

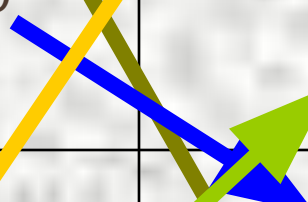
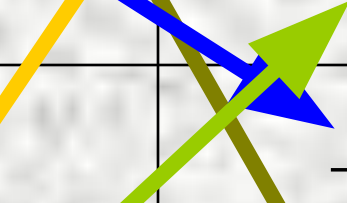



# ПЛОЩАДЬ ТРЕУГОЛЬНИКА



# ПОВТОРЕНИЕ

УСТАНОВИТЕ СООТВЕТСТВИЕ:

$\sin 60^\circ$		$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\sin 135^\circ$		$-\frac{\sqrt{2}}{2}$
$\cos 120^\circ$		$\frac{1}{2}$
$\cos 30^\circ$		$-\frac{1}{2}$
$\sin 150^\circ$		$\frac{\sqrt{2}}{2}$

$$S = \frac{1}{2}ah_a = \frac{1}{2}bh_b = \frac{1}{2}ch_c$$

## Решить устно

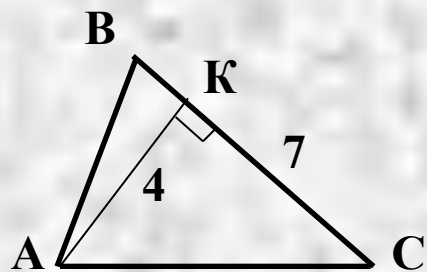


рис.1

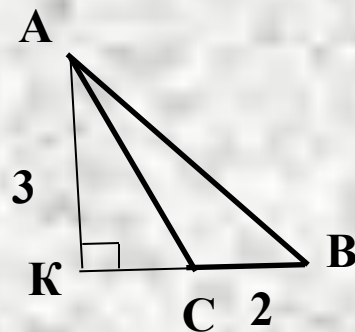


рис.2

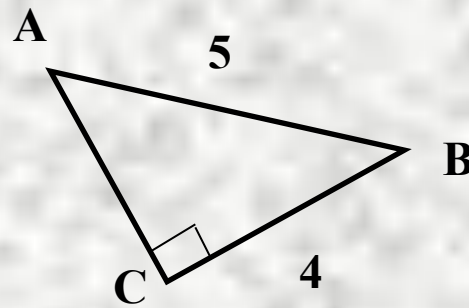
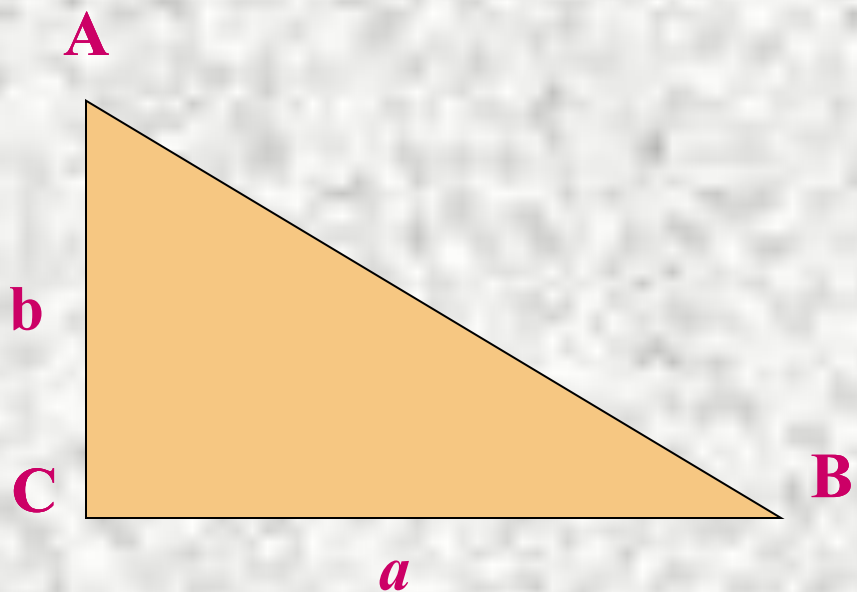


