

Функция. Свойства функций.

Урок №1

Содержание

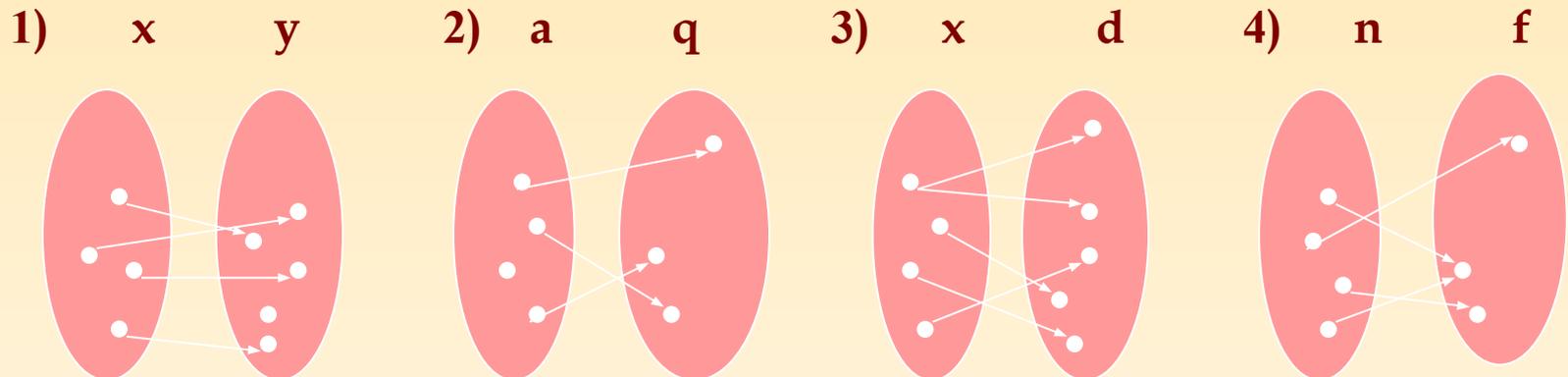
- 1 Определение функции.
- 2 Способы задания функции.
- 3 График функции.
- 4 Алгоритм описания свойств функции.
- 5 Свойства функции.

Числовой функцией называется соответствие (зависимость), при котором каждому значению одной переменной сопоставляется по некоторому правилу единственное значение другой переменной.

Обозначают латинскими (иногда греческими) буквами : f, q, h, y, p и т.д.

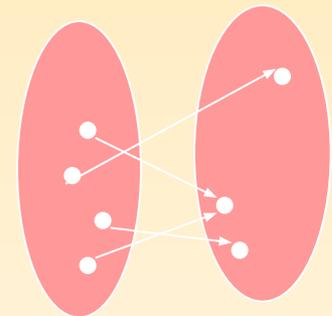
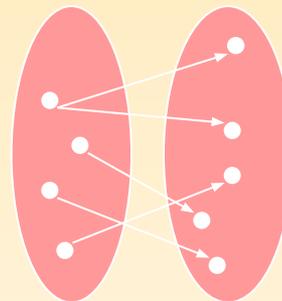
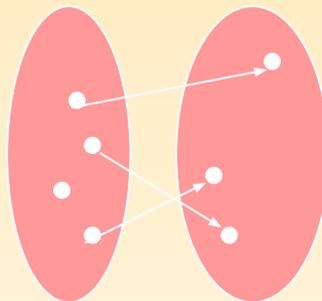
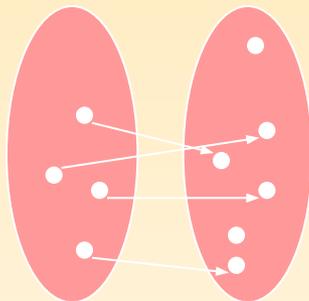
Задание 1.

