

СТЕРЕОМЕТР И



Школьный курс геометрии состоит из двух частей:

• ПЛАНИМЕТРИИ

Планиметрия - это раздел геометрии, в котором изучаются свойства геометрических фигур **на плоскости.**

Слово **«стереометрия»** происходит от греческих слов **«стереос»** - объемный, пространственный и **«метрео»** - измерять.

• СТЕРЕОМЕТРИИ




Стереометрия - это раздел геометрии, в котором изучаются свойства геометрических фигур **в пространстве.**

Основные понятия

планиметрии

- Точка 
- Прямая 

стереометрии

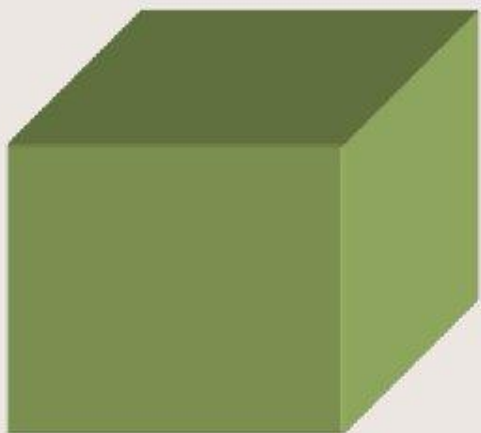
- Точка 
- Прямая 
- Плоскость 

представляет с собой геометрическую фигуру, простирающуюся неограниченно во все стороны.

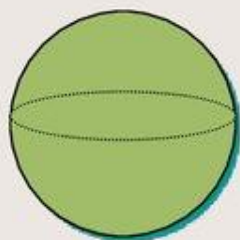
Наряду с **точками**, **прямыми**, **плоскостями**
в стереометрии

рассматриваются **геометрические тела**,
изучаются их **свойства**,

вычисляются **площади их поверхностей**,
а также вычисляются **объёмы** тел.



куб



шар



цилиндр

Обозначения

 \exists

Существует

 \perp

Перпендикулярность/
перпендикулярны

 \in

принадлежит

 \parallel

Параллельность
/параллельны

 \cap

Пересечение/
пересекаются

 α, β

Так обозначаются
плоскости

 \notin

Не
принадлежит

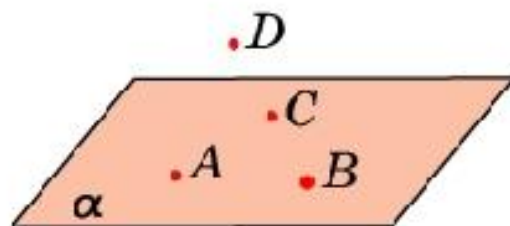
 a, b

Так обозначаются
прямые

Аксиомы стереометрии

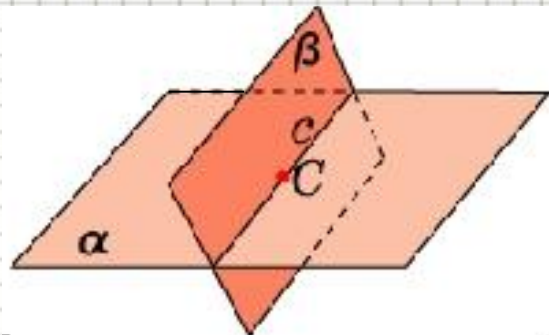
Аксиома 1.

Какова бы ни была плоскость, существуют точки, принадлежащие этой плоскости, и не принадлежащие ей.



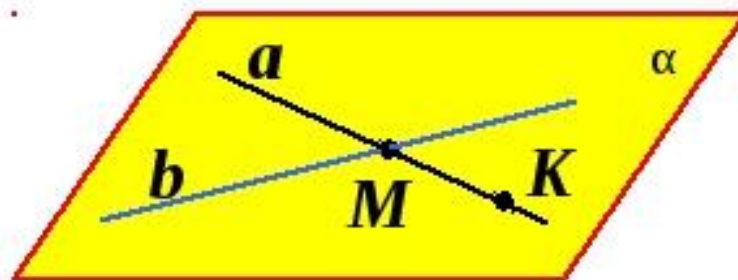
Аксиома 2.

