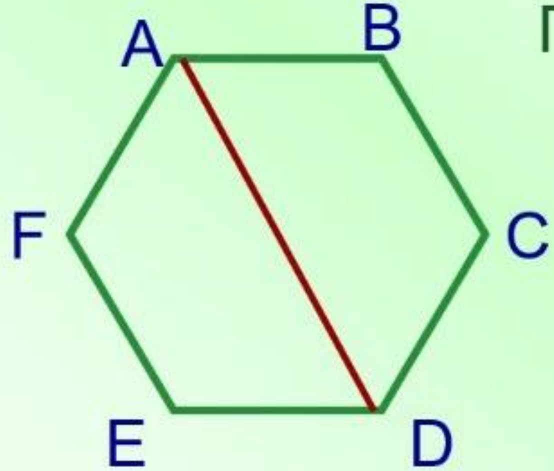
ПРАВИЛЬНІ МНОГОКУТНИКИ. ДОВЖИНА КОЛА. ПЛОЩА КРУГА

Многокутник



Проста замкнена ламана, сусідні ланки якої не лежать на одній прямій називається многокутником.

Вершини ламаної називаються вершинами многокутника, а ланки ламаної - сторонами многокутника

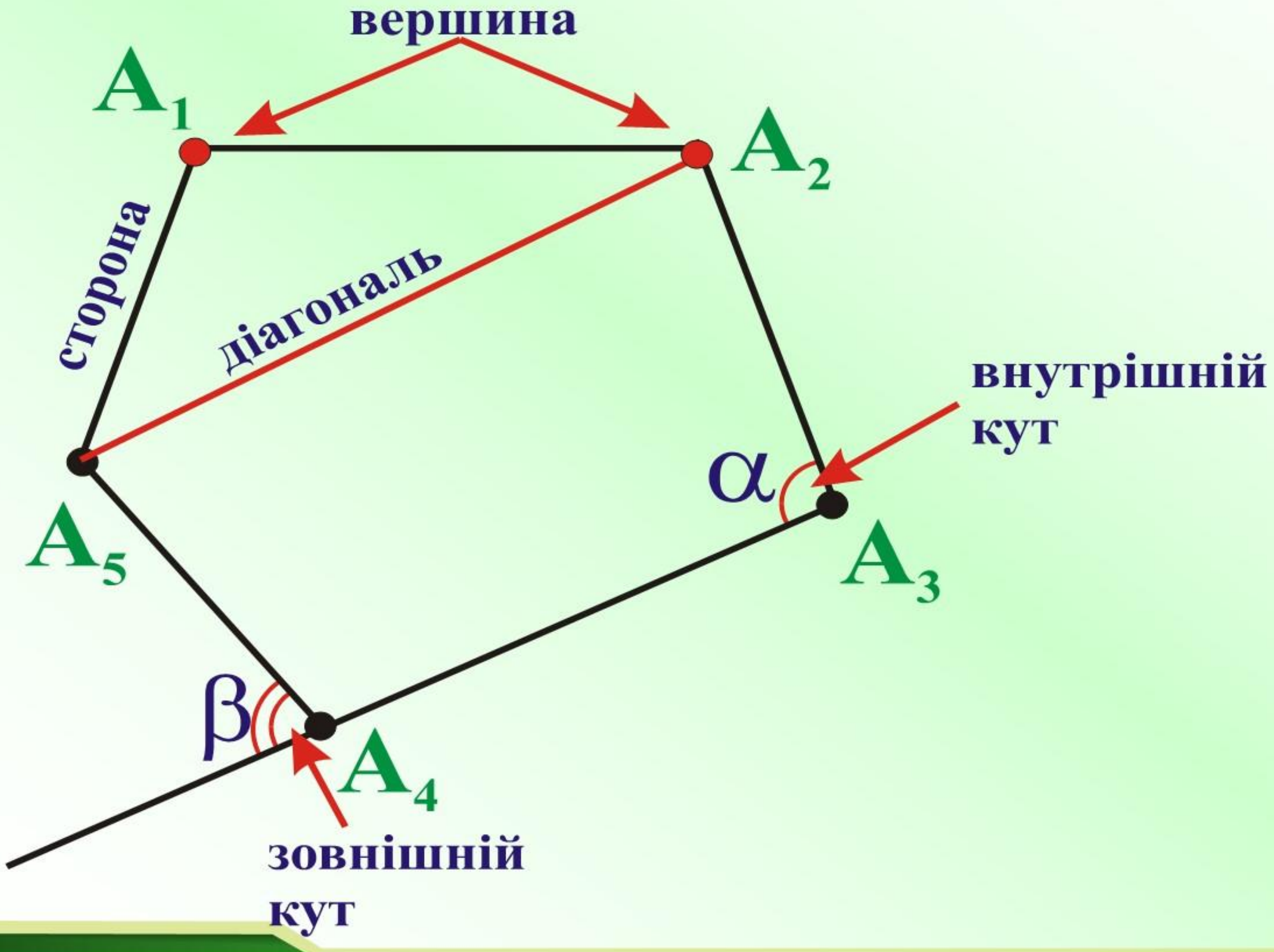
Відрізки, які з'єднують несусідні вершини многокутника, називають діагоналями.

