Программирование на алгоритмическом языке

§ 54. Алгоритм и его свойства
§ 55. Простейшие программы
§ 56. Вычисления
§ 57. Ветвления
§ 58. Циклические алгоритмы
§ 59. Процедуры
§ 60. Функции
§ 61. Рекурсия

© К.Ю. Поляков, Е.А. Ерёмин, 2013 http://kpolyakov.spb.ru

Программирование на алгоритмическом языке

§ 54. Алгоритм и его свойства

Что такое алгоритм?

Алгоритм — это точное описание порядка действий, которые должен выполнить исполнитель для решения задачи за конечное время.

Мухаммед ал-Хорезми (ок. 783–ок. 850 гг.)

Исполнитель – это устройство или одушёвленное существо (человек), способное понять и выполнить команды, составляющие алгоритм.

Формальные исполнители: не понимают (и не могут понять) смысл команд.

Свойства алгоритма

Дискретность — алгоритм состоит из отдельных команд, каждая из которых выполняется за конечное время.

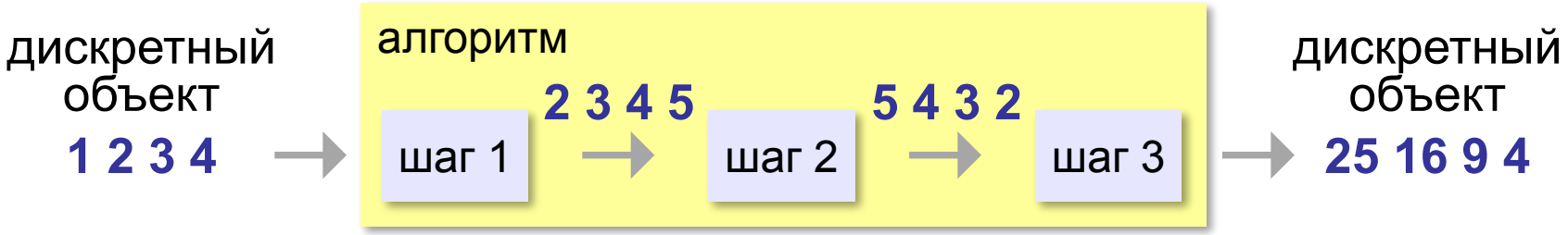
Детерминированность (определённость) — при каждом запуске алгоритма с одними и теми же исходными данными получается один и тот же результат.

Понятность — алгоритм содержит только команды, входящие в **систему команд исполнителя**.

Конечность (результативность) — для корректного набора данных алгоритм должен завершаться через конечное время.

Корректность — для допустимых исходных данных алгоритм должен приводить к правильному результату.

Как работает алгоритм?



- получает на вход дискретный объект
- в результате строит другой дискретный объект (или выдаёт сообщение об ошибке)
- обрабатывает объект по шагам
- на каждом шаге получается новый дискретный объект

Способы записи алгоритмов

- **естественный язык**

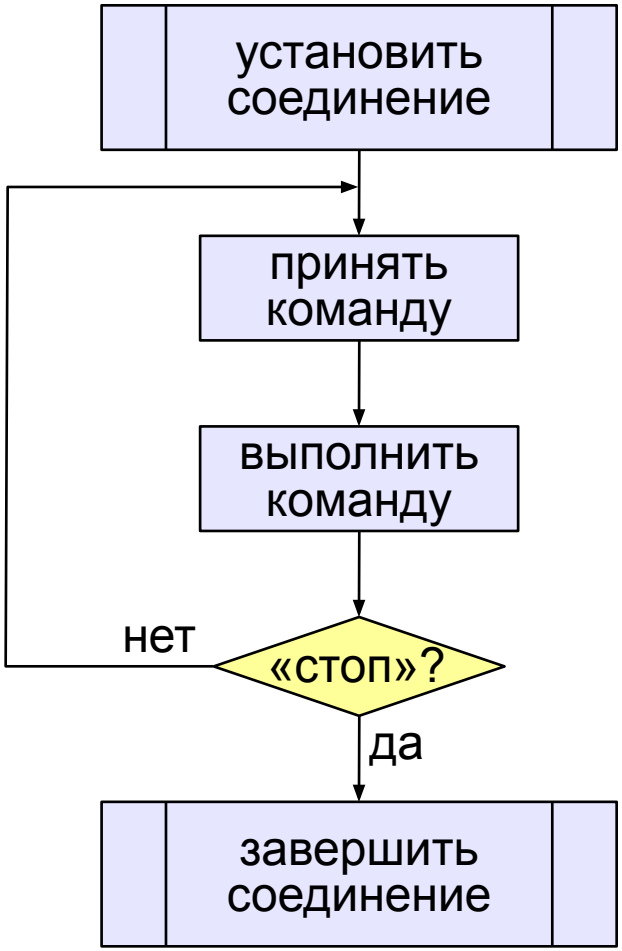
```
установить соединение
пока не принята команда «стоп»
  принять команду
  выполнить команду
завершить сеанс связи
```

- **псевдокод**

```
установить соединение
нц
  принять команду
  выполнить команду
кц_при команда = 'stop'
завершить сеанс связи
```

Способы записи алгоритмов

- **блок-схема**



- **программа**

```
установитьСоединение
нц
   cmd:= получитьКоманду
   выполнитьКоманду(cmd)
кц_при cmd = 'stop'
закрытьСоединение
```

Программирование на алгоритмическом языке

§ 55. Простейшие программы

Простейшая программа

название алгоритма

```
алг Куку
нач | начало программы
    | тело программы
кон | конец программы
```

комментарии после | не обрабатываются

? Что делает эта программа?

Вывод на экран

```
алг Куку
нач
  вывод '2+'
  вывод '2=?', нс
  вывод 'Ответ: 4'
кон
```

новая строка

Протокол:

```
2+
Ответ: 4
```

Задания

«B»: Вывести на экран текст «лесенкой»

```
Вася
      пошел
            гулять
```

«C»: Вывести на экран рисунок из букв

```
  Ж
 ЖЖЖ
ЖЖЖЖЖ
ЖЖЖЖЖЖЖ
НН НН
ZZZZZ
```

Сложение чисел

Задача. Ввести с клавиатуры два числа и найти их сумму.

Протокол:

```
Введите два целых числа
25 30
25+30=55
```

компьютер

пользователь

компьютер считает сам!

1. Как ввести числа в память?
2. Где хранить введенные числа?
3. Как вычислить?
4. Как вывести результат?

Сумма: псевдокод

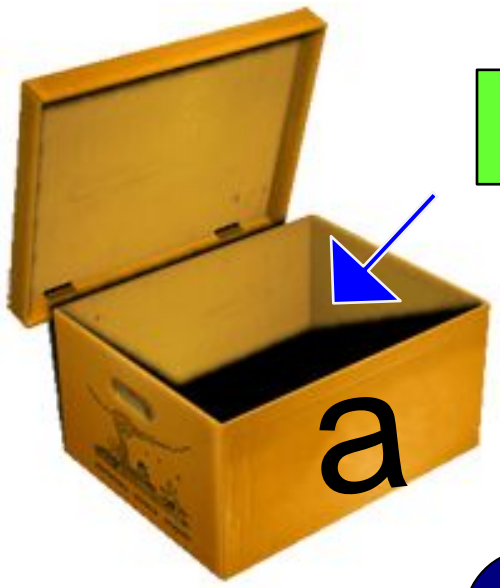
```
алг Сумма
нач
  | ввести два числа
  | вычислить их сумму
  | вывести сумму на экран
кон
```

Псевдокод – алгоритм на русском языке с элементами языка программирования.

! Компьютер не может исполнить псевдокод!

Переменные

Переменная – это величина, имеющая имя, тип и значение. Значение переменной можно изменять во время работы программы.



Значение

Другой тип данных

Имя

? Поместится?

! В переменной хранятся данные определенного типа!

Имена переменных

МОЖНО использовать

- латинские буквы (A-Z), русские буквы (А-Я)

заглавные и строчные буквы **различаются**

- цифры

имя не может начинаться с цифры

- знак подчеркивания _

НЕЛЬЗЯ использовать

- ~~скобки~~
- ~~знаки +, =, !, ? и др.~~

Какие имена правильные?

AXby R&B 4Wheel Вася “PesBarbos”
TU154 [QuQu] _ABBA A+B

Объявление переменных

Типы переменных:

- **цел** | **целая**
- **вещ** | **вещественная**
- и другие…

Объявление переменных:

выделение места в памяти

тип – целые

список имен переменных

цел **a, b, c**

Тип переменной

- область допустимых значений
- допустимые операции
- объём памяти
- формат хранения данных
- для предотвращения случайных ошибок

Начальные значения:

```
цел a, b = 1, c = 55
```

? Что в переменной **a**?

Как записать значение в переменную?

оператор присваивания

```
a := 5
```

! При записи нового значения старое стирается!