Если две различные плоскости имеют общую точку, то они пересекаются по прямой.



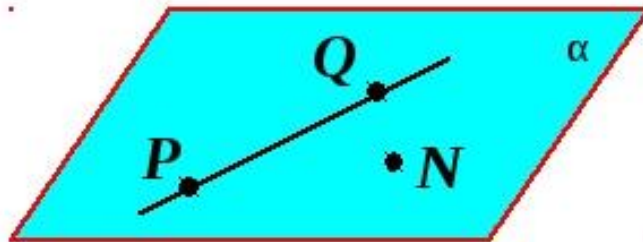
Аксиома 3.

Через две пересекающиеся прямые можно провести плоскость и притом только одну.



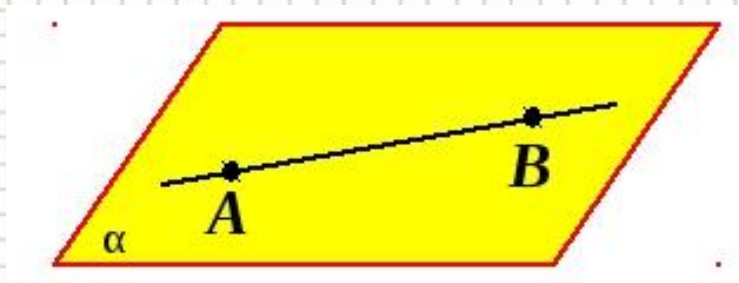
Следствие 1.

Через прямую и не лежащую на ней точку проходит плоскость и притом только одна.



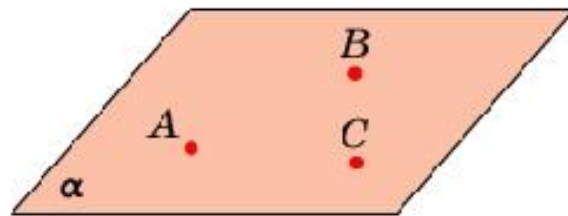
Следствие 2.

Если две точки прямой лежат в плоскости, то вся прямая лежит в этой плоскости.



Следствие 3.

Через три точки, не лежащие на одной прямой, проходит плоскость и притом только одна.



ПАРАЛЛЕЛЬНО СТЬ

**ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ
ПРЯМЫХ**

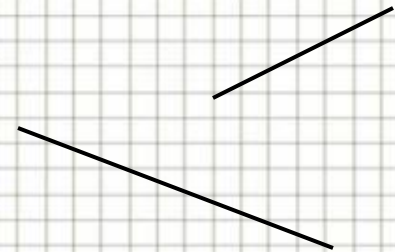
**ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ
ПРЯМОЙ И
ПЛОСКОСТИ**

**ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ
ПЛОСКОСТЕЙ**

ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ ПРЯМЫХ

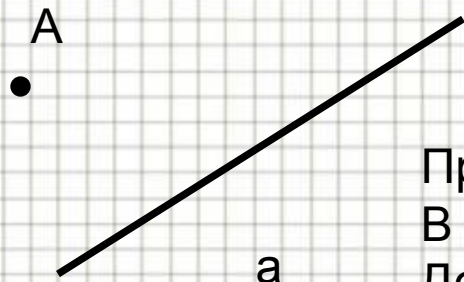
Две прямые называются параллельными, если они лежат в одной плоскости и не пересекаются.

Две прямые называются скрещивающимися, если они лежат в разных плоскостях и не пересекаются.



ТЕОРЕМА 1.

ЧЕРЕЗ ТОЧКУ, НЕ ЛЕЖАЩУЮ НА ПРЯМОЙ,
В ПРОСТРАНСТВЕ МОЖНО ПРОВЕСТИ
ПАРАЛЛЕЛЬНУЮ ПРЯМУЮ И ПРИТОМ ТОЛЬКО ОДНУ.



Дано: $A \notin a$

Доказать $\exists a_1$ проходящая через A , $\parallel a$
:
и

Доказательств притом единственная

о:

Проведем через a и A плоскость α .

В плоскости α проведем прямую a_1 , $\parallel a$.

Докажем, что a_1 - единственная.

Метод от противного.

Пусть существует $a_2 \parallel a$.

Проведем через a и a_2 плоскость α_2 .

Плоскость α_2 проходит через a и A .

