

Автор: Брызгалова Наталья Юрьевна Преподаватель Архангельского техникума строительства и экономики

Цель:

Изучить функцию y = tg x

Задачи:

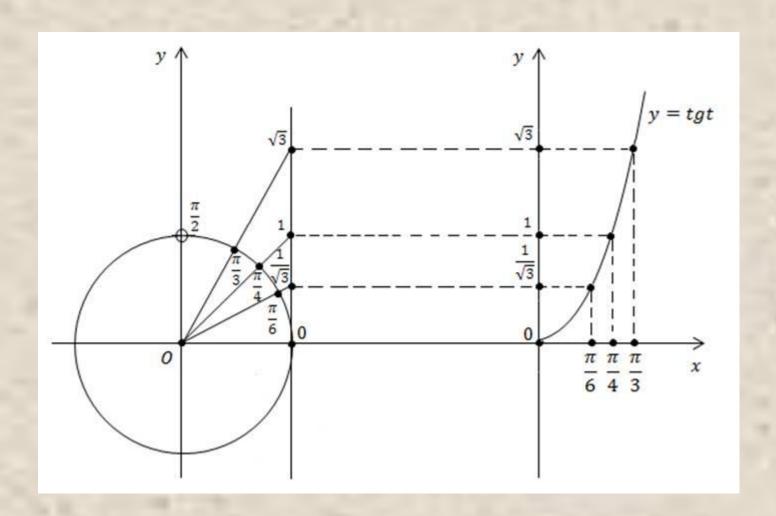
- 1. Изучить свойства функции y = tg x.
- 2. Уметь применять свойства функции y = tg x u читать график.
- 3. Формировать практические навыки построения графика функции $\mathbf{y} = \mathbf{tg} \mathbf{x}$ на основе изученного теоретического материала.
- 4. Закрепить понятия с помощью выполнения заданий.

Функция y=tgx определена при $x \neq \pi/2+\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$, является нечётной и периодической с периодом $T=\pi$ Поэтому достаточно построить её график на промежутке $[0;\pi/2)$.

Затем, отобразив её симметрично относительно начала координат, получим график на интервале $(-\pi/2;\pi/2)$.

Используя периодичность, строим график функции **y=tg x** на всей области определения.

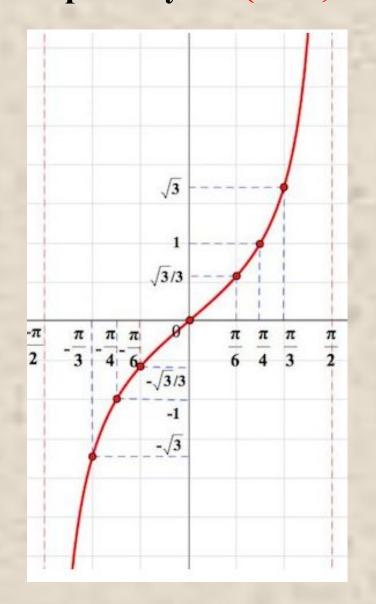
Рассмотрим поведение функции и отметим важнейшие точки на промежутке [0;π/2]



Мы получили график функции на заданном промежутке.

График y=tgx на промежутке $(-\pi/2;\pi/2)$.

