# **График квадратичной функции, содержащей переменную под знаком абсолютной величины.**

*Знание только тогда*
*знание, когда оно приобретено*
*усилиями*
*своей мысли, а не памятью.*

*Л. Н. Толстой.*

# *Основные определения и свойства*

*Функция, определяемая формулой $y=ax^2+вx+c$, где x и y переменные, а параметры a, в и c – любые действительные числа, причём $a\neq0$, называется квадратичной.*

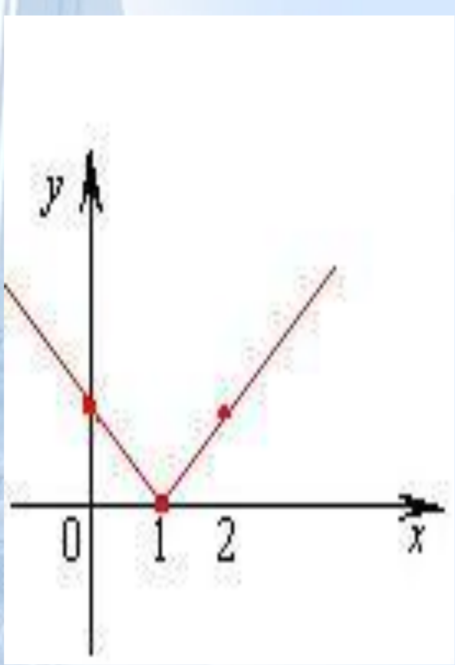
*Абсолютной величиной неотрицательного числа называется само это число, абсолютной величиной отрицательного числа называется противоположное ему положительное число.*

$$|x| = \begin{cases} x,\_ \text{если}\_ x \geq 0, \\ -x,\_ \text{если}\_ x < 0 \end{cases}$$

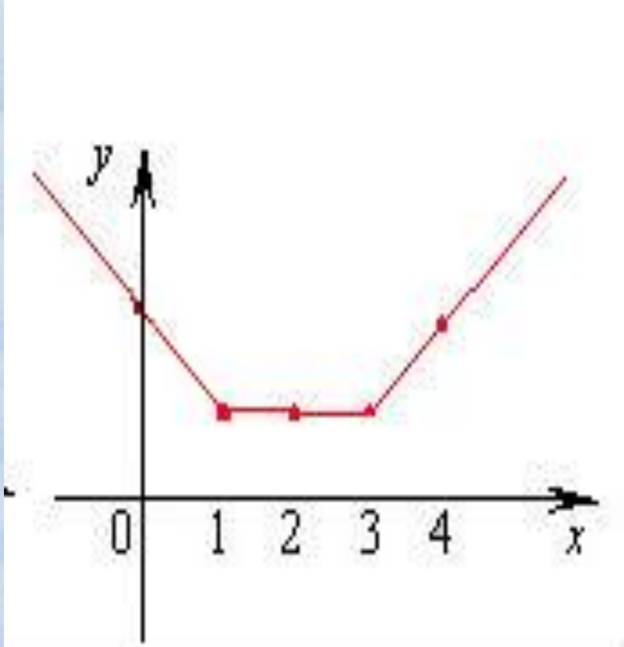
***Свойства:***

1. $|a| \geq 0$,
2. $|a|^2 = a^2$,
3. $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$,
4. $|a/b| = |a|/|b|$, $b \neq 0$

*Построение графика линейной функции, содержащей переменную под знаком модуля.*




*1)f(x)= |x-1|.*
*x = 1- корень подмодульного выражения.*
*Возьмем x=0, (0<1) и x=2, (2>1).*
*Вычисляя функции в точках 1,0 и 2,получаем график, состоящий из двух отрезков.*




2) $f(x) = |x-1|+|x-2|$.

*Вычисляя значение функции в точках 1, 2, 0 и 3, получаем график, состоящий из трех отрезков прямых.*

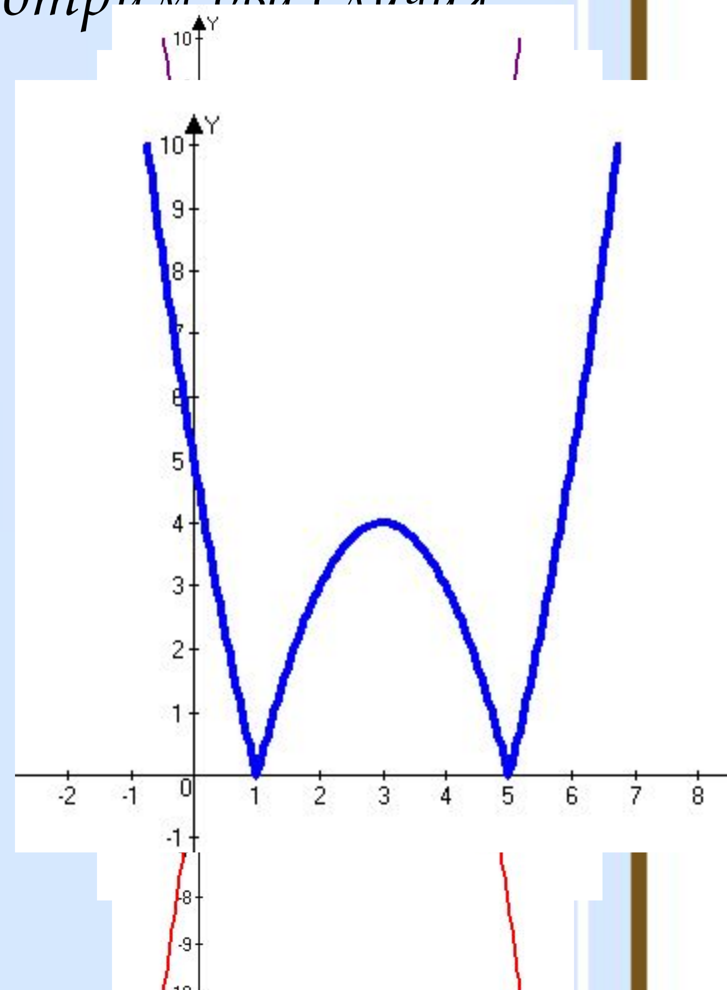
# Построение графика квадратичной функции, содержащей переменную под знаком модуля

*На примере функции $y = x^2 - 6x + 5$ рассмотрим всевозможные случаи расположения модуля.*

1. $y = |x^2 - 6x + 5|$
2. $y = |x|^2 - 6x + 5$
3. $y = x^2 - 6|x| + 5$
4. $y = |x|^2 - 6|x| + 5$
5. $y = |x^2 - 6x| + 5$
6. $y = |x^2 - 6|x| + 5|$
7. $y = x^2 - |6x + 5|$
8. $|y| = x^2 - 6x + 5$

