Функция
$y = \text{tg}\, x$
её свойства и график

Автор: Брызгалова Наталья Юрьевна
Преподаватель Архангельского техникума строительства и экономики

Цель:

Изучить функцию **$y = \mathrm{tg}\, x$**

Задачи:

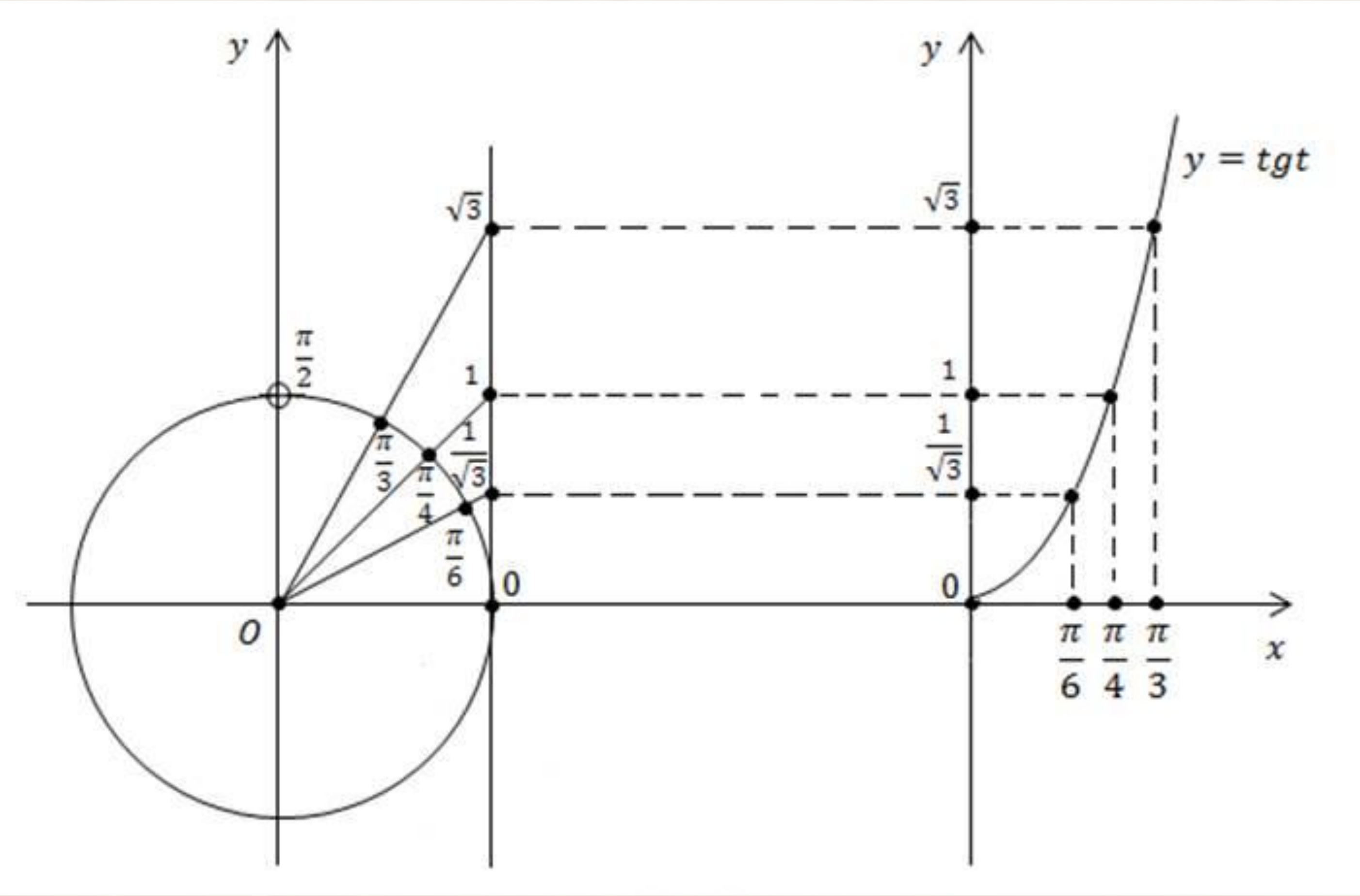
1. Изучить свойства функции **$y = \mathrm{tg}\, x$.**
2. Уметь применять свойства функции **$y = \mathrm{tg}\, x$** и читать график.
3. Формировать практические навыки построения графика функции **$y = \mathrm{tg}\, x$** на основе изученного теоретического материала.
4. Закрепить понятия с помощью выполнения заданий.

