

Волжский государственный университет водного транспорта

*Курс лекций
по теоретической механике
доцент каф. ПМ и ПТМ
Гордлеева И.Ю.*

Содержание

- **Лекция 1.** Введение. Основные понятия. Аксиомы статики. Связи и реакции связей.
- **Лекция 2.** Система сходящихся сил. Теорема о трех силах. Аналитическое определение равнодействующей сходящихся сил. Уравнения равновесия.
- **Лекция 3.** Произвольная плоская система сил. Момент силы относительно точки. Пара сил. Теоремы о парах. Метод Пуансо. Главный вектор и главный момент. Уравнения равновесия. Три формы уравнений равновесия. Теорема Вариньона.
- **Лекция 4.** Плоские фермы. Методы расчета. Метод вырезания узлов. Метод Риттера. Понятие о линиях влияния опорных реакций и усилий. Равновесие сочлененных тел. Условие равновесия рычага. Условие устойчивости тела на опрокидывание. Кинематический способ определения реакций (принцип возможных перемещений).
- **Лекция 5.** Трение скольжения. Основные законы. Способы определения коэффициента трения. Угол трения. Конус трения. Учет сил трения при решении задач на равновесие. Сопротивление при качении.
- **Лекция 6.** Произвольная пространственная система сил. Моменты силы относительно центра и оси. Связь момента силы относительно точки и момента силы относительно оси. Теоремы о парах. Сложение произвольно расположенных сил в пространстве. Главный вектор и главный момент.
- **Лекция 7.** Аналитическое определение главного вектора и главного момента. Уравнения равновесия произвольной пространственной системы сил. Возможные случаи приведения системы. Зависимость главного момента от выбора центра приведения. Инварианты системы. Теоремы Вариньона.
- **Лекция 8.** Сложение параллельных сил. Центр параллельных сил. Центр тяжести. Определение положения центра тяжести однородных тел. Центры тяжести простейших фигур. Способы определения положения центров тяжести.

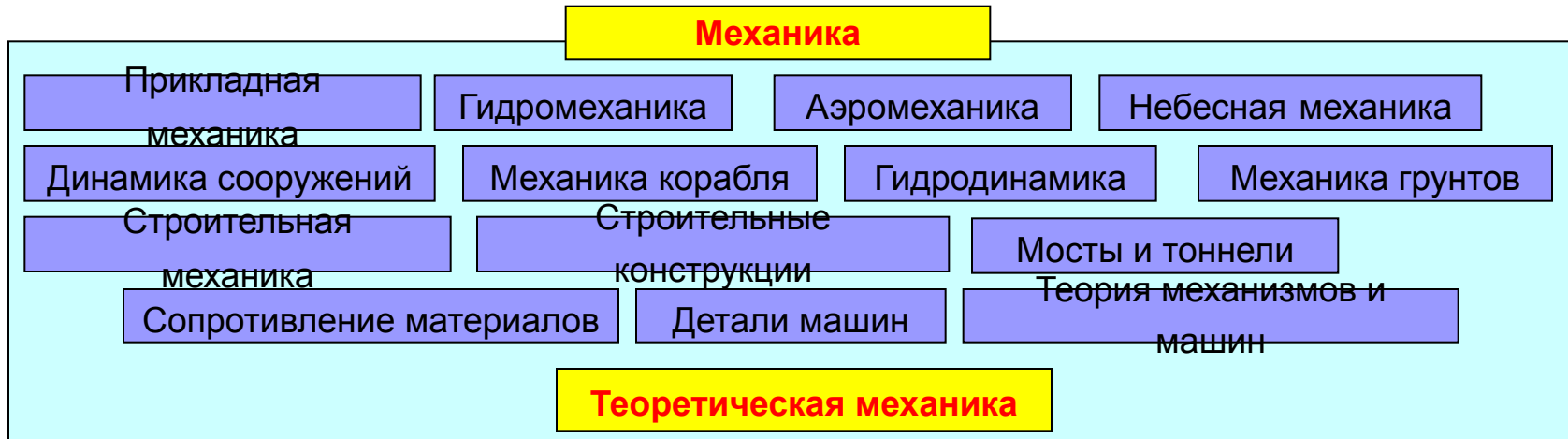
Рекомендуемая литература

1. Яблонский А.А. Курс теоретической механики. Ч.1. М.: Высшая школа. 1977 г. 368 с.
2. Мещерский И.В. Сборник задач по теоретической механике. М.: Наука. 1986 г. 416 с.
3. Сборник заданий для курсовых работ /Под ред. А.А. Яблонского. М.:Высшая школа. 1985 г. 366 с.