рис.3

- 
1. Площадь прямоугольного треугольника
  2. Площадь треугольника
  3. Формула Герона
  4. Площадь треугольника, вычисляемая с помощью радиуса вписанной окружности
  5. Площадь треугольника, вычисляемая с помощью радиуса описанной окружности

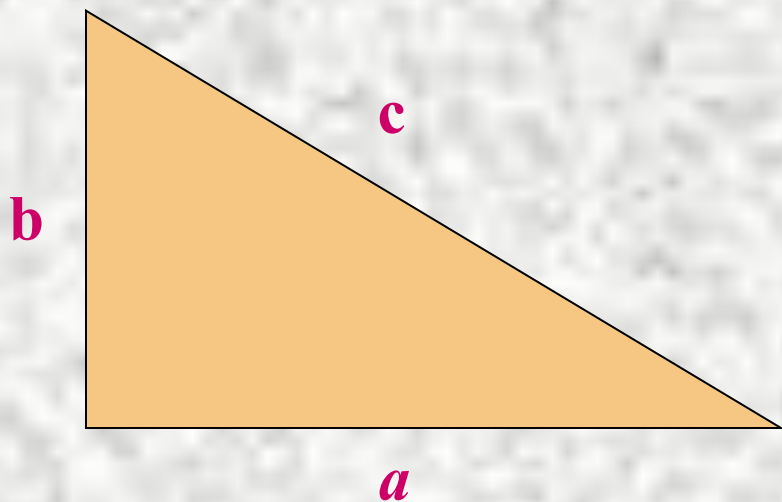
# *Площадь прямоугольного треугольника*

$$S = \frac{1}{2} a \cdot b$$





# Решить устно

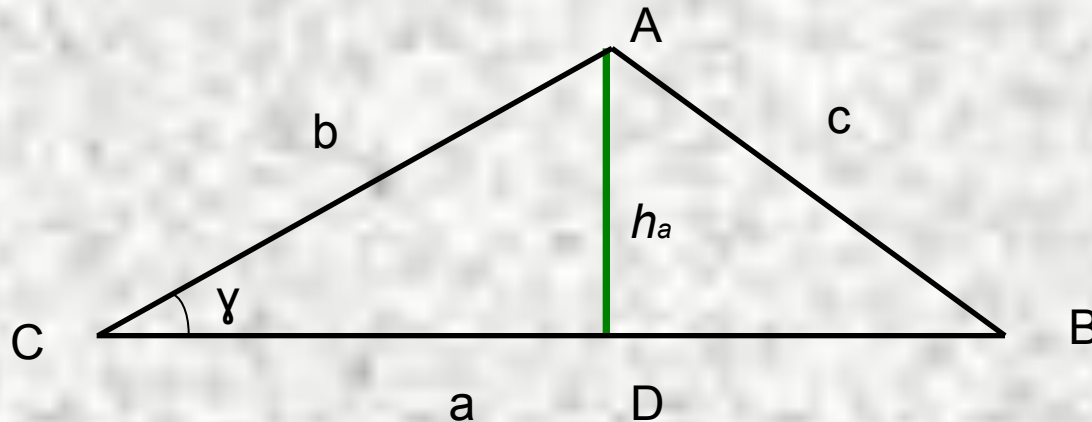


Найти площадь  
треугольника, если:

1.  $a=8$  см;  $b=3$  см;
2.  $b=6$  см;  $c=10$  см.



$$S = \frac{1}{2} ab \cdot \sin \gamma$$



Если в треугольнике известны две стороны и угол между ними, то площадь такого треугольника можно найти, как половина произведения двух сторон на синус угла между ними.