Определите, какая из данных зависимостей является функциональной



1. **Функция**, т.к. каждому значению переменной **x** ставится в соответствие единственное значение переменной **y**
2. **Не функция**, т.к. не каждому значению переменной **a** ставится в соответствие единственное значение переменной **q**
3. **Не функция**, т.к. одному из значений переменной **x** ставится в соответствие не единственное значение переменной **d**
4. **Функция**, т.к. каждому значению переменной **n** ставится в соответствие единственное значение переменной **f**

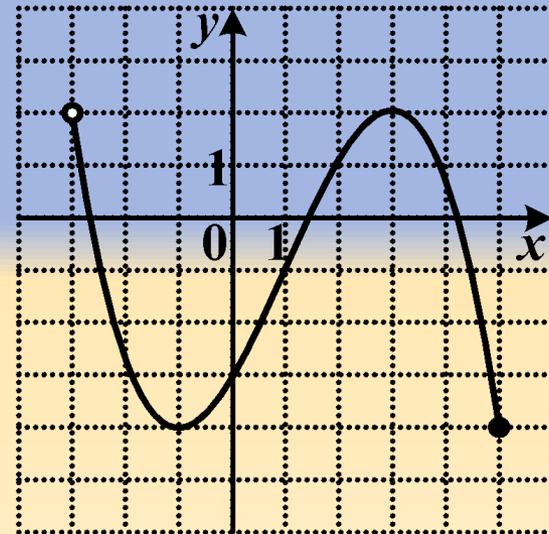
1) x y 2) a q 3) x d 4) n f



Способы задания функций

- Аналитический (с помощью формулы) $f(x) = 2x^2 - \sqrt{2} - 5$

- Графический



- Табличный

x	-39	8	-2
y	3	0	-7

- Описательный (словесное описание)

Сила равна скорости изменения импульса

График функции

Графиком функции f называют множество всех точек $(x; y)$ координатной плоскости, абсциссы которых равны значениям аргумента, а ординаты равны соответствующим значениям функции.

Задание 2.

Определите, какой из данных графиков является графиком функции

Рис.1

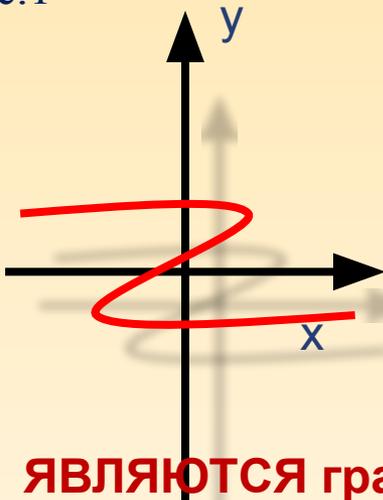


Рис.2

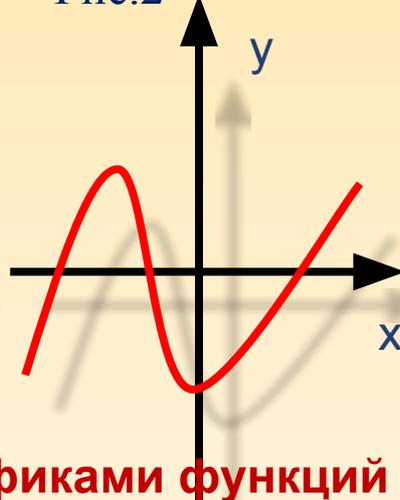


Рис.3

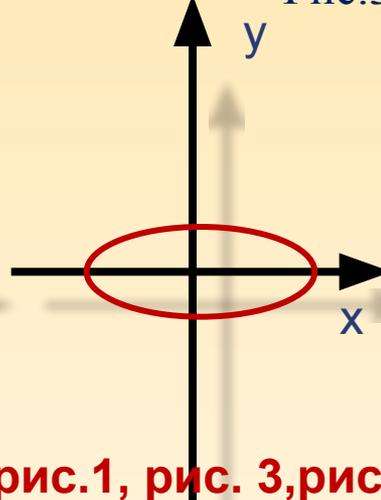
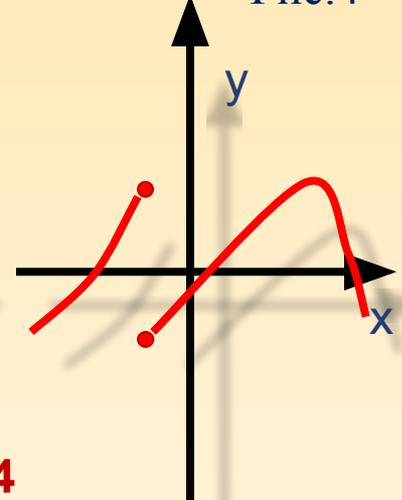