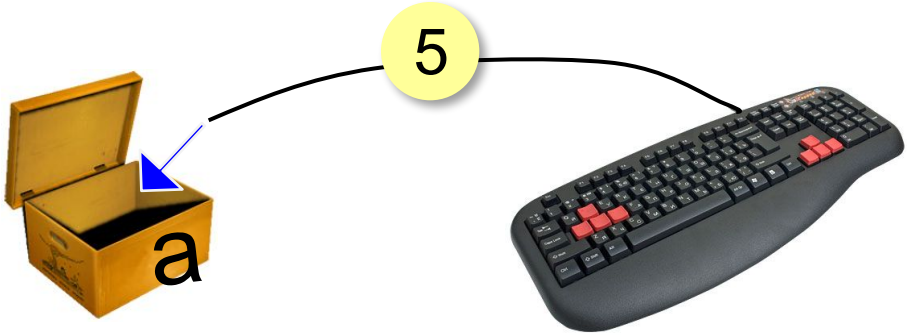
Оператор – это команда языка программирования (инструкция).

Оператор присваивания – это команда для записи нового значения в переменную.

Ввод значения с клавиатуры

оператор ввода

ввод a



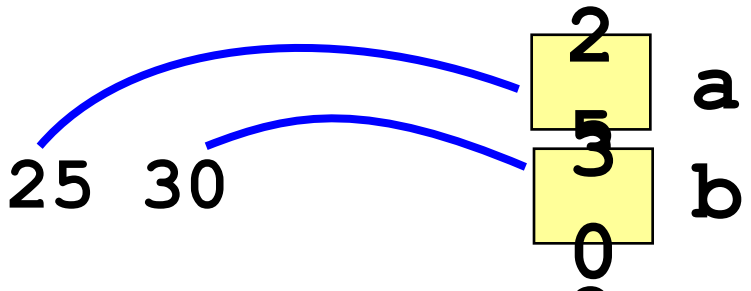
!

1. Программа ждет, пока пользователь введет значение и нажмет *Enter*.
2. Введенное значение записывается в переменную **a**.

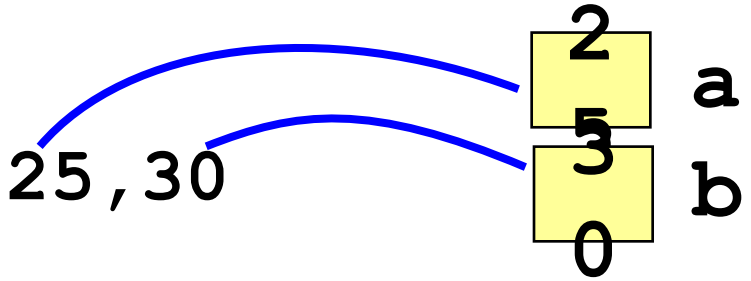
Ввод значений переменных

```
ввод a, b
```

через пробел:

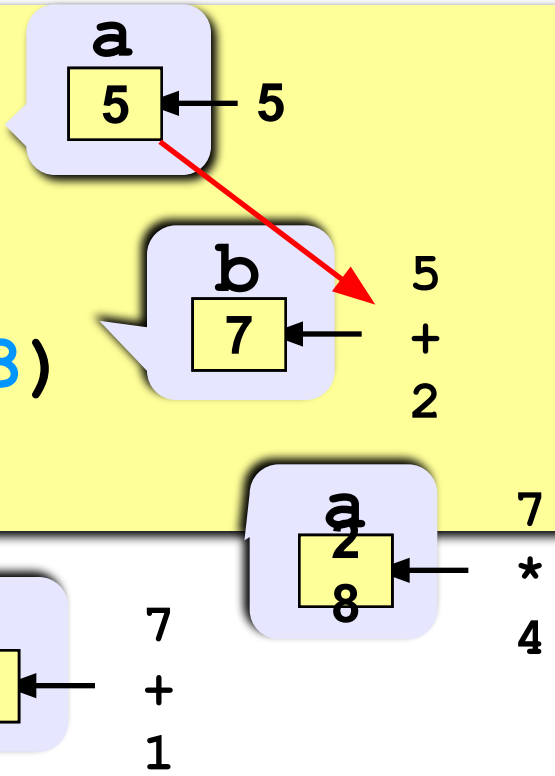


через запятую:



Изменение значений переменной

```
цел a, b
a := 5
b := a + 2
a := (a + 2)*(b - 3)
b := b + 1
```



Вывод данных

```
вывод a
```

|вывод значения
|переменной a

```
вывод a, нс
```

|вывод значения
|переменной a и переход
|на новую строку

```
вывод 'Привет!'
```

|вывод текста

```
вывод 'Ответ: ', c
```

|вывод текста и значения переменной c

```
вывод a, '+', b, '=', c
```

Сложение чисел: простое решение

```
алг Сумма
нач
  цел a, b, c
  ввод a, b
  c := a + b
  вывод c
кон
```

? Что плохо?

Сложение чисел: полное решение

```
алг Сумма
нач
  цел a, b, c
  вывод 'Введите два целых числа'
  ввод a, b
  c := a + b
  вывод a, '+', b, '=', c
кон
```

подсказка

компьютер

Протокол:

```
Введите два целых числа
25 30
25+30=55
```

пользователь

Снова про оператор вывода

Вычисление выражений:

```
вывод a, '+', b, '=', a+b
```

Форматный вывод (КуМир 2.0+):

```
a:= 123
вывод a:5
```

␣␣123

5 знаков

Программирование на алгоритмическом языке

§ 56. Вычисления

Типы данных

- **цел** | **целое**
- **вещ** | **вещественное**
- **лог** | **логические значения**
- **сим** | **символ**
- **лит** | **литерная переменная**

Арифметическое выражения

```
          3   2  1    4      5    6
a:= (c + b*5**3 - 1) / 2 * d
```

Приоритет (*старшинство*):

1)скобки
2)возведение в степень (**)
3)умножение и деление
4)сложение и вычитание

$$a = \frac{c + b \cdot 5^3 - 1}{2} \cdot d$$

```
вывод 5**3
```

Деление, div, mod

Результат деления «/» – вещественное число:

```
вещ a
a:= 2 / 3 → 0.6666…
```

div – деление нацело (остаток отбрасывается)

mod – остаток от деления

```
цел a, b, d
d := 85
b := div(d,10)
a := mod(d,10)
```

div и mod для отрицательных чисел

```
вывод div(-7,2), нс
вывод mod(-7,2)
```

```
-4
1
```

-7 = (-4)*2 + 1

остаток ≥ 0

! В других языках не так!

7 = 3*2 + 1

-7 = (-3)*2 + (-1)

Вещественные числа

Целая и дробная части числа разделяются **точкой**!

```
вещ x
x:= 123.456
```

Форматный вывод (КуМир 2.0+):

```
a:= 1
вывод a/3
вывод a/3:7:3
```

```
0.3333333
␣␣0.333
```

всего знаков

в дробной части

Вещественные числа

Экспоненциальный формат:

```
цел a = 1
вывод a/30000, нс
вещ b = 12345678
вывод b
```

$3{,}333333 \cdot 10^{-5}$

```
3.333333e-05
```

```
1.234568e+07
```

$1{,}234568 \cdot 10^{7}$

Стандартные функции

abs(x) – модуль
sqrt(x) – квадратный корень
sin(x) – синус угла, заданного **в радианах**
cos(x) – косинус угла, заданного **в радианах**
exp(x) – экспонента e^x
ln(x) – натуральный логарифм
int(x) – целая часть числа

Случайные числа

Случайно…

- встретить друга на улице
- разбить тарелку
- найти 10 рублей
- выиграть в лотерею

Случайный выбор:

- жеребьевка на соревнованиях
- выигравшие номера в лотерее

Как получить случайность?

Случайные числа на компьютере

Электронный генератор

- нужно специальное устройство
- нельзя воспроизвести результаты

Псевдослучайные числа – обладают свойствами случайных чисел, но каждое следующее число вычисляется по заданной формуле.

Метод середины квадрата (Дж. фон Нейман)

зерно

564321

в квадрате

318458191041

209938992481

- малый период (последовательность повторяется через 10^6 чисел)

Линейный конгруэнтный генератор

```
X := mod(a*X+b, c) | интервал от 0 до c-1
```

```
X := mod(X+3, 10) | интервал от 0 до 9
```

X := 0 → 3 → 6 → 9 → 2 → 5 → 8

зерно

8 → 1 → 4 → 7 → 0

зацикливание

! Важен правильный выбор параметров a, b и c!

Компилятор GCC:

a = 1103515245

b = 12345

c = 2^{31}

Генератор случайных чисел

Вещественные числа в интервале [0,10):

```
вещ X, Y
X:= rand(0, 10) | интервал от 0 до 10 (<10)
Y:= rand(0, 10) | это уже другое число!
```

англ. *random – случайный*

Целые числа в интервале [0,10]:

```
цел K, L
K:= irand(0, 10) | интервал от 0 до 10 (<=10)
L:= irand(0, 10) | это уже другое число!
```

англ. *Integer – целый*

Задачи

«А»: Ввести с клавиатуры три целых числа, найти их сумму, произведение и среднее арифметическое.

Пример:

```
Введите три целых числа:
5 7 8
5+7+8=20
5*7*8=280
(5+7+8)/3=6.667
```

«В»: Ввести с клавиатуры координаты двух точек (A и B) на плоскости (вещественные числа). Вычислить длину отрезка AB.

Пример:

```
Введите координаты точки A:
5.5 3.5
Введите координаты точки B:
1.5 2
Длина отрезка AB = 4.272
```

Задачи

«С»: Получить случайное трехзначное число и вывести через запятую его отдельные цифры.

