



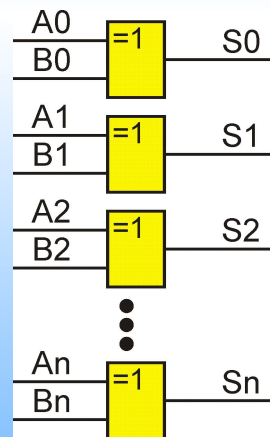
Сумматоры, вычитатели, АЛУ

Adders, Subtractors, ALU

Суммирование двоичных чисел по модулю 2

Мы уже знаем как просуммировать два двоичных числа без переноса (по модулю 2)

A	1	1	1	0	1	0	0	1
B	1	1	0	0	1	1	0	1
SUM	0	0	1	0	0	1	0	0



Но требуется и «нормальная» арифметика

Суммирование двоичных чисел

В обычной арифметике используется перенос

Разрядная сетка

Перенос

Bit n	C	7	6	5	4	3	2	1	0
A		1	1	1	0	1	0	0	1
B		1	1	0	0	1	1	0	1
SUM	1	1	0	1	1	0	1	1	0

Как?

Полусумматор

Half Adder

Bit N	C	7	6	5	4	3	2	1	0
Carry								1	
A		1	1	1	0	1	0	0	1
B		1	1	0	0	1	1	0	1
SUM	1	1	0	1	1	0	1	1	0

Перенос



Полусумматор

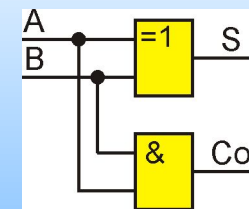
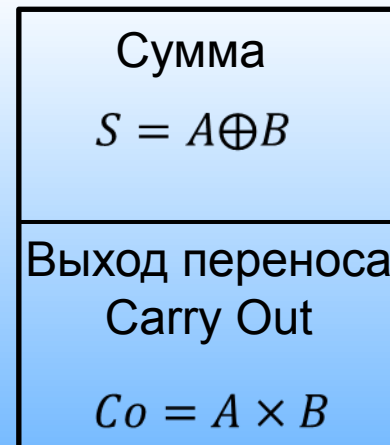
Half Adder

Bit N	1	0
Carry	1	
A		1
B		1
SUM		0

Таблица истинности

Входы Выходы

A	B	S	Co
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1



Полный сумматор

Full Adder

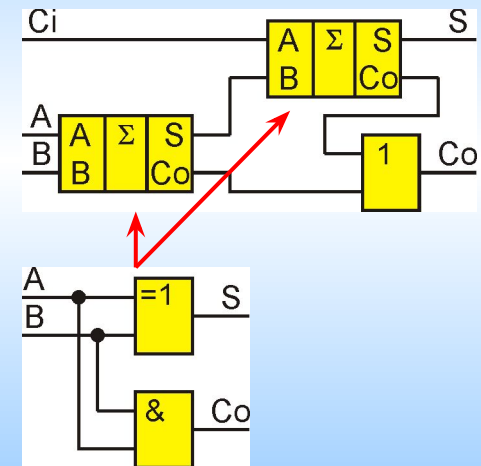
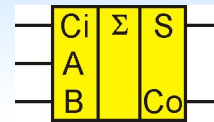
Суммирование с учетом переноса

Таблица истинности

Входы Выходы

Ci	A	B	S	Co
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

Bit N	C	7	6	5	4	3	2	1	0
Carry							0	1	
A		1	1	1	0	1	0	0	1
B		1	1	0	0	1	1	0	1
SUM	1	1	0	1	1	0	1	1	0