По следствию 1 плоскость α_2 совпадает с α .

Значит, прямая единственная, что и т.д.

ТЕОРЕМА 2.

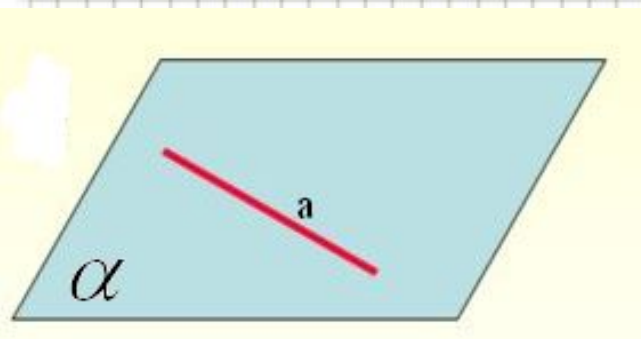
ДВЕ ПРЯМЫЕ, ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ТРЕТЬЕЙ ПРЯМОЙ, ПАРАЛЛЕЛЬНЫ.

Без
доказательства

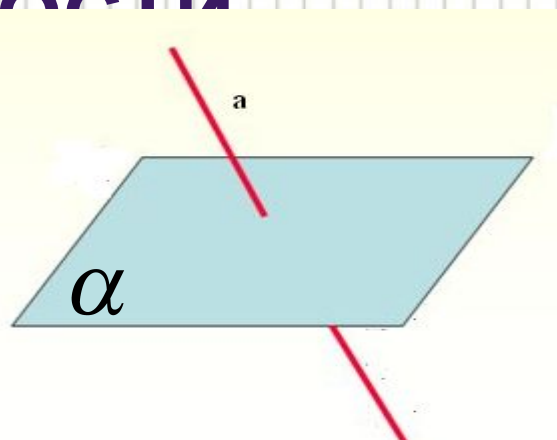
ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ

Прямая и плоскость называются параллельными, если они не пересекаются.

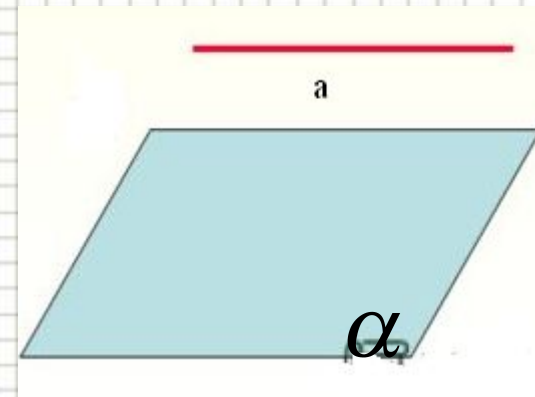
РАСПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ



$$a \in \alpha$$



$$a \cap \alpha$$

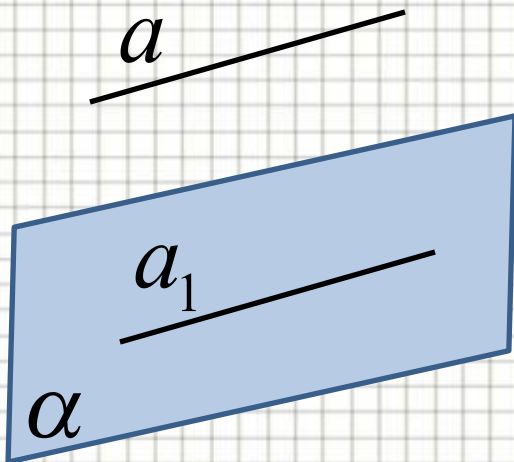


$$a \parallel \alpha$$

ТЕОРЕМА 3.

ПРИЗНАК ПАРАЛЛЕЛЬНОСТИ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ.

ЕСЛИ ПРЯМАЯ, НЕ ПРИНАДЛЕЖАЩАЯ ПЛОСКОСТИ, ПАРАЛЛЕЛЬНА КАКОЙ-НИБУДЬ ПРЯМОЙ, ЛЕЖАЩЕЙ В ПЛОСКОСТИ, ТО ОНА ПАРАЛЛЕЛЬНА И САМОЙ ПЛОСКОСТИ.