Пример:

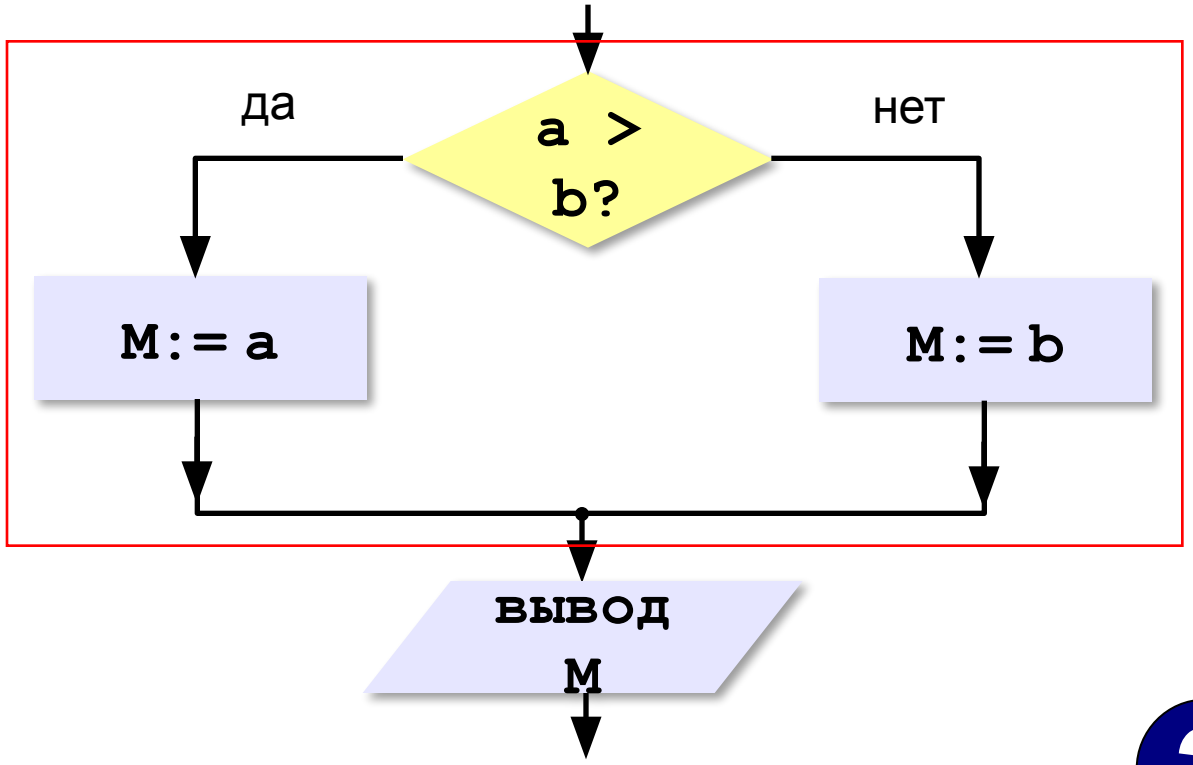
```
Получено число 123.
Его цифры 1, 2, 3.
```

Программирование на алгоритмическом языке

§ 57. Ветвления

Условный оператор

Задача: **изменить порядок действий** в зависимости от выполнения некоторого условия.



полная форма ветвления

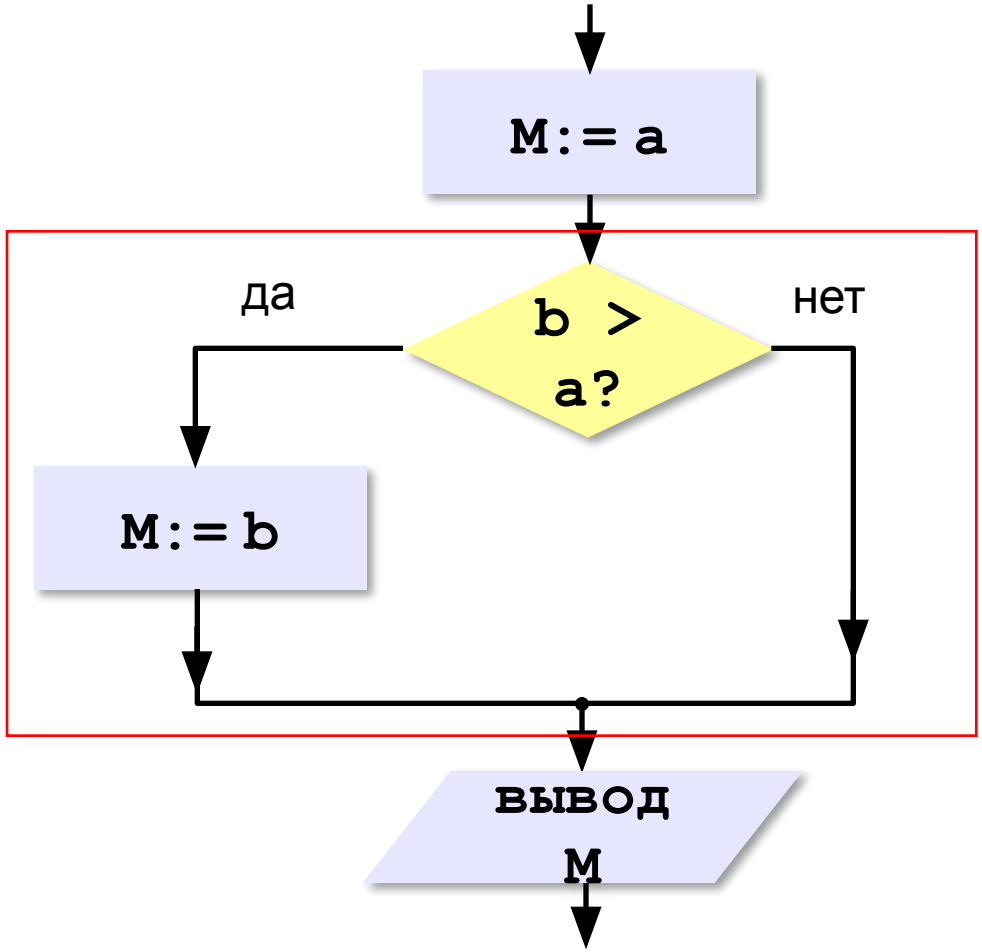
? Если a = b?

Условный оператор: полная форма

Полная форма:

```
если a > b то
  M:= a
иначе
  M:= b
все
```

Условный оператор: неполная форма

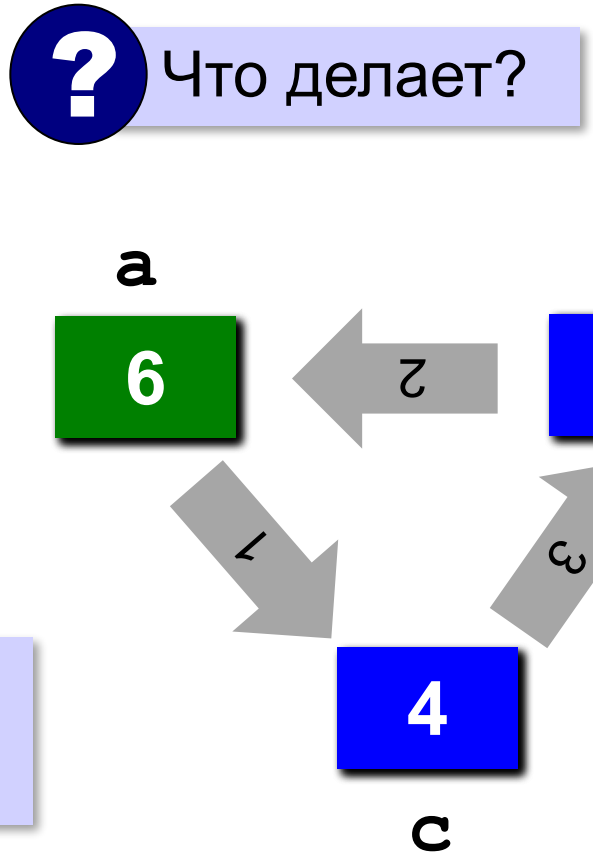


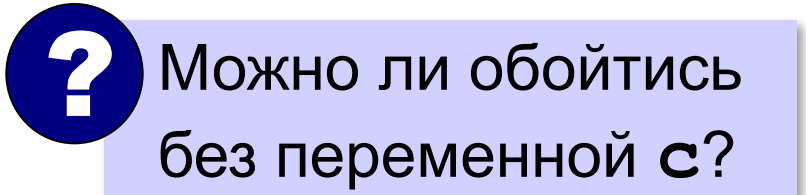

```
M:= a
если b > a то
  M:= b
все
```

неполная форма ветвления

Условный оператор

```
если a < b то
   c:= a
   a:= b
   b:= c
все
```





Знаки отношений

> <	больше, меньше
>=	больше или равно
<=	меньше или равно
=	равно
<>	не равно

Вложенные условные операторы

Задача: в переменных **a** и **b** записаны возрасты Андрея и Бориса. Кто из них старше?

? Сколько вариантов?

```
если a = b то
  вывод 'Одного возраста'
иначе
  если a > b то
    вывод 'Андрей старше'
  иначе
    вывод 'Борис старше'
  все
все
```

? Зачем нужен?

вложенный условный оператор

Задачи

«A»: Ввести три целых числа, найти максимальное из них.

Пример:

```
Введите три целых числа:
1 5 4
Максимальное число 5
```

«B»: Ввести пять целых чисел, найти максимальное из них.