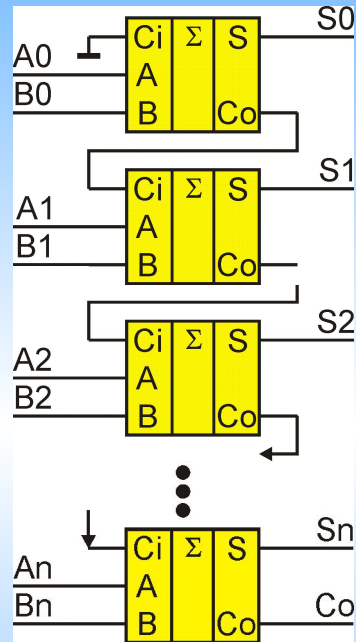
$$S = A \oplus B \oplus Ci$$

$$Co = A \times B + (A \oplus B) \times Ci$$

Конечно можно и на основных логических элементах.

Многоразрядный сумматор с последовательным переносом

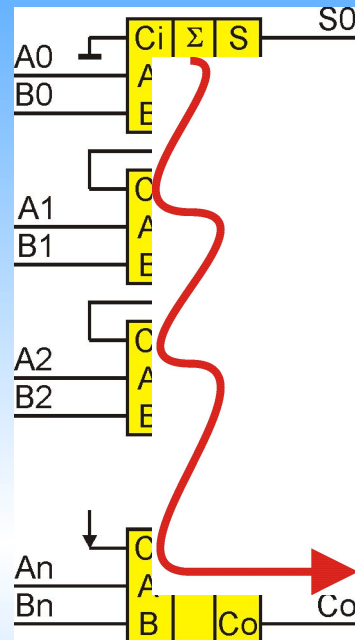
Ripple Adder



Время выполнения

Многоразрядный сумматор с последовательным переносом

Ripple Adder



Время выполнения операции

$$T_{sum} = n \times \tau$$

n - разрядность сумматора

τ - задержка распространения по переносу

Время выполнения

Как уменьшить время операции?

Теоретически можно реализовать комбинаторную схему на основных логических элементах

A0	A0	Σ		
A1	A1			
A2	A2		S0	S0
⋮				S1
⋮		S2	S2	S2
An	An		Sn	⋮
B0	B0		Co	Co
B1	B1			
B2	B2			
⋮				
Bn	Bn			

Тогда время выполнения операции

$$T_{sum} = \tau$$

В n раз быстрее.

Для современных сумматоров с $n=64$ требуется реализовать $n+1$ таблицу истинности со 128-ю переменными.

$$\text{Количество строк} = 2^{128} \approx 3,4 \times 10^{38}$$

Это немыслимо!

Время выполнения

Как уменьшить время операции?
 Надо искать компромисс.

Такой блок вполне можно реализовать на основных логических элементах

Ci		Σ		
A0	A0		S0	S0
A1	A1		S1	S1
A2	A2		S2	S2
A3	An		Sn	S3
B0	B0		Co	Co
B1	B1			
B2	B2			
B3	Bn			

Ci		Σ		
A0	A0		S0	S0
A1	A1		S1	S1
A2	A2		S2	S2
A3	An		Sn	S3
B0	B0		Co	Co
B1	B1			
B2	B2			
B3	Bn			

Ci		Σ		
A0	A0		S0	S0
A1	A1		S1	S1
A2	A2		S2	S2
A3	An		Sn	S3
B0	B0		Co	Co
B1	B1			
B2	B2			
B3	Bn			

Ускорение в 4 раза

Схемы ускоренного переноса
 Carry Look-ahead Adder

Bit N	7	6	5	4	3	2	1	0
A	1	1	1	0	1	0	1	1
B	1	1	0	0	1	0	0	1
Subtr	0	0	1	0	0	0	1	0

Как реализовать ?

Вычитание через сложение. Дополнительный код.

Десятичная арифметика. Двухразрядная сетка.