Ось тангенсов на тригонометрическом круге



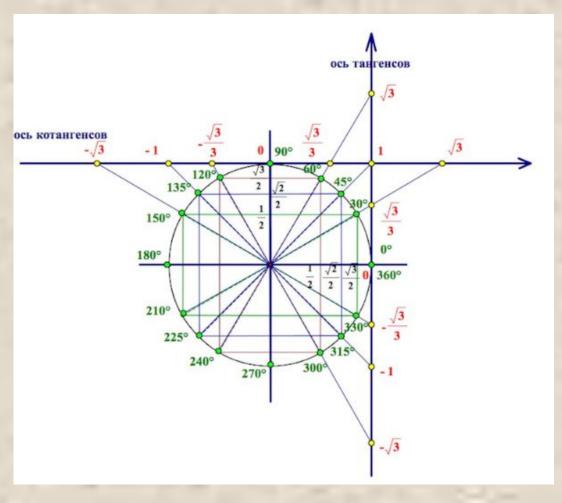
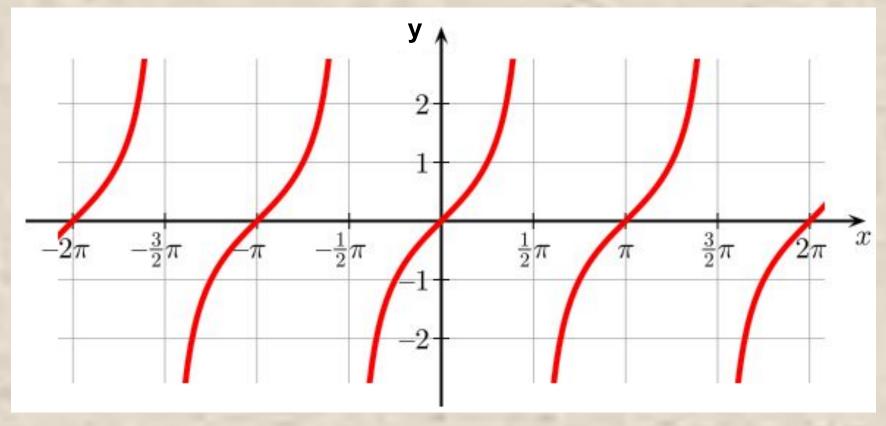


График функции y = tg x

График функции **y=tg x** называют **тангенсоидой**.

Главной ветвью графика функции y=tg x обычно называют ветвь, заключённую в полосе $(-\pi/2;\pi/2)$.



Свойства функции y = tg x

1. Область определения — множество R всех действительных

чисел.
$$\mathbf{D}(\mathbf{y}) = (-\infty; +\infty)$$
, кроме $\mathbf{x} \neq \pi/2 + \pi \mathbf{n}$, $\mathbf{n} \in \mathbf{Z}$.

- 2. Множество значений E(y) = R
- 3. Функция периодическая с периодом $T = \pi$
 - 4. Функция нечётная tg(-x) = -tgx

(график симметричен относительно начала координат).

- 5. Функция не ограничена и сверху, и снизу.
 - 6. Функция y=tg x принимает:
 - значение, равное 0, при $x=\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$;
- 7. Функция не имеет максимального и минимального значения

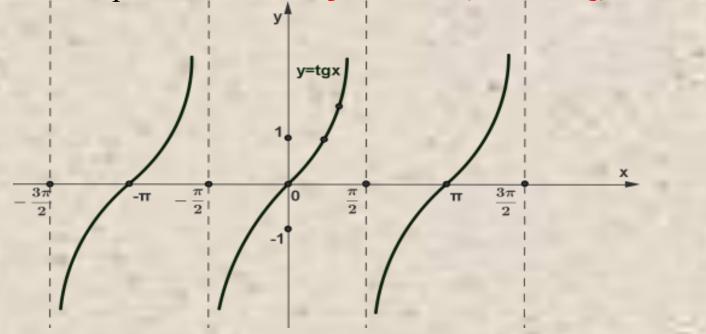
8. Промежутки, на которых функция принимает положительные значения при

$$x \in (\pi n; \pi/2 + \pi n), n \in \mathbb{Z}$$

Промежутки, на которых функция принимает отрицательные значения при

$$x \in (-\pi/2+\pi n; \pi n), n \in \mathbb{Z}$$

9. Функция возрастает на $\mathbf{x} \in [-\pi/2 + \pi \mathbf{n}; \pi/2 + \pi \mathbf{n}], \mathbf{n} \in \mathbf{Z}$



Решение задач

Задача №1

Решить уравнение $tgt = \sqrt{3}$

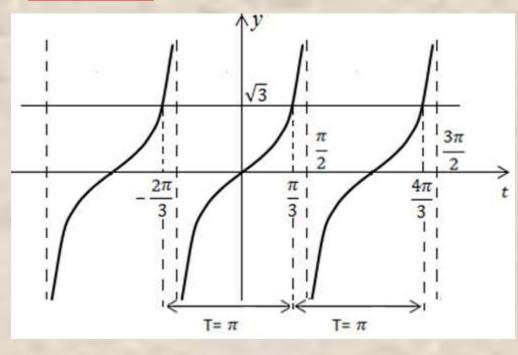
Ha промежутке $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$