# Построим график функции $y = |x^2 - 6x + 5|$

Пользуясь определением модуля, рассмотрим два случая:

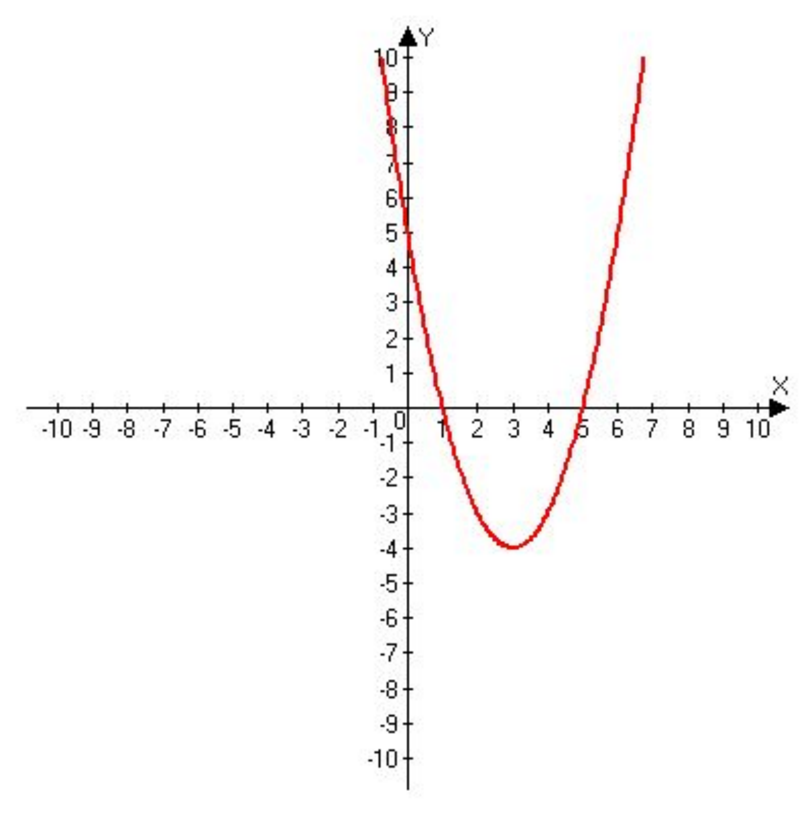



1) $x^2 - 6x + 5 \geq 0$, тогда $y = x^2 - 6x + 5$. Выделим все точки параболы с неотрицательной ординатой.

2) $x^2 - 6x + 5 < 0$, тогда $y = -(x^2 - 6x + 5)$ или $-x^2 + 6x - 5 > 0$, $y = -x^2 + 6x - 5$.

*Рассмотрим график функции $y = |x|^2 - 6x + 5$*

*Т.к. $|x|^2 = x^2$ , то функция*
*$y = |x|^2 - 6x + 5$*
*совпадает с функцией*
*$y = x^2 - 6x + 5$ ,а , значит,*
*имеют один и тот же*
*график.*

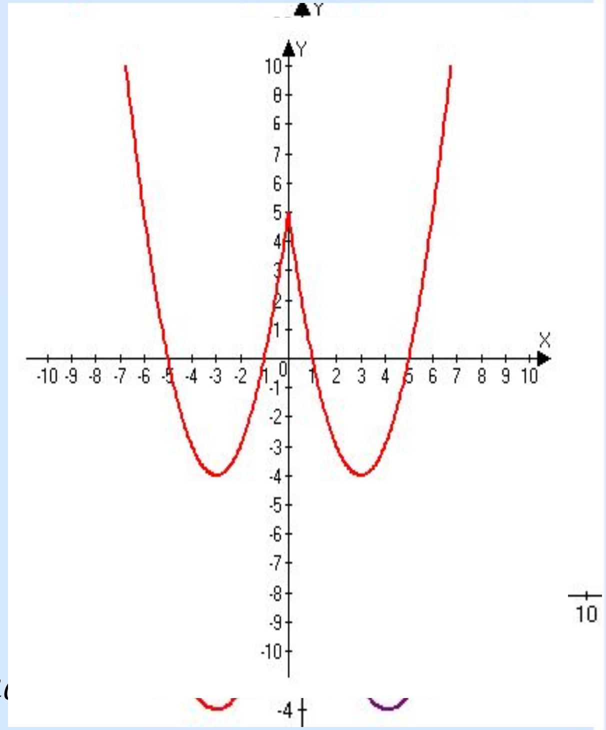


# *Рассмотрим график функции $y = x^2 - 6|x| + 5$*

*Пользуясь определением модуля, рассмотрим два случая:*

*1)Пусть $x \geq 0$, тогда $y = x^2 - 6x + 5$.*

*Построим параболу $y = x^2 - 6x + 5$ и обведём ту её часть, которая соответствует неотрицательным значениям x, т.е. часть, расположенную правее оси Оу.*




*2)Пусть $x < 0$, тогда $y = x^2 + 6x + 5$.*

*В той же координатной плоскости построим параболу $y = x^2 + 6x + 5$ и обведём ту её часть, которая соответств отрицательным значениям x, т.е. часть, расположенную левее оси Оу. Обведённые части парабол вместе образуют*

*График функции $y = x^2 - 6|x| + 5$*

*Рассмотрим график функции*
*$y = |x|^2 - 6|x|+5$.*

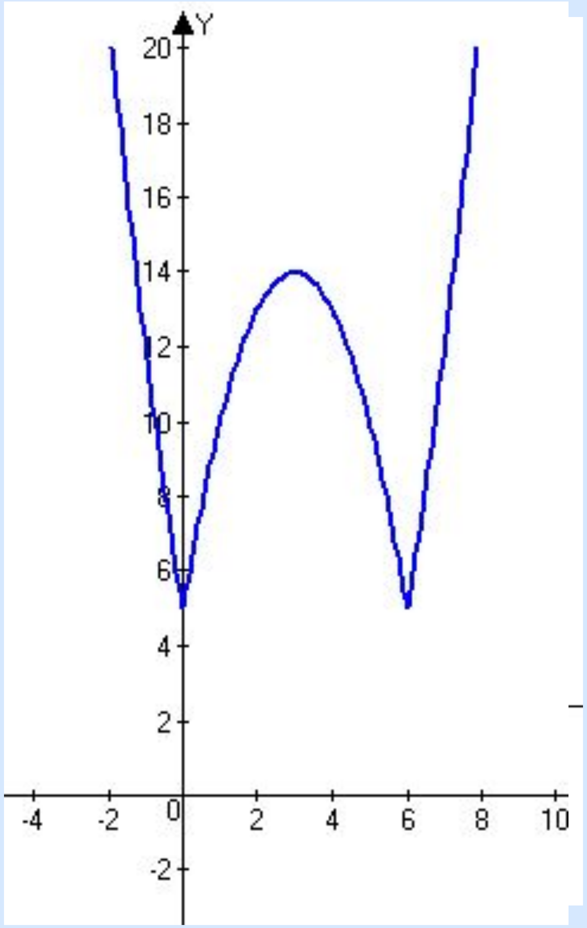
*Т.к. $|x|^2= x^2$ , то функция $y = |x|^2 – 6|x| +5$ совпадает с функцией $y = x^2-6|x| +5$ (см пред. пример)*