Лекция 1

Введение

Под названием “*механика*” объединяется ряд наук, изучающих механическое движение и механическое взаимодействие твердых и деформируемых тел, а также жидких и газообразных сред.



Механическое движение – один из видов движения материи, выражающееся в *изменении* с течением времени *взаимных положений* тел или их частей.

Механическое взаимодействие – один из видов взаимодействия материи, вызывающий *изменение механического движения* тел или их частей, а также *препятствующий изменению* их взаимных положений.

Теоретическая механика – изучает *законы механического движения и механического взаимодействия*, общие для любых тел.

Общность законов, пригодность для любых тел и систем, достигается *абстрагированием* (отвлечением) от несущественных особенностей рассматриваемого тела и *выделением наиболее важных особенностей*. Именно по этому теоретическая механика является базовой наукой, на основе которой изучаются другие прикладные технические дисциплины.

Основные абстрактные образы (модели) материальных тел и систем:

Материальная точка (МТ) – не имеет размеров, но в отличие от геометрической точки обладает массой, равной массе того тела, которое изображается данной материальной точкой.

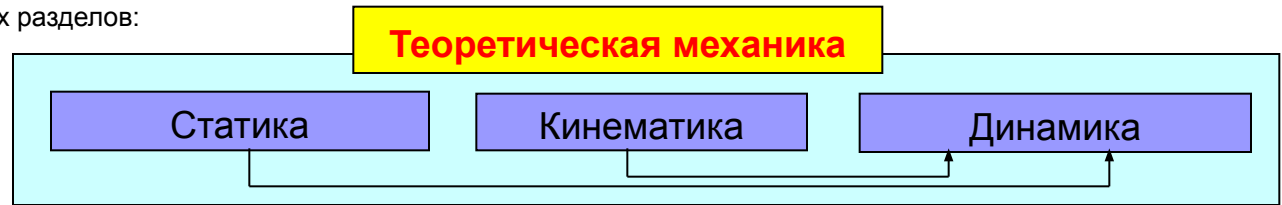
Абсолютно твердое тело (АТТ) – система МТ, в которой расстояние между ними не изменяются ни при каких воздействиях.

Механическая система (МС) – совокупность МТ или АТТ, связанных между собой общими законами движения или взаимодействия.

В зависимости от условия задачи и выбора объекта изучения одно и то же физическое тело может быть принято за МТ, АТТ или МС. Например, Земля при изучении ее движения вокруг Солнца принимается за МТ, а при изучении ее вращения вокруг собственной оси – за АТТ. При изучении явлений, происходящих на Земле (приливы и отливы, перемещения коры и т.п.), Земля рассматривается как МС.

Лекция 1 (продолжение – 1.2)

Теоретическая механика состоит из трех разделов:



Статика – изучает условия относительного равновесия механических систем. Для осуществления равновесия необходимо определенное соотношение сил, поэтому в статике изучаются общие свойства сил, правила замены сил другими силами, эквивалентными с точки зрения равновесия.

Кинематика – изучает механическое движение без учета сил, вызывающих это движение или влияющих на него. Таким образом, устанавливаются некоторые количественные меры движения с чисто геометрической точки зрения.

Динамика – изучает механическое движение в связи с действующими силами на объект движения. Таким образом, изучается связь между движением и действующими силами.

Основные понятия теоретической механики

Сила – мера механического взаимодействия. Сила моделируется вектором, характеризуемым направлением и величиной (модулем).

Кинематическое состояние тела – состояние покоя или движения с неизменными параметрами.

Система сил – совокупность сил, приложенных к рассматриваемому объекту.

Равнодействующая – сила, эквивалентная системе сил, т.е. не изменяющая кинематическое состояние.