Пример 1

$$75-22=53$$

Фокус-покус:

Отрицательное число -22 представим в дополнительном (до 100) коде

Максимальное число в
заданной разрядной сетке

Отрицательное число -22 в
дополнительном коде

$$-22=99-22+1=78_{\text{complement}}$$

$$75+78=153$$

Пример 2

$$18-38=-20$$

$$-18=99-18+1=72_{\text{complement}}$$

$$18+72=080$$

80 это -20 в
дополнительном коде

Знаковый разряд

Вычитание через сложение. Дополнительный код.

Двоичная арифметика. Восемьразрядная сетка.

Bit N	7	6	5	4	3	2	1	0
A	1	1	1	0	1	0	1	1
B	1	1	0	0	1	0	0	1
Subtr	0	0	1	0	0	0	1	0

$$B_{\text{compliment}} = 11111111 - B + 1$$

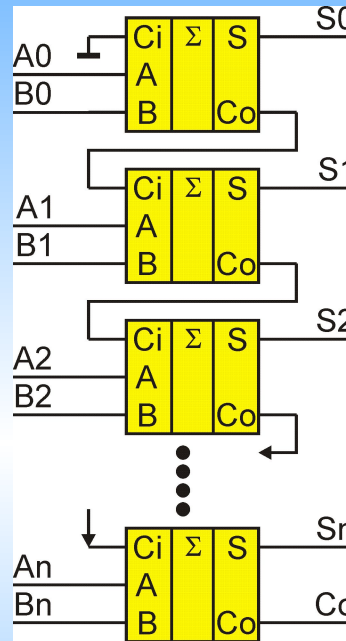
	1	1	1	1	1	1	1	1
B	1	1	0	0	1	0	0	1
Subtr	0	0	1	1	0	1	1	0

$$B_{\text{compliment}} = \bar{B} + 1$$

$$A - B = A + B_{\text{compliment}} = A + \bar{B} + 1$$

Последовательный вычитатель A-B

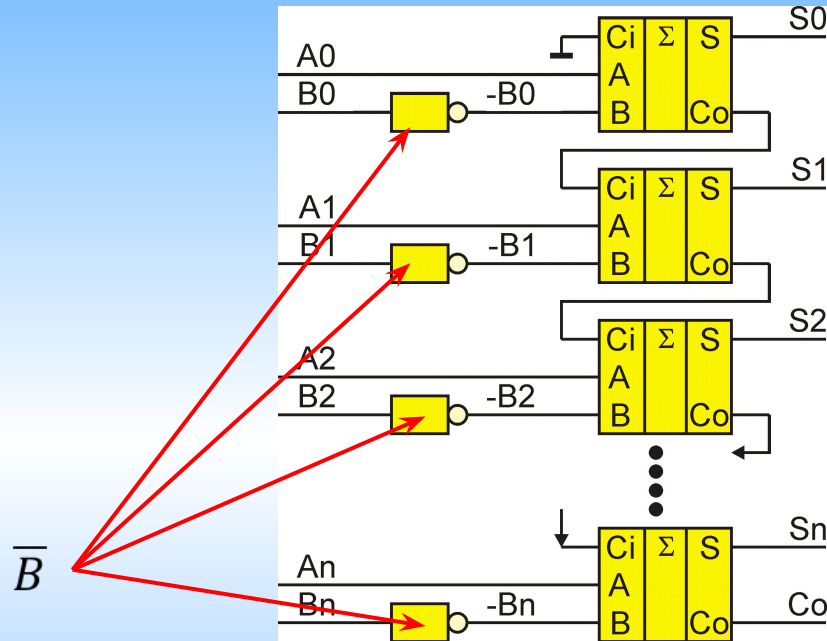
$$A - B = A + B_{complement} = A + \overline{B} + 1$$