AD - діагональ

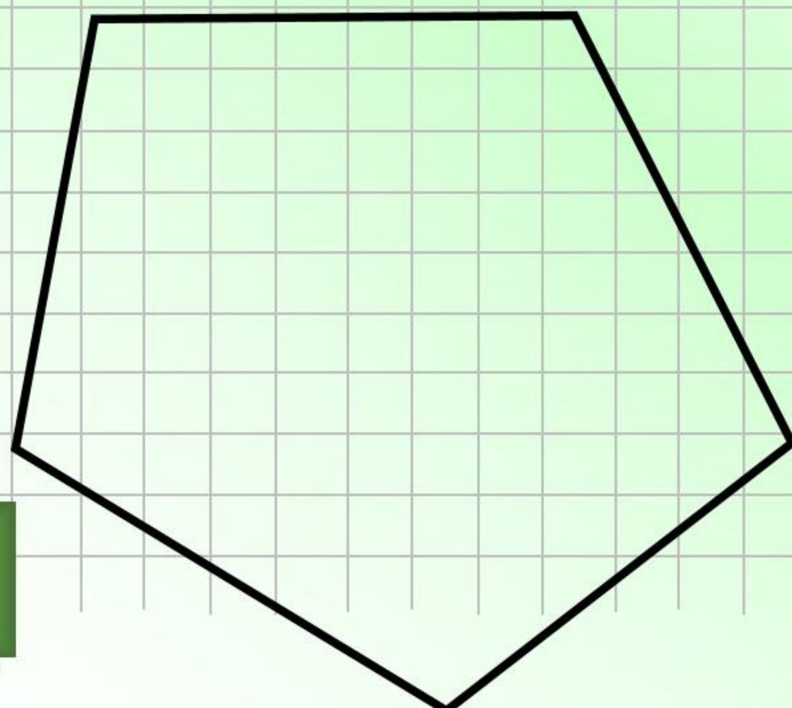
Многокутник з n- вершинами, тобто з n- сторонами, називається n-кутником.