Функция **$y=tgx$** определена при **$x \neq \pi/2+\pi n,\ n \in Z$**, является нечётной и периодической с периодом **$T=\pi$**
Поэтому достаточно построить её график на промежутке **$[0;\pi/2)$.**

Затем, отобразив её симметрично **относительно начала координат**, получим график на интервале **$(-\pi/2;\pi/2)$.**

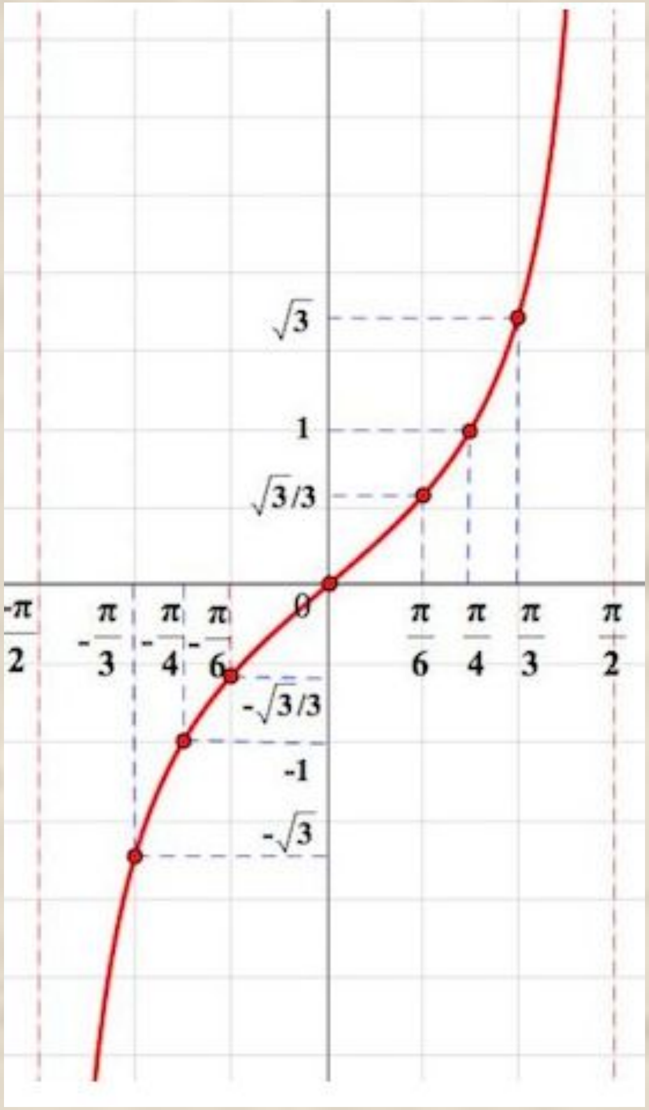
Используя периодичность, строим график функции **$y=tg\ x$** на всей области определения.

Рассмотрим поведение функции и отметим важнейшие точки на промежутке [0;π/2]



Мы получили график функции на заданном промежутке.

График y=tgx на промежутке (−π/2;π/2).