# Построим график функции $y = |x2 – 6x| +5$

1) $y = x^2 - 6x$

2) $y = |x^2 - 6x|$

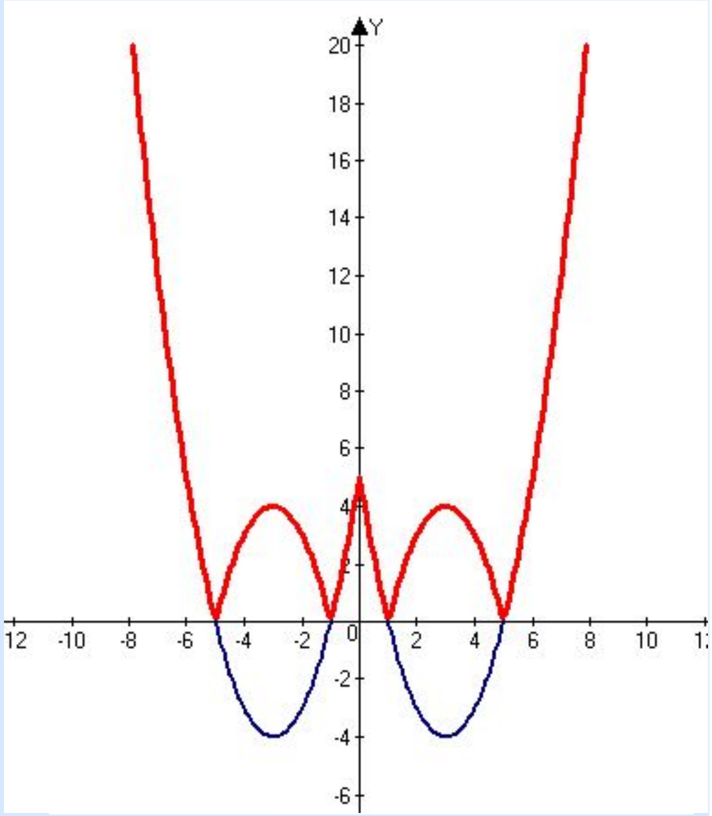
3) $y = |x^2 - 6x| +5$



*Построим график функции $y = |x2 – 6|x| +5|$.*

*1) $y = x^2 - 6|x| + 5$ (рассмотрено в 10 слайде)*

*2) $y = |x^2 – 6|x| +5|$*



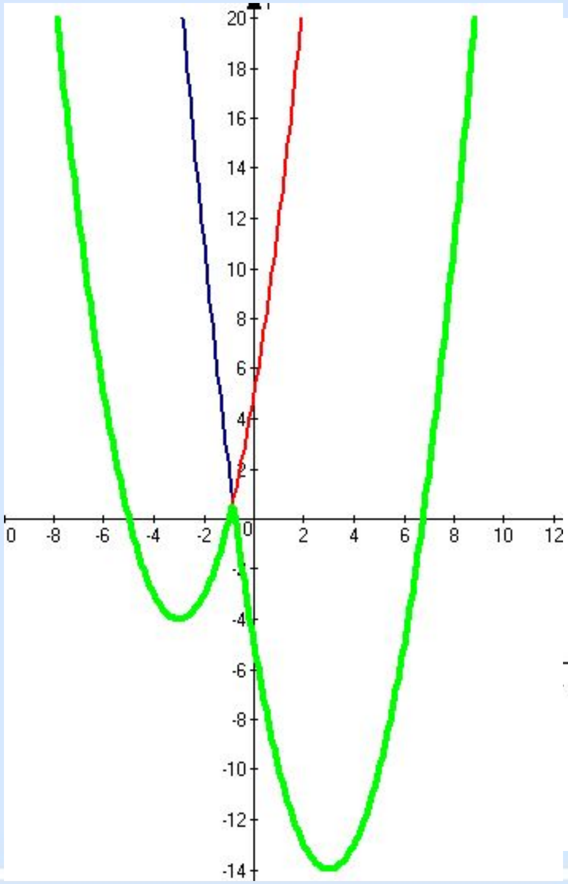
# Построим график функции $y = x^2 - |6x + 5|$.

1)Найдем нули функции: $y = 6x + 5$, $6x + 5 = 0$, $x = -\frac{5}{6}$.

2) Рассмотрим два случая:

1) $6x+5 \geq 0$, т.е. $x \geq -\frac{5}{6}$, , тогда функция примет вид $y = x^2 - 6x - 5$.

2) $6x+5 < 0$, т.е. $x < -\frac{5}{6}$, тогда функция принимает вид $y = x^2 + 6x + 5$.

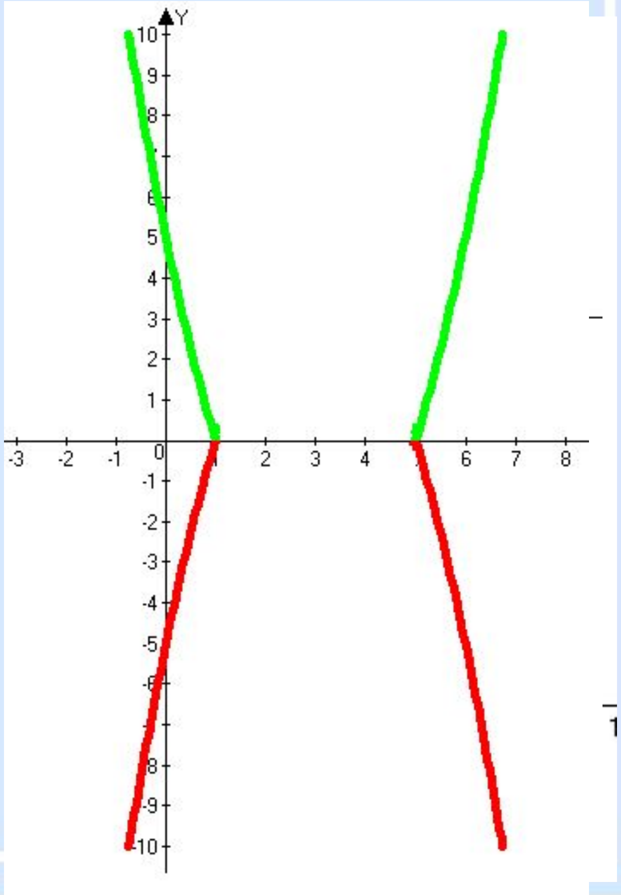



3)Построили график функции

$y = x^2 - |6x + 5|$.

