

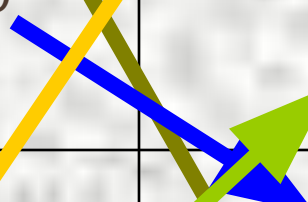
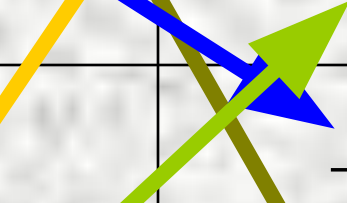



ПЛОЩАДЬ ТРЕУГОЛЬНИКА



ПОВТОРЕНИЕ

УСТАНОВИТЕ СООТВЕТСТВИЕ:

$\sin 60^\circ$		$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\sin 135^\circ$		$-\frac{\sqrt{2}}{2}$
$\cos 120^\circ$		$\frac{1}{2}$
$\cos 30^\circ$		$-\frac{1}{2}$
$\sin 150^\circ$		$\frac{\sqrt{2}}{2}$

$$S = \frac{1}{2}ah_a = \frac{1}{2}bh_b = \frac{1}{2}ch_c$$

Решить устно

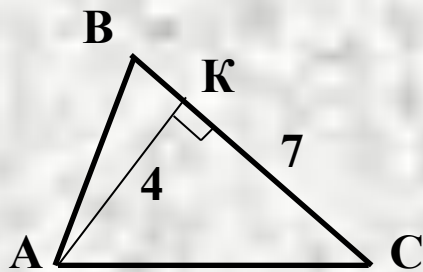


рис.1

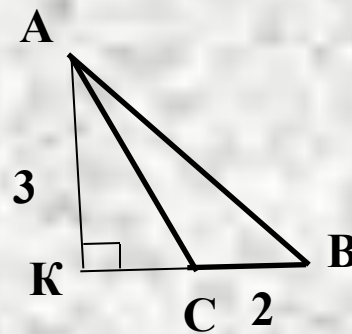


рис.2

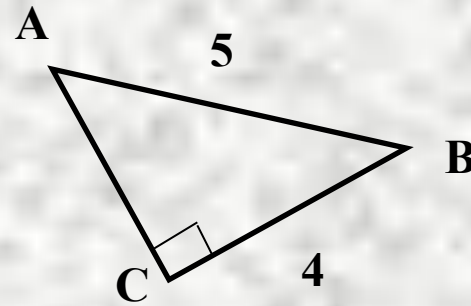
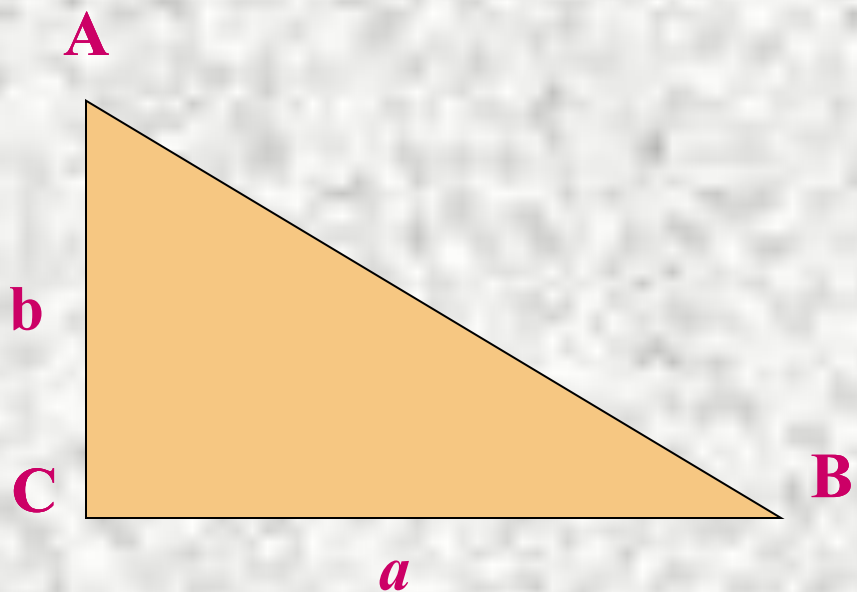


