График квадратичной функции, содержащей переменную под знаком абсолютной величины.

Знание только тогда
знание, когда оно приобретено
усилиями
своей мысли, а не памятью.

Л. Н. Толстой.

Основные определения и свойства

Функция, определяемая формулой $y=ax^2+вx+c$, где x и y переменные, а параметры a, $в$ и c – любые действительные числа, причём $a\neq 0$, называется квадратичной.

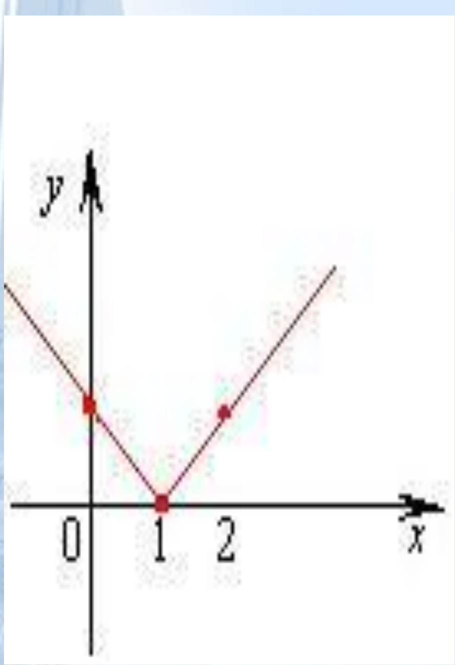
Абсолютной величиной неотрицательного числа называется само это число, абсолютной величиной отрицательного числа называется противоположное ему положительное число.

$$|x| = \begin{cases} x, \_ если \_ x \geq 0, \\ -x, \_ если \_ x < 0 \end{cases}$$

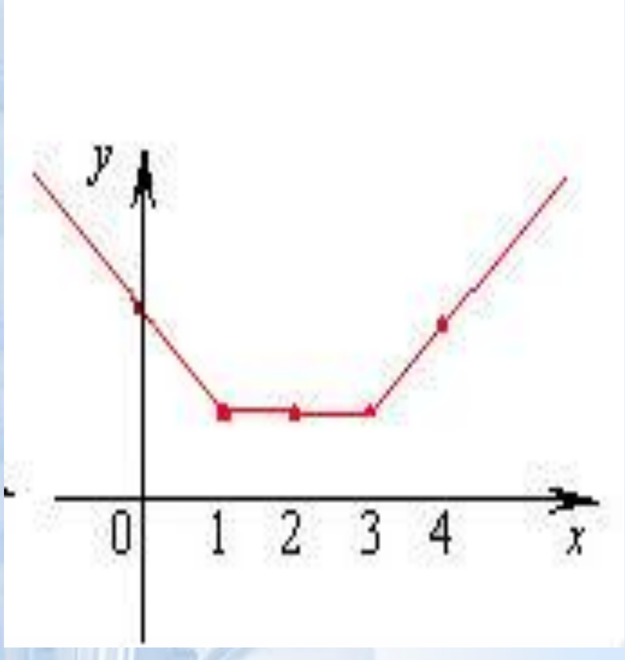
***Свойства**:*

1. $|a| \geq 0$,
2. $|a|^2 = a^2$,
3. $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$,
4. $|a/b| = |a|/|b|$, $b \neq 0$

Построение графика линейной функции, содержащей переменную под знаком модуля.



1)f(x)= |x-1|.
x = 1- корень подмодульного выражения.
Возьмем x=0, (0<1) и x=2, (2>1).
Вычисляя функции в точках 1,0 и 2,получаем график, состоящий из двух отрезков.



2) $f(x) = |x-1|+|x-2|$. Вычисляя значение функции в точках 1, 2, 0 и 3, получаем график, состоящий из трех отрезков прямых.

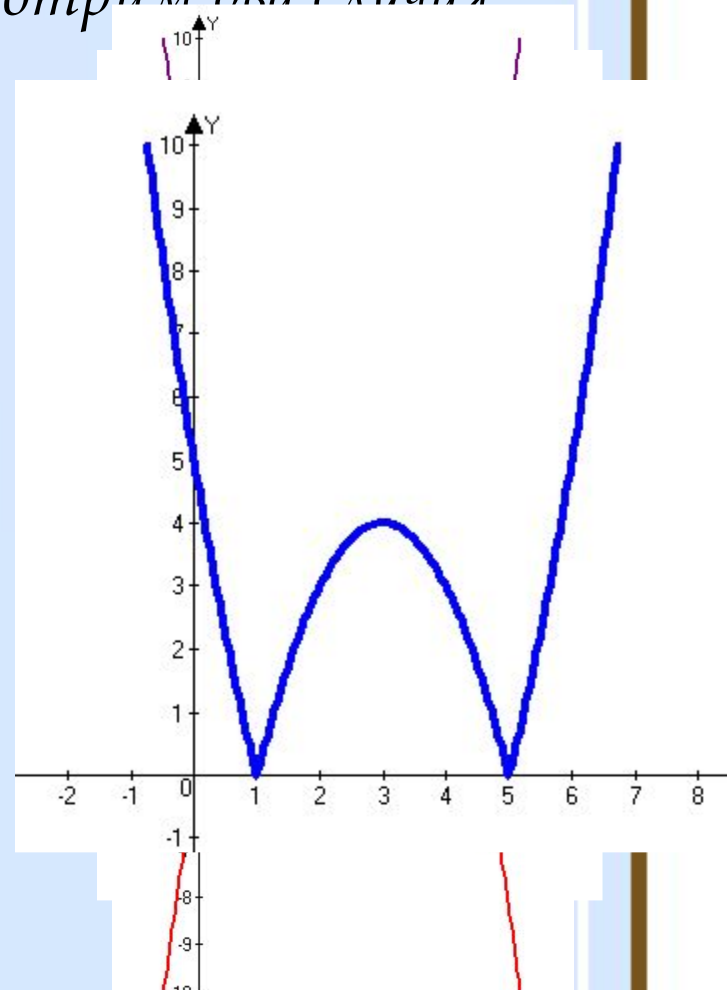
Построение графика квадратичной функции, содержащей переменную под знаком модуля

На примере функции $y = x^2 - 6x + 5$ рассмотрим всевозможные случаи расположения модуля.