Равенство $|y| = x^2 - 6x + 5$ не задает функции т. к. при $x^2 - 6x + 5 > 0$ имеем 2 значения у, соответствующих данному значению х, а при $x^2 - 6x + 5 < 0$, ни одного такого значения. График данного уравнения строится так:

Отбрасываем ту часть графика , которая лежит ниже оси Ох, а оставшуюся часть симметрично отображаем относительно оси Ох.




1) При $x^2 - 6x + 5 > 0$, $y = x^2 - 6x + 5$

2) при $x^2 - 6x + 5 < 0$, $y = -(x^2 - 6x + 5)$

3) Построили график функции

$|y| = x^2 - 6x + 5$

**Выводы:**

1)Для построения графика функции $y = |f(x)|$ , надо сохранить ту часть графика функции $y = f(x)$, точки которой находятся на оси Ох или выше оси Ох, и симметрично отразить относительно оси Ох ту часть графика функции $y = f(x)$, которая расположена ниже оси Ох.

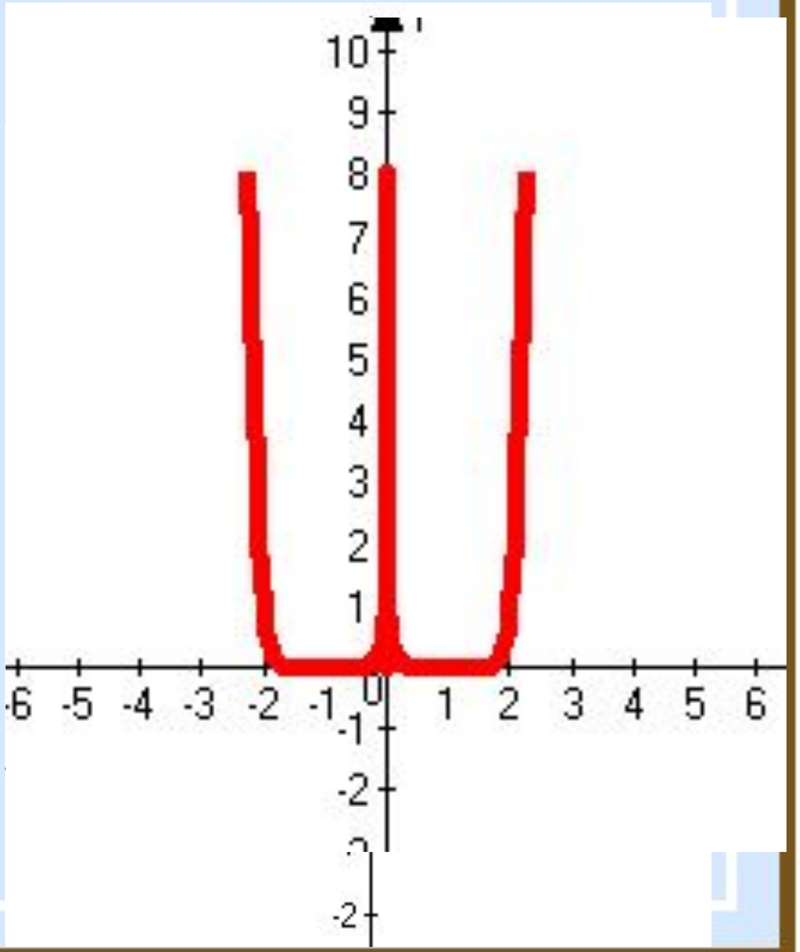
2) Для построения графика $y = f(|x|)$ надо сохранить ту часть графика функции $y = f(|x|)$, точки которой на оси Оу или справа от неё и симметрично отразить эту часть графика относительно оси Оу.

3) Чтобы построить график уравнения $|y|= f(x)$ нужно: Отбросить ту часть графика , которая лежит ниже оси Ох, а оставшуюся часть симметрично отобразить относительно оси Ох

*1. y=(|x|-1)⁴ , где -3 ≤ x≤3*

*2. x=0, где 0 ≤ y≤8*

*1.*



2.