Сумматор

Последовательный вычитатель А-В

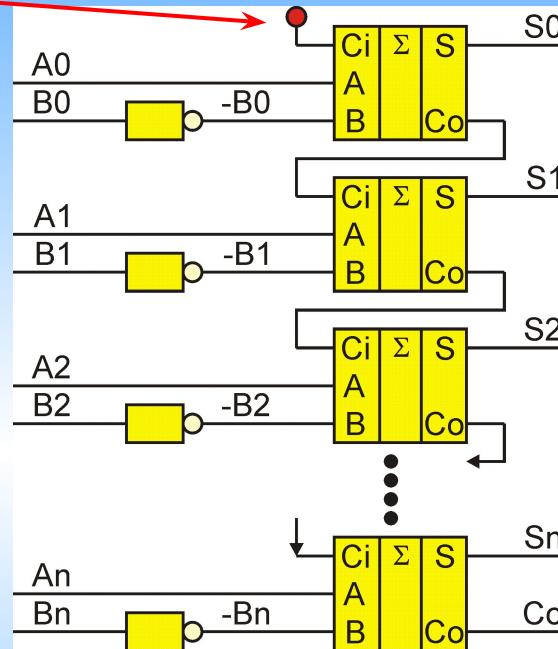
$$A - B = A + B_{complement} = A + \overline{B} + 1$$



Последовательный вычитатель А-В

$$A - B = A + B_{complement} = A + \bar{B} + 1$$

Добавление 1



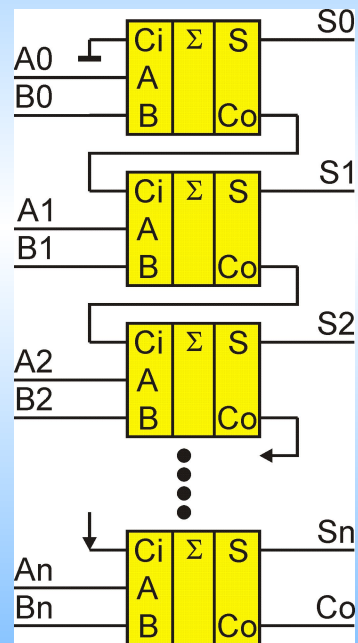
Простейшее АЛУ

Арифметически-Логическое Устройство
Arithmetic Logic Unit (ALU)

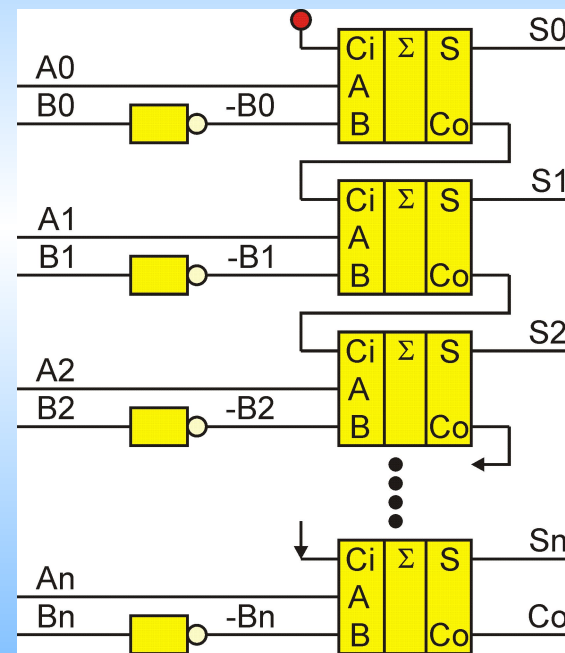
Две операции:

- $A+B$
- $A-B$

Сложение $A+B$



Вычитание $A-B$



Можно ли одним устройством?