1. $y = |x^2 - 6x + 5|$
2. $y = |x|^2 - 6x + 5$
3. $y = x^2 - 6|x| + 5$
4. $y = |x|^2 - 6|x| + 5$
5. $y = |x^2 - 6x| + 5$
6. $y = |x^2 - 6|x| + 5|$
7. $y = x^2 - |6x + 5|$
8. $|y| = x^2 - 6x + 5$

Построим график функции $y = |x^2 - 6x + 5|$

Пользуясь определением модуля, рассмотрим два случая:

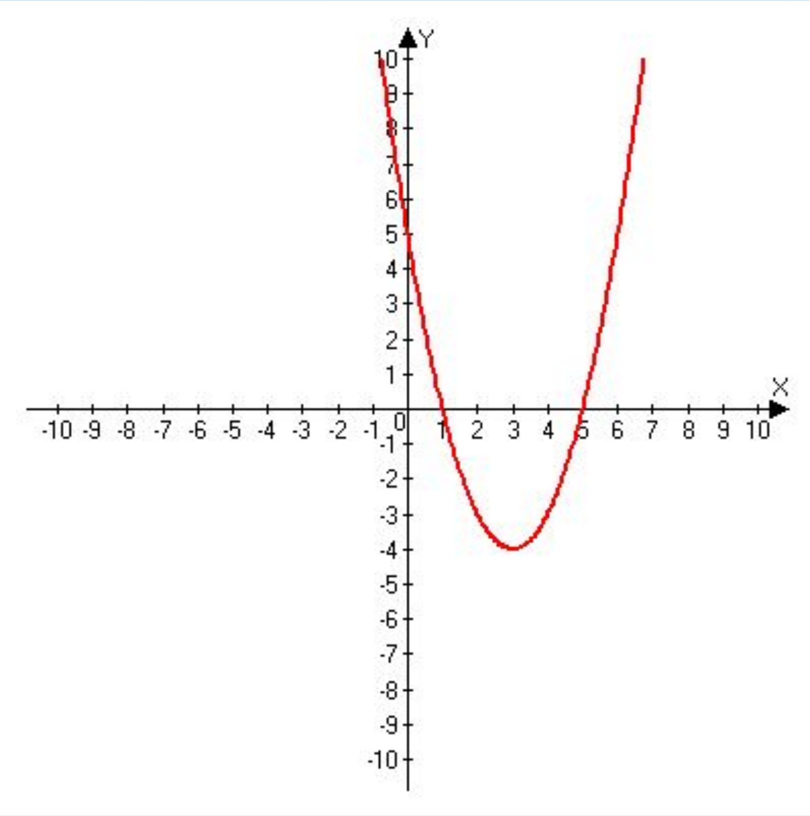


1) $x^2 - 6x + 5 \geq 0$, *тогда* $y = x^2 - 6x + 5$. *Выделим все точки параболы с неотрицательной ординатой.*

2) $x^2 - 6x + 5 < 0$, *тогда* $y = -(x^2 - 6x + 5)$ *или* $-x^2 + 6x - 5 > 0$, $y = -x^2 + 6x - 5$.

Рассмотрим график функции $y = |x|^2 - 6x + 5$

Т.к. $|x|^2 = x^2$ *, то функция*
$y = |x|^2 - 6x + 5$
совпадает с функцией
$y = x^2 - 6x + 5$ *,а , значит,*
имеют один и тот же график.

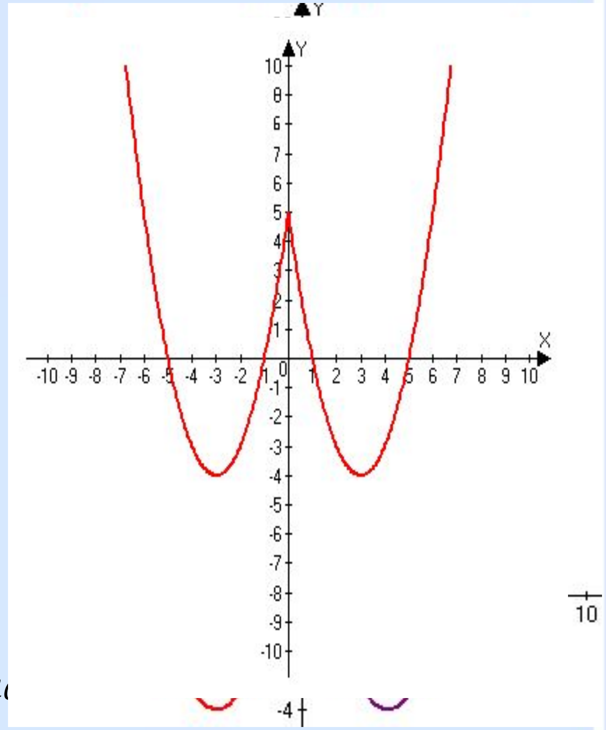


Рассмотрим график функции $y = x^2 - 6|x| + 5$

Пользуясь определением модуля, рассмотрим два случая:

1)Пусть $x \geq 0$, тогда $y = x^2 - 6x + 5$.

Построим параболу $y = x^2 - 6x + 5$ и обведём ту её часть, которая соответствует неотрицательным значениям x, т.е. часть, расположенную правее оси Оу.



2)Пусть $x < 0$, тогда $y = x^2 + 6x + 5$.

В той же координатной плоскости построим параболу $y = x^2 + 6x + 5$ и обведём ту её часть, которая соответств отрицательным значениям x, т.е. часть, расположенную левее оси Оу. Обведённые части парабол вместе образуют

График функции $y = x^2 - 6|x| + 5$

Рассмотрим график функции
$y = |x|^2 - 6|x| + 5.$

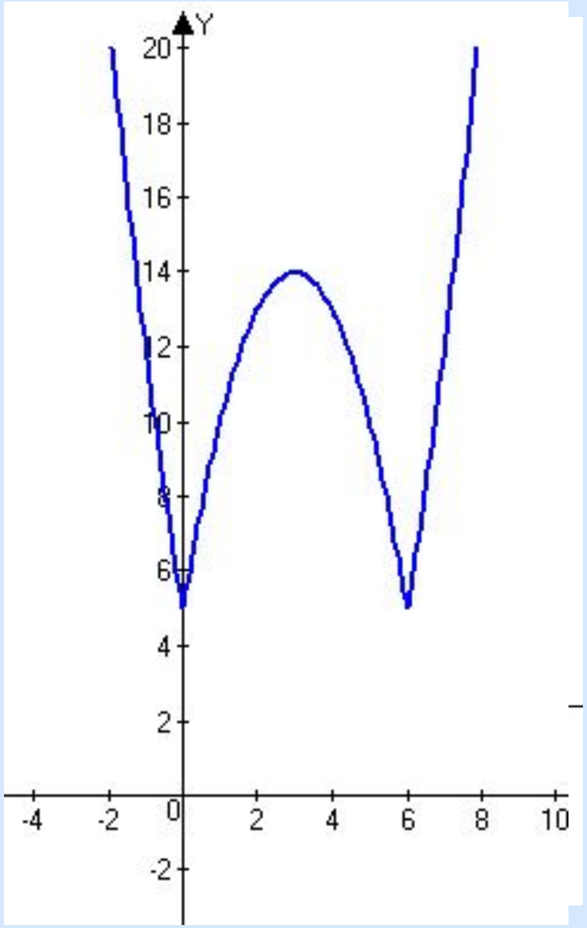
Т.к. $|x|^2 = x^2$, то функция $y = |x|^2 – 6|x| + 5$ совпадает с функцией $y = x^2 - 6|x| + 5$
(см пред. пример)