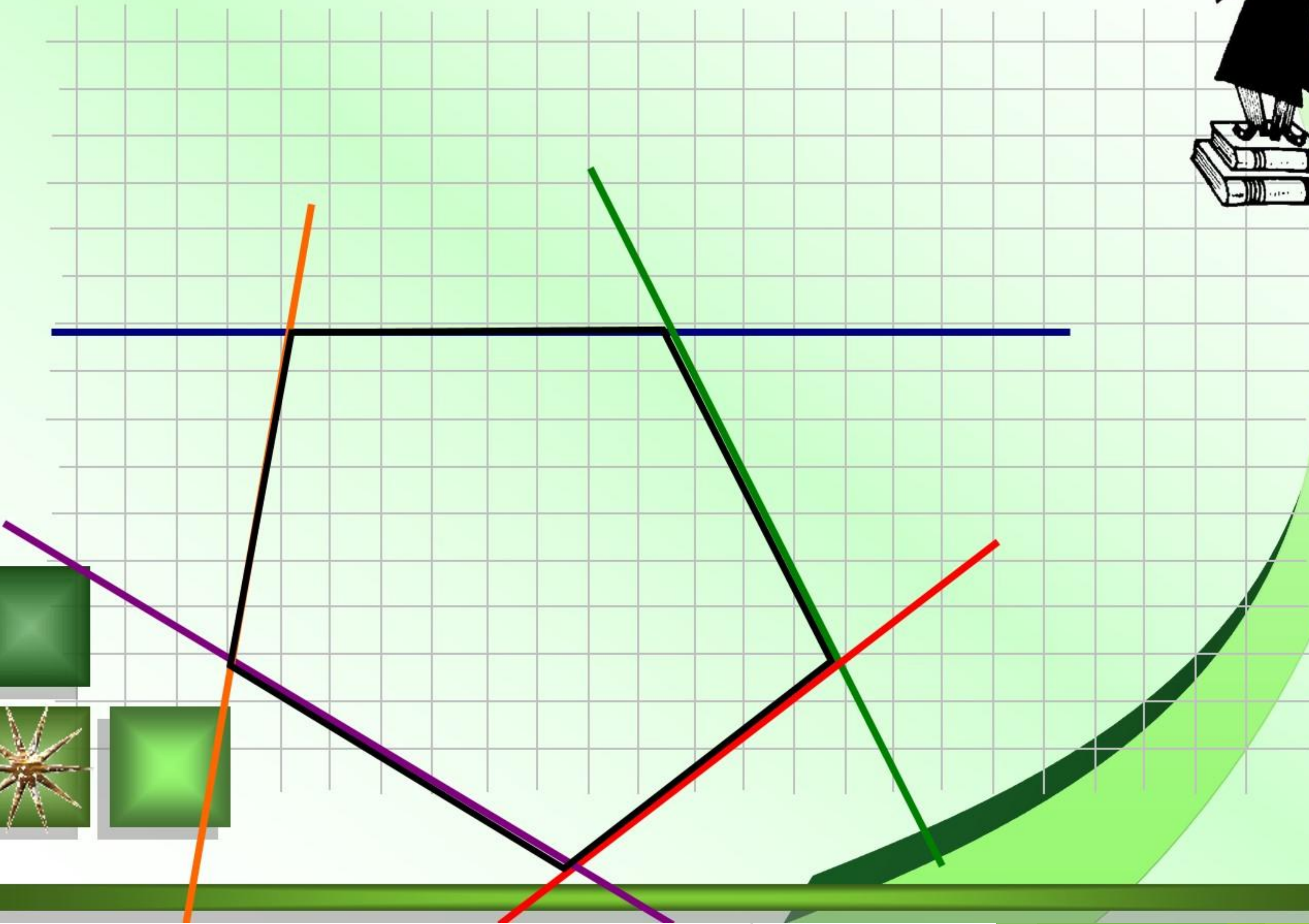
Периметром многокутника називають суму довжин усіх його сторін ***P=AB+BC+CD+DE+AE***