рис.3

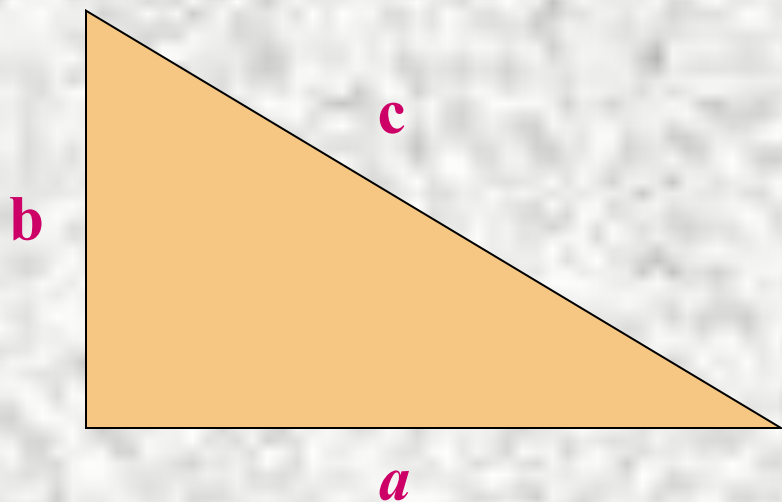
-
1. Площадь прямоугольного треугольника
 2. Площадь треугольника
 3. Формула Герона
 4. Площадь треугольника, вычисляемая с помощью радиуса вписанной окружности
 5. Площадь треугольника, вычисляемая с помощью радиуса описанной окружности

Площадь прямоугольного треугольника

$$S = \frac{1}{2} a \cdot b$$



Решить устно



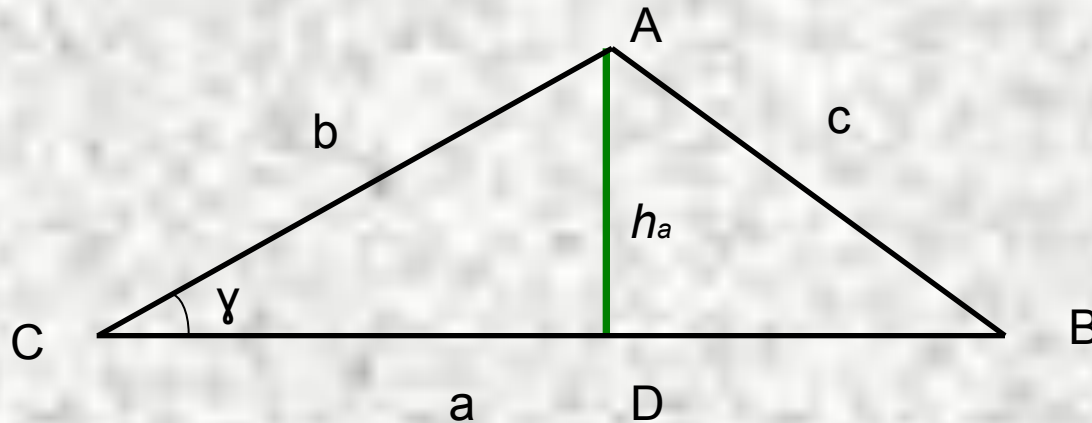
Найти площадь
треугольника, если:

1. $a=8$ см; $b=3$ см;

2. $b=6$ см; $c=10$ см.



$$S = \frac{1}{2} ab \cdot \sin \gamma$$



Если в треугольнике известны две стороны и угол между ними, то площадь такого треугольника можно найти, как половина произведения двух сторон на синус угла между ними.

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} a \cdot h_a, \text{ но из прямоугольного}$$

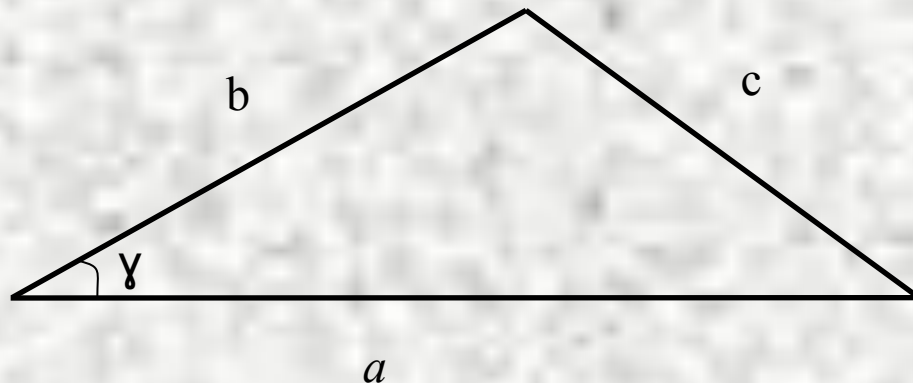
$$\text{треугольника } ADC \quad h_a = b \cdot \sin \gamma, \quad S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} ab \cdot \sin \gamma$$

Решить устно

№1

$$a=12 \text{ см}, b=9 \text{ см}, \gamma=30^\circ.$$

Найти S .