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} a \cdot h_a, \text{ но из прямоугольного}$$

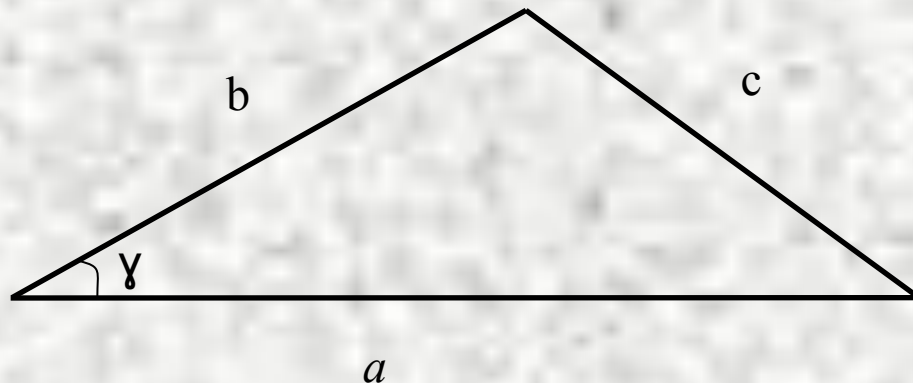
$$\text{треугольника } ADC \quad h_a = b \cdot \sin \gamma, \quad S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} ab \cdot \sin \gamma$$

# Решить устно

№1

$$a=12 \text{ см}, b=9 \text{ см}, \gamma=30^\circ.$$

Найти  $S$ .

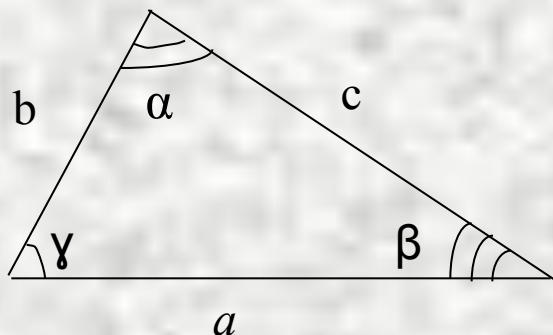


**Ответ:  $S=27 \text{ см}^2$ .**

№2

$$\alpha=80^\circ, \gamma=70^\circ, a=10 \text{ см},$$

$c=8 \text{ см}$ . Найти  $S$ .

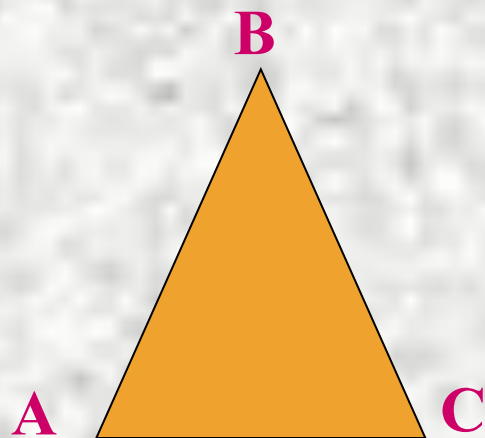


**Ответ:  $S=20 \text{ см}^2$ .**



Угол при вершине равнобедренного треугольника равен  $30^{\circ}$ , а его площадь –  $150 \text{ см}^2$ . Найдите боковую сторону треугольника.

Решение



Дан  $\triangle ABC$  ( $AB = BC$ ),  $\angle B = 30^{\circ}$ ,  $S_{\triangle ABC} = 150 \text{ см}^2$ .

