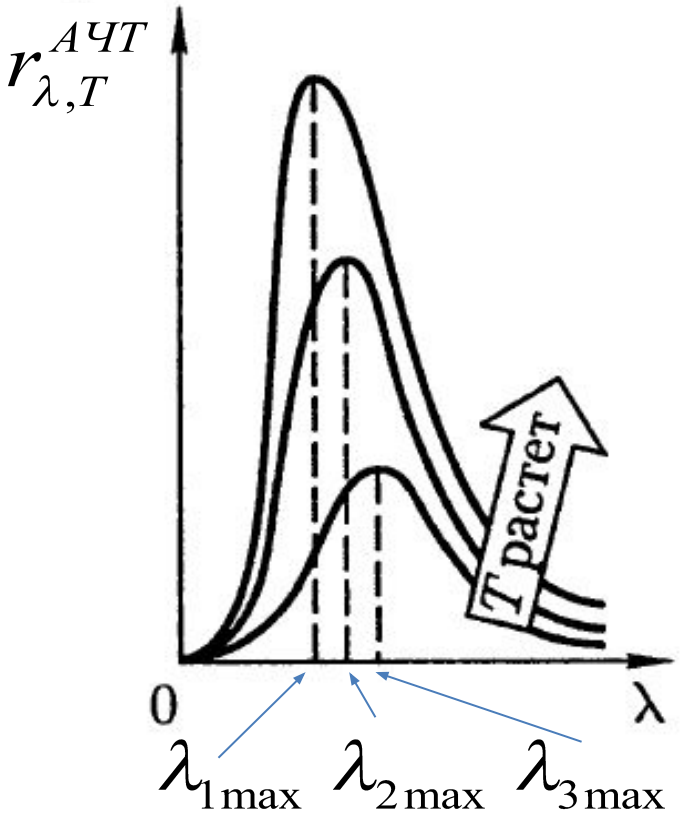
Спектр АЧТ – распределение лучеиспускательной способности АЧТ по длинам волн.

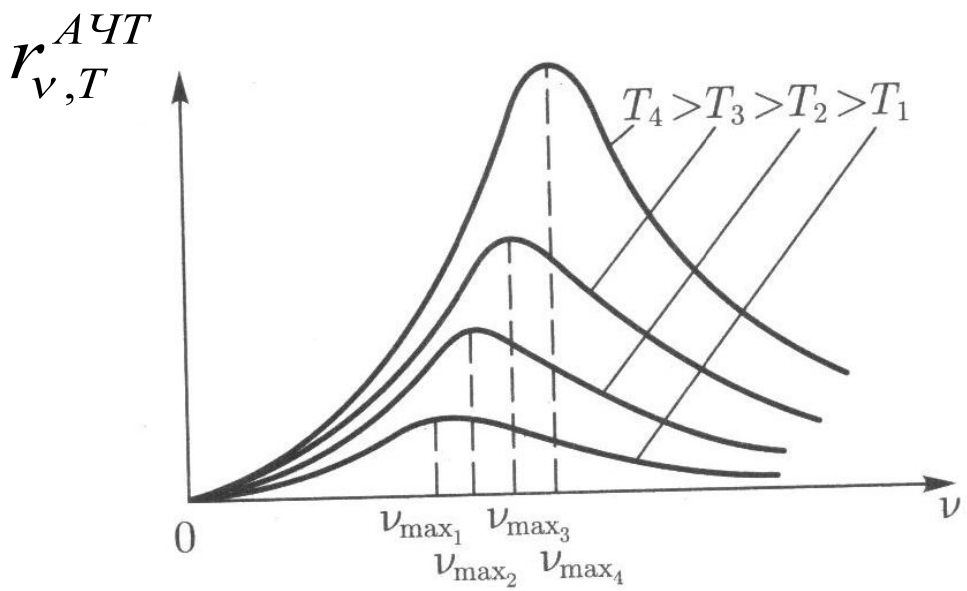
λ_{max} – **длина волны,** соответствующая максимальному значению лучеиспускательной способности АЧТ [м];

$b=2{,}9\cdot10^{-3}$ – постоянная Ви́на [м·К];

T – **температура** [К].

Закон смещения Ви́на показывает смещение положения максимума функции $r_{\lambda,T}^{АЧТ}$ $\left(r_{\nu,T}^{АЧТ}\right)$ по мере возрастания температуры в область коротких длин волн.