$-2|x|^2+8$, где $-2 \le x \le 2$

$y=4$, где $-2 \le x \le 2$

1) $y=2|x|^2$

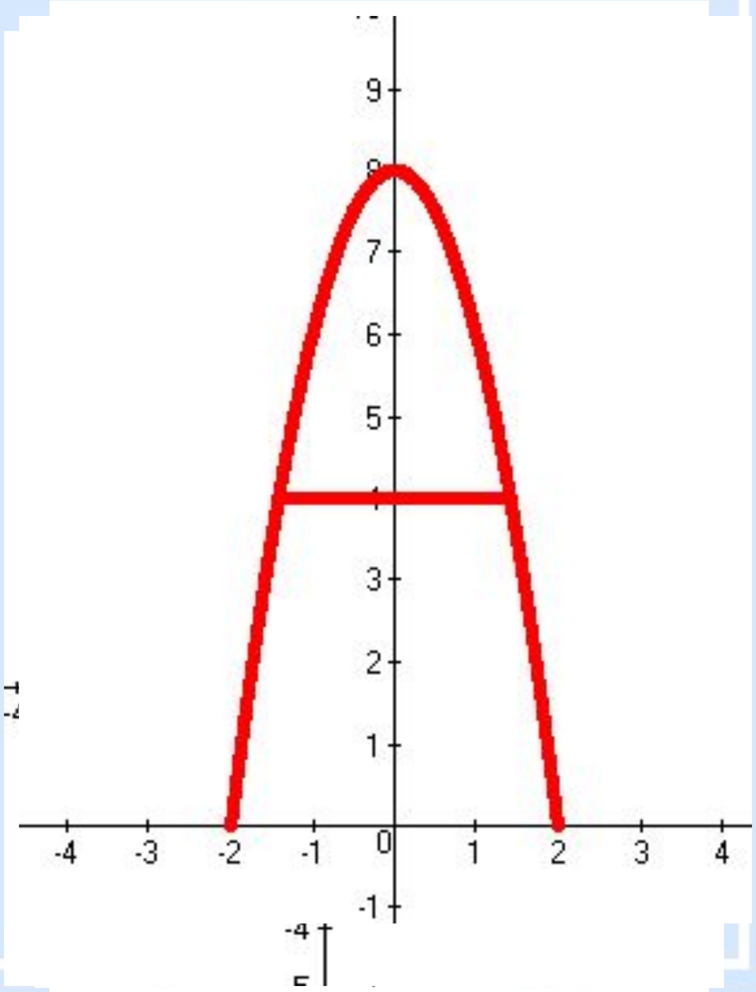
2) $y=-2|x|^2$

3) $y=-2|x|^2+8$

$-2 \le x \le 2$

4) $y=4$, где

$-1{,}4 \le x \le 1{,}4$

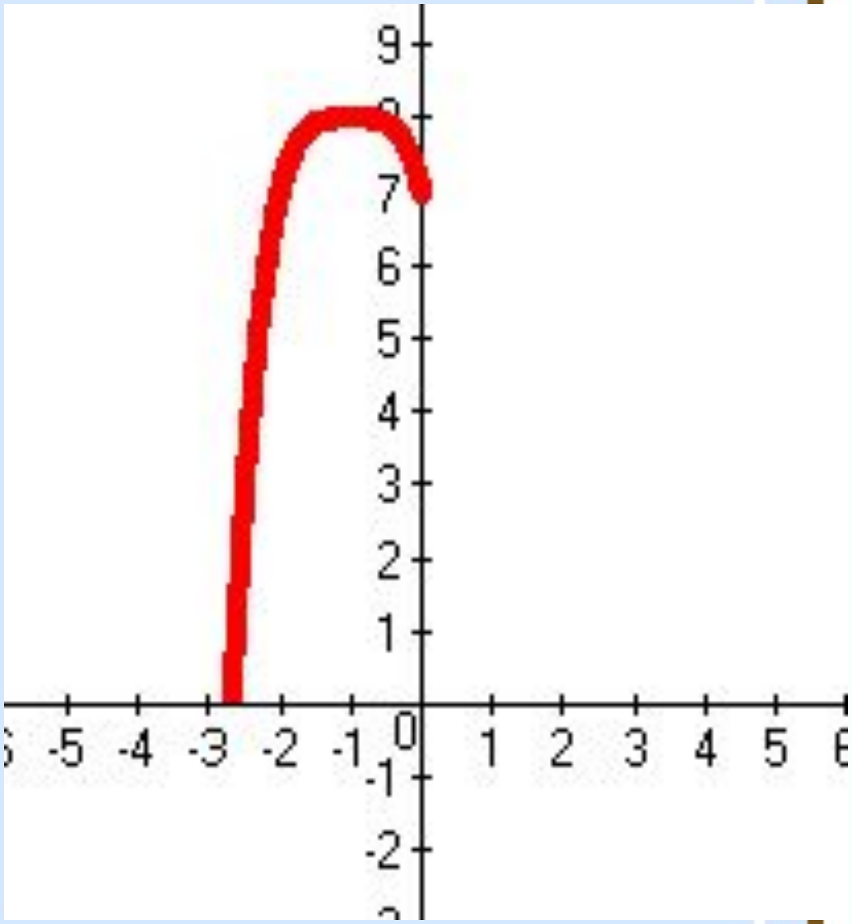


$y=-(|x|-1)^4+8$ , где $-3 \le x \le 0$ **3.**

1) $y=(|x|-1)^4$ , где $-3 \le x \le 0$

2) $y=-(|x|-1)^4$ , где $-3 \le x \le 0$

3) $y=-(|x|-1)^4+8$ , где $-3 \le x \le 0$



$y = x^2 + (|y-4|-2)^2 = 4$, где $0 \le y \le 8$, $x=0$ **4.**

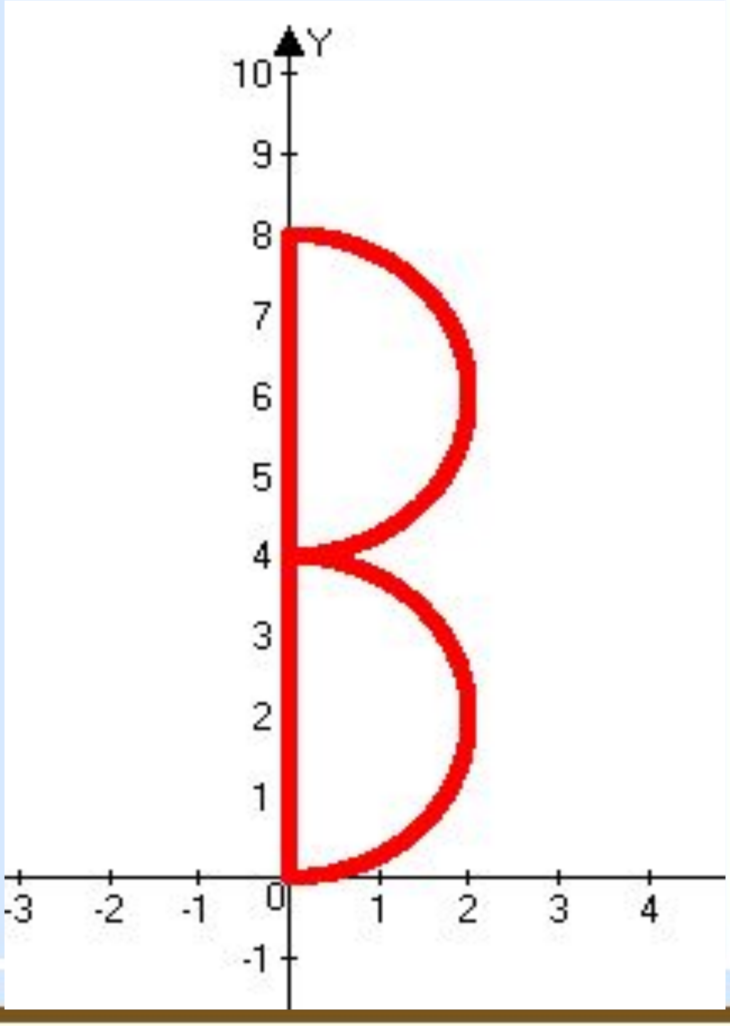