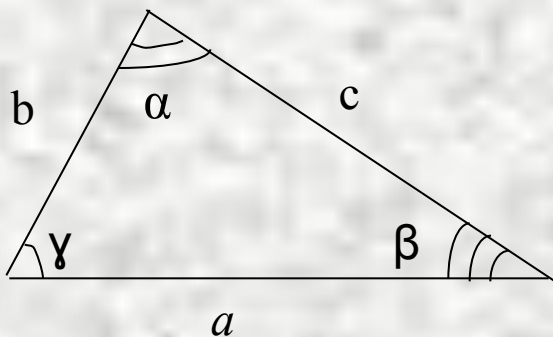


Ответ: $S=27 \text{ см}^2$.

№2

$$\alpha=80^\circ, \gamma=70^\circ, a=10 \text{ см},$$

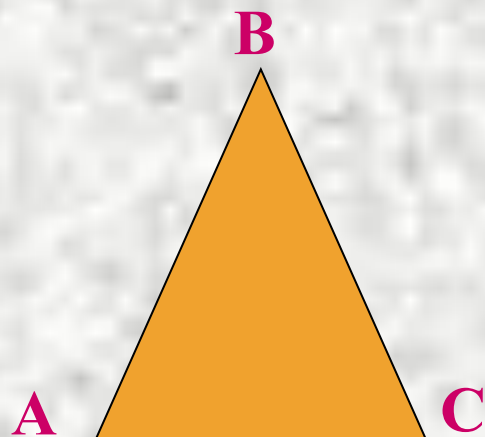
$c=8 \text{ см}$. Найти S .



Ответ: $S=20 \text{ см}^2$.

Угол при вершине равнобедренного треугольника равен 30° , а его площадь – 150 см^2 . Найдите боковую сторону треугольника.

Решение



Дан $\triangle ABC$ ($AB = BC$), $\angle B = 30^{\circ}$, $S_{\triangle ABC} = 150 \text{ см}^2$.

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin \angle B = \frac{1}{2} AB^2 \cdot \sin \angle B;$$

$$AB^2 = \frac{2 \cdot S_{\triangle ABC}}{\sin \angle B}; \quad AB^2 = \frac{2 \cdot 150}{\sin 30^{\circ}} = \frac{300}{\frac{1}{2}} = 300 \cdot 2 = 600;$$

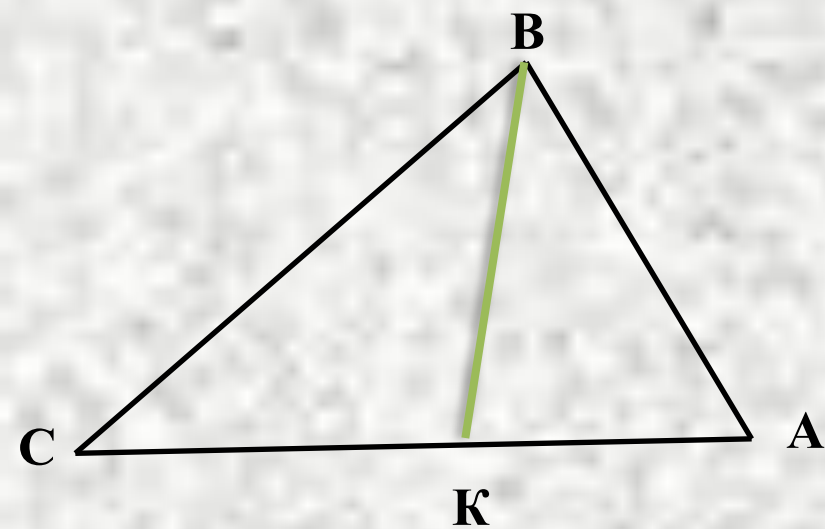
$$AB = \sqrt{600} = 10\sqrt{6} \text{ (см)};$$

$$AB = BC = 10\sqrt{6} \text{ (см)}.$$

Ответ : $10\sqrt{6} \text{ см}$.