Дано: $a \parallel a_1$

Доказать $a \parallel \alpha$

Доказательств

Проведем через a и a_1 плоскость α_2 .
Плоскости α_2 и α пересекаются по прямой a_1 .

Метод от противного.

Пусть a пересекает α . Тогда бы a пересекала a_1 .
Это противоречит условию $a \parallel a_1$.

Значит предположение не верно, то есть $a \parallel \alpha$
что и т.д.

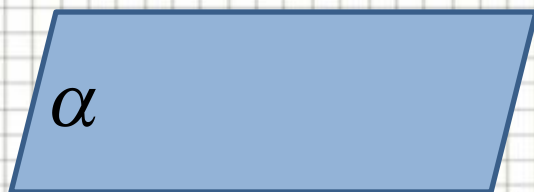
ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ ПЛОСКОСТЕЙ

Две плоскости называются параллельными, если они не пересекаются.

ТЕОРЕМА 4.

ПРИЗНАК ПАРАЛЛЕЛЬНОСТИ ПЛОСКОСТЕЙ.

ДВЕ ПЛОСКОСТИ ПАРАЛЛЕЛЬНЫ, ЕСЛИ ОДНА ИЗ НИХ ПАРАЛЛЕЛЬНА ДВУМ ПЕРЕСЕКАЮЩИМСЯ ПРЯМЫМ, ЛЕЖАЩИМ В ДРУГОЙ ПЛОСКОСТИ.



Дано: $(b_1 \cap b_2) \in \beta$
 $(b_1 \cap b_2) \parallel \alpha$

Доказать $\alpha \parallel \beta$

Доказательств

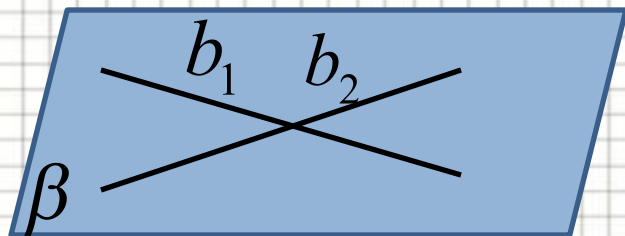
Метод от противного.

Пусть плоскости пересекаются по прямой s .

Т.к. b_1 и $b_2 \parallel \alpha$ значит b_1 и b_2 не пересекаются с прямой s .

Но $(b_1 \cap b_2)$. Возникло противоречие.

Предположение неверно, плоскости параллельны, что и т.д.



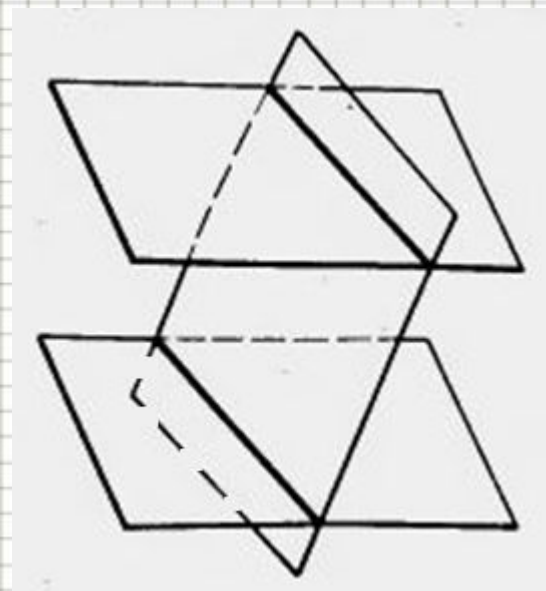
ТЕОРЕМА 5.

**ЧЕРЕЗ ТОЧКУ, НЕ ЛЕЖАЩУЮ В ПЛОСКОСТИ,
МОЖНО ПРОВЕСТИ ПАРАЛЛЕЛЬНУЮ
ПЛОСКОСТЬ И ПРИТОМ ТОЛЬКО ОДНУ.**

Без
доказательства

СВОЙСТВА ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ПЛОСКОСТЕЙ

1. Если две параллельные плоскости пересечены третьей, то прямые пересечения параллельны.



2. Отрезки параллельных прямых,
заключенные между
параллельными плоскостями
равны.

$$MM_1 = NN_1$$