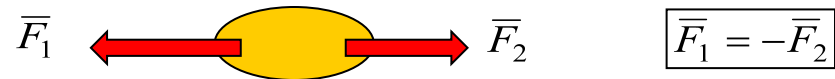
Эквивалентная система сил – заменяет данную систему сил без изменения кинематического состояния объекта.

Взаимно уравновешенная система сил – под ее действием объект находится в равновесии.

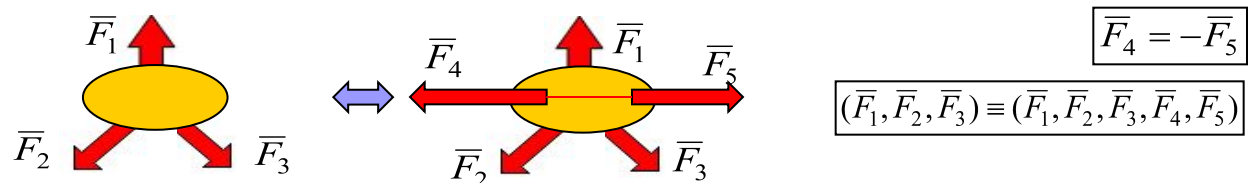
Аксиомы статики

1. **Аксиома инерции** – Под действием взаимно уравновешенной системы сил тело находится в состоянии покоя или равномерного прямолинейного движения.

2. **Аксиома двух сил** – Если тело под действием двух сил находится в равновесии, то эти силы равны по модулю и направлены по одной прямой в противоположные стороны. Такие две силы представляют собой простейшую взаимно уравновешенную систему сил.



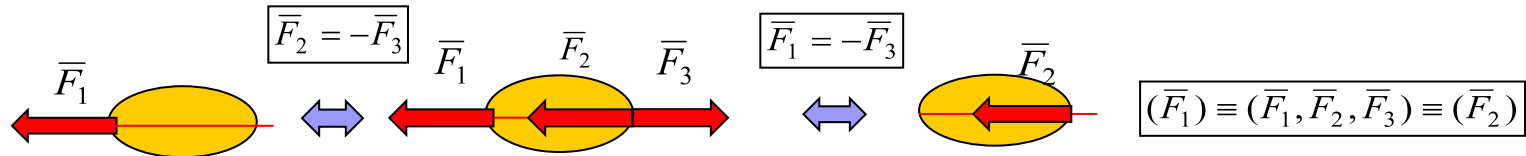
3. **Аксиома присоединения** – Если к заданной системе сил присоединить (или изъять) взаимно уравновешенную систему сил, то кинематическое состояние тела не изменится.



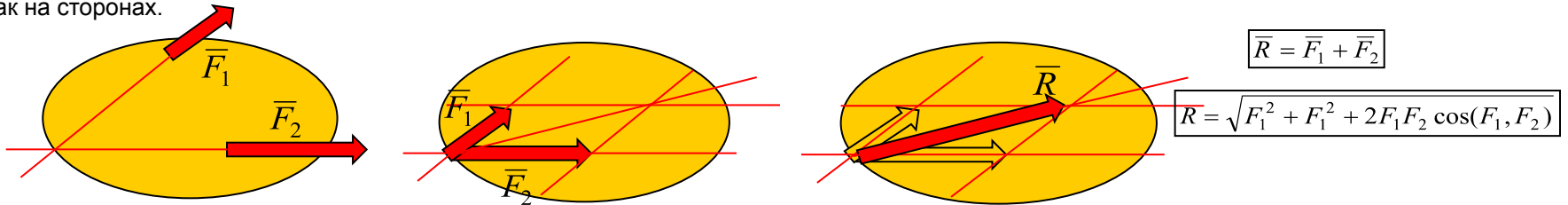
Лекция 1 (продолжение – 1.3)

Аксиомы статики (продолжение)

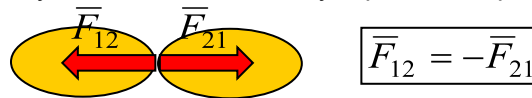
Следствие из аксиомы присоединения – Кинематическое состояние тела не изменится, если силу перенести по линии ее действия.



4. **Аксиома параллелограмма** – Равнодействующая двух пересекающихся сил равна диагонали параллелограмма, построенного на этих силах как на сторонах.