Построим график функции y = |x2 – 6x| +5

1) $y = x^2 - 6x$

2) $y = |x^2 - 6x|$

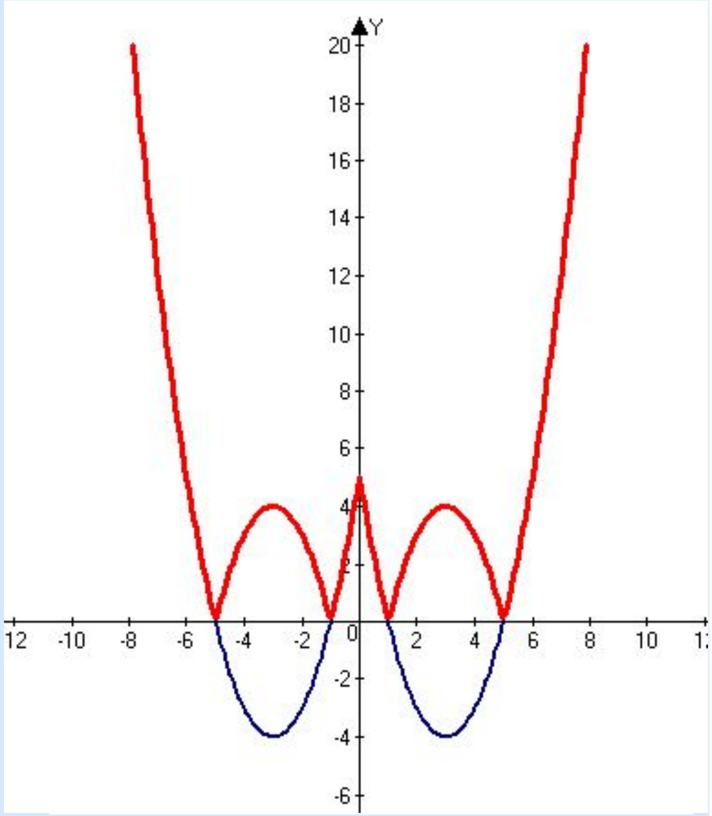
3) $y = |x^2 - 6x| + 5$



Построим график функции $y = |x2 - 6|x| + 5|$.

1) $y = x^2 - 6|x| + 5$ (рассмотрено в 10 слайде)

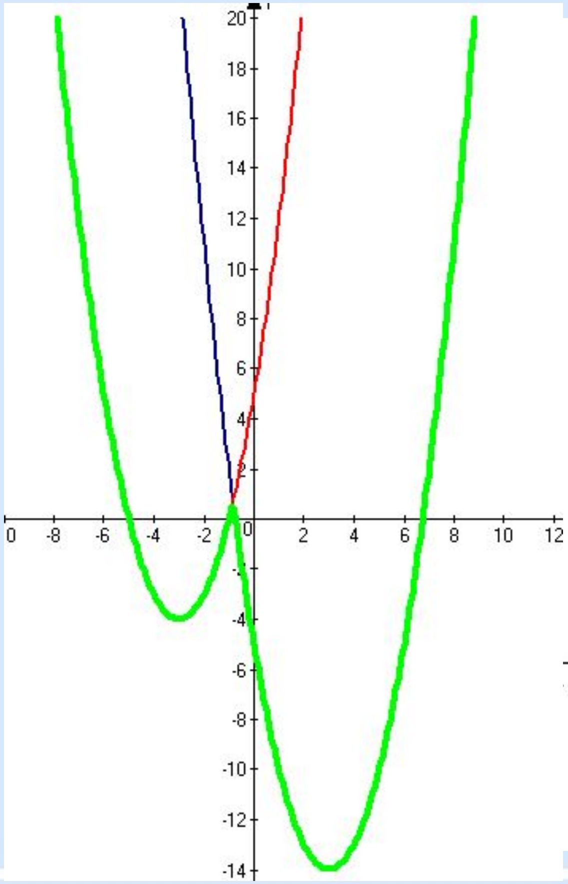
2) $y = |x^2 - 6|x| + 5|$



Построим график функции $y = x\;\,2 - |6x + 5|$.

1)Найдем нули функции: $y = 6x + 5$, $6x + 5 = 0$, $x = -\frac{5}{6}$.

2) Рассмотрим два случая:



1)$6x+5 \geq 0$, т.е. $x \geq -\frac{5}{6}$, , тогда функция примет вид $y = x^2 - 6x - 5$.

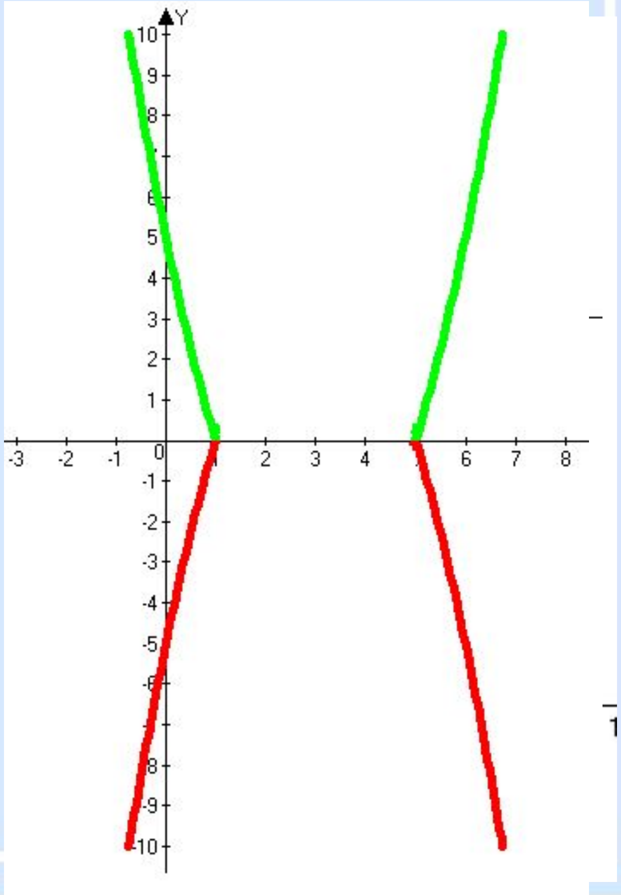
2) $6x+5 < 0$, т.е. $x < -\frac{5}{6}$, тогда функция принимает вид $y = x^2 + 6x + 5$.