функция монотонно возрастает, значит, на этом промежутке значение

$$\sqrt{3}$$

достигается при единственном значении аргумента $\frac{\pi}{3}$

Решение



С учетом периодичности получаем

$$t = \frac{\pi}{3} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

Задача №2

Найти все корни уравнения tgx = 1 принадлежащие отрезку $-\pi \le x \le 2\pi$

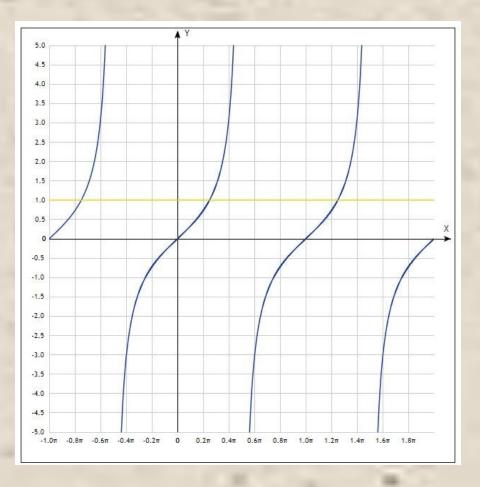
Решение

Построим графики функций

$$y = tgx$$
 u $y = 1$

Графики пересекаются в трёх точках

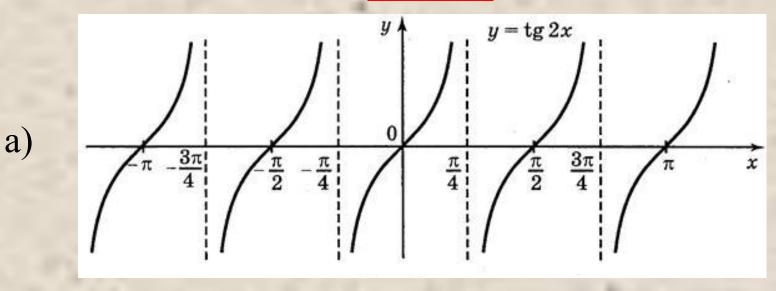
$$x_1 = \frac{\pi}{4}$$
; $x_2 = \frac{5\pi}{6}$; $x_3 = -\frac{3\pi}{4}$

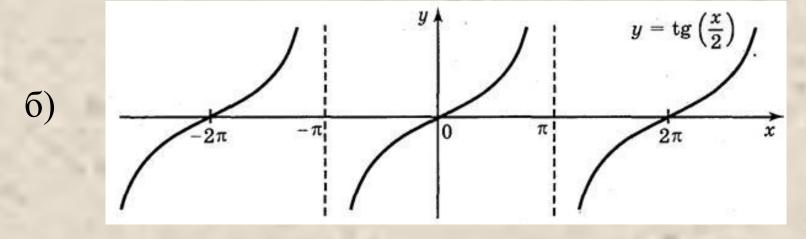


Задача №3

Постройте график функций а) y = tg 2x; б) y = tgx;