Елементи многокутника

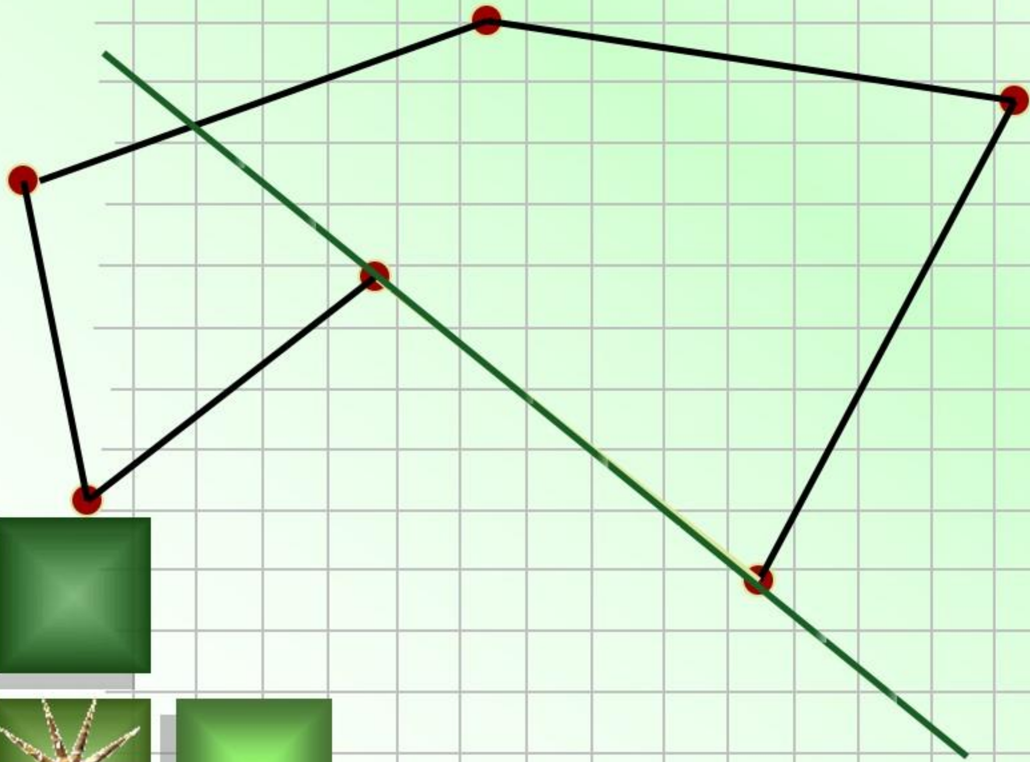


Опуклим **називається многокутник, якщо він лежить в одній півплощині відносно будь-якої прямої, яка містить його сторону**



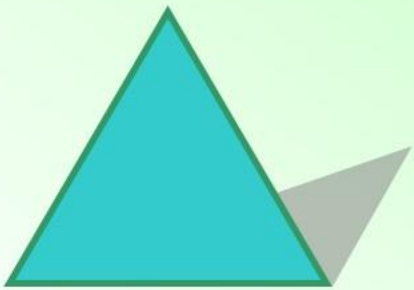


Неопуклий многокутник

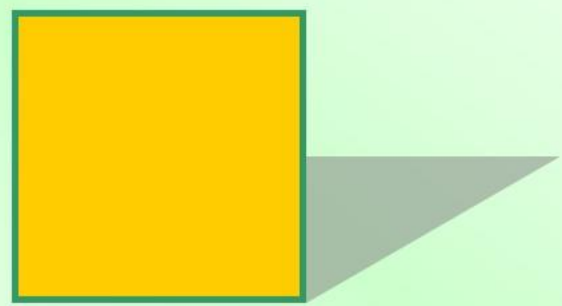


Правильні многокутники

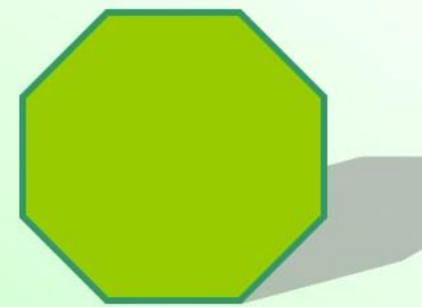
Означення. ***Многокутник називається правильним, якщо у нього всі сторони рівні і всі кути рівні.***



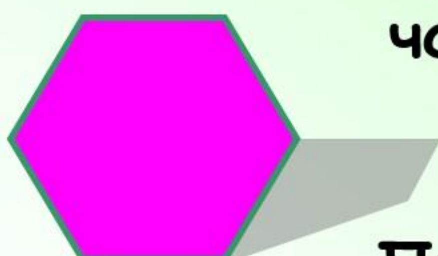
Правильний трикутник



Правильний чотирикутник



Правильний восьмикутник



Правильний шестикутник

Властивості опуклих многокутників

1. З кожної вершини можна провести n-3 діагоналі.

