

# 1.3. ОБРАТНАЯ МАТРИЦА

*Матрица  $A^{-1}$  называется обратной к матрице  $A$ , если*

$$AA^{-1}=A^{-1}A=E$$

*где  $E$  – единичная матрица*

# *Алгоритм нахождения обратной матрицы*

1

*Определяем, квадратная ли матрица. Если нет, то обратной матрицы для нее не существует.*

2

*Находим определитель  
матрицы.  
Если он равен нулю, то  
обратной  
матрицы не существует.*

3

*Заменяем каждый элемент  
матрицы  
его алгебраическим  
дополнением.*

4

*Полученную матрицу  
транспонируем.*

5

*Каждый элемент полученной матрицы делим на определитель исходной матрицы. Получаем матрицу, обратную к данной.*

6

*Делаем проверку. Для этого  
перемножаем полученную и  
исходную  
матрицы. Должна  
получиться  
единичная матрица.*

# *Пример.*

*Найти матрицу, обратную к матрице*

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$



# Решение:

Применяем алгоритм нахождения обратной матрицы.

① Матрица квадратная, следовательно обратная матрица для нее существует.

② Находим определитель:

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 2 \cdot 2 - 3 \cdot 1 = 1 \neq 0$$

3

Находим алгебраические дополнения  
каждого элемента матрицы:

$$A_{11} = (-1)^2 \cdot M_{11} = 2$$

$$A_{12} = (-1)^3 \cdot M_{12} = -3$$

$$A_{21} = (-1)^3 \cdot M_{21} = -1$$

$$A_{22} = (-1)^2 \cdot M_{22} = 2$$

Составляем из полученных значений  
матрицу:

$$\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

④ Транспонируем ее:

$$\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$$

⑤ Каждый элемент матрицы делим на определитель  $\Delta=1$  и получаем обратную матрицу:

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$$

⑥ Проверим:

$$A \cdot A^T = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 2 \cdot 2 + 1 \cdot (-3) & 2 \cdot (-1) + 1 \cdot 2 \\ 3 \cdot 2 + 2 \cdot (-3) & 3 \cdot (-1) + 2 \cdot 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = E$$