5. **Аксиома действия и противодействия** – Всякому действию соответствует равное и противоположное противодействие (III закон Ньютона).



6. **Аксиома отвердевания** – Равновесие деформируемого тела сохраняется при его затвердевании (обратное справедливо не всегда).

Связи и реакции связей

Свободное тело – свобода перемещений тела не ограничивается никакими другими телами.

Несвободное тело – его движение ограничено другими телами.

Связь – тело, ограничивающее свободу перемещений объекта.

Реакция связи – сила, действующая на объект со стороны связи.

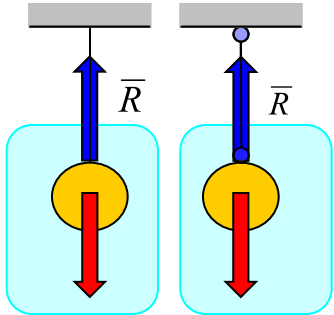
Принцип освобожденности от связи – несвободное тело можно рассматривать как свободное, если отбросить связи и заменить их действие соответствующими реакциями.

Лекция 1 (продолжение – 1.4)

Связи и реакции связей (продолжение)

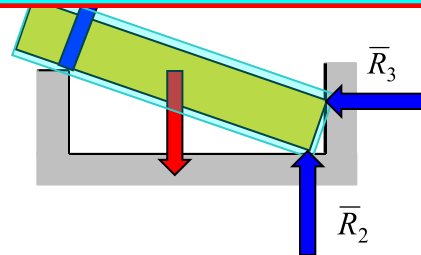
Виды связей и их реакции:

1. Нить, шарнирный стержень:



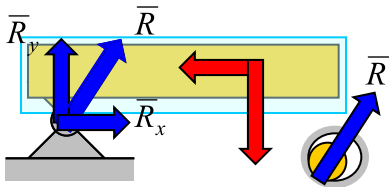
Реакция нити (стержня) направлена по нити (по стержню).

Общее правило для связей любого вида:
Если связь препятствует одному или нескольким перемещениям (максимальное число перемещений – три поступательных и три вращательных), то по направлению именно этих и только этих перемещений возникают соответствующие реакции (силы и моменты).



Реакция гладкой поверхности направлена перпендикулярно общей касательной плоскости, проведенной к соприкасающимся поверхностям тела и связи.

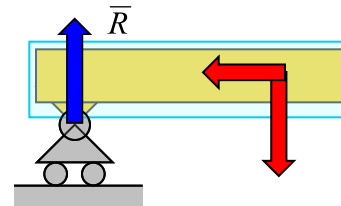
3. Неподвижный цилиндрический шарнир:



Реакция неподвижного шарнира проходит через центр шарнира

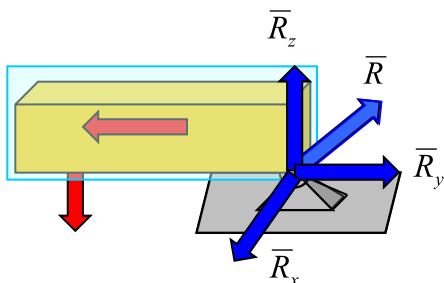
Реакцию неподвижного шарнира можно разложить на две составляющие, например, R_x и R_y , параллельные координатным осям.

4. Подвижный цилиндрический шарнир:



Реакция подвижного шарнира проходит через центр шарнира перпендикулярно оси шарнира и плоскости опирания.

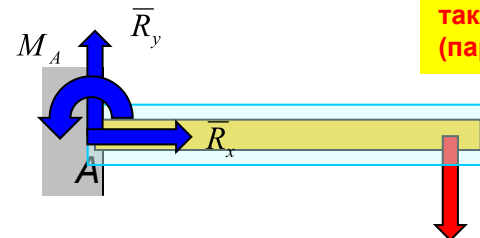
5. Неподвижный сферический шарнир:



Реакция неподвижного сферического шарнира

Реакцию неподвижного сферического шарнира можно разложить на три составляющие, например, R_x , R_y , R_z , параллельные координатным осям.