Рис.4



НЕ ЯВЛЯЮТСЯ графиками функций **рис.1, рис. 3,рис. 4**

СВОЙСТВА

Алгоритм описания свойств

1. Область определения
2. Область значений
3. Нули функции
4. Четность
5. Промежутки знакопостоянства
6. Непрерывность
7. Монотонность
8. Наибольшее и наименьшее значения
9. Ограниченность

1. Область определения

Область определения функции – все значения, которые принимает независимая переменная.

Обозначается : $D(f)$.

Пример. Функция задана формулой $y = \frac{6}{x^2 - 9}$

Данная формула имеет смысл при всех значениях $x \neq -3, x \neq 3,$

поэтому $D(y) = (-\infty; -3) \cup (-3; 3) \cup (3; +\infty)$

2. Область значений

Область (множество) значений функции – все значения, которые принимает зависимая переменная.

Обозначается : $E(f)$

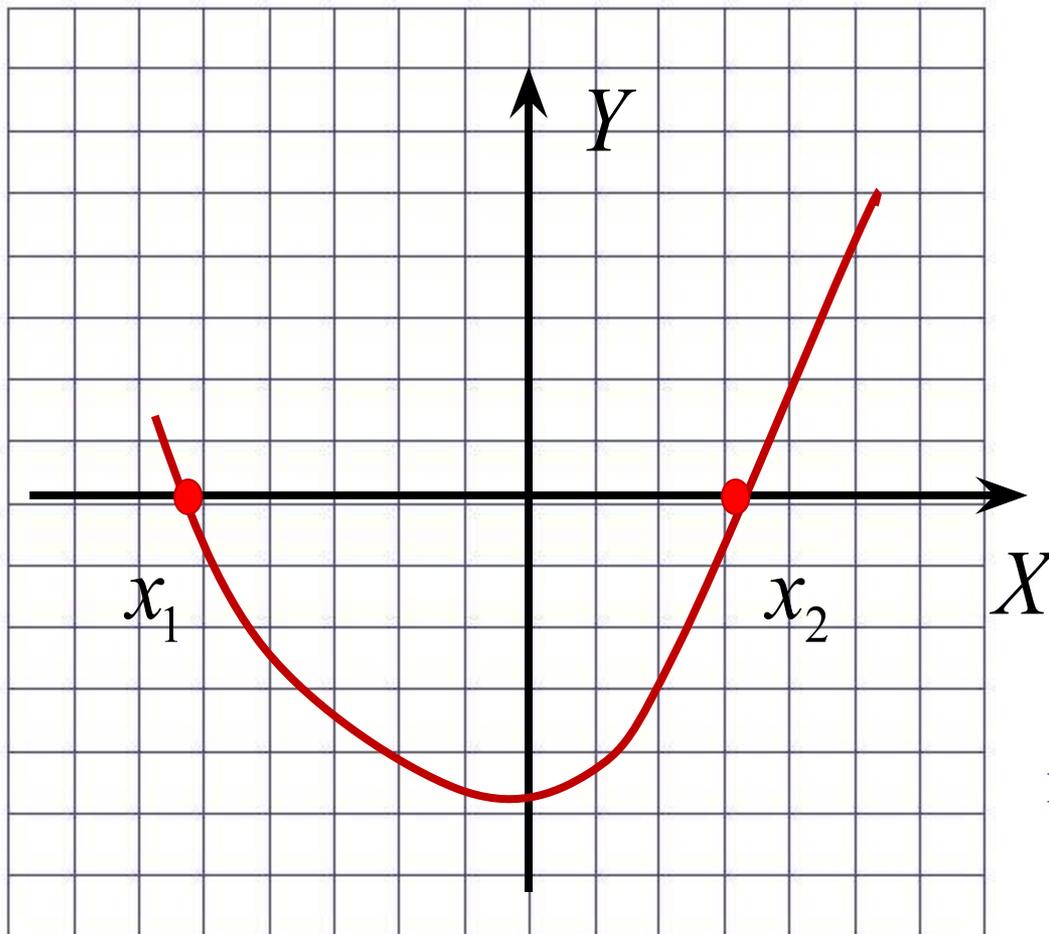
Пример. Функция задана формулой $y = x^2 + 9$