Пример:

```
Введите пять целых чисел:
1 5 4 3 2
Максимальное число 5
```

Задачи

«С»: Ввести последовательно возраст Антона, Бориса и Виктора. Определить, кто из них старше.

Пример:

```
Возраст Антона: 15
Возраст Бориса: 17
Возраст Виктора: 16
Ответ: Борис старше всех.
```

Пример:

```
Возраст Антона: 17
Возраст Бориса: 17
Возраст Виктора: 16
Ответ: Антон и Борис старше Виктора.
```

Сложные условия

Задача: набор сотрудников в возрасте **25-40 лет** (включительно).

сложное условие

```
если v >= 25 и v <= 40 то
   вывод 'подходит'
иначе
   вывод 'не подходит'
все
```

и

или

не

Приоритет :

1)отношения (<, >, <=, >=, =, <>)

2)не

3)и

4)или

Задачи

«А»: Напишите программу, которая получает три числа и выводит количество одинаковых чисел в этой цепочке.

Пример:

```
Введите три числа:
5 5 5
Все числа одинаковые.
```

Пример:

```
Введите три числа:
5 7 5
Два числа одинаковые.
```

Пример:

```
Введите три числа:
5 7 8
Нет одинаковых чисел.
```

Задачи

«В»: Напишите программу, которая получает номер месяца и выводит соответствующее ему время года или сообщение об ошибке.

Пример:

```
Введите номер месяца:
5
Весна.
```

Пример:

```
Введите номер месяца:
15
Неверный номер месяца.
```

Задачи

«С»: Напишите программу, которая получает возраст человека (целое число, не превышающее 120) и выводит этот возраст со словом «год», «года» или «лет». Например, «21 год», «22 года», «25 лет».

Пример:

```
Введите возраст: 18
Вам 18 лет.
```

Пример:

```
Введите возраст: 21
Вам 21 год.
```

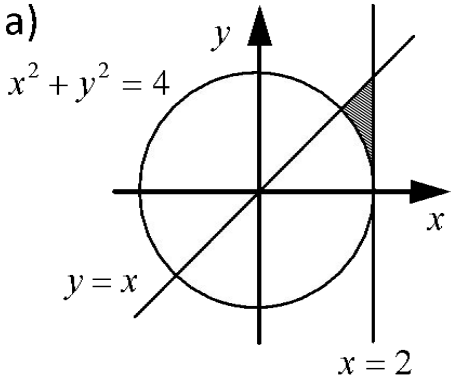
Пример:

```
Введите возраст: 22
Вам 22 года.
```

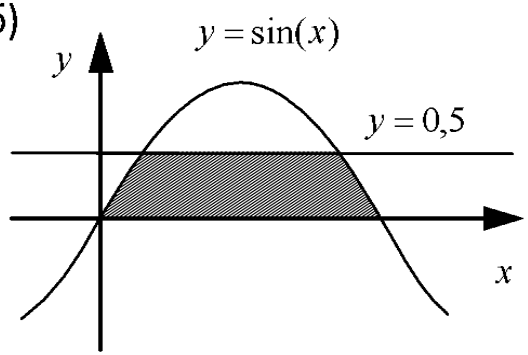
Задачи

«А»: Напишите условие, которое определяет заштрихованную область.

а)

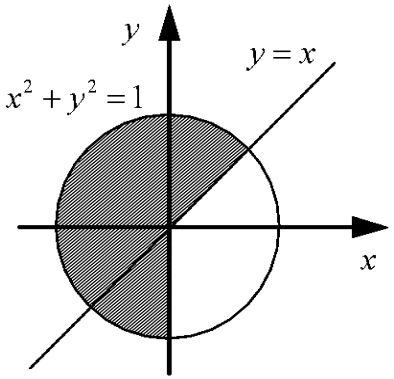


б)

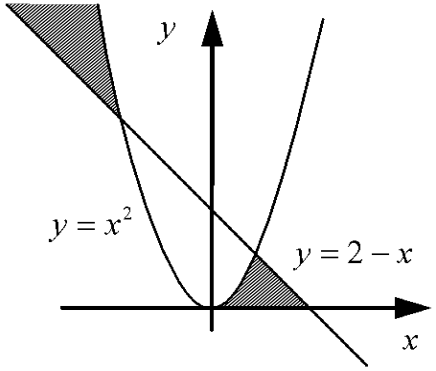


«В»: Напишите условие, которое определяет заштрихованную область.

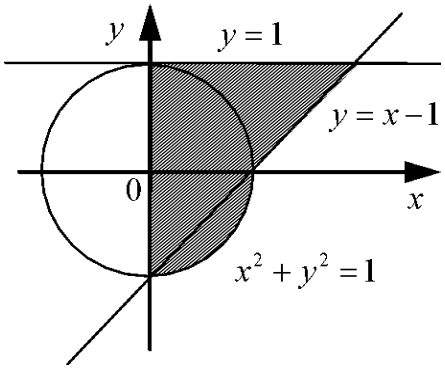
а)



б)

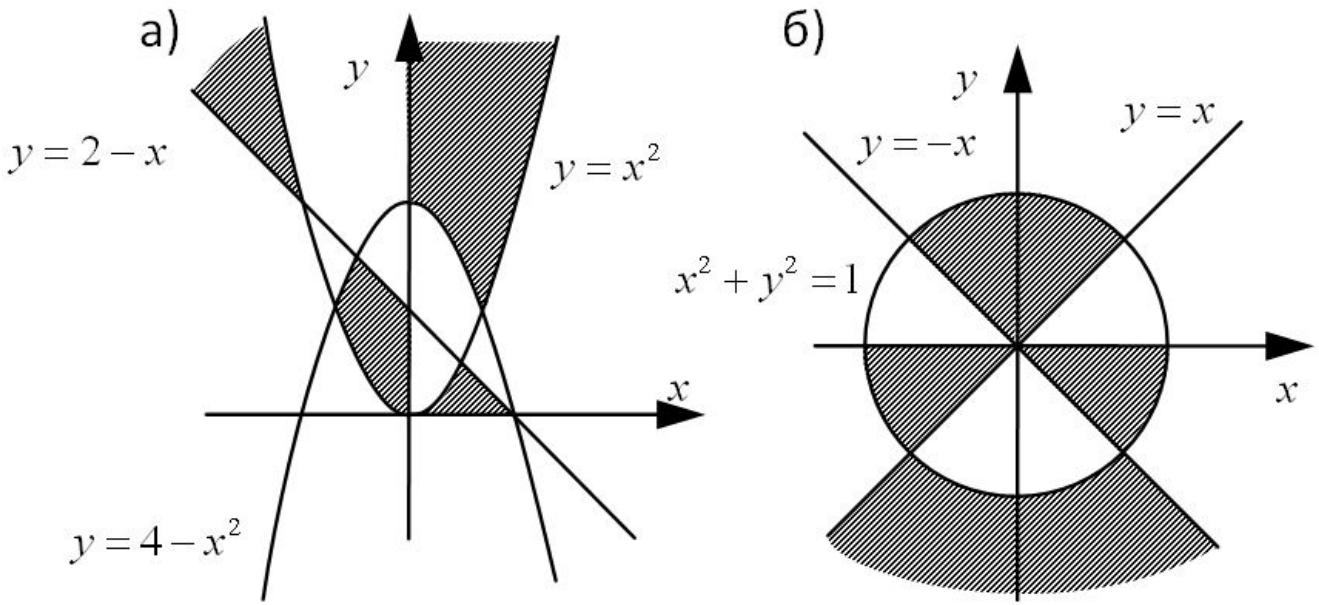


в)



Задачи

«С»: Напишите условие, которое определяет заштрихованную область.



Множественный выбор

```
если m = 1 то
  вывод 'январь' все
если m = 2 то
  вывод 'февраль' все
...
если m = 12 то
  вывод 'декабрь' все
```

```
выбор
 при m = 1:  вывод 'январь'
 при m = 2:  вывод 'февраль'
 ...
 при m = 12: вывод 'декабрь'
иначе        вывод 'ошибка'
все
```

Множественный выбор

Знак числа:

```
выбор
 при x < 0: sgn:= -1
 при x = 0: sgn:= 0
 при x > 0: sgn:= 1
все
```

любое условие

Множественный выбор

```
сим с
...
выбор
 при с = 'а':
     вывод 'антилопа', нс
     вывод 'Анапа'
 ...
 при с = 'я':
     вывод 'ягуар', нс
     вывод 'Якутск'
иначе
     вывод 'ошибка'
все
```

несколько операторов в блоке

Программирование на алгоритмическом языке

§ 58. Циклические алгоритмы

Что такое цикл?

Цикл – это многократное выполнение одинаковых действий.

Два вида циклов:

- цикл с **известным** числом шагов (сделать 10 раз)
- цикл с **неизвестным** числом шагов (делать, пока не надоест)

Задача. Вывести на экран 10 раз слово «Привет».

? Можно ли решить известными методами?

Повторения в программе

```
вывод 'Привет', нс
вывод 'Привет', нс
вывод 'Привет', нс
...
вывод 'Привет', нс
```

? Что плохо?