Дан $\triangle ABC$. Биссектриса угла B делит сторону AC на отрезки 5 см и 6 см, начиная от вершины A . Сторона $AB=15$ см, угол C равен 30° . Найти площадь и периметр треугольника ABC .

Решение



Дан $\triangle ABC$. $AB=15$ см. Биссектриса BK делит сторону AC на отрезки: $AK=5$ см, $KC=6$ см.

Используя свойство биссектрисы угла, найдем BC :

$$\frac{CB}{CK} = \frac{AB}{AK}; \quad CB = \frac{CK \cdot AB}{AK};$$

$$CB = \frac{15 \cdot 6}{5} = 18 \text{ см.}$$

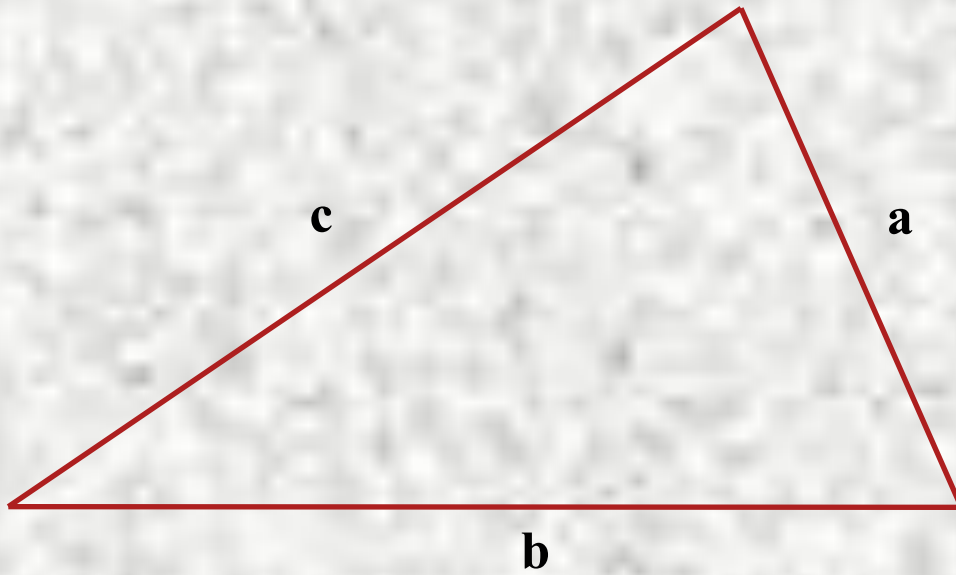
$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} CB \cdot CA \cdot \sin \sphericalangle C, \quad S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} 18 \cdot 11 \cdot \sin 30^\circ =$$
$$= \frac{99}{2} = 49,5 \text{ (см}^2\text{)}.$$

$$P_{\triangle ABC} = AB + CB + CA; \quad P_{\triangle ABC} = 15 + 18 + 11 = 44 \text{ (см)}.$$

Ответ : $49,5 \text{ см}^2$; 44 см .



Формула Герона



$$S = \sqrt{p(p - a)(p - b)(p - c)}, \quad p = \frac{a + b + c}{2}.$$

Найдите площадь треугольника, стороны которого равны 26 см, 28 см и 30 см. Найдите высоту, проведенную к большей стороне.

Решение

Дан треугольник. a, b, c - его стороны.

$$a = 26 \text{ см}, \quad b = 28 \text{ см}, \quad c = 30 \text{ см}.$$

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}, \quad p = \frac{a+b+c}{2}.$$
$$p = \frac{26+28+30}{2} = 42 \text{ (см)}.$$