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin \angle B = \frac{1}{2} AB^2 \cdot \sin \angle B;$$

$$AB^2 = \frac{2 \cdot S_{\triangle ABC}}{\sin \angle B}; \quad AB^2 = \frac{2 \cdot 150}{\sin 30^{\circ}} = \frac{300}{\frac{1}{2}} = 300 \cdot 2 = 600;$$

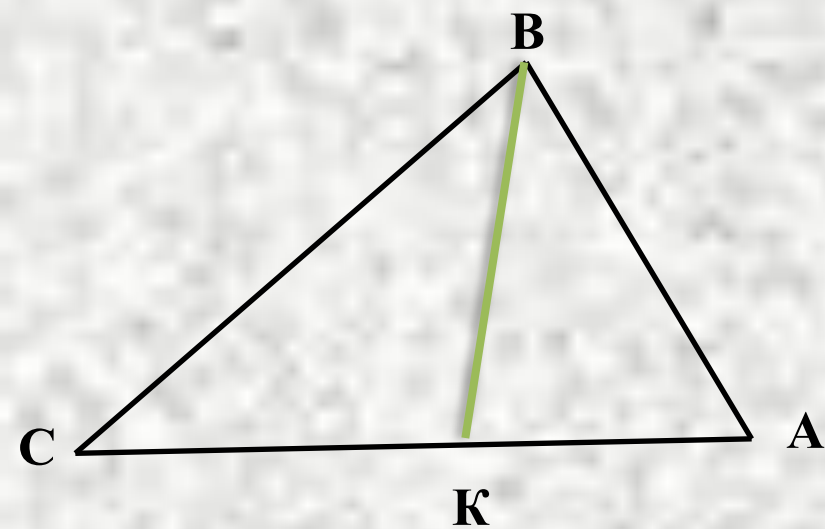
$$AB = \sqrt{600} = 10\sqrt{6} \text{ (см)};$$

$$AB = BC = 10\sqrt{6} \text{ (см)}.$$

Ответ :  $10\sqrt{6} \text{ см}$ .

Дан  $\triangle ABC$ . Биссектриса угла  $B$  делит сторону  $AC$  на отрезки 5 см и 6 см, начиная от вершины  $A$ . Сторона  $AB=15$  см, угол  $C$  равен  $30^\circ$ . Найти площадь и периметр треугольника  $ABC$ .

Решение



Дан  $\triangle ABC$ .  $AB=15$  см. Биссектриса  $BK$  делит сторону  $AC$  на отрезки:  $AK=5$  см,  $KC=6$  см.

Используя свойство биссектрисы угла, найдем  $BC$ :

$$\frac{CB}{CK} = \frac{AB}{AK}; \quad CB = \frac{CK \cdot AB}{AK};$$

$$CB = \frac{15 \cdot 6}{5} = 18 \text{ см.}$$

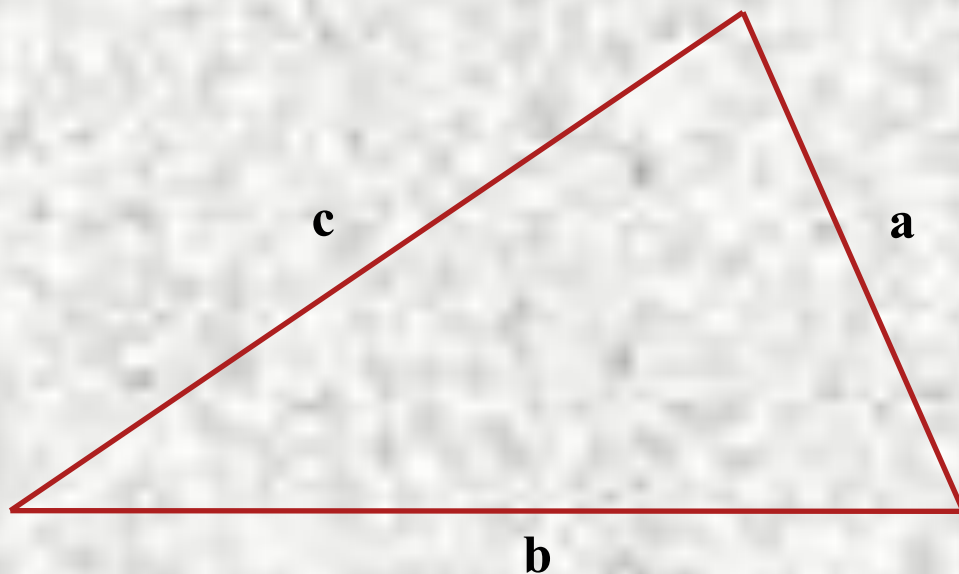
$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} CB \cdot CA \cdot \sin \sphericalangle C, \quad S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} 18 \cdot 11 \cdot \sin 30^\circ = \\ = \frac{99}{2} = 49,5 \text{ (см}^2\text{)}.$$