Ось тангенсов на тригонометрическом круге

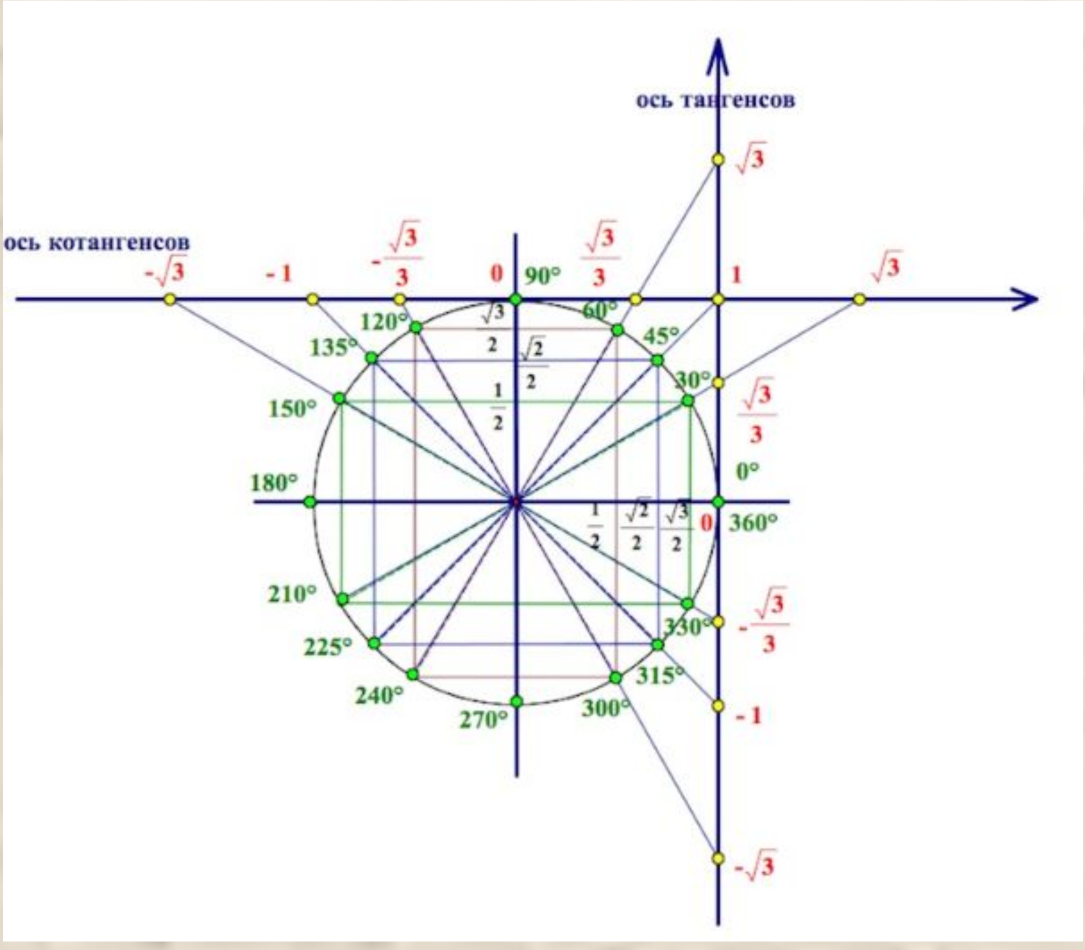
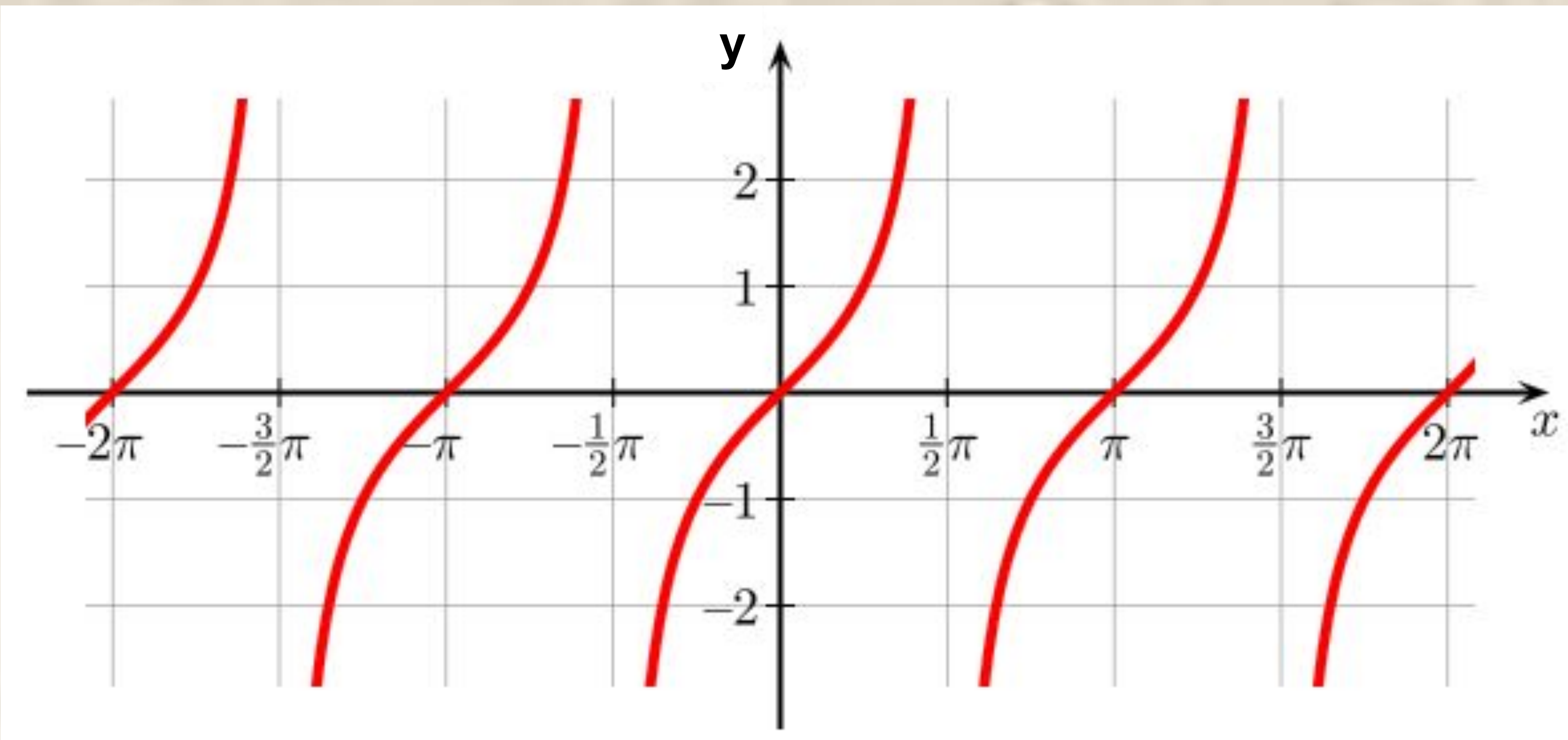


График функции y = tg x

График функции **y=tg x** называют **тангенсоидой**.

Главной ветвью графика функции **y=tg x** обычно называют ветвь, заключённую в полосе **(−π/2;π/2)**.



Свойства функции $y = \operatorname{tg} x$

1. Область определения — множество R всех действительных чисел. **$D(y) = (-\infty; +\infty)$, кроме $x \neq \pi/2+\pi n, n \in Z$.**

2. Множество значений **$E(y) = R$**

3. Функция периодическая с периодом **$T = \pi$**

4. Функция нечётная **$\operatorname{tg}(-x) = -\operatorname{tg} x$**

(график симметричен относительно начала координат).