Площадь фигуры под графиком есть энергетическая светимость $R_T^{АЧТ}$.

Наглядный пример – цвет звёзд

Цвет любой звезды **зависит** только от **температуры** её внешних слоев – того, что мы называем «поверхностью» звезды.

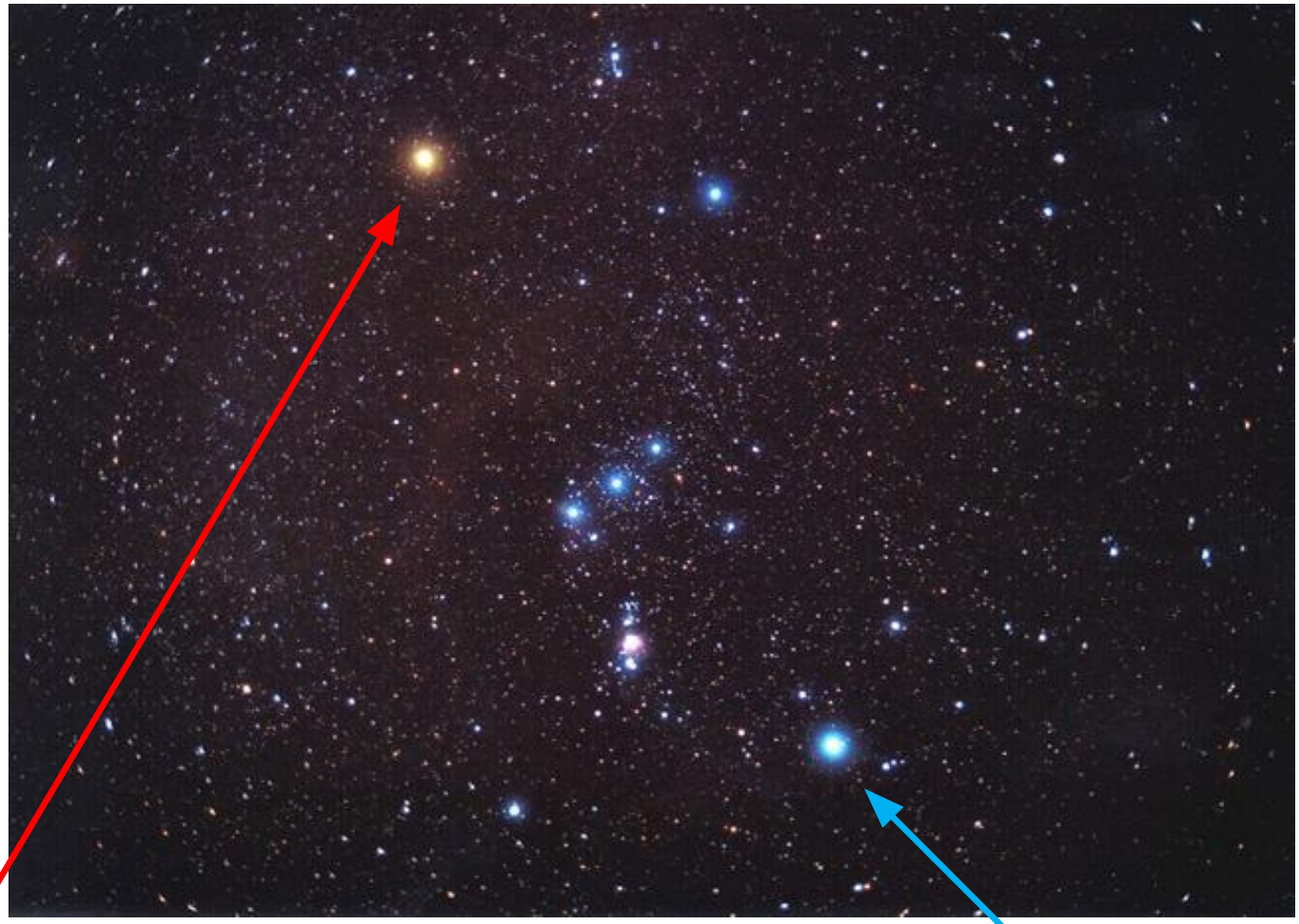
1. Холодные светила, с температурой поверхности **2-3 тысячи градусов**, имеют **красный цвет**.