Повторения в программе

начало цикла

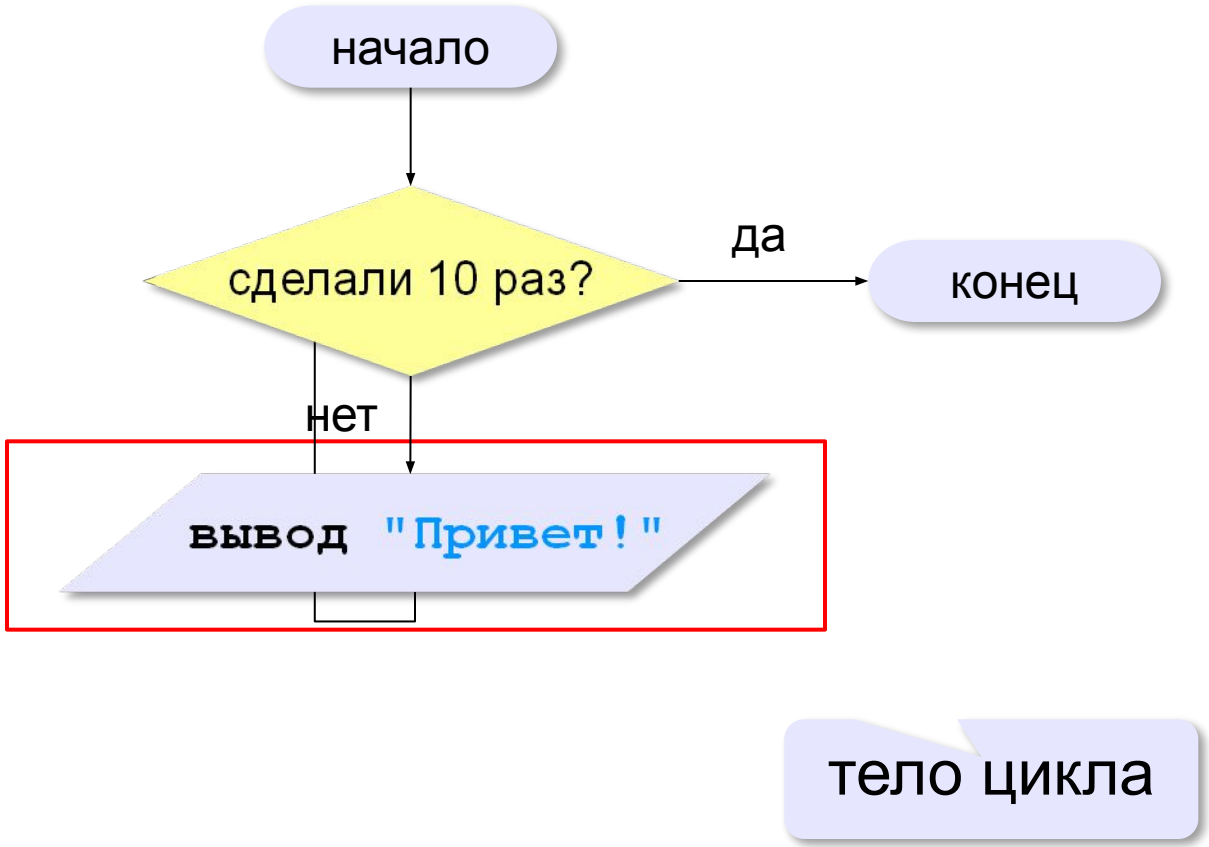
конец цикла

тело цикла

```
алг Привет
нач
   нц 10 раз
      вывод 'Привет!', нс
   кц
кон
```

? Как выглядит блок-схема?

Блок-схема цикла



Как организовать цикл?

```
счётчик:= 0
пока счётчик < 10
  вывод 'привет', нс
  увеличить счётчик на 1
```

результат операции автоматически сравнивается с нулём!

```
счётчик:= 10
пока счётчик > 0
  вывод 'привет', нс
  уменьшить счётчик на 1
```

? Какой способ удобнее для процессора?

Число шагов – переменная

Ввести количество повторений с клавиатуры:

```
цел N
вывод 'Сколько раз? '
ввод N
нц N раз
  вывод 'Привет!', нс
кц
```

? Можно ли сделать без цикла?

Цикл с условием

Задача. Определить **количество цифр** в десятичной записи целого положительного числа, записанного в переменную **n**.

```
счётчик:= 0
пока n > 0
  отсечь последнюю цифру n
  увеличить счётчик на 1
```

n	счётчик
1234	0

? Как отсечь последнюю цифру?

```
n:= div(n,10)
```

? Как увеличить счётчик на 1?

```
счётчик:= счётчик + 1
```

Цикл с условием

начальное значение счётчика

условие продолжения

заголовок цикла

```
count:= 0
нц пока n > 0
  n:= div(n,10)
  count:= count + 1
кц
```

конец цикла

тело цикла

! Цикл с предусловием – проверка на входе в цикл!

Цикл с условием

При известном количестве шагов:

```
k:= 0
нц пока k < 10
  вывод 'привет', нс
  k:= k + 1
кц
```

Зацикливание:

```
k:= 0
нц пока k < 10
  вывод 'привет', нс
кц
```

Сколько раз выполняется цикл?

```
a:= 4; b:= 6
нц пока a<b; a:=a+1 кц
```

2 раза
a = 6

```
a:= 4; b:= 6
нц пока a<b; a:=a+b кц
```

1 раз
a = 10

```
a:= 4; b:= 6
нц пока a>b; a:=a+1 кц
```

0 раз
a = 4

```
a:= 4; b:= 6
нц пока a<b; b:=a-b кц
```

1 раз
b = -2

```
a:= 4; b:= 6
нц пока a<b; a:=a-1 кц
```

зацикливание

Цикл с постусловием

заголовок цикла

тело цикла

```
нц
  вывод 'Введите n > 0: '
  ввод n
кц при n > 0 ;
```

условие **окончания**

- при входе в цикл условие **не проверяется**
- цикл всегда выполняется **хотя бы один раз**
- в последней строке указывают **условие окончания** цикла, а не условие его продолжения

Задачи

«A»: Напишите программу, которая получает два целых числа A и B (0 < A < B) и выводит квадраты всех натуральных чисел в интервале от A до B.

Пример:

```
Введите два целых числа:
10 12
10*10=100
11*11=121
12*12=144
```

«B»: Напишите программу, которая получает два целых числа и находит их произведение, не используя операцию умножения. Учтите, что числа могут быть отрицательными.

Пример:

```
Введите два числа:
10 -15
10*(-15)=-150
```

Задачи

«С»: Ввести натуральное число N и вычислить сумму всех чисел Фибоначчи, меньших N. Предусмотрите защиту от ввода отрицательного числа N.

Пример:

```
Введите число N:
10000
Сумма 17710
```

Задачи-2

«А»: Ввести натуральное число и найти сумму его цифр.

Пример:

```
Введите натуральное число:
12345
Сумма цифр 15.
```

«В»: Ввести натуральное число и определить, верно ли, что в его записи есть две одинаковые цифры, стоящие рядом.

Пример:

```
Введите натуральное число:
12342
Нет.
```

Пример:

```
Введите натуральное число:
12245
Да.
```

Задачи-2

«С»: Ввести натуральное число и определить, верно ли, что в его записи есть две одинаковые цифры (не обязательно стоящие рядом).

Пример:

```
Введите натуральное число:
12342
Да.
```

Пример:

```
Введите натуральное число:
12345
Нет.
```

Цикл с переменной

Задача. Вывести все степени двойки от 2^1 до 2^{10}.

? Можно ли сделать с циклом «пока»?

```
k:= 1
n:= 2
нц пока k <= 10
   вывод n, нс
   n:= n * 2
   k:= k + 1
кц
```

```
n:= 2
нц для k от 1 до 10
   вывод n, нс
   n:= n * 2
кц
```

! Переменная **k** – целая!

Цикл с переменной: другой шаг

цел k

целое

целое

целое

```
нц для k от 10 до 1 шаг -1
  вывод k*k, нс
кц
```

? Что получится?

```
100
81
64
49
36
25
16
9
4
1
```

Сколько раз выполняется цикл?

```
a := 1
нц для i от 1 до 3; a:=a+1 кц
```

a = 4

```
a := 1
нц для i от 3 до 1; a:=a+1 кц
```

a = 1

```
a := 1
нц для i от 1 до 3 шаг -1; a:=a+1 кц
```

a = 1

```
a := 1
нц для i от 3 до 1 шаг -1; a:=a+1 кц
```

a = 4

Задачи

«A»: Найдите все пятизначные числа, которые при делении на 133 дают в остатке 125, а при делении на 134 дают в остатке 111.

«B»: Натуральное число называется **числом Армстронга**, если сумма цифр числа, возведенных в N-ную степень (где N – количество цифр в числе) равна самому числу. Например, $153 = 1^3 + 5^3 + 3^3$. Найдите все трёхзначные Армстронга.

Задачи

«С»: Натуральное число называется автоморфным, если оно равно последним цифрам своего квадрата. Например, $25^2 = 625$. Напишите программу, которая получает натуральное число N и выводит на экран все автоморфные числа, не превосходящие N.

Пример:

```
Введите N:
1000
1*1=1
5*5=25
6*6=36
25*25=625
76*76=5776
```

Вложенные циклы

Задача. Вывести все простые числа в диапазоне от 2 до 1000.

```
нц для n от 2 до 1000
  если число n простое то
    вывод n, нс
  все
кц
```

нет делителей [2.. **n-1**]: проверка в цикле!

? Что значит «простое число»?