3)Построили график функции

$y = x\;\,2 - |6x + 5|$.

Равенство $|y| = x^2 - 6x + 5$ не задает функции т. к. при $x^2 - 6x + 5 > 0$ имеем 2 значения у, соответствующих данному значению х, а при $x^2 - 6x + 5 < 0$, ни одного такого значения. График данного уравнения строится так:

Отбрасываем ту часть графика , которая лежит ниже оси Ох, а оставшуюся часть симметрично отображаем относительно оси Ох.



1)При $x^2 - 6x + 5 > 0$, $y = x^2 - 6x + 5$

2)при $x^2 - 6x + 5 < 0$, $y = -(x^2 - 6x + 5)$

3) Построили график функции

$|y| = x^2 - 6x + 5$

Выводы:

1)*Для построения графика функции* $y = |f(x)|$ *, надо сохранить ту часть графика функции* $y = f(x)$*, точки которой находятся на оси Ох или выше оси Ох, и симметрично отразить относительно оси Ох ту часть графика функции* $y = f(x)$*, которая расположена ниже оси Ох.*

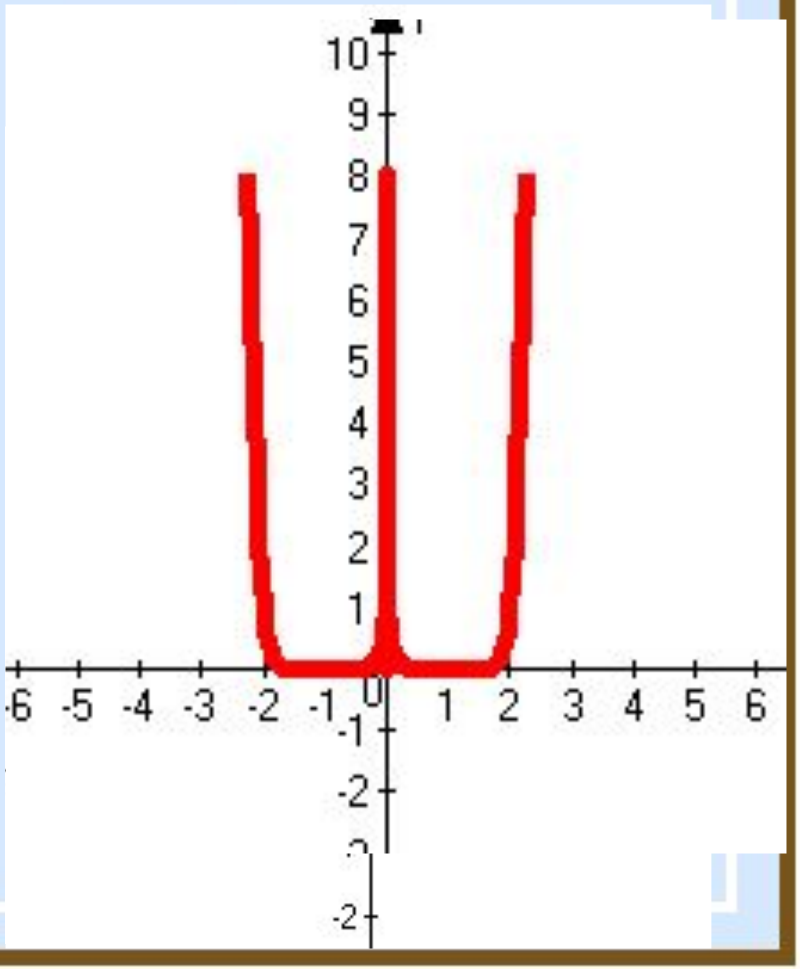
2) *Для построения графика* $y = f(|x|)$ *надо сохранить ту часть графика функции* $y = f(|x|)$*, точки которой на оси Оу или справа от неё и симметрично отразить эту часть графика относительно оси Оу.*

3) *Чтобы построить график уравнения* $|y| = f(x)$ *нужно: Отбросить ту часть графика , которая лежит ниже оси Ох, а оставшуюся часть симметрично отобразить относительно оси Ох*

$1.\ y=(|x|-1)^4$, где $-3 \le x \le 3$

$2.\ x=0$, где $0 \le y \le 8$

1.



2.