$x^2+y^2=4$

1) $y=\pm\sqrt{4-x^2}$, $0\le x\le 2$

2) $y=\pm\sqrt{4-x^2}+6$

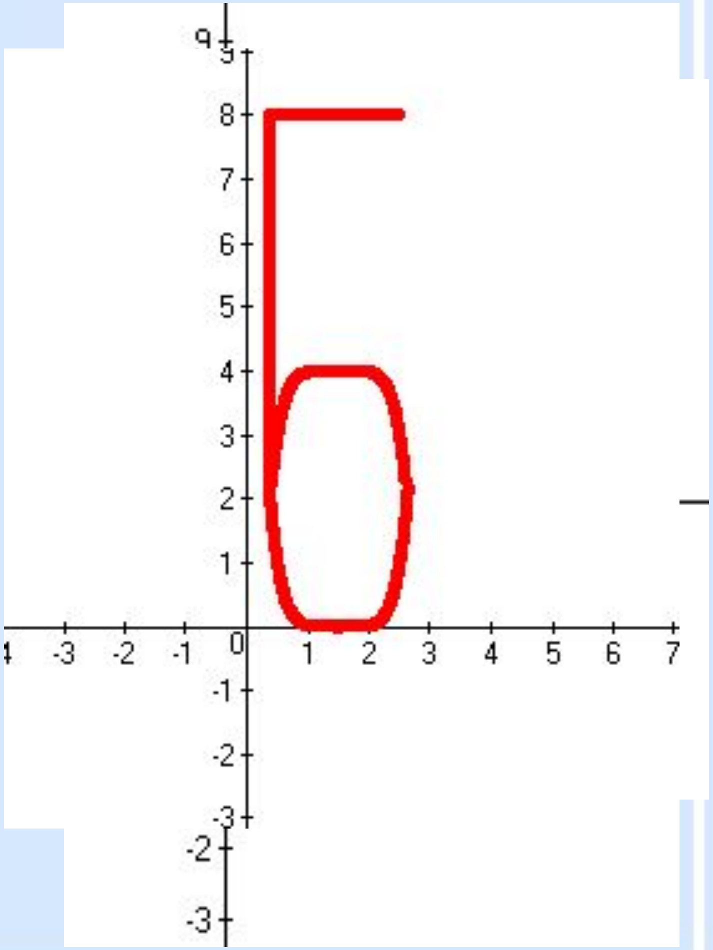
3) $y=\pm\sqrt{4-x^2}+2$

4) $x=0$, $0\le y\le 8$



**5.**

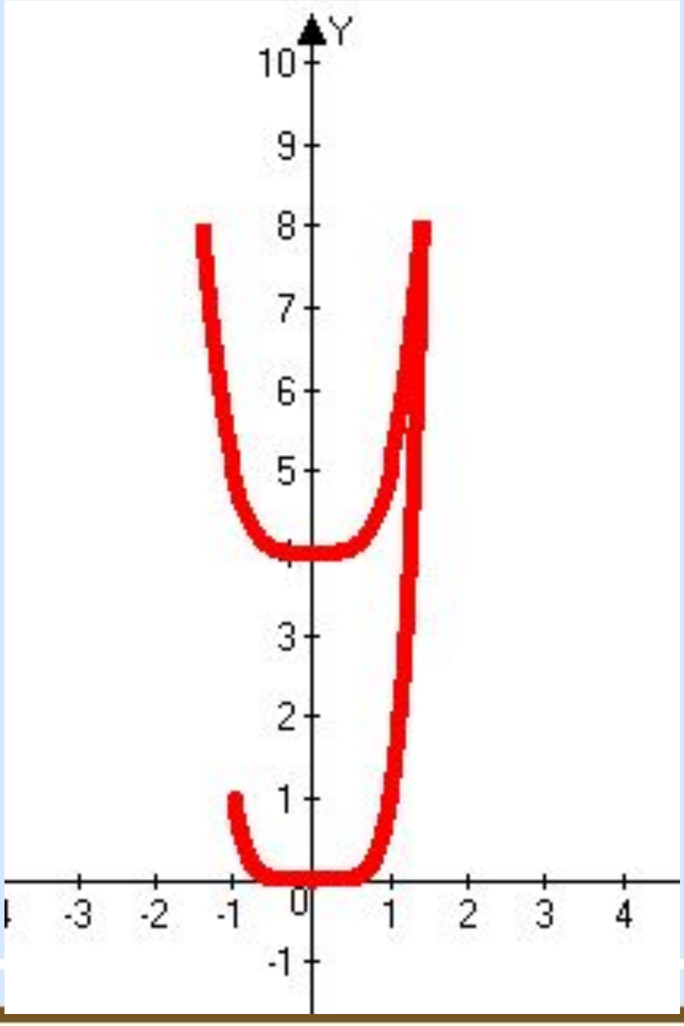
1) $y = -(x-1.5)^6 + 4$, $0{,}4 \le x \le 2{,}6$
2) $y = (x-1.5)^6$, $0{,}35 \le x \le 2{,}64$
3) $x = 0{,}35$, $2 \le y \le 8$
4) $y = 8$, $0{,}35 \le x \le 2{,}5$



$1. y = x^4 + 4, \ -2 \le x \le 2$

$2. \quad y = x^6 \ , -1 \le x \le 2$

6.



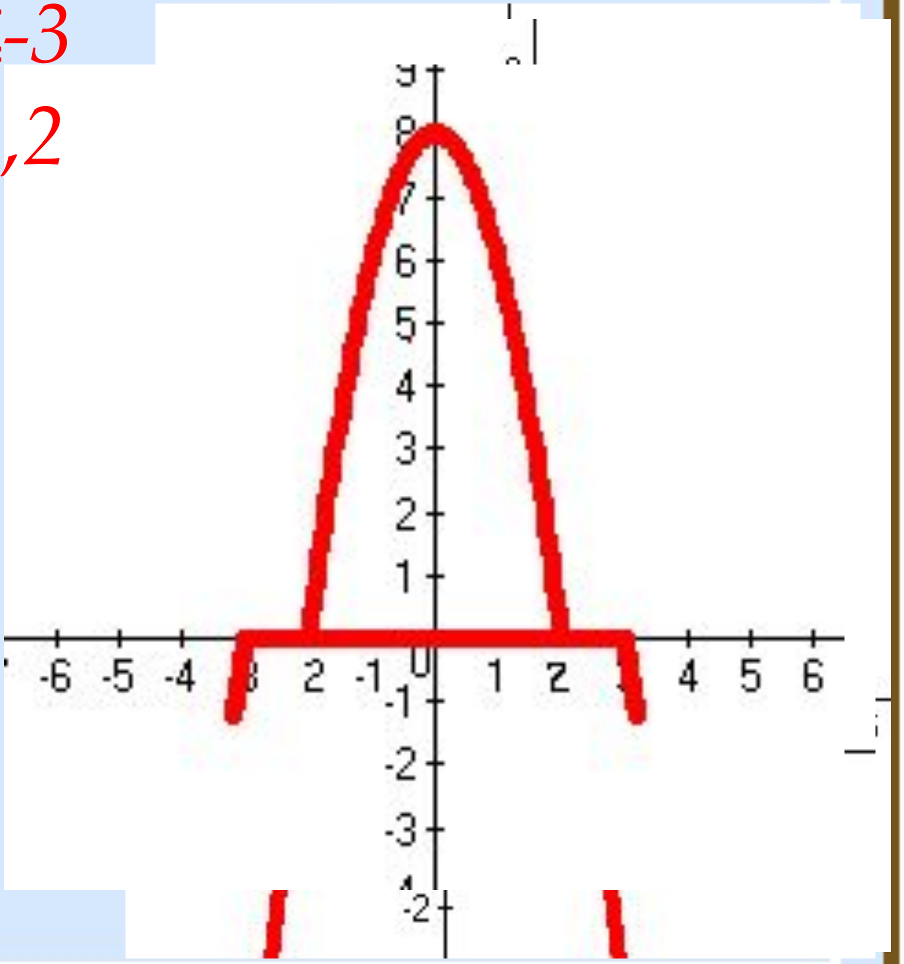
7.