Вложенные циклы

```
нц для n от 2 до 1000
  count:= 0
  нц для k от 2 до n-1
    если mod(n,k)= 0 то
      count:= count + 1
    все
  кц
  если count = 0 то
    вывод n, нс
  все
кц
```

вложенный цикл

Вложенные циклы

```
нц для i от 1 до 4
  нц для k от 1 до i
    вывод i, ' ', k, нс
  кц
кц
```

1 1
2 1
2 2
3 1
3 2
3 3
4 1
4 2
4 3
4 4

? Как меняются переменные?

! Переменная внутреннего цикла изменяется быстрее!

Поиск простых чисел – как улучшить?

$$n = k \cdot m, \quad k \le m \quad \Rightarrow k^2 \le n \quad \Rightarrow k \le \sqrt{n}$$

```
нц пока k <= sqrt(n)
   ...
кц
```

? Что плохо?

```
count:= 0
k:= 2
нц пока k*k <= n
   если mod(n,k) = 0 то
      count:= count + 1
   все
   k:= k + 1
кц
```

? Как ещё улучшить?

```
нц пока k*k <= n и (count = 0)
   ...
кц
```

Задачи

«А»: Напишите программу, которая получает натуральные числа A и B (A<B) и выводит все простые числа в интервале от A до B.

Пример:

```
Введите границы диапазона:
10 20
11 13 17 19
```

«В»: В магазине продается мастика в ящиках по 15 кг, 17 кг, 21 кг. Как купить ровно 185 кг мастики, не вскрывая ящики? Сколькими способами можно это сделать?

Задачи

«С»: Ввести натуральное число N и вывести все натуральные числа, не превосходящие N и делящиеся на каждую из своих цифр.

Пример:

```
Введите N:
15
1 2 3 4 5 6 7 8 9 11 12 15
```

Программирование на алгоритмическом языке

§ 59. Процедуры

Зачем нужны процедуры?

```
вывод 'Ошибка программы'
```

много раз!

```
алг С процедурой
нач
  цел n
  ввод n
  если n < 0 то Error все
  ...
кон
```

вызов процедуры

```
алг Error
нач
  вывод 'Ошибка программы'
кон
```

Что такое процедура?

Процедура – вспомогательный алгоритм, который выполняет некоторые действия.

- текст (расшифровка) процедуры записывается **после основной программы**
- в программе может быть **много процедур**
- чтобы процедура заработала, нужно **вызвать** её по имени из основной программы или из другой процедуры

Процедура с параметрами

Задача. Вывести на экран запись целого числа (0..255) в 8-битном двоичном коде.

много раз!

Алгоритм:

178 ⇒ 10110010_2

? Как вывести первую цифру?

	7	6	5	4	3	2	1	0	разряды
n:=	1	0	1	1	0	0	1	0_2	

div(n,128)

mod(n,128)

? Как вывести вторую цифру?

div(n1,64)

Процедура с параметрами

Задача. Вывести на экран запись целого числа (0..255) в 8-битном двоичном коде.

Алгоритм:

```
k:=128
нц пока k > 0
   вывод div(n,k)
   n:=mod(n,k)
   k:=div(k,2)
кц
```

178 ⇒ 10110010

n	k	вывод
178	128	1

! Результат зависит от **n**!

Процедура с параметрами

```
алг Двоичный код
нач
  printBin(99)
кон
```

значение параметра (**аргумент**)

```
алг printBin(цел n0)
нач
  цел n, k
  n:=n0
  k:=128
  нц пока k>0
    вывод div(n,k)
    n:=mod(n,k)
    k:=div(k,2)
  кц
кон
```

Параметры – данные, изменяющие работу процедуры.

локальные переменные

Несколько параметров

```
алг printSred(цел a, цел b)
нач
  вывод (a+b) / 2
кон
```

```
алг printSred(цел a, b)
нач
  вывод (a+b) / 2
кон
```

Задачи

«A»: Напишите процедуру, которая принимает параметр – натуральное число N – и выводит на экран линию из N символов '–'.

Пример:

```
Введите N:
10
----------
```

«B»: Напишите процедуру, которая выводит на экран в столбик все цифры переданного ей числа, начиная с первой.

Пример:

```
Введите натуральное число:
1234
1
2
3
4
```

Задачи

«С»: Напишите процедуру, которая выводит на экран запись переданного ей числа в римской системе счисления.

Пример:

```
Введите натуральное число:
2013
MMXIII
```

Изменяемые параметры

Задача. Написать процедуру, которая меняет местами значения двух переменных.

```
алг Тест
нач
   цел x = 2, y = 3
   Обмен(x, y)
   вывод x, ' ', y
кон
```

Почему не работает?

```
2 3
```

```
алг Обмен(цел a, b)
нач
   цел c
   c:= a; a:= b; b:= c
кон
```

передача по значению

Процедура работает с копиями переданных значений параметров!

Изменяемые параметры

переменные могут изменяться (**арг**умент и **рез**ультат)

```
алг Обмен ( аргрез цел a, b)
нач
  цел c
  c:=a; a:=b; b:=c
кон
```

передача по **ссылке**

Вызов:

```
цел a, b
Обмен(a, b)     | правильно
Обмен(2, 3)     | неправильно
Обмен(a, b+3)   | неправильно
```

Задачи

«A»: Напишите процедуру, которая переставляет три переданные ей числа в порядке возрастания.

Пример:

```
Введите три натуральных числа:
10 15 5
5 10 15
```

«B»: Напишите процедуру, которая сокращает дробь вида M/N. Числитель и знаменатель дроби передаются как изменяемые параметры.

Пример:

```
Введите числитель и знаменатель дроби:
25 15
После сокращения: 5/3
```

Задачи

«С»: Напишите процедуру, которая вычисляет наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное двух натуральных чисел и возвращает их через изменяемые параметры.

Пример:

```
Введите два натуральных числа:
10 15
НОД(10,15)=5
НОК(10,15)=30
```

Программирование на алгоритмическом языке

§ 60. Функции

Что такое функция?

Функция – это вспомогательный алгоритм, который возвращает *значение-результат* (число, символ или объект другого типа).

Задача. Написать функцию, которая вычисляет сумму цифр числа.

Алгоритм:

```
сумма := 0
нц пока n <> 0
   сумма := сумма + mod(n,10)
   n := div(n,10)
кц
```

Сумма цифр числа

```
алг Сумма цифр
нач
  вывод sumDigits(12345)
кон
```

```
алг цел sumDigits(цел n0)
нач
  цел sum = 0, n
  n := n0
  нц пока n <> 0
    sum := sum + mod(n,10)
    n := div(n,10)
  кц
  знач := sum
кон
```

тип результата

передача результата

Использование функций

```
x:= 2*sumDigits(n+5)

z:= sumDigits(k) + sumDigits(m)

если mod(sumDigits(n),2)= 0
  вывод 'Сумма цифр чётная', нс
  вывод 'Она равна ', sumDigits(n)
кц
```

! Функция, возвращающая целое число, может использоваться везде, где и целая величина!

Задачи

«A»: Напишите функцию, которая находит наибольший общий делитель двух натуральных чисел.

Пример:

```
Введите два натуральных числа:
7006652 112307574
НОД(7006652,112307574) = 1234.
```

«B»: Напишите функцию, которая определяет сумму цифр переданного ей числа.

Пример:

```
Введите натуральное число:
123
Сумма цифр числа 123 равна 6.
```

Задачи

«С»: Напишите функцию, которая «переворачивает» число, то есть возвращает число, в котором цифры стоят в обратном порядке.

Пример:

```
Введите натуральное число:
1234
После переворота: 4321.
```

Логические функции

Задача. Найти все простые числа в диапазоне от 2 до 100.

```
алг Простые числа
нач
  цел i
  нц для i от 2 до 100
    если isPrime(i) то
      вывод i, нс
    все
  кц
кон
```

функция, возвращающая логическое значение (да/нет)

Функция: простое число или нет?

? Какой алгоритм?

```
алг лог isPrime(цел n)
нач
  цел count = 0, k
  k := 2
  нц пока k*k <= n и count = 0
    если mod(n,k) = 0 то
      count := count + 1
    все
    k := k + 1
  кц
  знач := (count = 0)
кон
```

```
если count = 0 то
      знач := да
иначе знач := нет
```

Логические функции: использование

Функция, возвращающая логическое значение, может использоваться везде, где и логическая величина!

```
ввод n
нц пока isPrime(n)
  вывод 'простое число', нс
  ввод n
кц
```

Задачи

«А»: Напишите логическую функцию, которая определяет, является ли переданное ей число совершенным, то есть, равно ли оно сумме своих делителей, меньших его самого.

Пример:

```
Введите натуральное число:
28
Число 28 совершенное.
```

Пример:

```
Введите натуральное число:
29
Число 29 не совершенное.
```

Задачи

«В»: Напишите логическую функцию, которая определяет, являются ли два переданные ей числа взаимно простыми, то есть, не имеющими общих делителей, кроме 1.

Пример:

```
Введите два натуральных числа:
28 15
Числа 28 и 15 взаимно простые.
```

Пример:

```
Введите два натуральных числа:
28 16
Числа 28 и 16 не взаимно простые.
```

Задачи

«С»: Простое число называется гиперпростым, если любое число, получающееся из него откидыванием нескольких цифр, тоже является простым. Например, число 733 – гиперпростое, так как и оно само, и числа 73 и 7 – простые. Напишите логическую функцию, которая определяет, верно ли, что переданное ей число – гиперпростое. Используйте уже готовую функцию **isPrime**, которая приведена в учебнике.