5. Функция **не ограничена** и сверху, и снизу.

6. Функция $y=\operatorname{tg} x$ принимает:

- значение, равное **0**, при **$x=\pi n, n \in Z$;**

7. Функция не имеет максимального и минимального значения

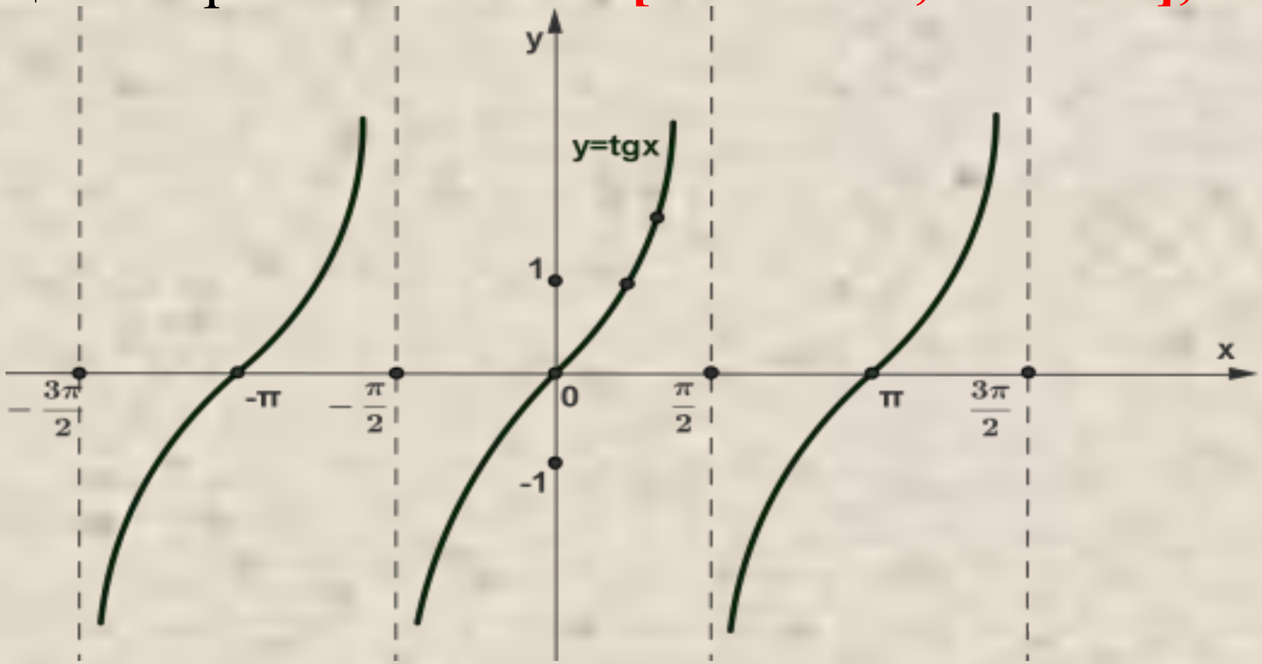
8. Промежутки, на которых функция принимает положительные значения при