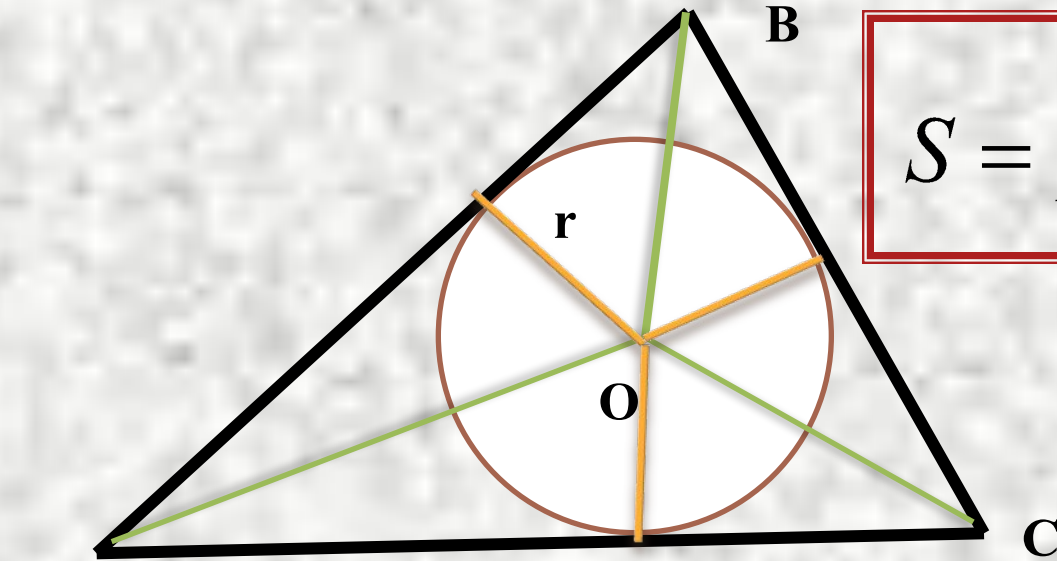
$$S = \sqrt{42(42-26)(42-28)(42-30)} = \sqrt{42 \cdot 16 \cdot 14 \cdot 12} =$$
$$= \sqrt{14 \cdot 3 \cdot 16 \cdot 14 \cdot 3 \cdot 4} = 14 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 2 = 336 \text{ см}^2.$$

$$S = \frac{1}{2}ch_c, \quad h_c = \frac{2S}{c}. \quad h_c = \frac{2 \cdot 336}{30} = 22,4 \text{ см}.$$

Ответ: 336 см^2 ; $22,4 \text{ см}$.



Площадь треугольника через r - радиус вписанной в него окружности



$$S = pr, \quad p = \frac{1}{2}(a + b + c)$$

A Площадь треугольника равна произведению полупериметра треугольника на радиус вписанной в него окружности:

$$S_{\triangle ABC} = S_{\triangle BOC} + S_{\triangle AOB} + S_{\triangle AOC} = \frac{1}{2}AB \cdot r + \\ + \frac{1}{2}AC \cdot r + \frac{1}{2}BC \cdot r = \frac{1}{2}(a + b + c) \cdot r$$

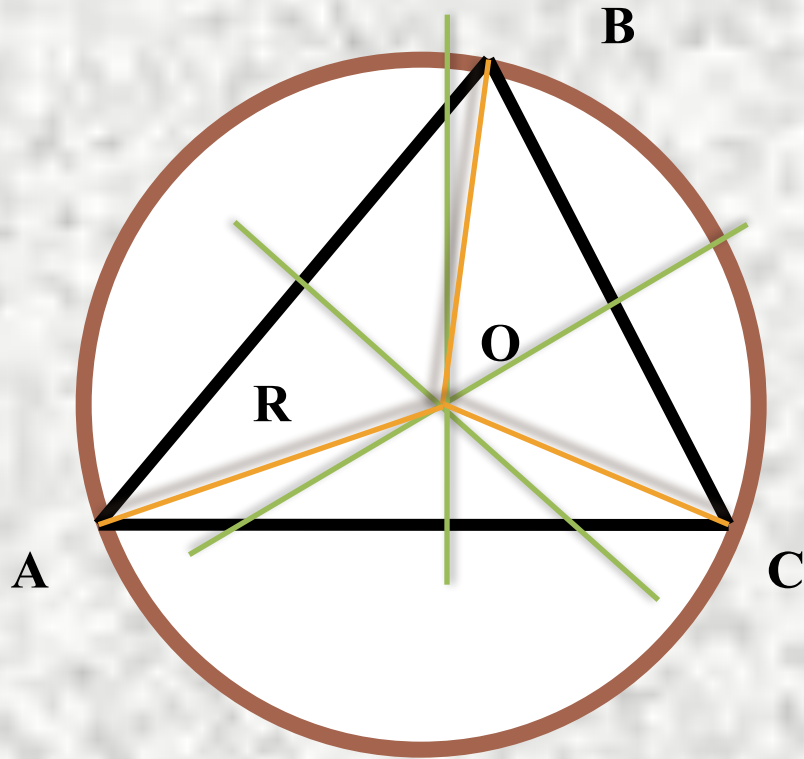
r - радиус вписанной окружности.