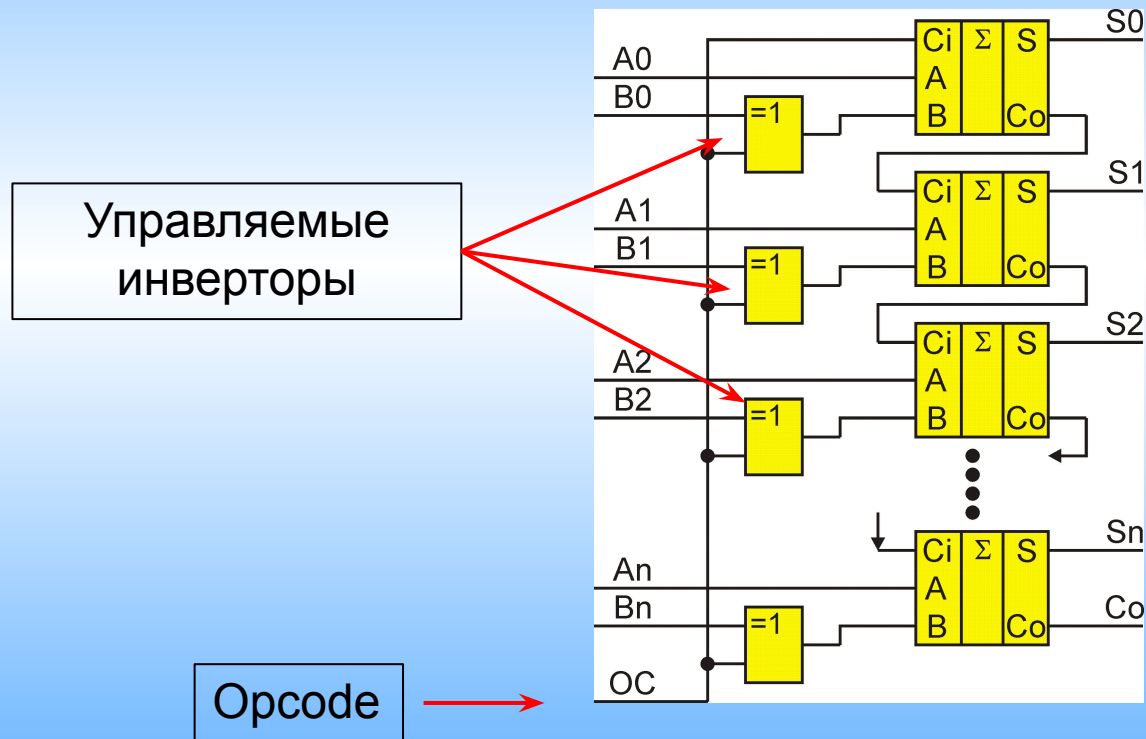
Простейшее АЛУ

Арифметически-Логическое Устройство
Arithmetic Logic Unit (ALU)

Две операции:

A+B

A-B

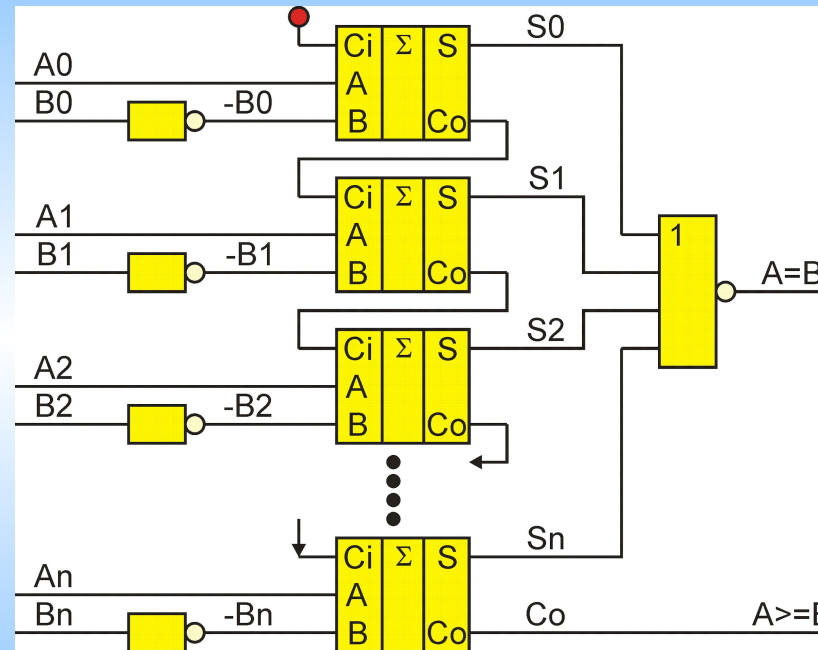


ОС	Операция
0	A+B
1	A-B

Простейшее АЛУ

Арифметически-Логическое Устройство. Компаратор.