$x \in (\pi n; \pi/2+\pi n),\ n \in Z$

Промежутки, на которых функция принимает отрицательные значения при

$x \in (-\pi/2+\pi n; \pi n),\ n \in Z$

9. Функция возрастает на $x \in [-\pi/2 + \pi n; \pi/2+ \pi n],\ n \in Z$



Решение задач

Задача №1

Решить уравнение $tgt = \sqrt{3}$

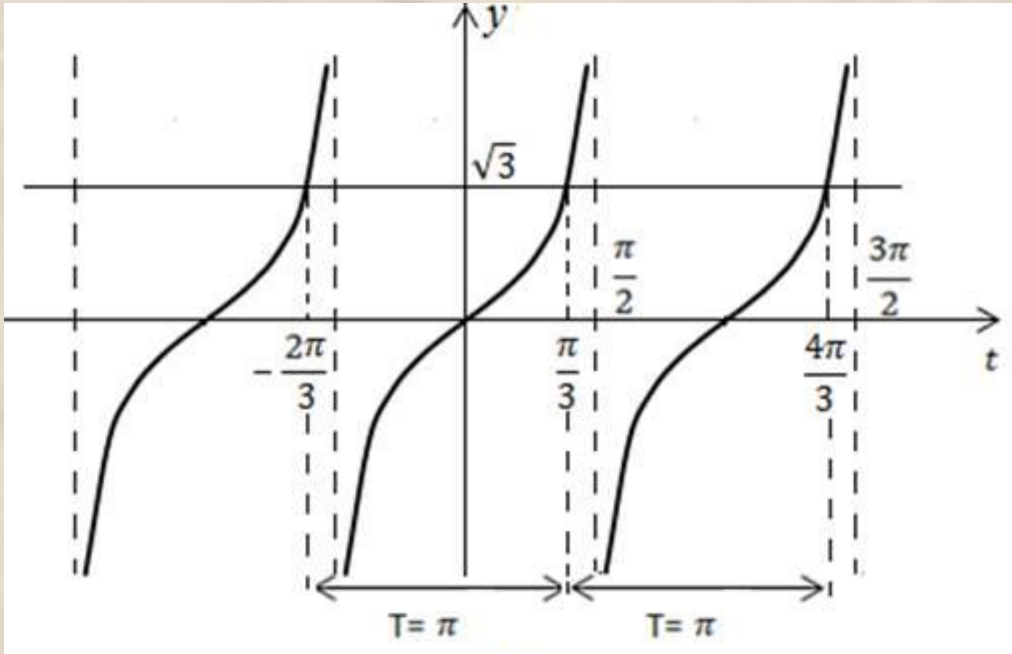
Решение

На промежутке $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$

функция монотонно возрастает, значит, на этом промежутке значение

$\sqrt{3}$

достигается при единственном значении аргумента $\frac{\pi}{3}$