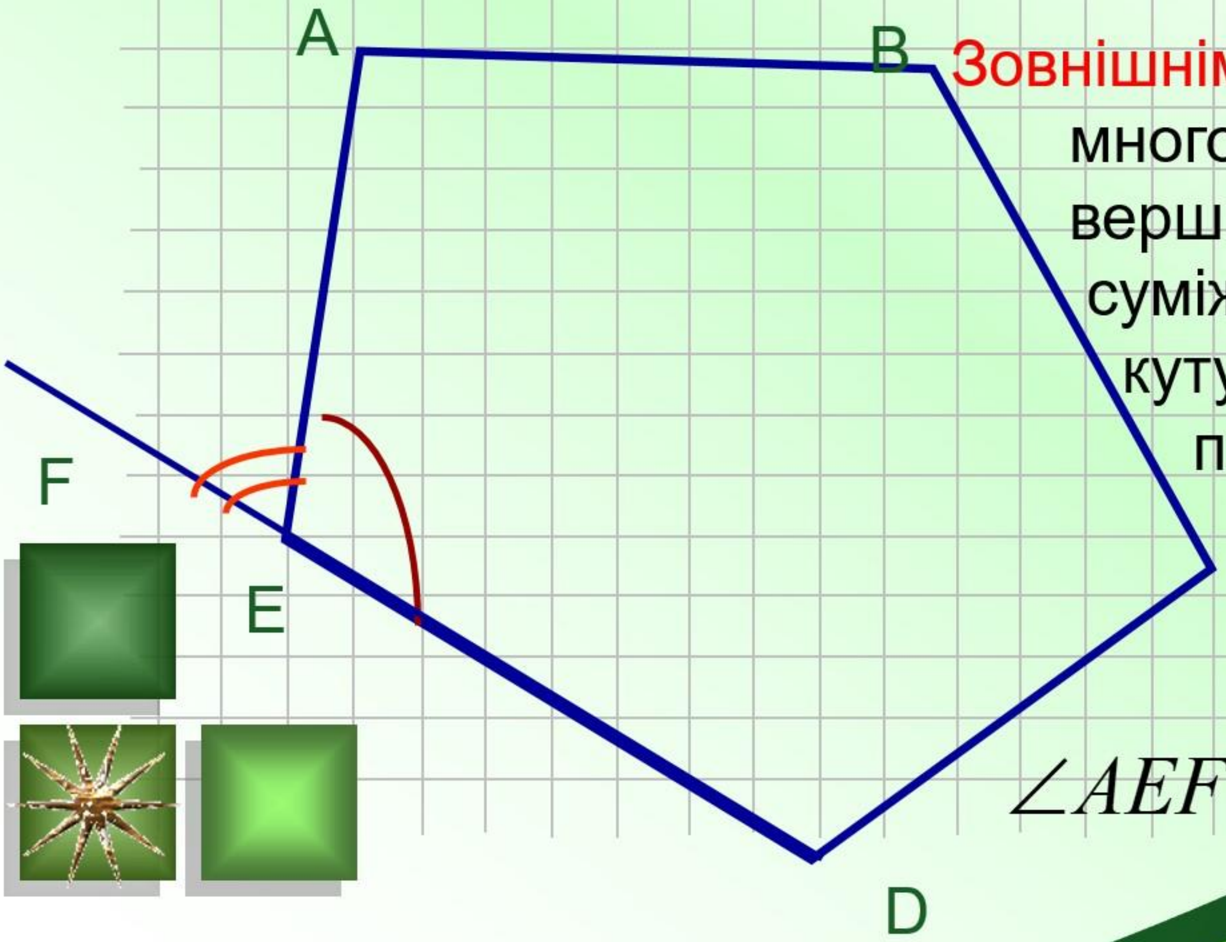
2. Кількість усіх діагоналей дорівнює $\dfrac{n(n-3)}{2}$;

3. Для будь-якої сторони a справедливо, що $a<P$ (P – периметр n-кутника).

4. Периметр правильного n-кутник $P=an$ (P – периметр, a – сторона)

Кути многокутника

Кутом (внутрішнім) опуклого многокутника при даній вершині називається кут, утворений його сторонами, що сходяться в цій вершині. $\angle AED$ - **внутрішній кут**