Пример:

```
Введите натуральное число:
733
Число 733 гиперпростое.
```

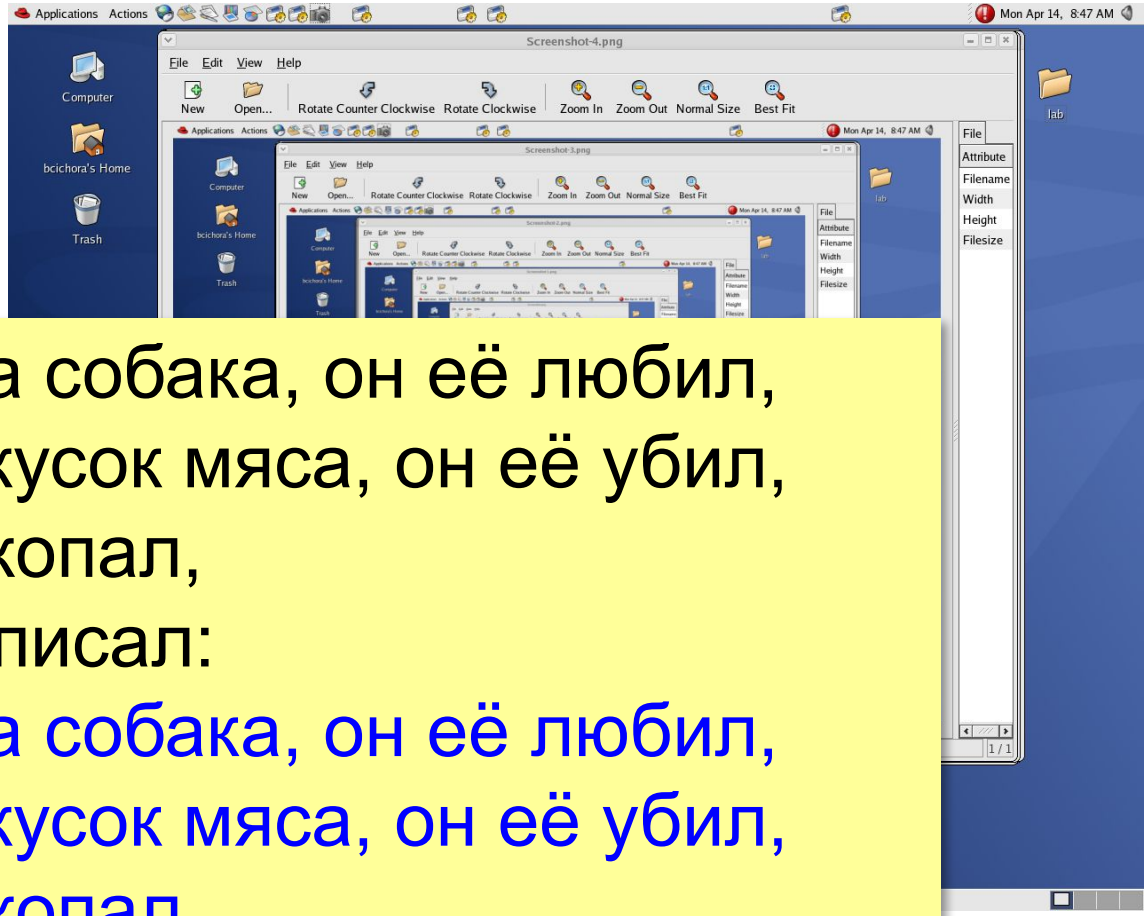
Пример:

```
Введите натуральное число:
19
Число 19 не гиперпростое.
```

Программирование на алгоритмическом языке

§ 61. Рекурсия

Что такое рекурсия?



У попа была собака, он её любил,
Она съела кусок мяса, он её убил,
В землю закопал,
Надпись написал:
У попа была собака, он её любил,
Она съела кусок мяса, он её убил,
В землю закопал,
Надпись написал:
…

Что такое рекурсия?

Натуральные числа:

- 1 – натуральное число
- если n – натуральное число, то $n+1$ – натуральное число

индуктивное определение

Рекурсия — это способ определения множества объектов через само это множество на основе заданных простых базовых случаев.

Числа Фибоначчи:

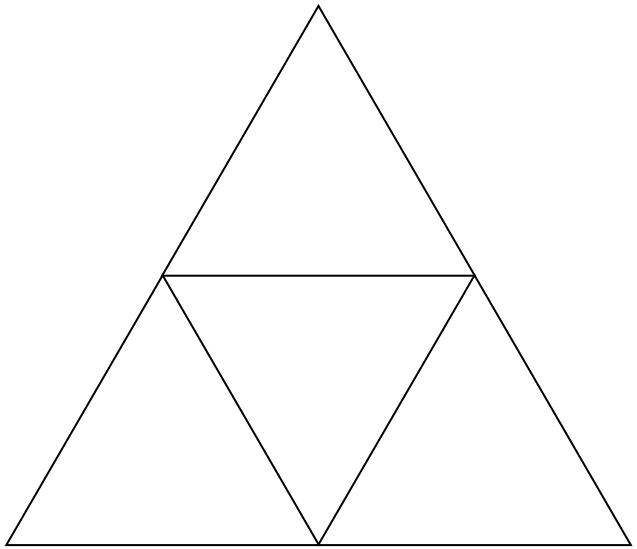
- $F_1 = F_2 = 1$
- $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$ при $n > 2$

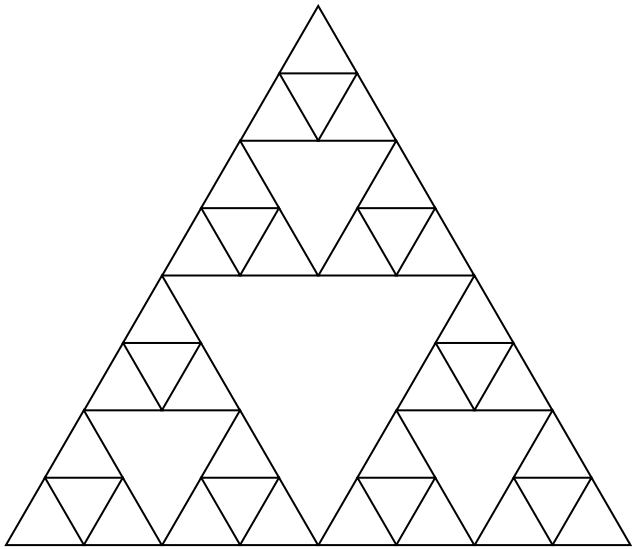
1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, …

Фракталы

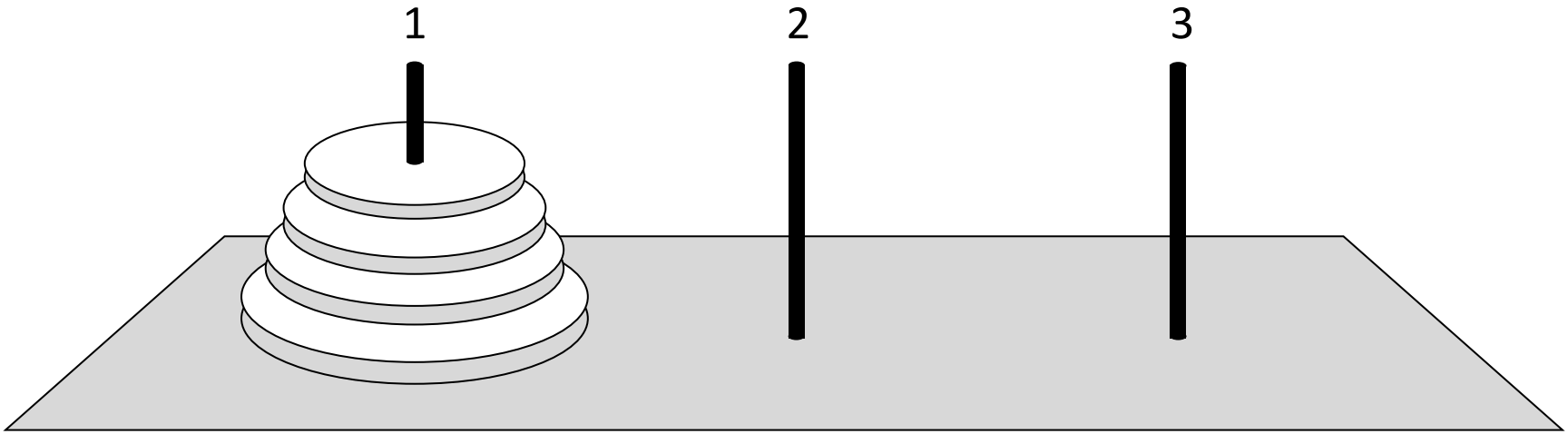
Фракталы – геометрические фигуры, обладающие самоподобием.

Треугольник Серпинского:





Ханойские башни



- за один раз переносится один диск
- класть только меньший диск на больший
- третий стержень вспомогательный

```
перенести (n, 1, 3)
```

```
перенести (n-1, 1, 2)
1 -> 3
перенести (n-1, 2, 3)
```

Ханойские башни – процедура

сколько | откуда | куда

```
алг Hanoi(цел n, k, m)
нач
  цел p
  p := 6 - k - m
  Hanoi(n-1, k, p)
  вывод k, ' -> ', m, нс
  Hanoi(n-1, p, m)
кон
```

номер вспомогательного стержня (1+2+3=6!)