С учетом периодичности получаем $t = \frac{\pi}{3} + \pi n, \quad n \in Z$

Задача №2

Найти все корни уравнения $tgx = 1$

принадлежащие отрезку $-\pi \le x \le 2\pi$

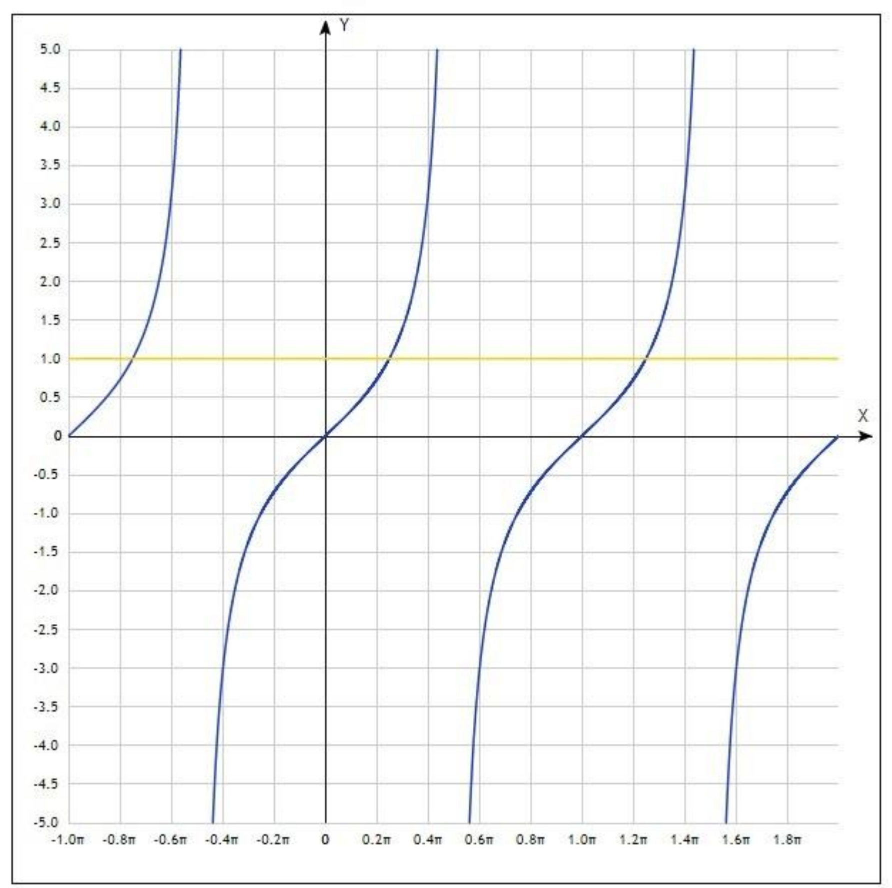
Решение

Построим графики функций

$$y = tgx \quad u \quad y = 1$$

Графики пересекаются в трёх точках

$$x_1 = \frac{\pi}{4}; \quad x_2 = \frac{5\pi}{6}; \quad x_3 = -\frac{3\pi}{4}$$

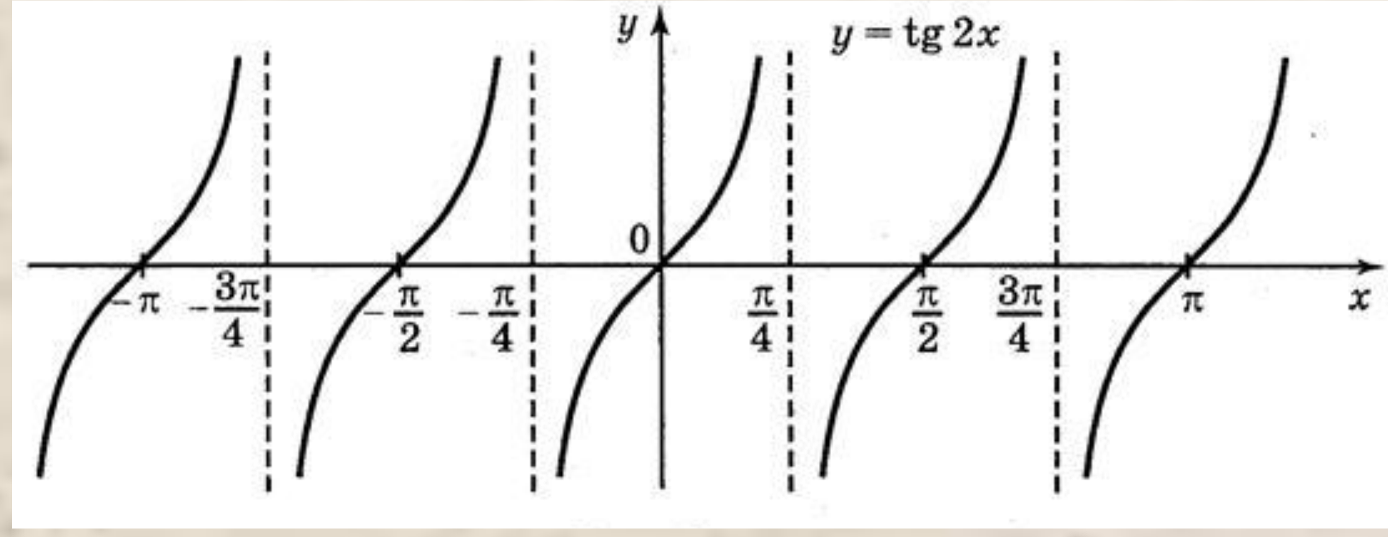


Задача №3

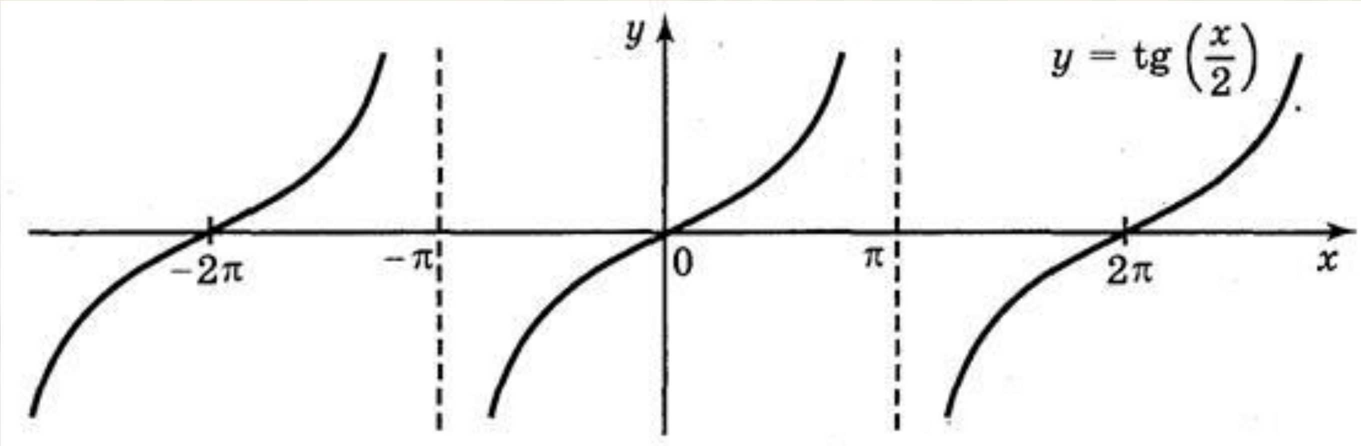
Постройте график функций а) y = tg 2x; б) y = tgx;

Решение

а)



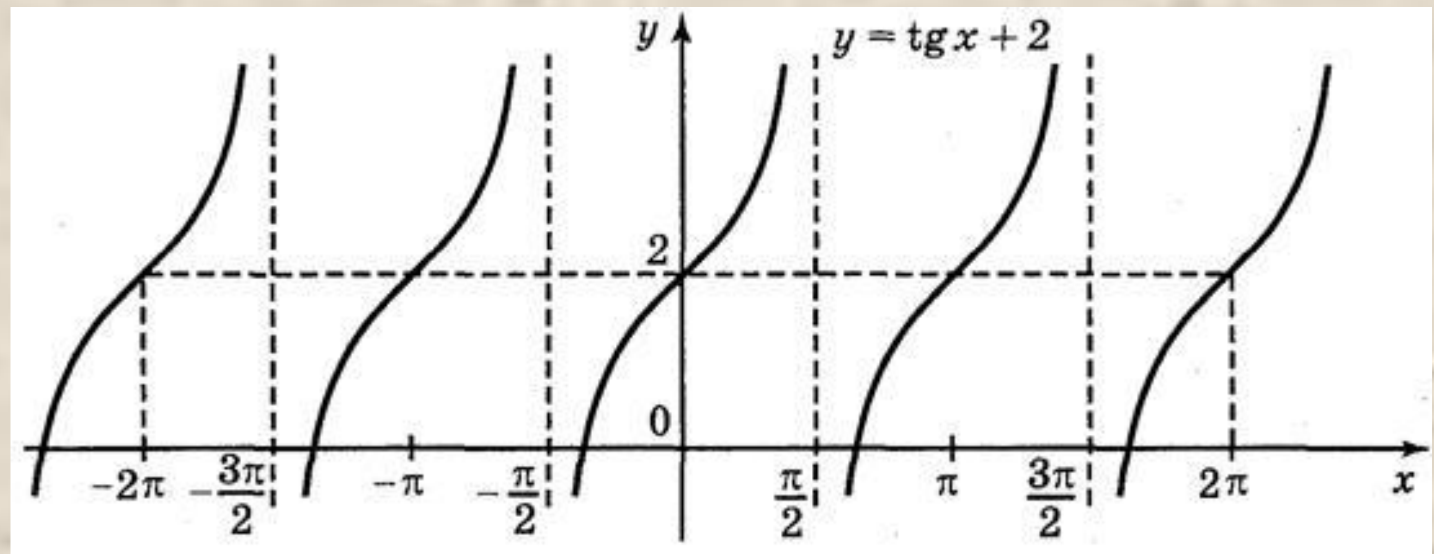
б)