$$P_{\triangle ABC} = AB + CB + CA; \quad P_{\triangle ABC} = 15 + 18 + 11 = 44 \text{ (см)}.$$

Ответ :  $49,5 \text{ см}^2$ ;  $44 \text{ см}$ .



# Формула Герона



$$S = \sqrt{p(p - a)(p - b)(p - c)}, \quad p = \frac{a + b + c}{2}.$$

**Найдите площадь треугольника, стороны которого равны 26 см, 28 см и 30 см. Найдите высоту, проведенную к большей стороне.**

**Решение**

Дан треугольник.  $a, b, c$  - его стороны.

$a = 26$  см,  $b = 28$  см,  $c = 30$  см.

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}, \quad p = \frac{a+b+c}{2}.$$
$$p = \frac{26+28+30}{2} = 42 \text{ (см)}.$$

$$S = \sqrt{42(42-26)(42-28)(42-30)} = \sqrt{42 \cdot 16 \cdot 14 \cdot 12} =$$
$$= \sqrt{14 \cdot 3 \cdot 16 \cdot 14 \cdot 3 \cdot 4} = 14 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 2 = 336 \text{ см}^2.$$

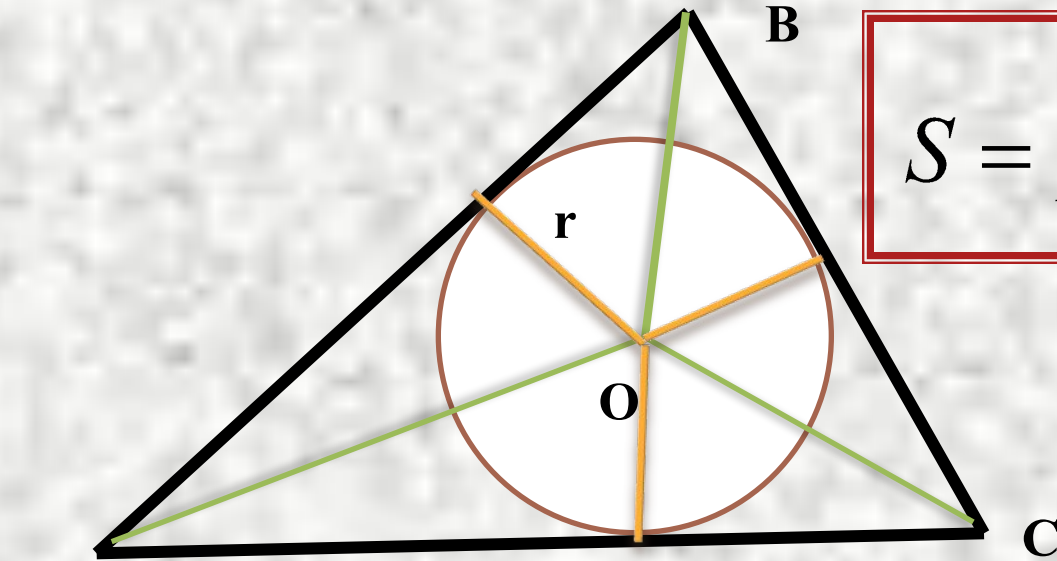
$$S = \frac{1}{2}ch_c, \quad h_c = \frac{2S}{c}. \quad h_c = \frac{2 \cdot 336}{30} = 22,4 \text{ см}.$$

*Ответ:*  $336 \text{ см}^2$ ;  $22,4 \text{ см}$ .