Данная функция является квадратичной , график – парабола, вершина $(0; 9)$

поэтому $E(y) = [9; +\infty)$

3. Нули функции

Нулем функции $y = f(x)$ называется такое значение аргумента x_0 , при котором функция обращается в нуль: $f(x_0) = 0$. Нули функции - абсциссы точек пересечения с Ox

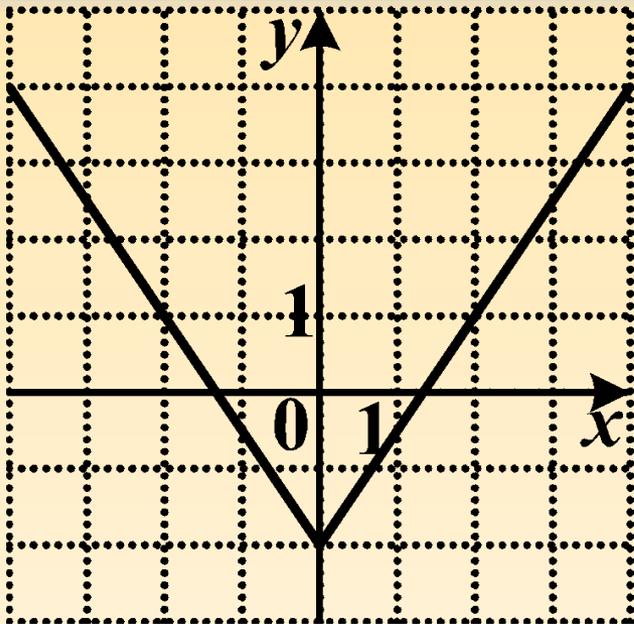


x_1, x_2 - нули функции

4. Четность

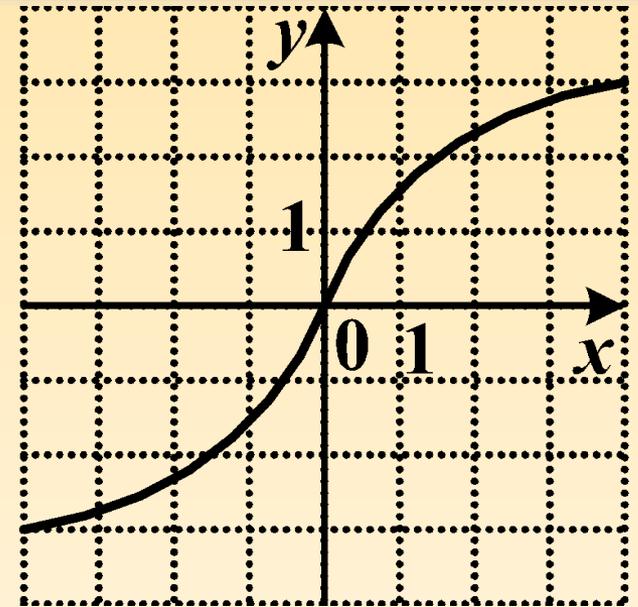
Четная функция

Функция $y = f(x)$ называется четной, если для любого x из области определения выполняется равенство $f(-x) = f(x)$. График четной функции симметричен относительно *оси ординат*.