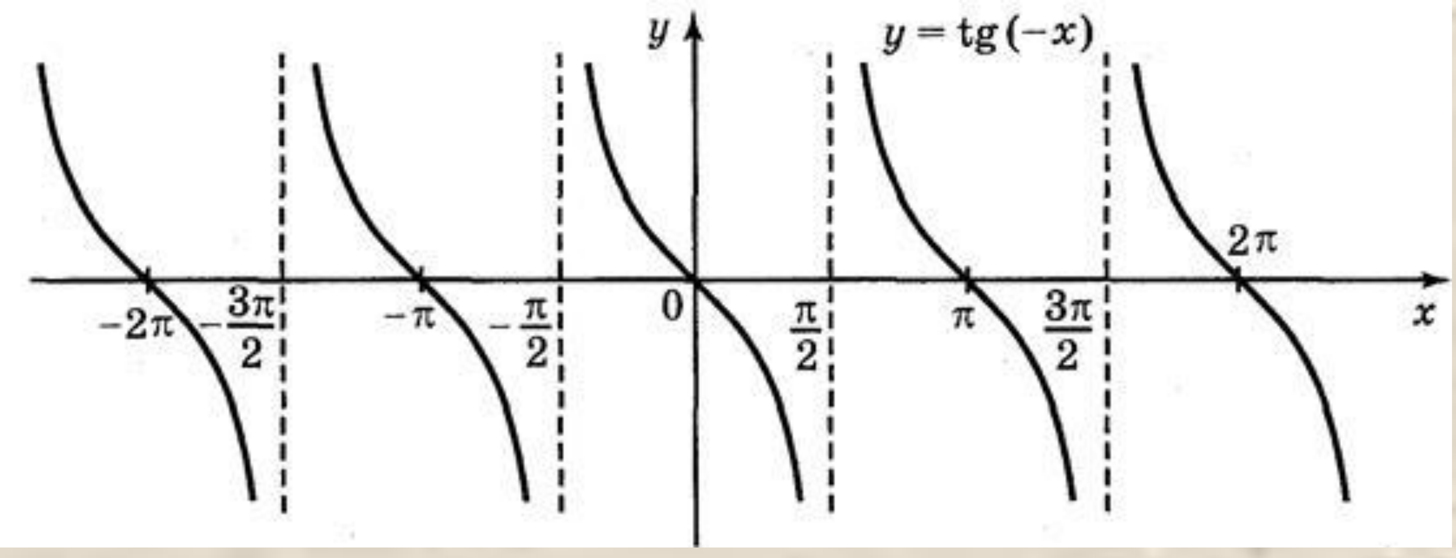
в) $y = \operatorname{tg} x + 2$; г) $y = \operatorname{tg}(-x)$.

Решение

в)