# Площадь треугольника через $r$ - радиус вписанной в него окружности



$$S = pr, \quad p = \frac{1}{2}(a + b + c)$$

**A** Площадь треугольника равна произведению полупериметра треугольника на радиус вписанной в него окружности:

$$S_{\triangle ABC} = S_{\triangle BOC} + S_{\triangle AOB} + S_{\triangle AOC} = \frac{1}{2}AB \cdot r + \\ + \frac{1}{2}AC \cdot r + \frac{1}{2}BC \cdot r = \frac{1}{2}(a + b + c) \cdot r$$

$r$  - радиус вписанной окружности.

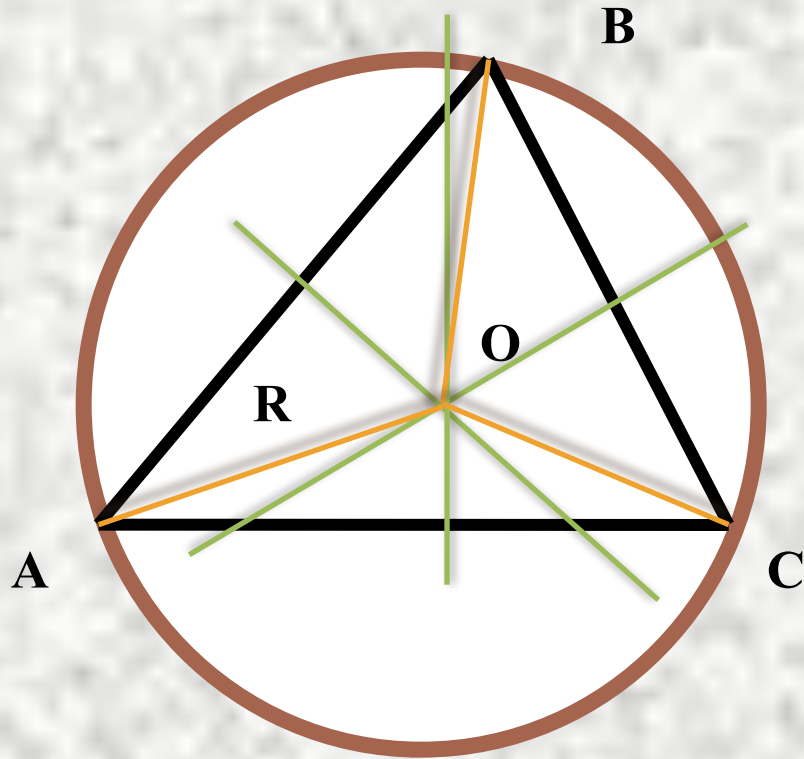


## Решить самостоятельно:

1. Катеты прямоугольного треугольника 6 см, 8 см. Найдите радиусы описанной и вписанной окружностей.
2. Стороны треугольника 4 см, 5 см и 7 см. Найти радиус вписанной в треугольник окружности.
3. Стороны треугольника 5 см и 8 см, а угол между ними  $60^\circ$ . Найти радиус окружности, вписанной в треугольник.