Нечетная функция

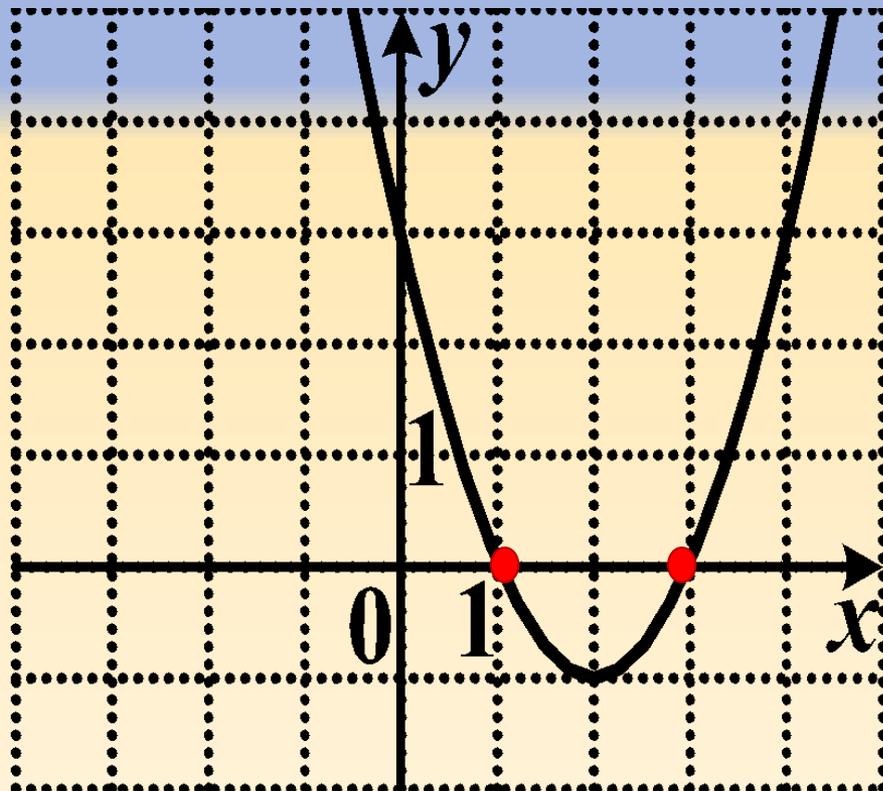
Функция $y = f(x)$ называется нечетной, если для любого x из области определения выполняется равенство $f(-x) = -f(x)$. График нечетной функции симметричен относительно *начала координат*.



5. Промежутки знакопостоянства

Промежутки, на которых непрерывная функция сохраняет свой знак и не обращается в нуль, называются **промежутками знакопостоянства**.

$y > 0$ (график
расположен выше оси
OX) при $x \in (-\infty; 1) \cup$
 $(3; +\infty)$,
 $y < 0$ (график
расположен ниже OX)
при $x \in (1; 3)$



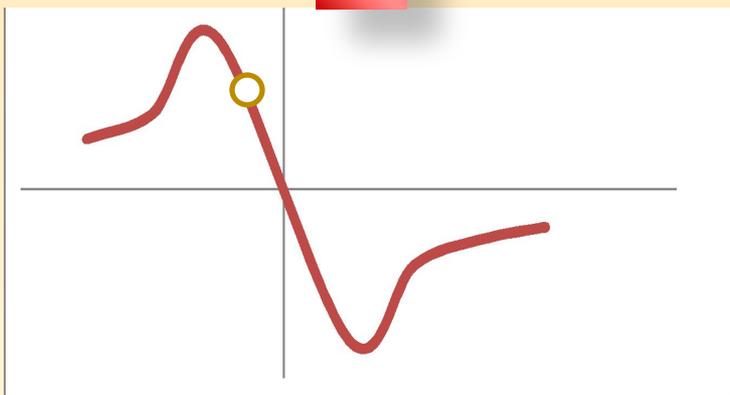
6. Непрерывность

Функция называется **непрерывной** на промежутке, если она определена на этом промежутке и непрерывна в каждой точке этого промежутка.

Непрерывность функции на промежутке X означает, что график функции на всей области определения сплошной, т.е. не имеет проколов и скачков.

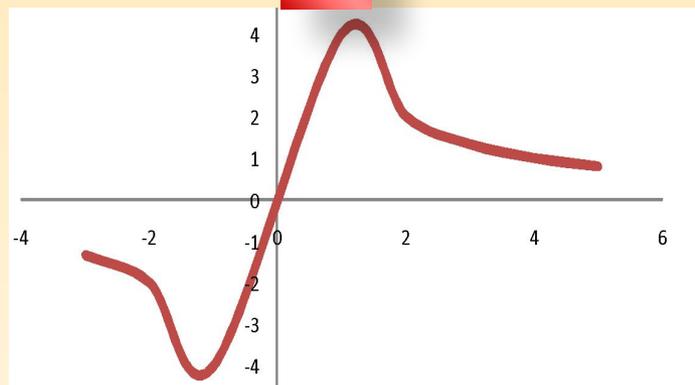
Задание. Определите, на каком из рисунков изображен график непрерывной функции.