$-2|x|^2+8$, где $-2 \le x \le 2$

$y=4$, где $-2 \le x \le 2$

1) $y=2|x|^2$

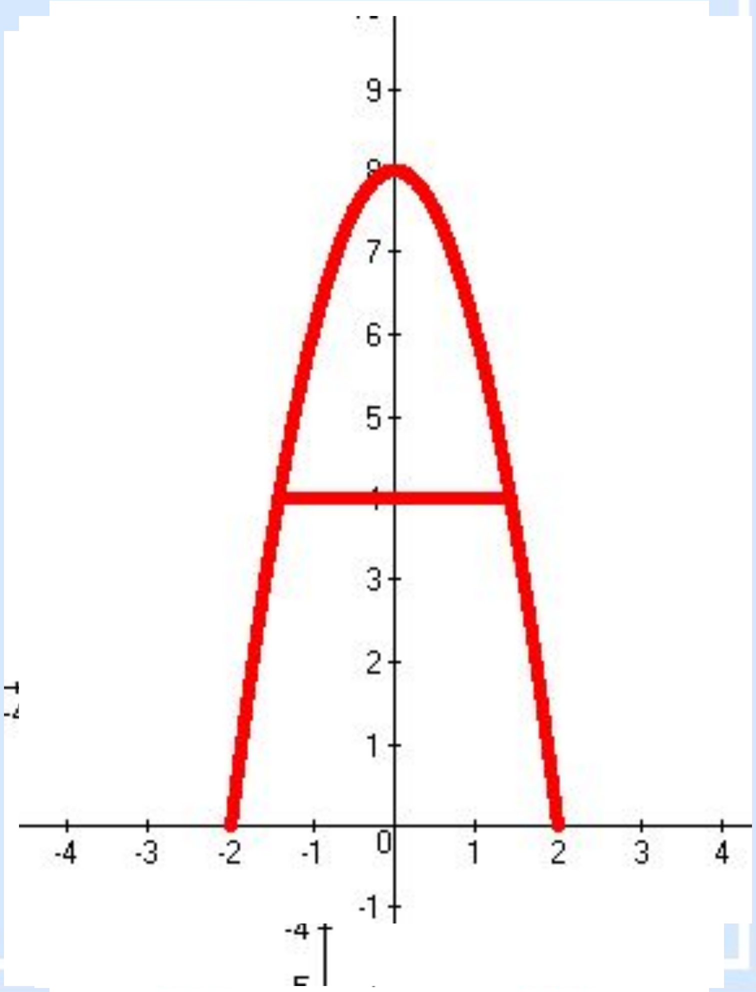
2) $y=-2|x|^2$

3) $y=-2|x|^2+8$

$-2 \le x \le 2$

4) $y=4$, где

$-1,4 \le x \le 1,4$

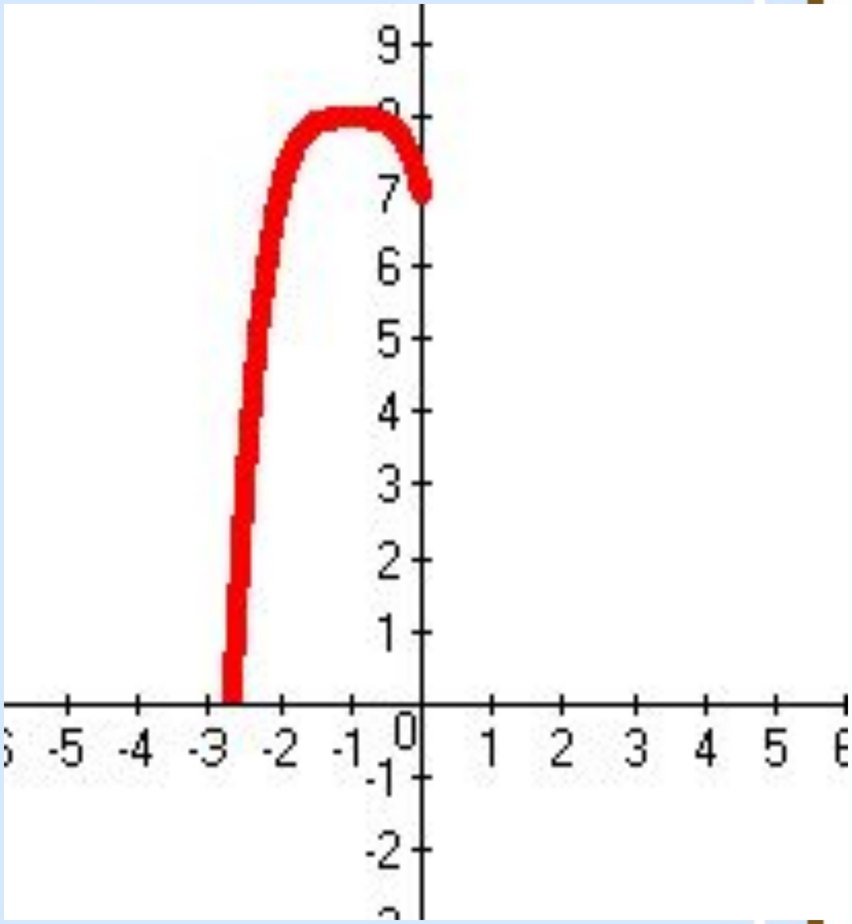


$y=-(|x|-1)^4+8$, где $-3 \le x \le 0$ **3.**

1) $y=(|x|-1)^4$, где $-3 \le x \le 0$

2) $y=-(|x|-1)^4$, где $-3 \le x \le 0$

3) $y=-(|x|-1)^4+8$, где $-3 \le x \le 0$



4.