2. Температура поверхности солнца – **«жёлтого карлика», около 6 тысяч градусов**.

3. Температура **голубых звёзд** может достигать **40 тысяч градусов и выше**.

Длина волны λ уменьшается с увеличением температуры

Созвездие Ориона

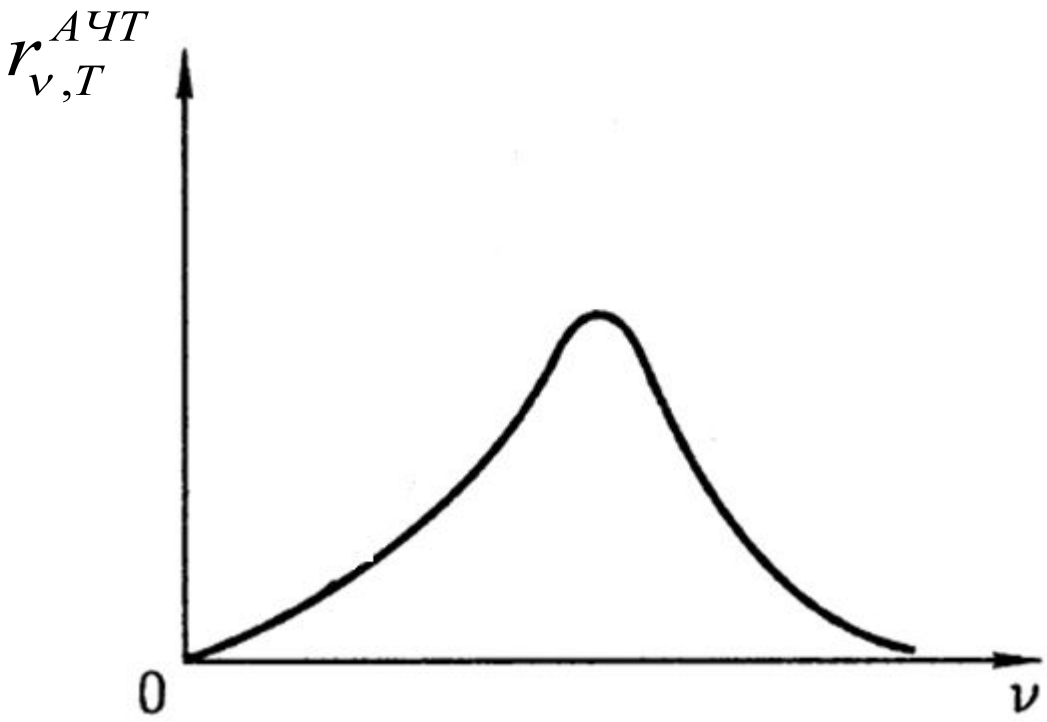


Звезда Бетельгейзе красного цвета

Звезда Ригель голубовато-белого цвета

Какой математический вид имеет универсальная функция Кирхгофа?

$$r_{\nu,T}^{АЧТ} = ?$$



Формула Рэлея-Джинса

Стретт, Джон Уильям (лорд Рэлей) (1842 - 1919)

Рэлей и Джинс получили зависимость $r_{\nu,T}^{АЧТ}$ от частоты света, используя **методы классической статистической физики**.

Джинс Джеймс Хопвуд (1877 - 1946)

Они предположили, опираясь на **теорему о равнораспределении энергии по степеням свободы**, что **на каждое электромагнитное колебание приходится в среднем энергия равная** ***kT***.

$$r_{\nu,T}^{АЧТ} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT$$

$k=1{,}38\cdot10^{-23}$ – постоянная Больцмана [Дж/К];

T – абсолютная температура [К].

Формула Рэлея-Джинса **согласуется с экспериментом только в области малых частот и больших температур.**

Попробуем получить закон Стефана-Больцмана из формулы Рэлея-Джинса

$$R_T^{АЧТ} = \sigma T^4$$

$$r_{\nu,T}^{АЧТ} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2}kT$$

$$R_T^{АЧТ} = \int_0^\infty r_{\nu,T}^{АЧТ} d\nu = \frac{2\pi kT}{c^2}\int_0^\infty \nu^2 d\nu = \infty$$

Мы видим, что $R_T^{АЧТ}$ неограниченно растёт, достигая чрезвычайно больших значений в ультрафиолете (7,5 $\cdot 10^{14}$-3$\cdot 10^{17}$ Гц).