1



подумай

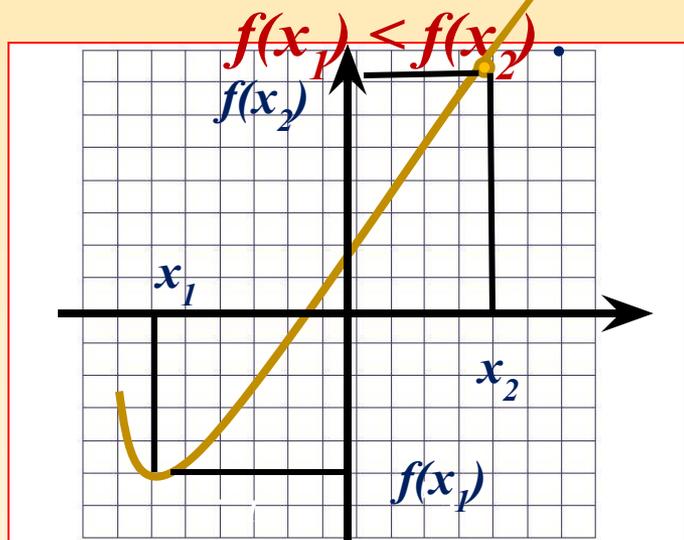
2



правильно

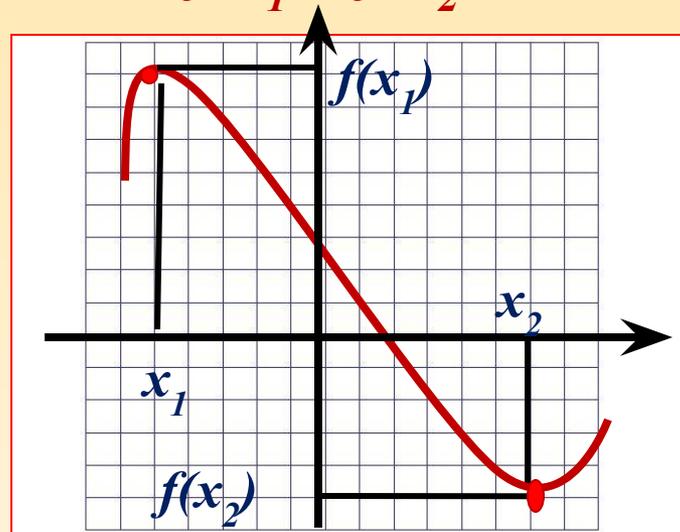
7. Монотонность

Функцию $y = f(x)$ называют **возрастающей** на множестве X , если для любых двух точек x_1 и x_2 из области определения, таких, что $x_1 < x_2$, выполняется неравенство



Функцию $y = f(x)$ называют **убывающей** на множестве X , если для любых двух точек x_1 и x_2 из области определения, таких, что $x_1 < x_2$, выполняется неравенство