Решить самостоятельно:

1. Катеты прямоугольного треугольника 6 см, 8 см. Найдите радиусы описанной и вписанной окружностей.
2. Стороны треугольника 4 см, 5 см и 7 см. Найти радиус вписанной в треугольник окружности.
3. Стороны треугольника 5 см и 8 см, а угол между ними 60° . Найти радиус окружности, вписанной в треугольник.



Площадь треугольника через R - радиус описанной около него окружности

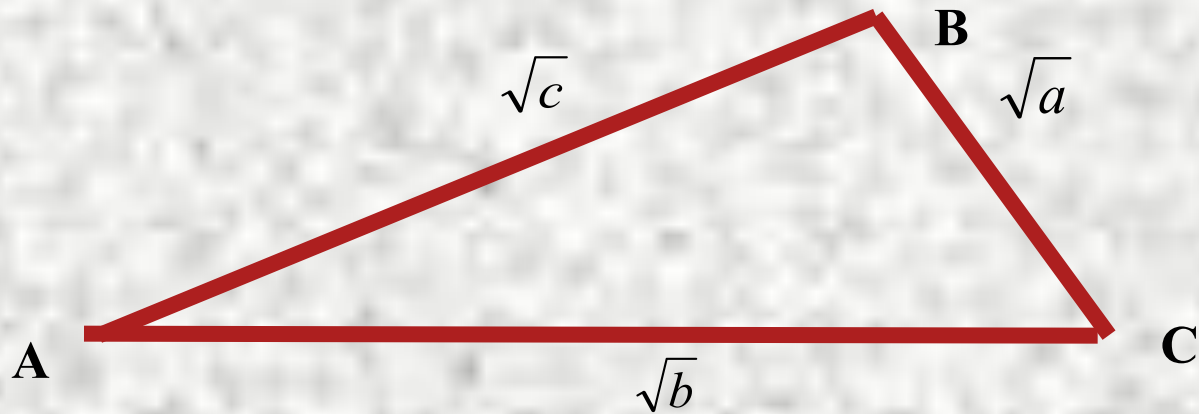


$$S = \frac{a \cdot b \cdot c}{4R}$$

Мы знаем, что $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} ab \cdot \sin \angle C$; $\sin \angle C$ найдем из соотношения

$$\frac{c}{\sin \angle C} = 2R; \sin \angle C = \frac{c}{2R}, S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \frac{abc}{2R} = \frac{abc}{4R}$$