6. Жесткая плоская заделка:



В жесткой плоской заделке возникает три реактивных усилия: две составляющие реактивные силы R_x и R_y , а также реактивный момент (пара сил) M_A .

Лекция 2

Система сходящихся сил – линии действия сил пересекаются в одной точке.

План исследования любой системы сил соответствует последовательному решению трех вопросов :

1. Как упростить систему?
2. Каков простейший вид системы?
3. Каковы условия равновесия системы?

1. Перенесем все силы по линии их действия в точку пересечения (кинематическое состояние тела при этом не изменится – следствие из аксиомы присоединения).

Сложим первые две силы F_1 и F_2 (аксиома параллелограмма).
Количество сил уменьшилось на единицу.

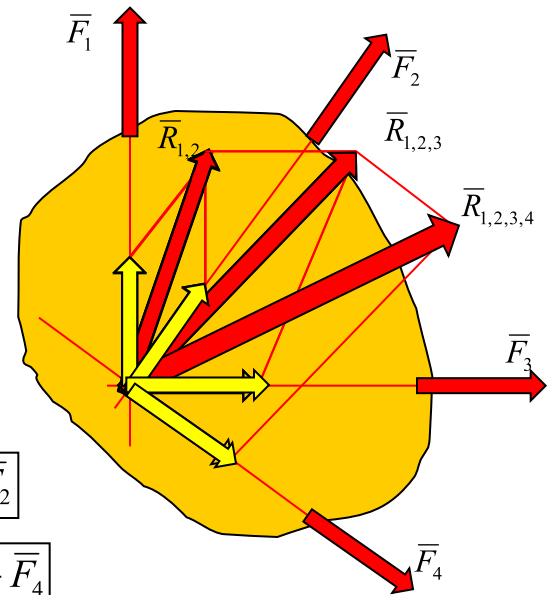
Сложим полученную равнодействующую R_{12} со следующей силой F_3 .
Количество сил вновь уменьшилось на единицу.

Повторим эту же операцию со следующей силой F_4 .
Осталась всего одна сила, эквивалентная исходной системе сил.

$$\bar{R}_{1,2} = \bar{F}_1 + \bar{F}_2$$

$$\bar{R}_{1,2,3} = \bar{R}_{1,2} + \bar{F}_3$$

$$\bar{R}_{1,2,3,4} = \bar{R}_{1,2,3} + \bar{F}_4$$



Сложение сил построением параллелограммов можно заменить построением **силового треугольника** – выбирается одна из сил или изображается параллельно самой себе с началом в любой произвольной точке, все другие **силы изображаются параллельными самим себе с началом, совпадающим с концом предыдущей силы**.

Результатом такого сложения является вектор, направленный из начала первой силы к концу последней из сил.

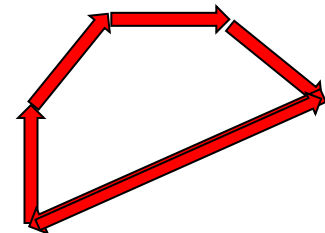
2. **Простейший вид системы** – сила, приложенная в точке пересечения исходных сил. Таким образом, сходящаяся система сил приводится к одной силе – **равнодействующей** (силе, эквивалентной исходной системе сил), равной геометрической сумме сил системы.

$$\bar{R} = \bar{F}_1 + \bar{F}_2 + \bar{F}_3 + \bar{F}_4 + \dots = \sum \bar{F}_i$$

3. Если равнодействующая системы оказывается не равной нулю, тело под действием такой системы силы будет двигаться в направлении равнодействующей (система сил не уравновешена). Для того, чтобы уравновесить систему достаточно приложить силу, равную полученной равнодействующей и направленной в противоположную сторону (аксиома о двух силах). Таким образом, **условием равновесия системы сходящихся сил является обращение равнодействующей в ноль**.

$$\bar{R} = \sum \bar{F}_i = 0$$

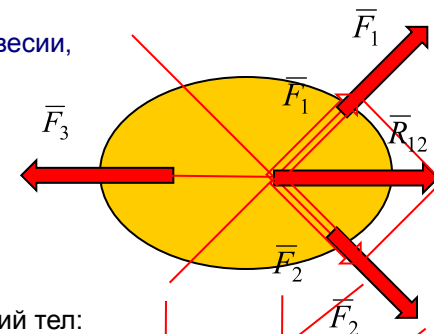
Это условие эквивалентно замкнутости силового треугольника определенным образом, а именно, **направление всех сил при обходе по контуру не изменяется по направлению**:



Лекция 2 (продолжение – 2.2)

- **Теорема о трех силах** – Если тело, под действием трех непараллельных сил находится в равновесии, то линии действия этих сил пересекаются в одной точке.