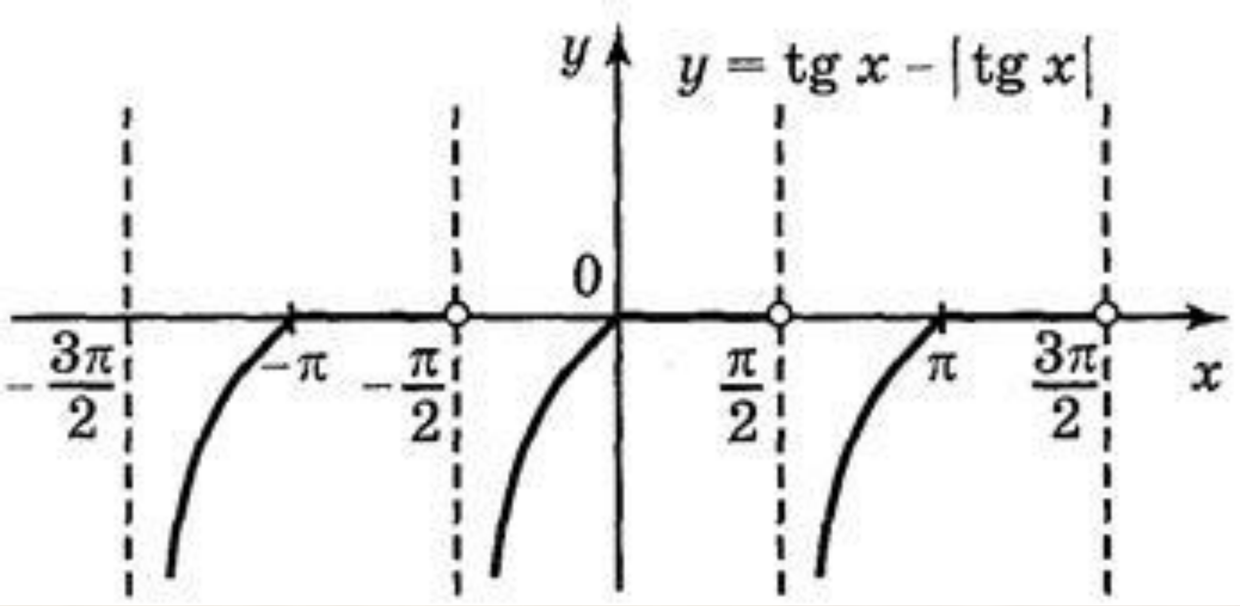


г)

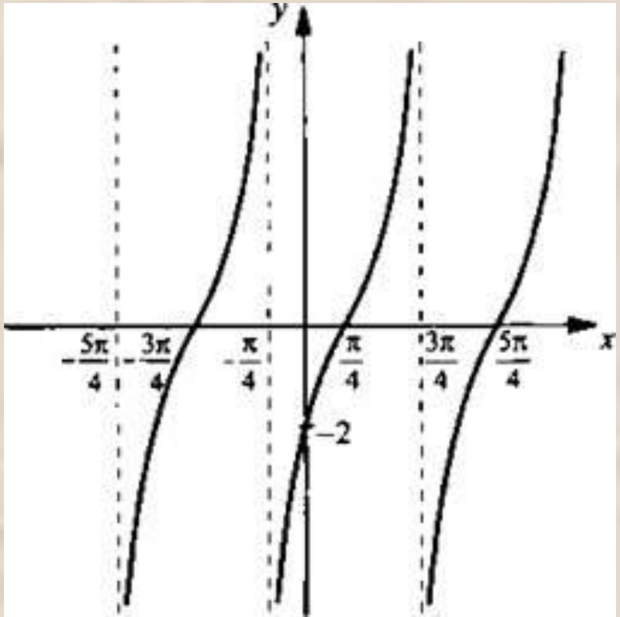


$д)\ y = tgx - |tgx| \qquad е)\ y = 2tg\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$

д)



е)



Задача №4

Установить чётность или нечётность функции

$$y(x) = 3tg^4 2x - 2tg^2 \frac{x}{3} + 5\cos x$$

Решение

$$y(-x) = 3tg^4(-2x) - 2tg^2\left(-\frac{x}{3}\right) + 5\cos(-x) =$$

$$= 3(-tg\,2x)^4 - 2\left(-tg\frac{x}{3}\right)^2 + 5\cos x =$$

$$= 3tg^4 2x - 2tg^2\frac{x}{3} + 5\cos x$$

Так как выполнено равенство y(-x) = y(x), то функция y(x) по определению четная.

Задания для самостоятельного решения

1) Постройте графики функций

а) $y = tg(x + \pi/3)$;

б) $y = 3 - tgx$;

в) $y = tg\,(x + \pi/2)$

г) $y = tg\,(x - \pi/3)$

д) $y = tgx + 5$

2) Определить чётность или нечётность функции:

$$а)\ y(x) = 2tg^3 4x + 3tg^2 \frac{x}{2} \cdot \sin x$$

$$б)\ y(x) = \frac{7\cos x}{tg^3 x + 1}$$

$$в)\ y(x) = \frac{x^4 + 1}{tgx - 1}$$

$$г)\ y(x) = 2x^5 - tg^3 x + 7$$

3) Решить графически уравнения:

$$а)\ tgx = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$б)\ tgx = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$в)\ tgx = -1$$

$$г)\ tgx = -\sqrt{3}$$

4) Используя свойства функции y = tg x, сравните числа:

$$а)\ tg(-2{,}6\pi)\ и\ tg(-2.61\pi)$$

$$б)\ tg(2.7\pi)\ и\ tg(2.75\pi)$$

$$в)\ tg2\ и\ tg3$$

$$г)\ tg1\ и\ tg1{,}5$$

5) Используя свойства функции y = tg x, сравните числа:

$$а)\ tg25^{\circ};\ tg65^{\circ};\ tg15^{\circ}$$

$$б)\ tg(-1);\ tg(-2);\ tg(-3)$$

$$в)\ tg(-5);\ tg(-3);\ tg3$$

Заключение.

Мы рассмотрели график функции

$y = \mathrm{tg}\, x$,

изучили особенности ее поведения, использовали их и свойства функции при решении задач.