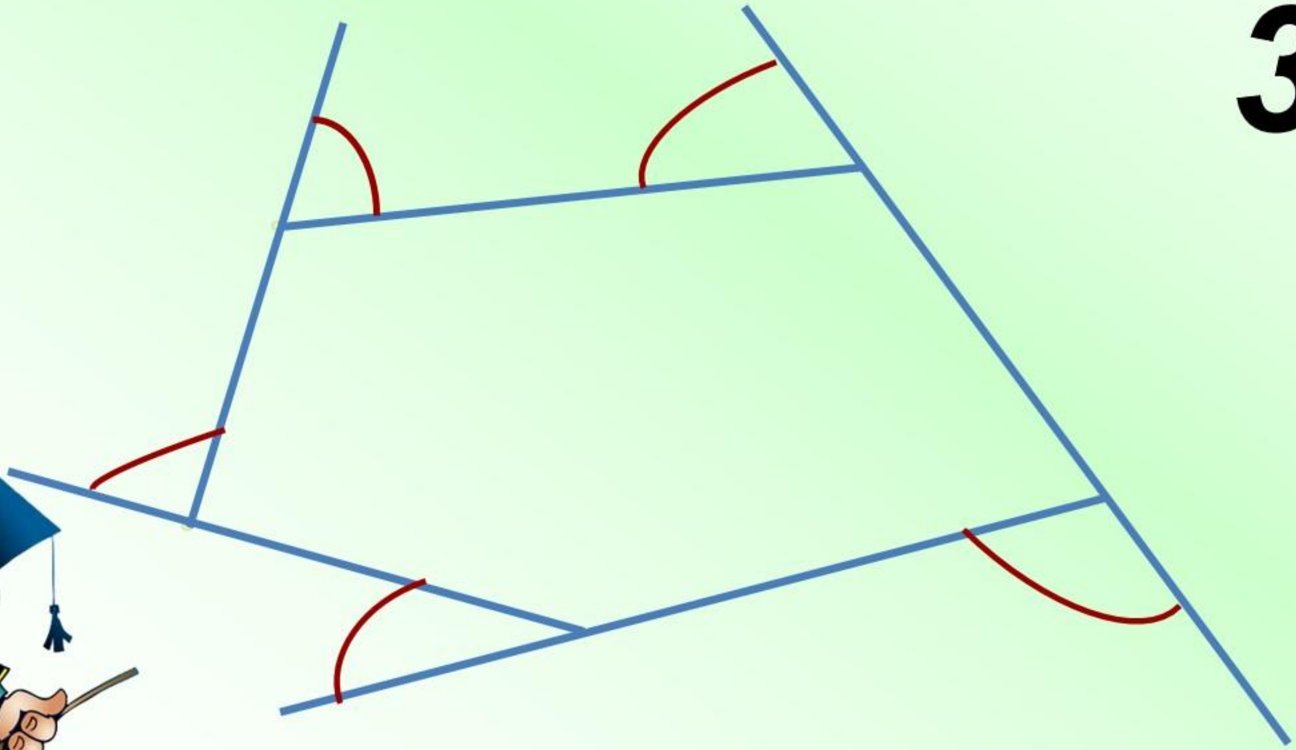


Зовнішнім кутом опуклого многокутника при даній вершині називається кут, суміжний внутрішньому куту многокутника, при цій вершині.

$\angle AEF$ - **зовнішній кут**

Сума кутів опуклого
n – кутника
дорівнює
180°·(n-2)

Сума зовнішніх кутів опуклого многокутника дорівнює



360°

Кути правильного n-кутника

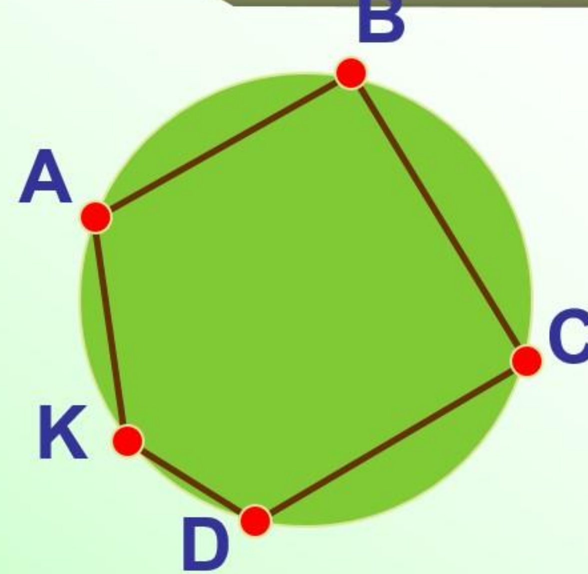
1. Внутрішній кут: $\alpha = \dfrac{180°(n-2)}{n};$

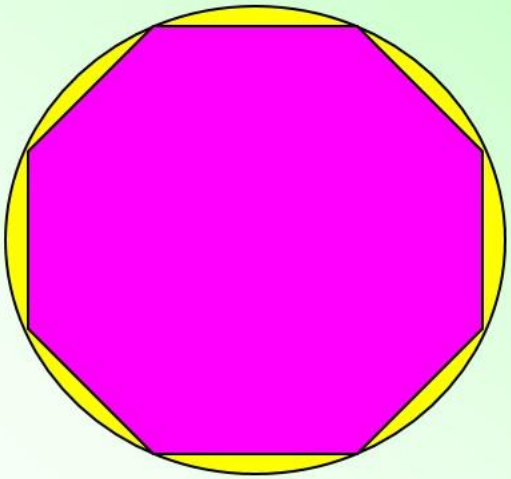
2. Зовнішній кут: $\beta = \dfrac{360°}{n};$