рекурсия

рекурсия

? Что плохо?

! **Рекурсия никогда не остановится!**

Ханойские башни – процедура

Рекурсивная процедура (функция) — это процедура (функция), которая вызывает сама себя напрямую или через другие процедуры и функции.

```
алг Hanoi(цел n, k, m)
нач
  если n = 0 то выход все
  цел p
  p := 6 - k - m
  Hanoi(n-1, k, p)
  вывод k, ' -> ', m, нс
  Hanoi(n-1, p, m)
кон
```

условие выхода из рекурсии

```
алг Ханойские башни
нач
  Hanoi(4, 1, 3)
кон
```

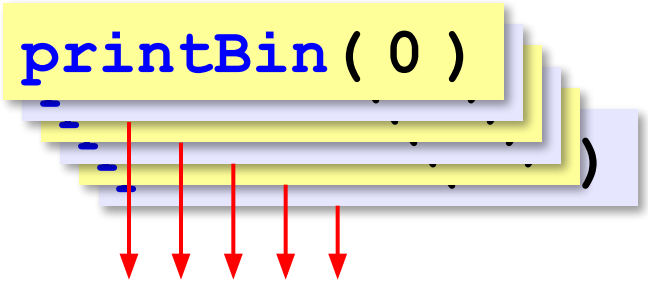
Вывод двоичного кода числа

```
алг printBin(цел n)
нач
  если n = 0 то выход все
  printBin ( div(n,2) )
  вывод mod ( n, 2 )
кон
```

условие выхода из рекурсии

напечатать все цифры, кроме последней

вывести последнюю цифру



? Как без рекурсии?

Вычисление суммы цифр числа

```
алг цел sumDig(цел n)
нач
   знач:=mod(n,10)
   если n >= 10 то
    знач:=знач + sumDig( div(n,10) )
   все
кон
```

последняя цифра

рекурсивный вызов

? Где условие окончания рекурсии?

```
sumDig( 1234 )
  4 + sumDig( 123 )
      4 + 3 + sumDig( 12 )
          4 + 3 + 2 + sumDig( 1 )
              4 + 3 + 2 + 1
```

Алгоритм Евклида

Алгоритм Евклида. Чтобы найти НОД двух натуральных чисел, нужно вычитать из большего числа меньшее до тех пор, пока меньшее не станет равно нулю. Тогда второе число и есть НОД исходных чисел.

```
алг цел NOD(цел a, b)
нач
  если a = 0 или b = 0 то
    знач:= a + b
    выход
  все
  если a > b то
        знач:= NOD(a - b, b)
  иначе знач:= NOD(a, b - a)
  все
кон
```

условие окончания рекурсии

рекурсивные вызовы

Задачи

«A»: Напишите рекурсивную функцию, которая вычисляет НОД двух натуральных чисел, используя модифицированный алгоритм Евклида.

Пример:

```
Введите два натуральных числа:
7006652 112307574
НОД(7006652,112307574)=1234.
```

«B»: Напишите рекурсивную функцию, которая раскладывает число на простые сомножители.

Пример:

```
Введите натуральное число:
378
378 = 2*3*3*3*7
```

Задачи

«С»: Дано натуральное число N. Требуется получить и вывести на экран количество всех возможных *различных* способов представления этого числа в виде суммы натуральных чисел (то есть, 1 + 2 и 2 + 1 – это один и тот же способ разложения числа 3). Решите задачу с помощью рекурсивной функции.

Пример:

```
Введите натуральное число:
4
Количество разложений: 4.
```

Как работает рекурсия?

Факториал:

$$N! = \begin{cases} 1, & N = 1 \\ N \cdot (N-1)!, & N > 1 \end{cases}$$

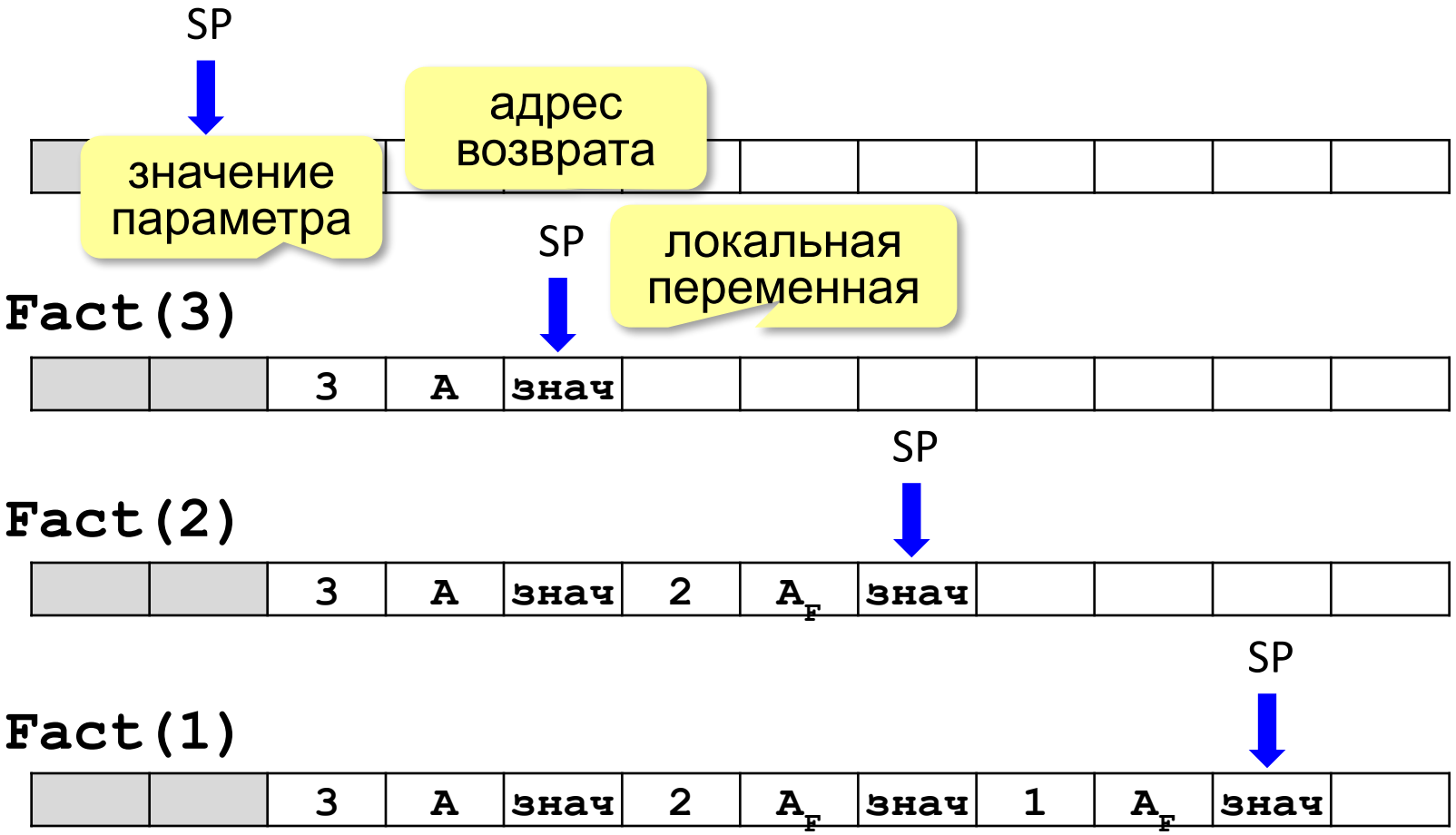
```
алг цел Fact(цел N)
нач
  вывод '-> N = ', N, нс
  если N <= 1 то
        знач:= 1
  иначе знач:= N * Fact(N-1)
  все
  вывод '<- N = ', N, нс
кон
```

```
-> N = 3
  -> N = 2
    -> N = 1
    <- N = 1
  <- N = 2
<- N = 3
```

? Как сохранить состояние функции перед рекурсивным вызовом?

Стек

Стек – область памяти, в которой хранятся локальные переменные и адреса возврата.



Рекурсия – «за» и «против»

- с каждым новым вызовом расходуется память в стеке (возможно переполнение стека)
- затраты на выполнение служебных операций при рекурсивном вызове

- программа становится более короткой и понятной

- возможно переполнение стека
- замедление работы

Любой рекурсивный алгоритм можно заменить нерекурсивным!

итерационный алгоритм

```
алг цел Fact(цел N)
нач
  цел i
  знач:= 1
  нц для i от 1 до N
    знач:= знач * i
  кц
кон
```

Конец фильма

ПОЛЯКОВ Константин Юрьевич
д.т.н., учитель информатики
ГБОУ СОШ № 163, г. Санкт-Петербург
kpolyakov@mail.ru

ЕРЕМИН Евгений Александрович
к.ф.-м.н., доцент кафедры мультимедийной дидактики и ИТО ПГГПУ, г. Пермь
eremin@pspu.ac.ru

Источники иллюстраций

1. old-moneta.ru
2. www.random.org
3. www.allruletka.ru
4. www.lotterypros.com
5. logos.cs.uic.edu
6. ru.wikipedia.org
7. иллюстрации художников издательства «Бином»
8. авторские материалы