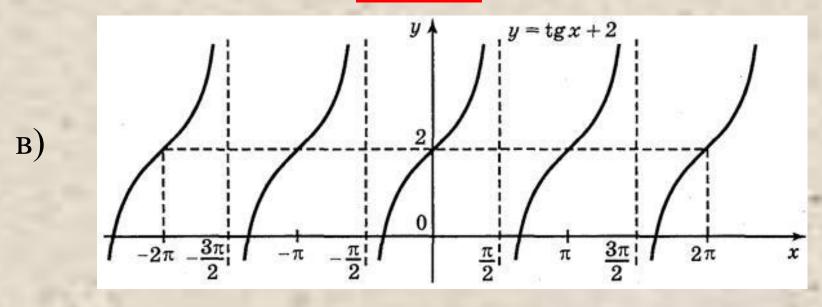
Решение

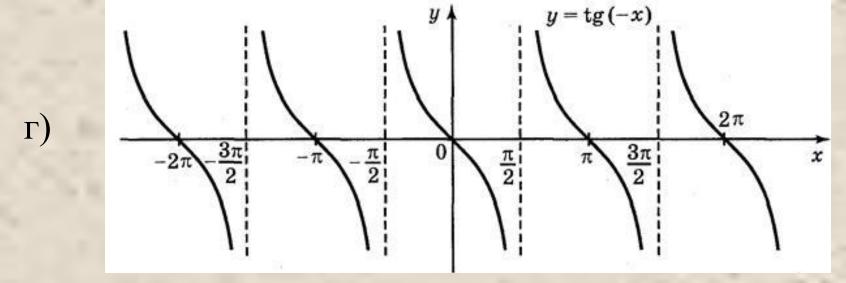




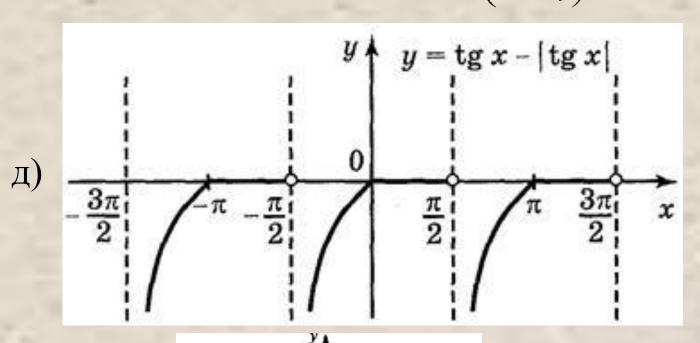
B)
$$y = tg x + 2$$
; Γ) $y = tg (-x)$.

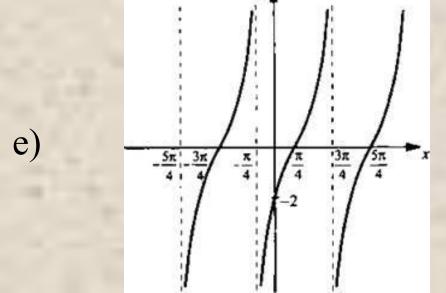
Решение





$$\partial) y = tgx - |tgx| \qquad e) y = 2tg\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$$





Задача №4

Установить чётность или нечётность функции

$$y(x) = 3tg^4 2x - 2tg^2 \frac{x}{3} + 5\cos x$$

Решение

$$y(-x) = 3tg^{4}(-2x) - 2tg^{2}\left(-\frac{x}{3}\right) + 5\cos(-x) =$$

$$= 3(-tg^{2}x)^{4} - 2\left(-tg\frac{x}{3}\right)^{2} + 5\cos x =$$

$$= 3tg^{4}2x - 2tg^{2}\frac{x}{3} + 5\cos x$$

Так как выполнено равенство y(-x) = y(x), то функция y(x) по определению четная.

Задания для самостоятельного решения

1) Постройте графики функций

a)
$$y = tg(x + \pi/3);$$

6)
$$y = 3 - tgx$$
;

B)
$$y = tg (x + \pi/2)$$

$$\Gamma) y = tg (x - \pi/3)$$

2) Определить чётность или нечётность функции:

a)
$$y(x) = 2tg^3 4x + 3tg^2 \frac{x}{2} \cdot \sin x$$

$$(6) y(x) = \frac{7\cos x}{tg^3 x + 1}$$

$$(b) y(x) = \frac{x^4 + 1}{tgx - 1}$$

$$\varepsilon) y(x) = 2x^5 - tg^3x + 7$$

3) Решить графически уравнения:

$$a) tgx = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$6) tgx = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$e$$
) $tgx = -1$

$$e) tgx = -1$$

$$e) tgx = -\sqrt{3}$$

4) Используя свойства функции y = tg x, сравните числа:

a)
$$tg(-2.6\pi)u tg(-2.61\pi)$$

б)
$$tg(2.7\pi)u\ tg(2.75\pi)$$

- в) tg2 и tg3
- 2) tg1 u tg1,5

5) Используя свойства функции y = tg x, сравните числа:

a)
$$tg25^{\mathbb{N}}$$
; $tg65^{\mathbb{N}}$; $tg15^{\mathbb{N}}$

б)
$$tg(-1)$$
; $tg(-2)$; $tg(-3)$

$$e) tg(-5); tg(-3); tg3$$

Заключение.

Мы рассмотрели график функции y = tg x,

изучили особенности ее поведения, использовали их и свойства функции при решении задач.