



Решение уравнений,

содержащих модули



Определение модуля $|a| = \begin{cases} a, \text{ если } a \geq 0, \\ -a, \text{ если } a < 0. \end{cases}$

Свойства
модуля

$$|ab| = |a||b|$$

$$\left| \frac{x}{y} \right| = \frac{|x|}{|y|}, y \neq 0.$$

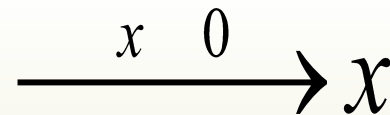
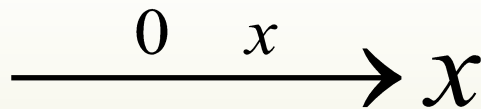
$$|x^2| = |x|^2$$

$$\sqrt{x^2} = |x|$$

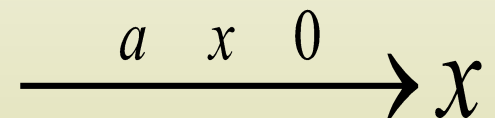
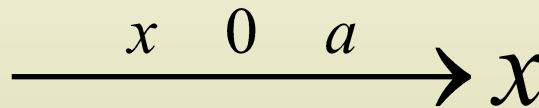
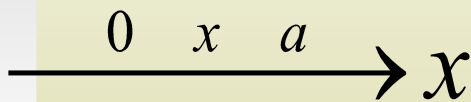
$$\sqrt{x^2 y} = |x| \sqrt{y}$$

Геометрический смысл модуля

- Геометрически $|x|$ есть расстояние от точки x числовой оси до начала отсчёта – точки O .



- $|x - a|$ есть расстояние между точками x и a числовой оси.



Типы уравнений с модулями

$$|f(x)|=a,$$

где
а – действительное число

$$|f(x)|=|g(x)|$$

$$|f(x)|=g(x)$$

Уравнения,
содержащие несколько
модулей

$$|f(x)|+|g(x)|+\dots+|s(x)|=h(x)$$

Решение уравнения $|f(x)|=a$

1) Если $a > 0$, то $\begin{cases} f(x)=a \\ f(x) = -a. \end{cases}$

2) Если $a=0$, то $f(x)=0$.

3) Если $a < 0$,
то уравнение не имеет корней.



Решение уравнений $|f(x)|=|g(x)|$.

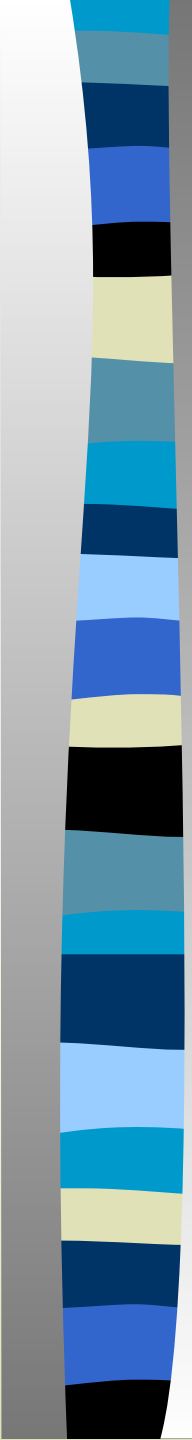
$$|f(x)|=|g(x)| \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x), \\ f(x) = -g(x). \end{cases}$$



Решение уравнений $|f(x)|=g(x)$.

$$|f(x)|=g(x) \iff \begin{cases} g(x) \geq 0, \\ \left[\begin{array}{l} f(x) = g(x), \\ f(x) = -g(x). \end{array} \right. \end{cases}$$





Решение уравнений, содержащих несколько модулей

- 1. Находим значения переменной, при которых значения модулей равны 0.**
- 2. Полученные значения разбивают координатную прямую на промежутки, в каждом из которых раскрываем модули и решаем полученные уравнения.**
- 3. Решением исходного уравнения является объединение всех полученных корней решаемых уравнений.**