1) $y=-2|x|^2+8$

2) $y=0,\ -3 \le x \le 3$

3) $y=-x^2+9,\ -3{,}2 \le x \le -3$

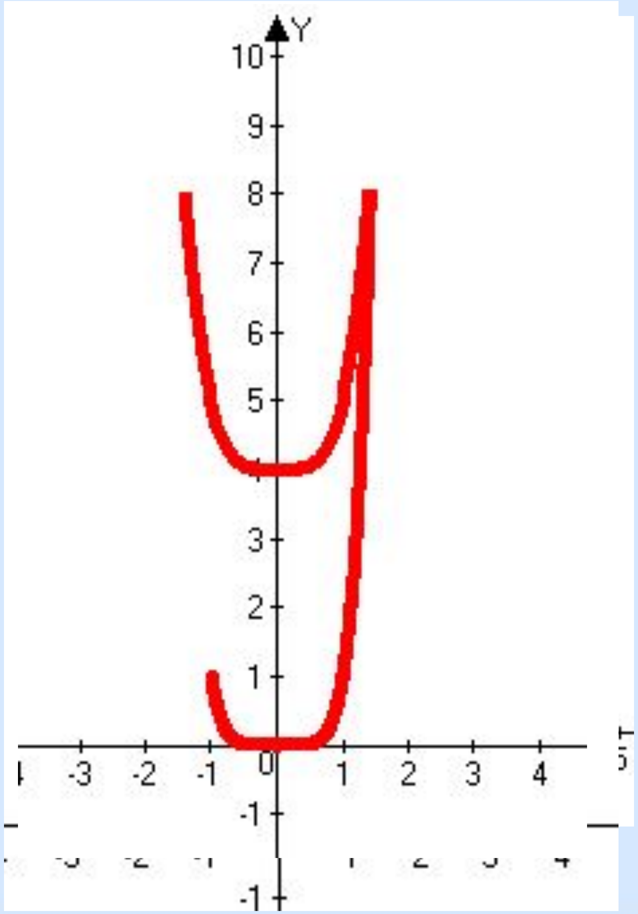
4) ) $y=-x^2+9,\ 3 \le x \le 3{,}2$



1. $y = x^4 + 4,\ -2 \le x \le 2$

2. $y = x^6,\ -1 \le x \le 2$

8.

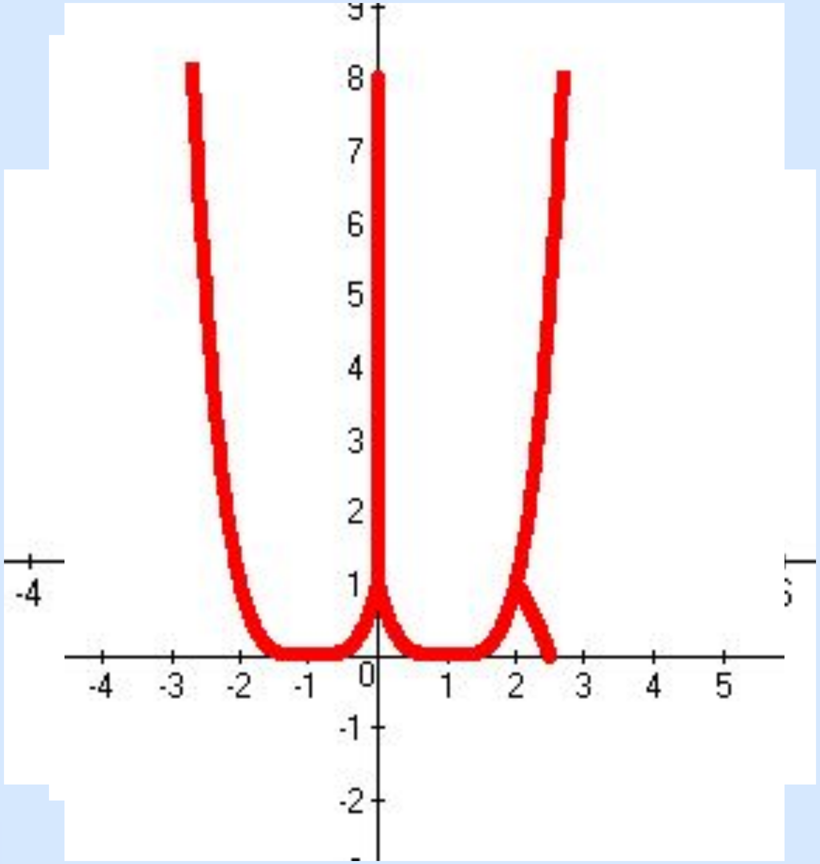


9.