**Площадь треугольника через R - радиус описанной около него окружности**

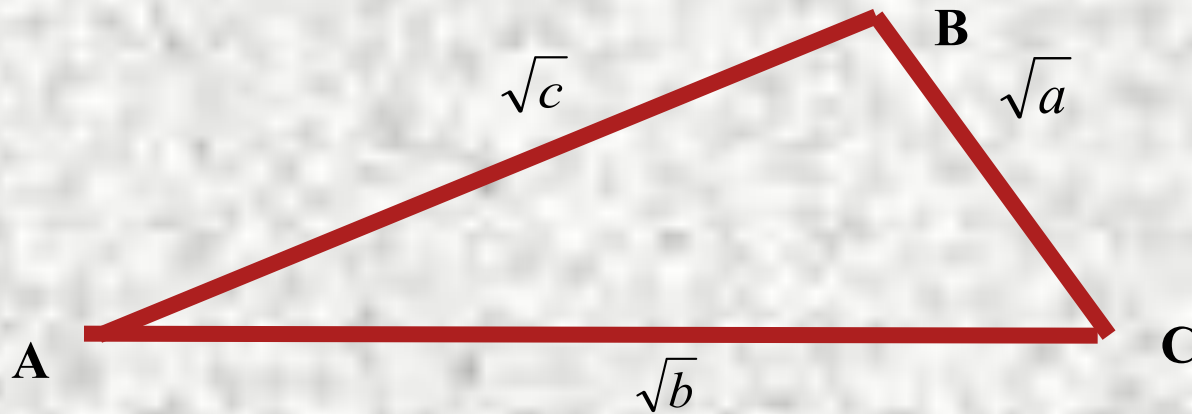


$$S = \frac{a \cdot b \cdot c}{4R}$$

*Мы знаем, что  $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} ab \cdot \sin \angle C$ ;  $\sin \angle C$  найдем из соотношения*

$$\frac{c}{\sin \angle C} = 2R; \sin \angle C = \frac{c}{2R}, S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \frac{abc}{2R} = \frac{abc}{4R}$$