$y = x^2 + (|y-4|-2)^2 = 4$, где $0 \le y \le 8$, $x = 0$

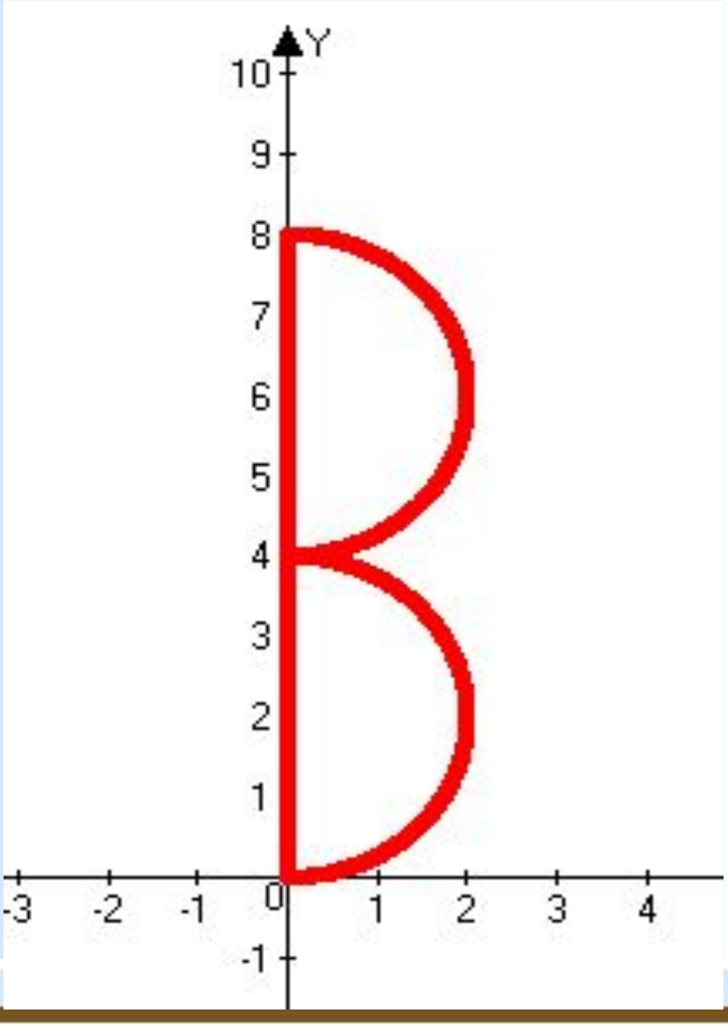
$x^2 + y^2 = 4$

1) $y = \pm\sqrt{4-x^2}$, $0 \le x \le 2$

2) $y = \pm\sqrt{4-x^2} + 6$

3) $y = \pm\sqrt{4-x^2} + 2$

4) $x = 0$, $0 \le y \le 8$



1) $y=-(x-1.5)^6+4,\ 0,4 \le x \le 2,6$

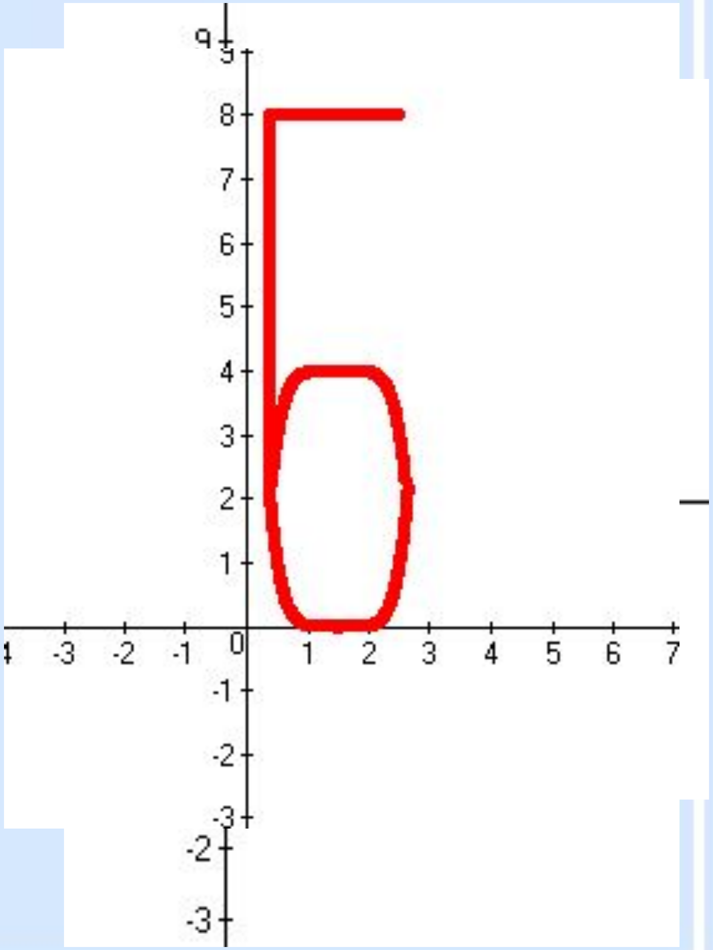
2) $y=(x-1.5)^6$,

$0,35 \le x \le 2,64$

3) $x=0,35,\ 2 \le y \le 8$

4) $y=8,\ 0,35 \le x \le 2,5$

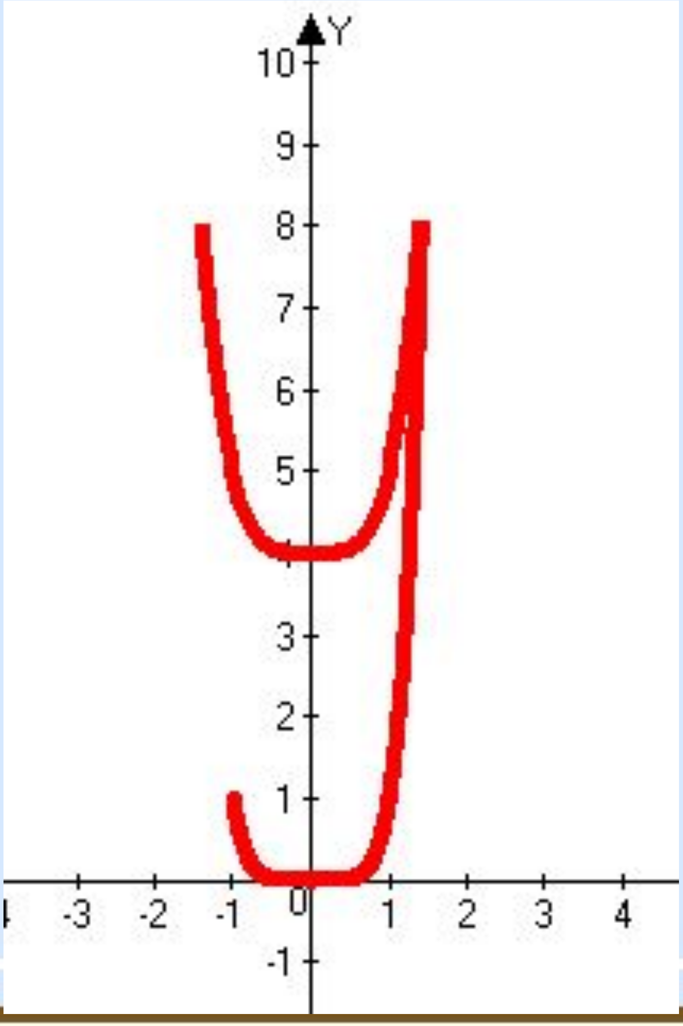
5.



$1. y = x^4 + 4, \ -2 \le x \le 2$

$2. \ y = x^6, \ -1 \le x \le 2$

6.



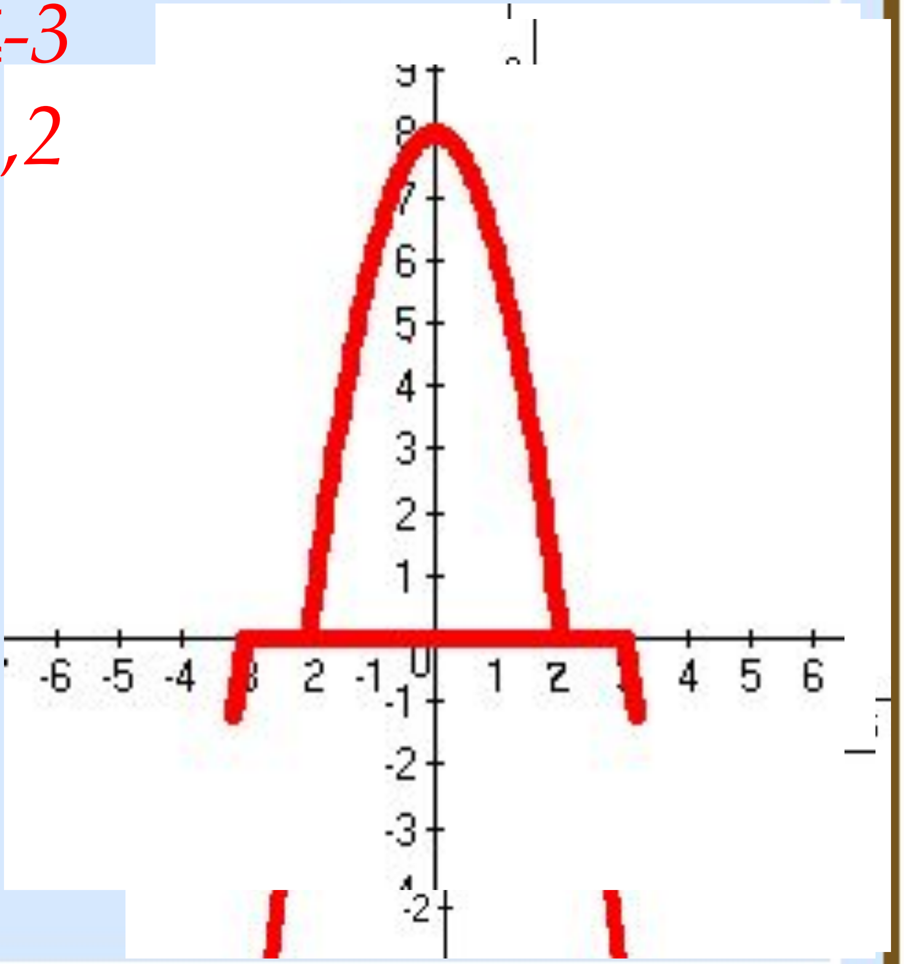
7.