1) $y=(|x|-1)^4$, $-3\le x\le 3$

2) $x=0$, $0\le y\le 8$

3) $y= x2+ 2{,}5x$, $2\le x\le 2{,}5$

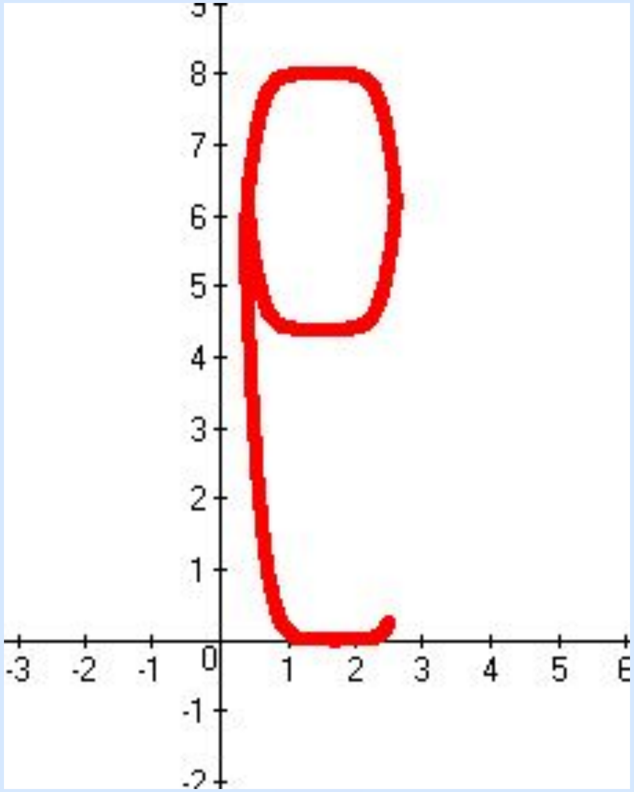


*10.*

1) $y= - (x-5)^6 +8, \quad 0,4 \le y \le 2,6$

2) $y= (x-5)^6 +4,4 , \quad 0,4 \le y \le 2,6$

3) $y=(x-1,7)^6 ,0,35 \le x \le 2,5$

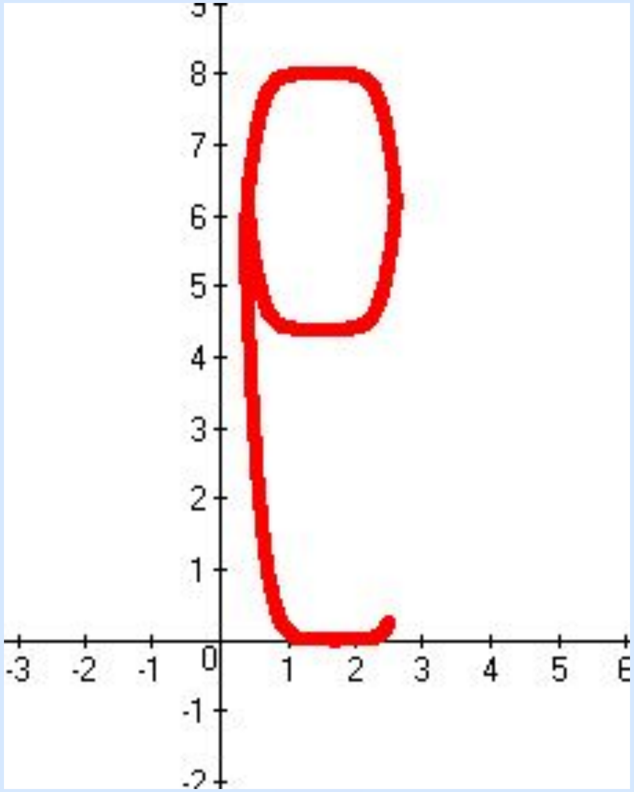


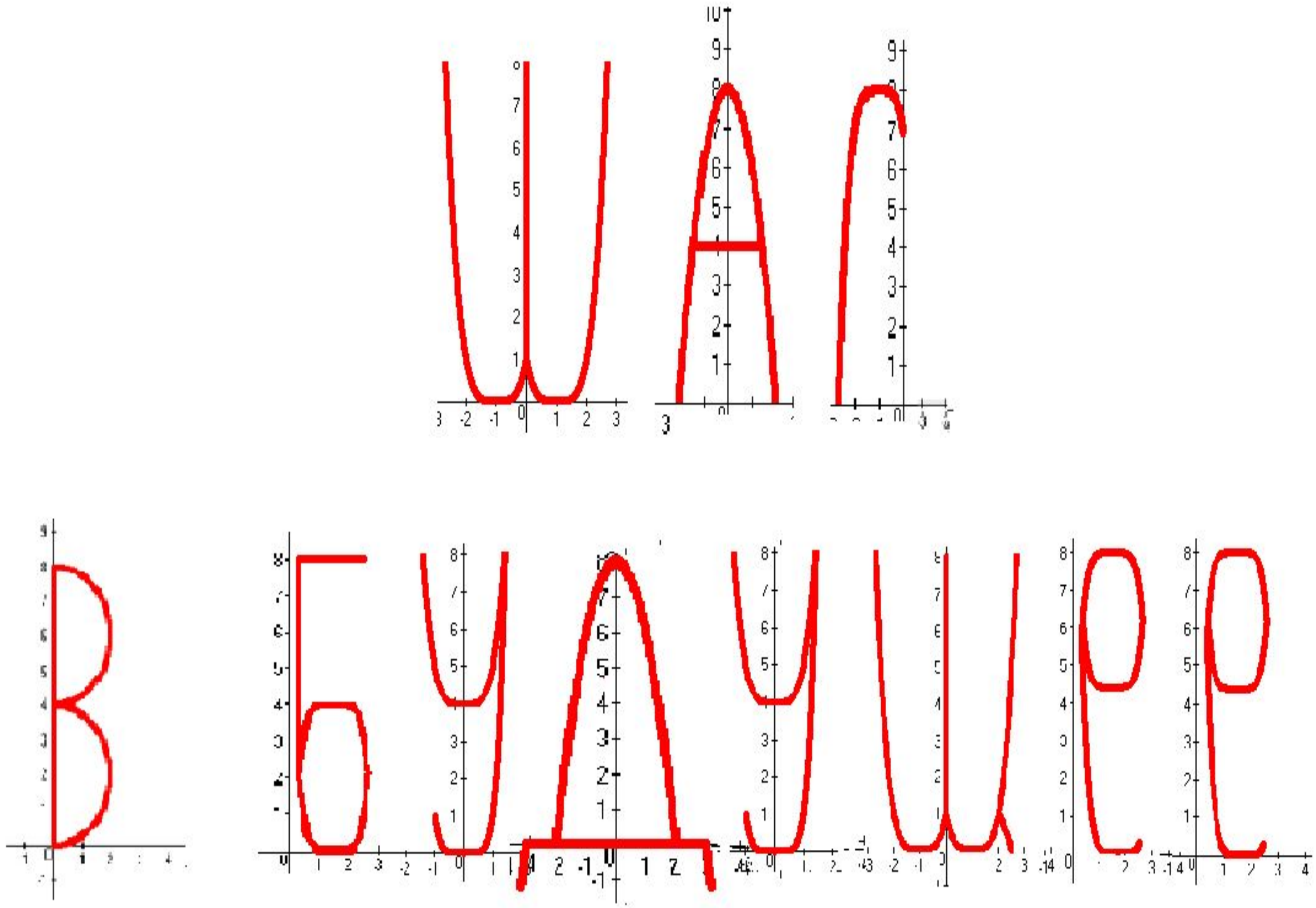
$1) y = -(x-5)^6 + 8,\ 0{,}4 \le y \le 2{,}6$

$2) y = (x-5)^6 + 4{,}4,\ 0{,}4 \le y \le 2{,}6$

$3) y = (x-1{,}7)^6,\ 0{,}35 \le x \le 2{,}5$

11.




Шаг
в будущее