$$f(x_1) > f(x_2).$$



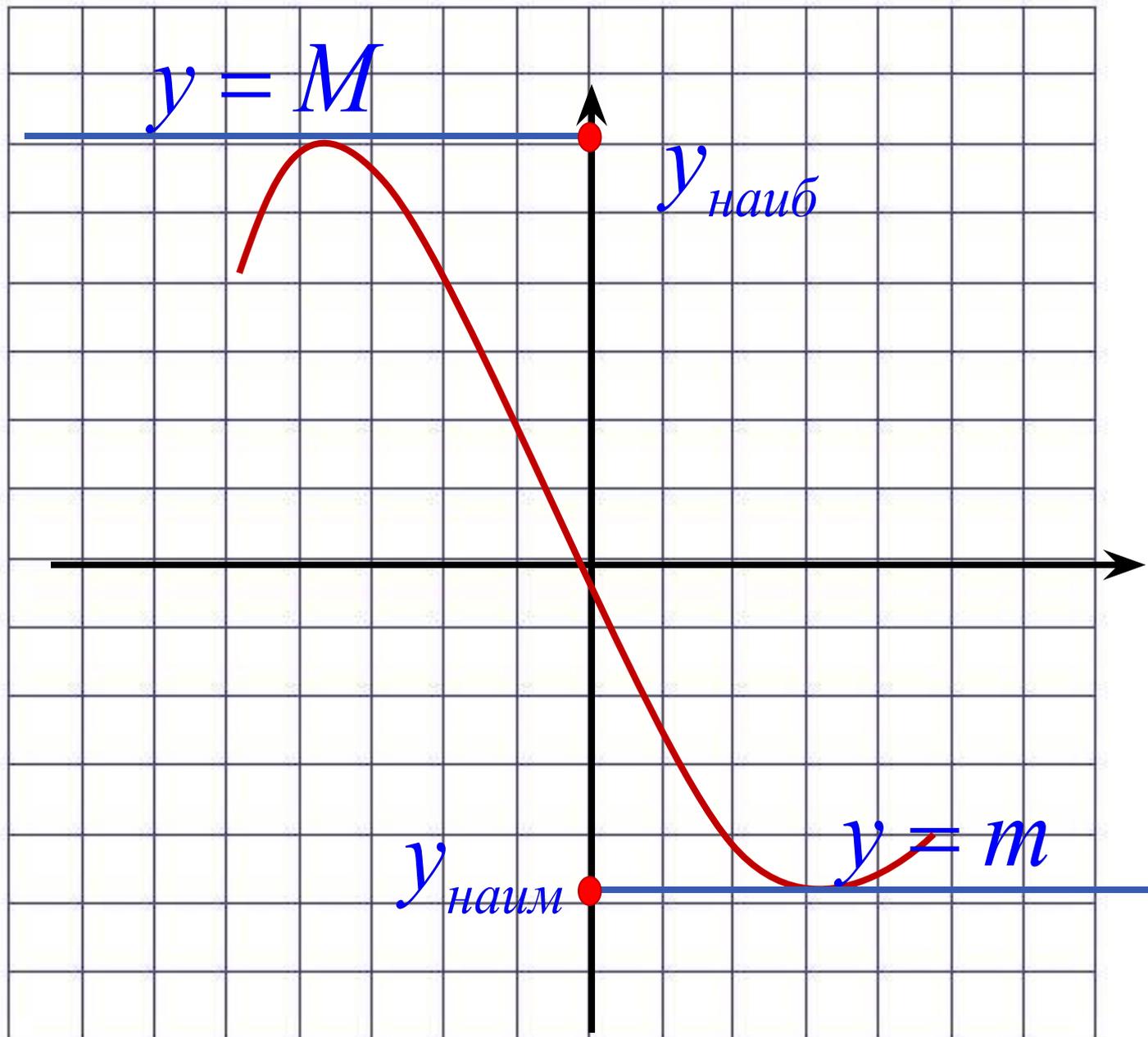
8. Наибольшее и наименьшее значения

Число m называют наименьшим значением функции $y = f(x)$ на множестве X , если:

- 1) в области определения существует такая точка x_0 , что $f(x_0) = m$.
- 2) всех x из *области определения* выполняется неравенство $f(x) \geq f(x_0)$.

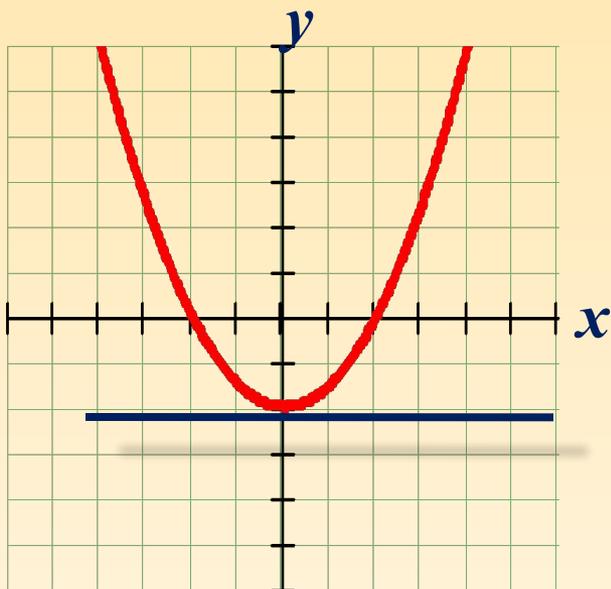
Число M называют наибольшим значением функции $y = f(x)$ на множестве X , если:

- 1) в области определения существует такая точка x_0 , что $f(x_0) = M$.
- 2) для всех x из *области определения* выполняется неравенство $f(x) \leq f(x_0)$.