1) $y=-2|x|^2+8$

2) $y=0,\ -3 \le x \le 3$

3) $y=-x^2+9,\ -3,2 \le x \le -3$

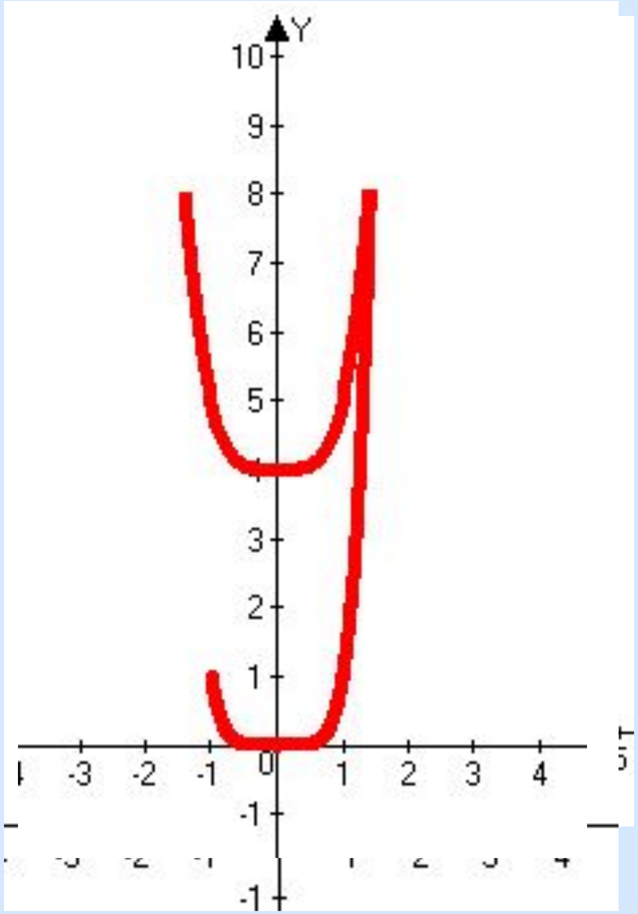
4)) $y=-x^2+9,\ 3 \le x \le 3,2$



$1. y = x^4 + 4,\ -2 \le x \le 2$

$2.\ y = x^6,\ -1 \le x \le 2$

8.

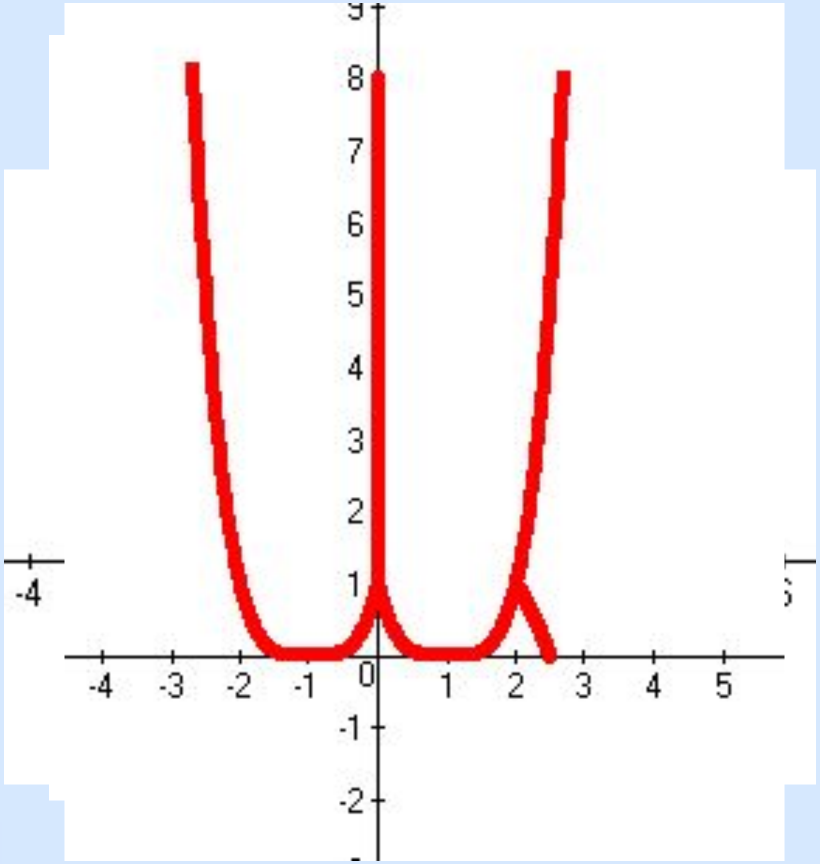


1) $y=(|x|-1)^4$,$-3\le x\le 3$

2)$x=0$, $0\le y\le 8$

3)$y= x2+ 2,5x$, $2\le x\le 2,5$

9.

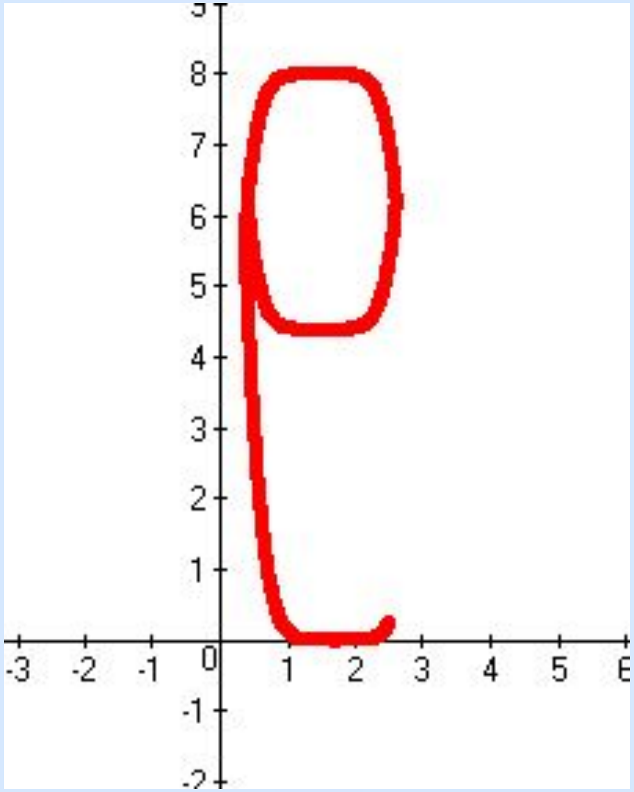


1) $y = -(x-5)^6 + 8, \; 0,4 \le y \le 2,6$

2) $y = (x-5)^6 + 4,4, \; 0,4 \le y \le 2,6$

3) $y = (x-1,7)^6, \; 0,35 \le x \le 2,5$

10.