Этот результат получил название **«ультрафиолетовая катастрофа».**

Эта неудача свидетельствовала о **недостатках в классической теории физики**.

РЕВОЛЮЦИЯ В ФИЗИКЕ. 1900 ГОД.

Квантовая гипотеза Планка

Атомные осцилляторы излучают энергию не непрерывно, а дискретно, определёнными порциями – **квантами**.

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$$

- энергия кванта.

h=6,625·10^{-34} – **постоянная Планка** [Дж·с];
c=3·10^{8} – скорость света в вакууме [м/с];
λ – **длина** волны света [м].
ν – **частота** волны света [Гц].

Поскольку энергия излучается порциями, то **энергия** осциллятора может принимать лишь **определённые дискретные значения**, кратные целому числу квантов:

$$E = nh\nu \quad (n = 0, 1, 2)$$

Формула Планка

а.

$$f(\nu, T) = r_{\nu,T}^{АЧТ} = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

<u>Формула Планка, хорошо согласуется с экспериментальными данными по распределению энергии в спектре излучения АЧТ, во всём интервале частот и температур.</u>

б.

$$f(\lambda,T)=r_{\lambda,T}^{АЧТ}=\frac{2\pi c^2 h}{\lambda^5}\frac{1}{e^{\frac{hc}{kT\lambda}}-1}$$

Особый случай $h\nu \ll kT$. Энергия кванта очень мала по сравнению с энергией теплового движения *kT*.

$$e^{\frac{h\nu}{kT}}\approx 1+\frac{h\nu}{kT}$$

Формула Планка переходит в формулу Рэлея-Джинса.

Доказательство.

$$e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1 \approx \frac{h\nu}{kT} \quad (*)$$

Подставим (*) в формулу Планка

$$r_{\nu,T}^{АЧТ} = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2}\frac{1}{\frac{h\nu}{kT}} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2}kT$$

формула Рэлея-Джинса

Получим из **формулы Планка** **формулу Стефана-Больцмана.**

$$R_T^{АЧТ} = \int_0^\infty r_{\nu,T}^{АЧТ} d\nu = \int_0^\infty \frac{2\pi h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} d\nu$$

Введём **безразмерную** **переменную**

$$x = \frac{h\nu}{kT}; \quad dx = \frac{h}{kT} d\nu; \quad d\nu = \frac{kT}{h} dx.$$

Тогда формула будет записана

$$R^{АЧТ} = \frac{2\pi k^4}{c^2 h^3} T^4 \int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \sigma T^4,$$

где

$$\sigma = \frac{2\pi k^4}{c^2 h^3} \int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \frac{2\pi^5 k^4}{15 c^2 h^3},$$

так как

$$\int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \frac{\pi^4}{15}.$$

формула Стефана-Больцмана

Получим из формулы Планка закон Ви́на с помощью (7) и (17)

$$r_{\lambda,T}^{АЧТ} = \frac{c}{\lambda^2} r_{\nu,T}^{АЧТ} = \frac{2\pi c^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1},$$

откуда

$$\frac{\partial r_{\lambda,T}^{АЧТ}}{\partial \lambda} = \frac{2\pi c^2 h}{\lambda^2 \left(e^{\frac{hc}{kT\lambda}} - 1 \right)} \left(\frac{\frac{hc}{kT\lambda} e^{\frac{hc}{kT\lambda}}}{e^{\frac{hc}{kT\lambda}} - 1} - 5 \right) \quad (20).$$

Приравняем к нулю производную (20) и найдём λ_{max}.

$$x e^x - 5\left(e^x - 1\right) = 0 \qquad \left[\qquad = \frac{hc}{kT\lambda_{max}} \right].$$

Решением этого трансцендентного уравнения будет

$$x = 4,965.$$

Откуда

$$T\lambda_{max} = \frac{hc}{4,965k} = b.$$

закон смещения Ви́на

Трансцендентное уравнение – уравнение, не являющееся алгебраическим. Это уравнения, содержащие показательные, логарифмические, тригонометрические функции.

Заключение

Формула Планка

- **хорошо согласуется с экспериментальными данными, но и**
- **содержит в себе частные законы теплового излучения, а также**
- **позволяет вычислить постоянные в законах теплового излучения.**