A-B



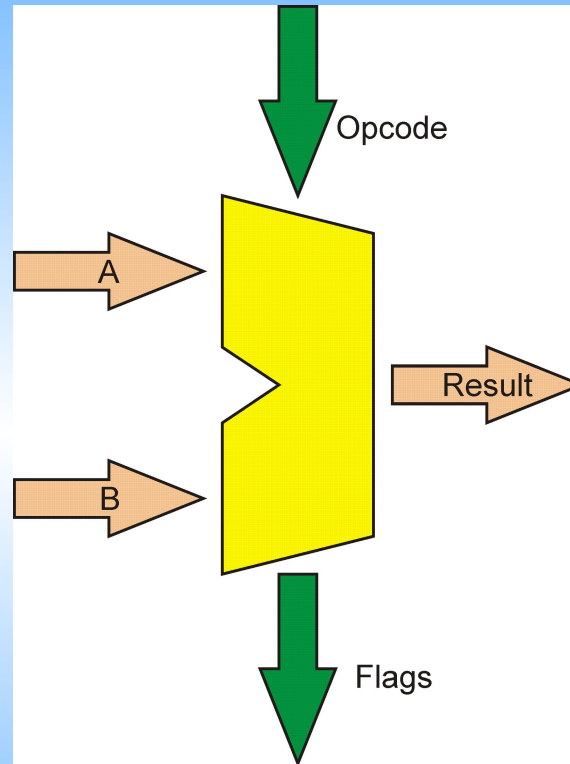
Флаги

$A \geq B$

Простейшее АЛУ

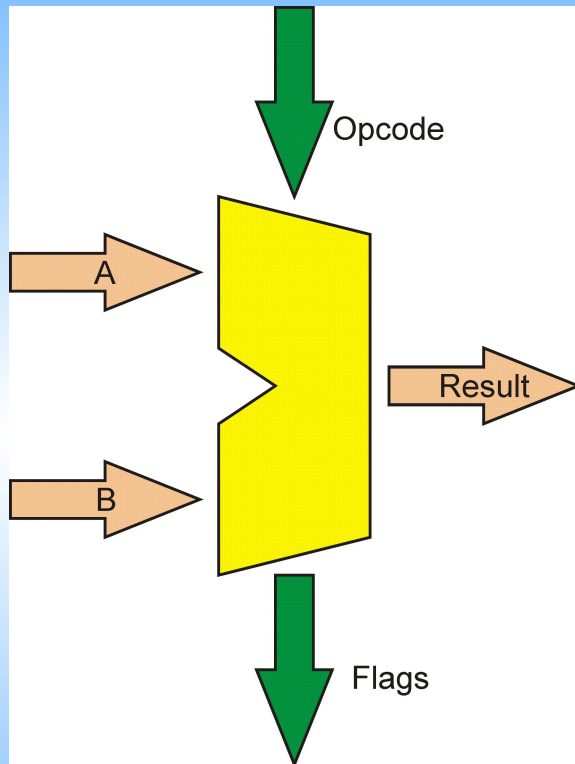
Арифметически-Логическое Устройство
Arithmetic Logic Unit (ALU)

Много операций:



Простейшее АЛУ

Арифметически-Логическое Устройство
Arithmetic Logic Unit (ALU)



Операции	
Арифметические	Логические
A+B	A>B
A-B	
B-A	
A+1	
A-1	
B+1	
B-1	