II формула Герона

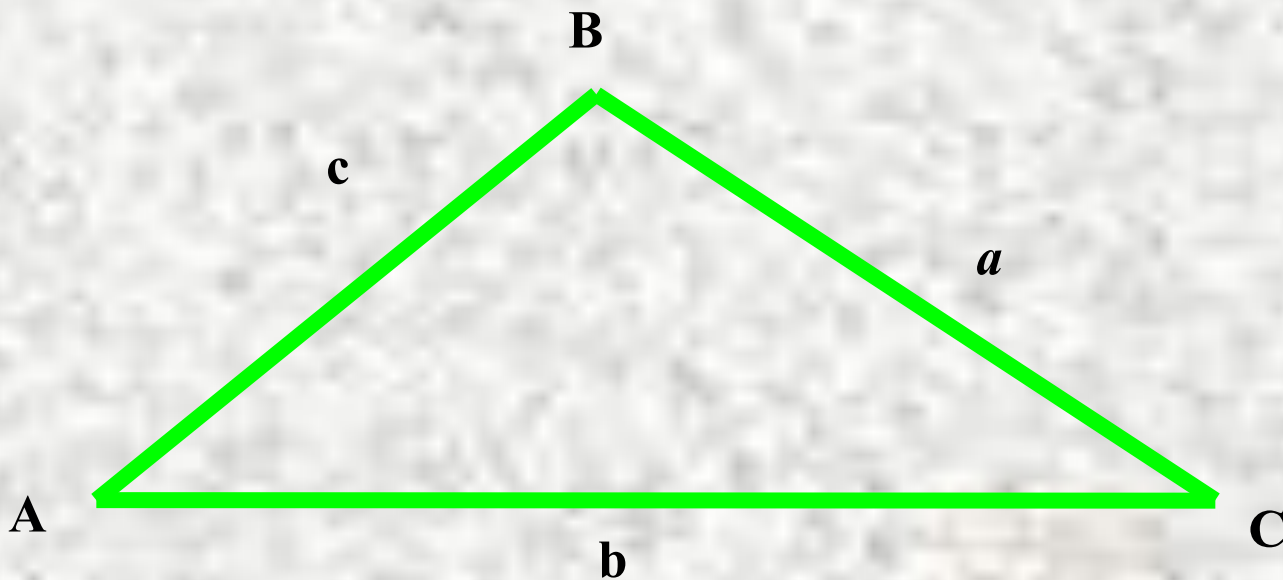


$$p = \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}}{2}$$

$$S = \frac{1}{4} \sqrt{4ab - (a + b - c)^2}$$

Итак, мы получили II формулу Герона:

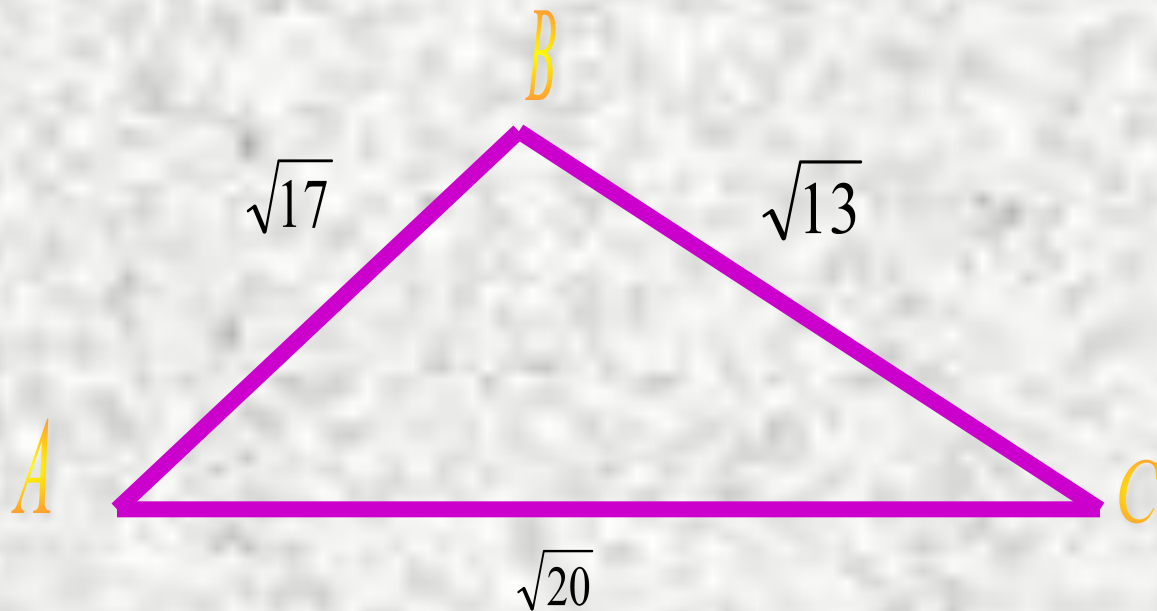
$$S = \frac{1}{4} \sqrt{4a^2b^2 - (a^2 + b^2 - c^2)^2}$$



Задача:

Найти площадь треугольника со сторонами

$\sqrt{17}$, $\sqrt{20}$, $\sqrt{13}$



Решение:

$$S = \frac{1}{4} \sqrt{4a^2b^2 - (a^2 + b^2 - c^2)^2}$$

$$S = \frac{1}{4} \sqrt{4 \cdot 13 \cdot 20 - (13 + 20 - 17)^2} = \frac{1}{4} \sqrt{1040 - 256} = \frac{1}{4} \sqrt{784} = 7$$

ТЕПЕРЬ РЕШИ САМЫЕ ТРУДНЫЕ ЗАДАЧИ



1. Боковая сторона равнобедренного треугольника равна a , а угол при основании равен α . Найдите площадь треугольника.
2. Высота равностороннего треугольника равна h . Вычислите его площадь.
3. В прямоугольном треугольнике гипотенуза равна c , а один из острых углов равен β . Найдите площадь треугольника.