1. Перенесем две силы по линии их действия в точку их пересечения (кинематическое состояние тела при этом не изменится – следствие из аксиомы присоединения).
2. Сложим эти силы (аксиома параллелограмма). Теперь система состоит всего из двух сил. А такая система находится в равновесии, если эти силы равны между собой и направлены по одной линии в противоположные стороны. Таким образом, все три силы пересекаются в одной точке.

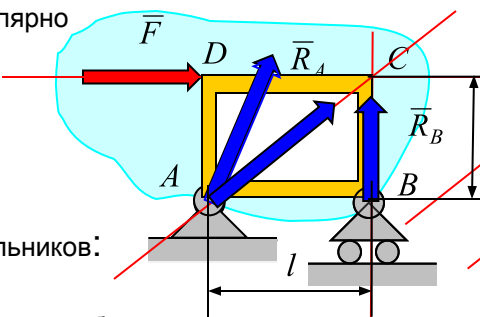


Теорема о трех силах может эффективно применяться для определения направления одной из двух реакций тел:

Реакция подвижного шарнира R_B направлена вертикально (перпендикулярно опорной плоскости). Направление (угол наклона к горизонту) реакции неподвижного шарнира R_A пока не определено.

Если тело под действием трех сил F , R_A и R_B находится в равновесии, то все три силы должны пересекаться в одной точке (в точке C) :

Действительные направления и величины реакций легко определяются построением силового треугольника и использованием подобия треугольников:



$$\frac{R_B}{F} = \frac{h}{l}$$

$$R_A = \sqrt{F^2 + R_B^2}$$

- **Аналитическое определение равнодействующей** –

Каждая из сил, геометрическая сумма которых дает **равнодействующую**, может быть представлена через ее проекции на координатные оси и единичные векторы (орты):

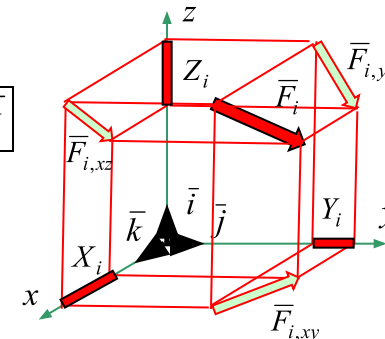
$$\vec{F}_i = X_i \vec{i} + Y_i \vec{j} + Z_i \vec{k}$$

Тогда равнодействующая выражается через проекции сил в виде:

$$\vec{R} = \sum \vec{F}_i = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots = X_1 \vec{i} + Y_1 \vec{j} + Z_1 \vec{k} + X_2 \vec{i} + Y_2 \vec{j} + Z_2 \vec{k} + \dots$$

Группировка по ортам дает выражения для проекций равнодействующей:

$$\vec{R} = (X_1 + X_2 + \dots) \vec{i} + (Y_1 + Y_2 + \dots) \vec{j} + (Z_1 + Z_2 + \dots) \vec{k} = R_x \vec{i} + R_y \vec{j} + R_z \vec{k}$$



Отсюда проекции равнодействующей :

$$R_x = \sum X_i;$$

$$R_y = \sum Y_i;$$

$$R_z = \sum Z_i;$$

Направляющие косинусы равнодействующей :

$$\cos(\vec{R}, x) = \frac{R_x}{R};$$

$$\cos(\vec{R}, y) = \frac{R_y}{R}.$$

- **Уравнения равновесия сходящейся системы сил**

Условие равновесия:
Равнодействующая должна обращаться в ноль:

$$\vec{R} = 0$$

Отсюда **уравнения равновесия** :

$$\sum X_i = 0;$$

$$\sum Y_i = 0;$$

$$\sum Z_i = 0.$$

Модуль равнодействующей :

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2}$$