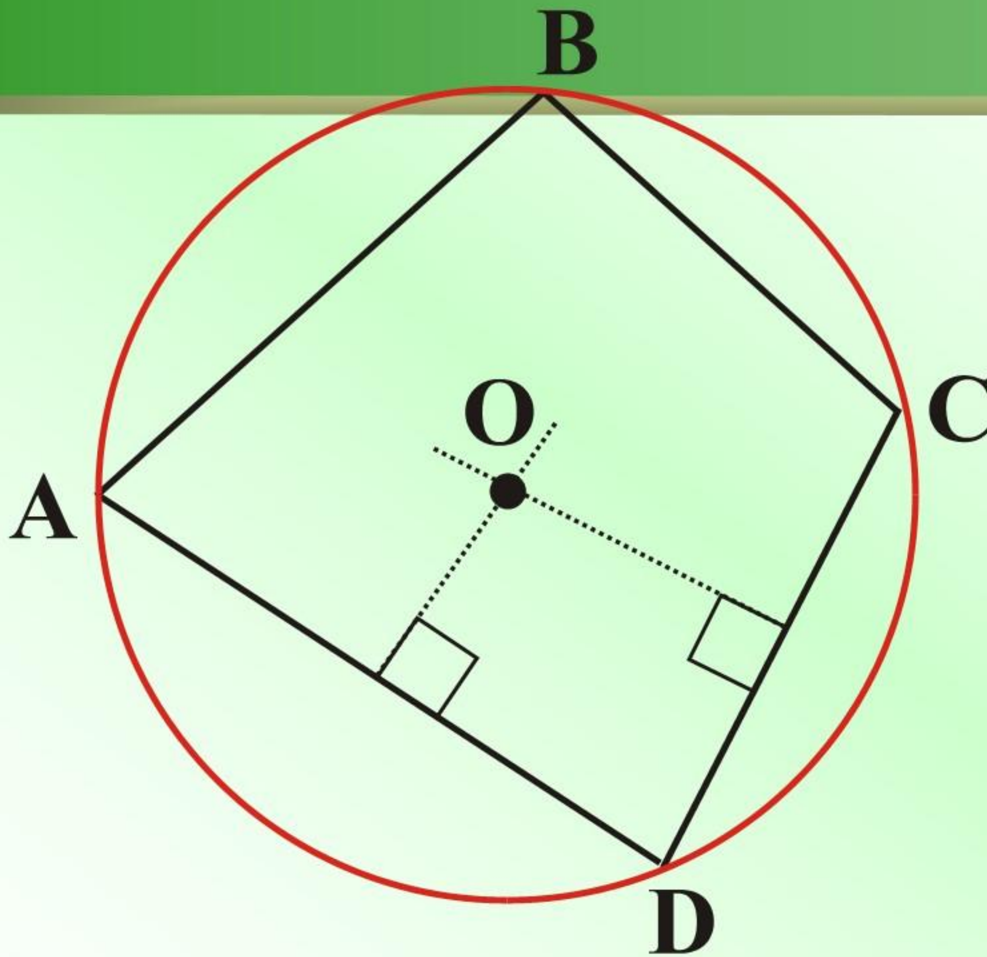
3. Центральний кут: $\gamma = \dfrac{360°}{n};$

Вписані і описані правильні многокутники

Многокутник називається вписаним у коло, якщо всі його вершини лежать на деякому колі.





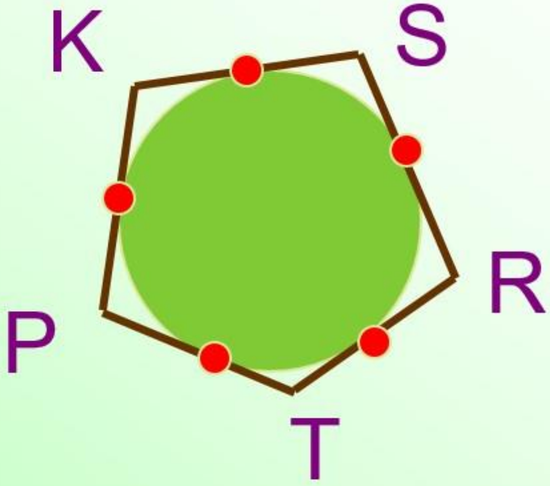


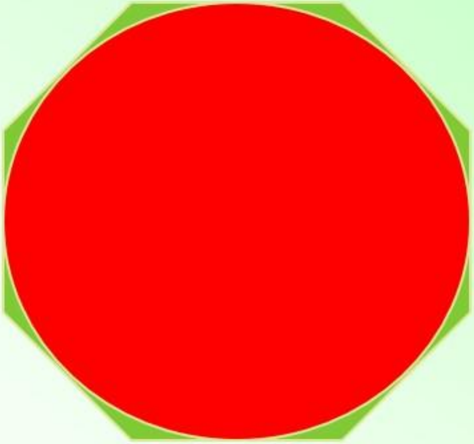
O - точка перетину серединних перпендикулярів