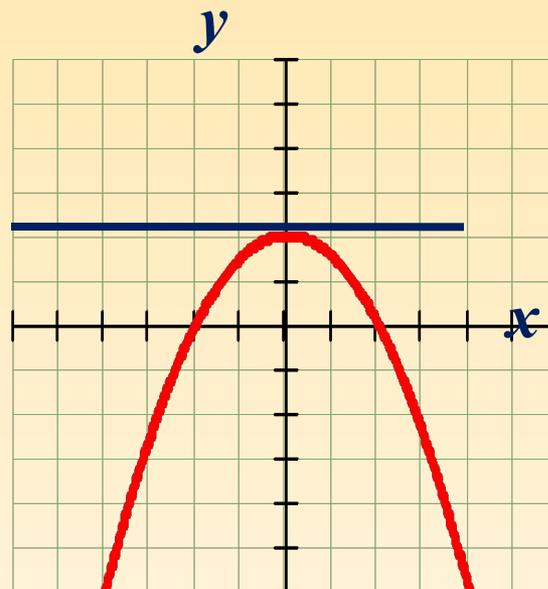


9. Ограниченность

Функцию $y = f(x)$ называют ограниченной снизу на множестве X , если все значения функции на множестве X больше некоторого числа.



Функцию $y = f(x)$ называют ограниченной сверху на множестве X , если все значения функции на множестве X меньше некоторого числа.



По разобранному алгоритму
попытайтесь
самостоятельно исследовать
две данные функции:

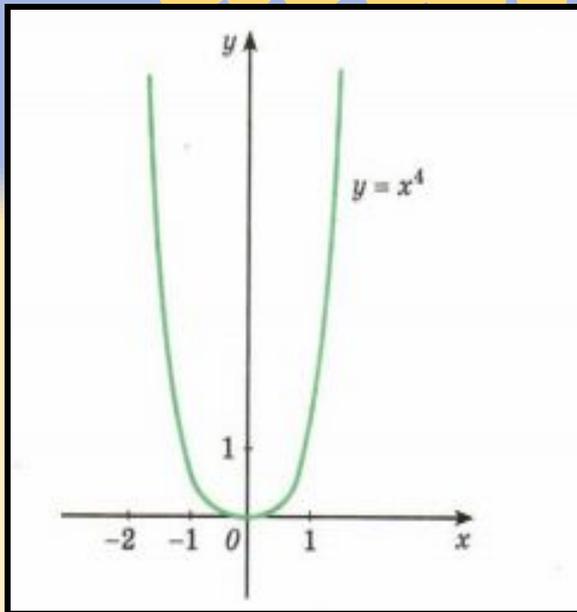


Рис.1

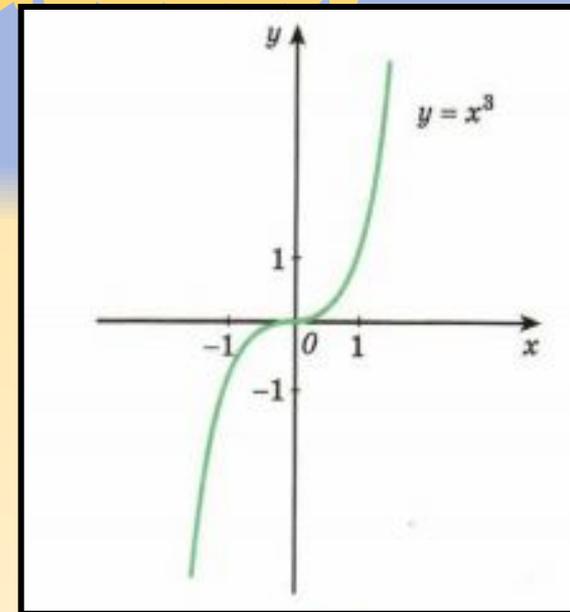


Рис.2