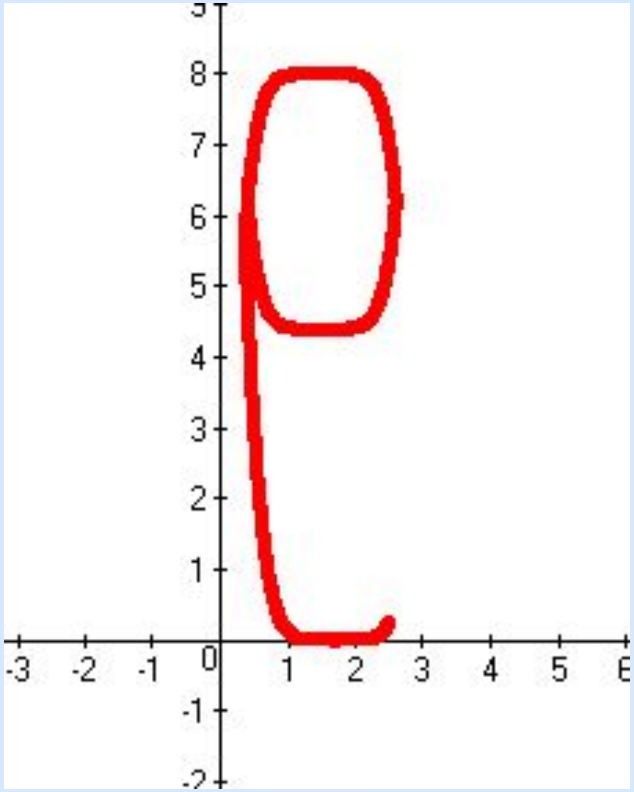


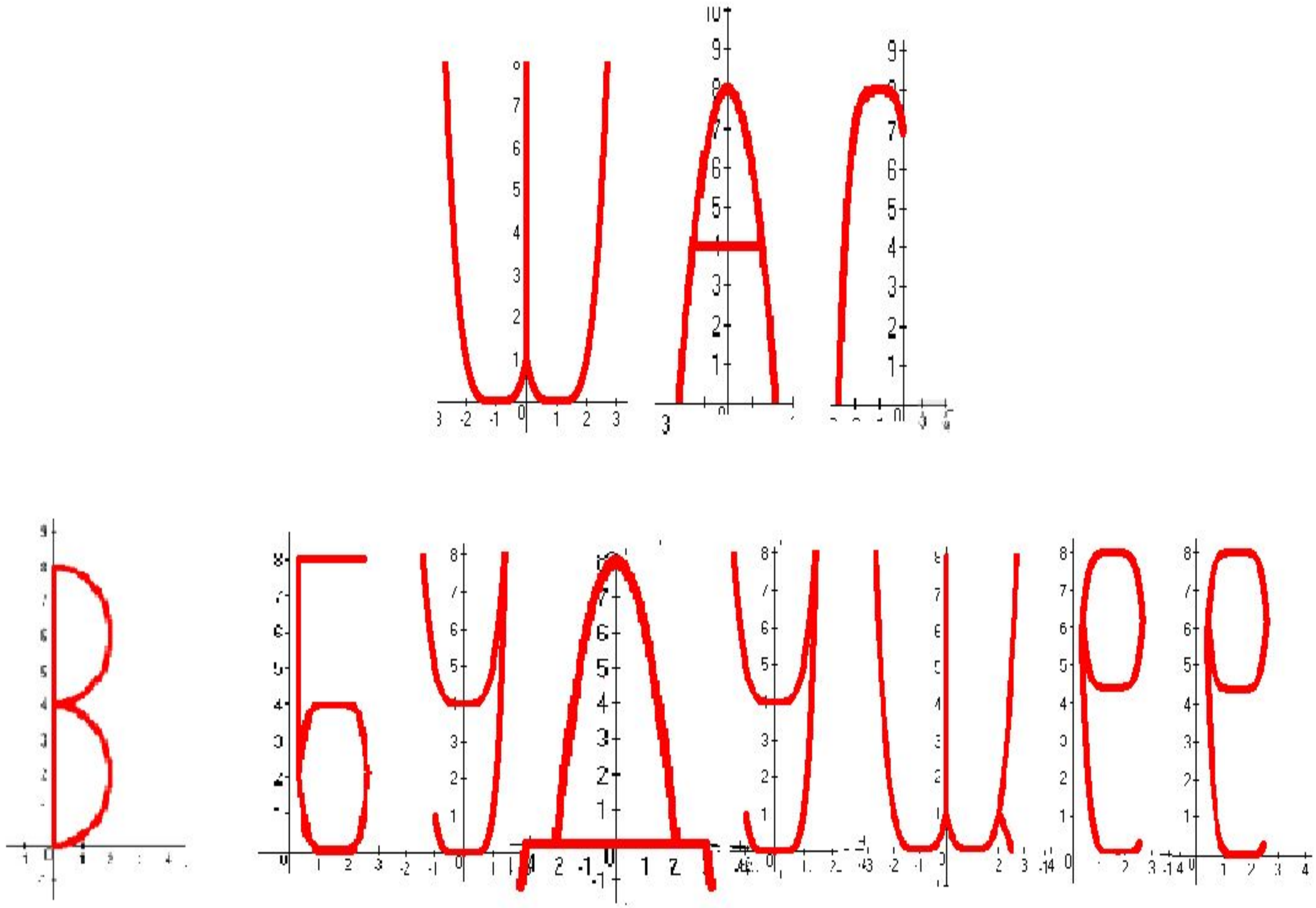
1) $y = -(x-5)^6 + 8,\ 0{,}4 \le y \le 2{,}6$

2) $y = (x-5)^6 + 4{,}4,\ 0{,}4 \le y \le 2{,}6$

3) $y = (x-1{,}7)^6,\ 0{,}35 \le x \le 2{,}5$

11.




шаг
в будущее