# II формула Герона

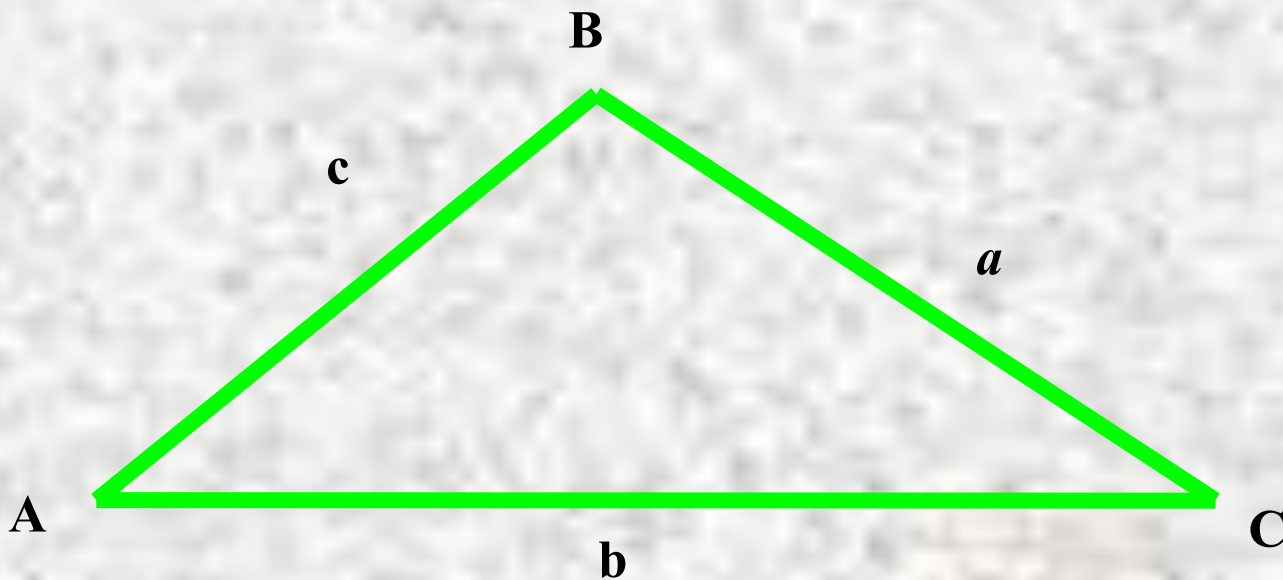


$$p = \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}}{2}$$

$$S = \frac{1}{4} \sqrt{4ab - (a + b - c)^2}$$

**Итак, мы получили II формулу Герона:**

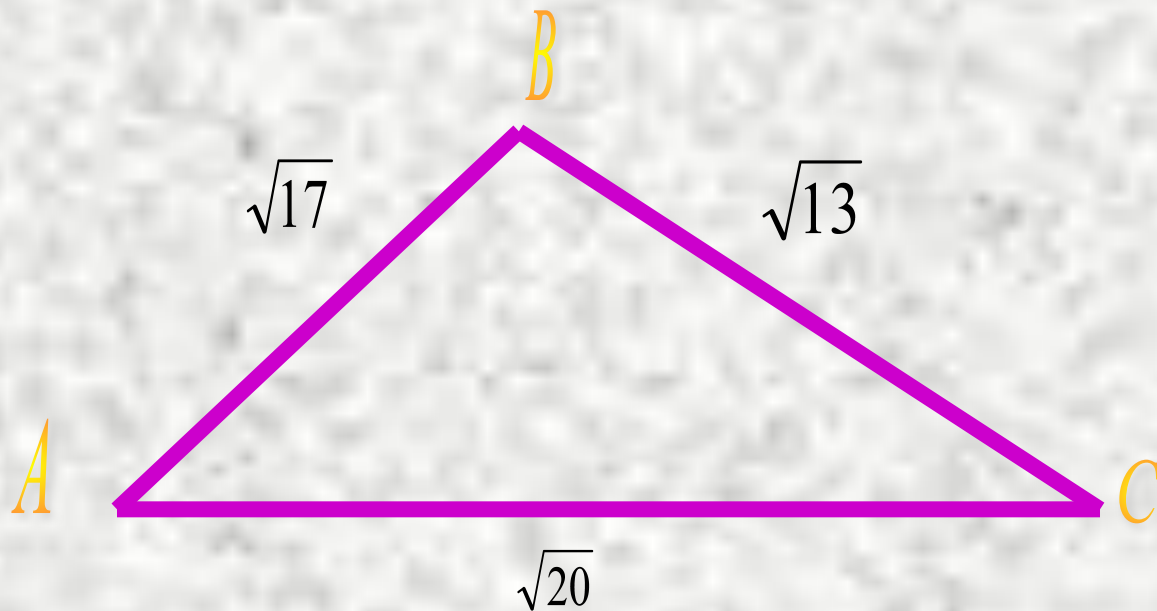
$$S = \frac{1}{4} \sqrt{4a^2b^2 - (a^2 + b^2 - c^2)^2}$$



*Задача:*

Найти площадь треугольника со сторонами

$\sqrt{17}$ ,  $\sqrt{20}$ ,  $\sqrt{13}$



*Решение:*

$$S = \frac{1}{4} \sqrt{4a^2b^2 - (a^2 + b^2 - c^2)^2}$$

$$S = \frac{1}{4} \sqrt{4 \cdot 13 \cdot 20 - (13 + 20 - 17)^2} = \frac{1}{4} \sqrt{1040 - 256} = \frac{1}{4} \sqrt{784} = 7$$



# ТЕПЕРЬ РЕШИ САМЫЕ ТРУДНЫЕ ЗАДАЧИ



1. Боковая сторона равнобедренного треугольника равна  $a$ , а угол при основании равен  $\alpha$ . Найдите площадь треугольника.
2. Высота равностороннего треугольника равна  $h$ . Вычислите его площадь.
3. В прямоугольном треугольнике гипотенуза равна  $c$ , а один из острых углов равен  $\beta$ . Найдите площадь треугольника.