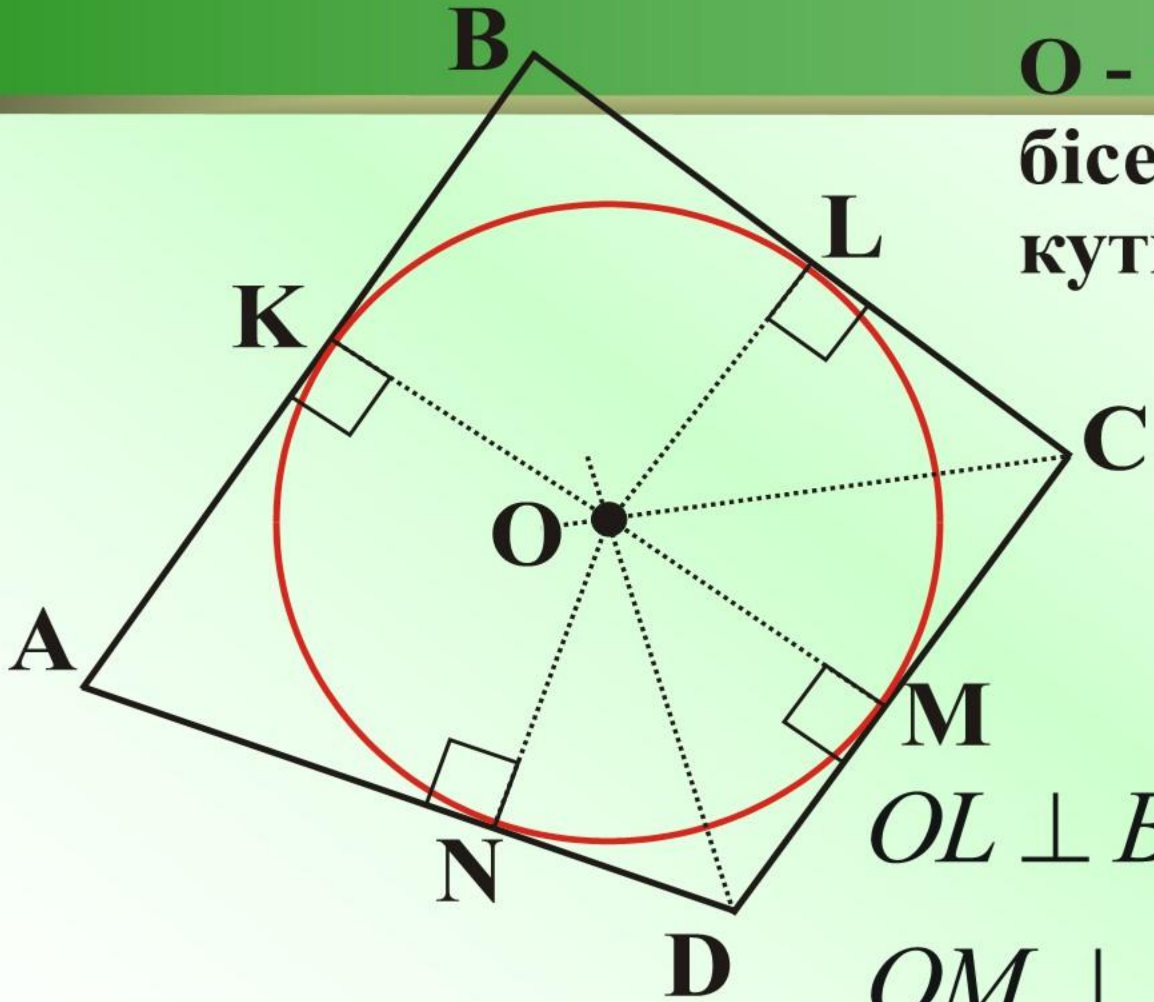
AO = OB = OC = OD = R

Вписані і описані правильні многокутники

Многокутник називається описаним навколо кола, якщо всі його сторони дотикаються до деякого кола.







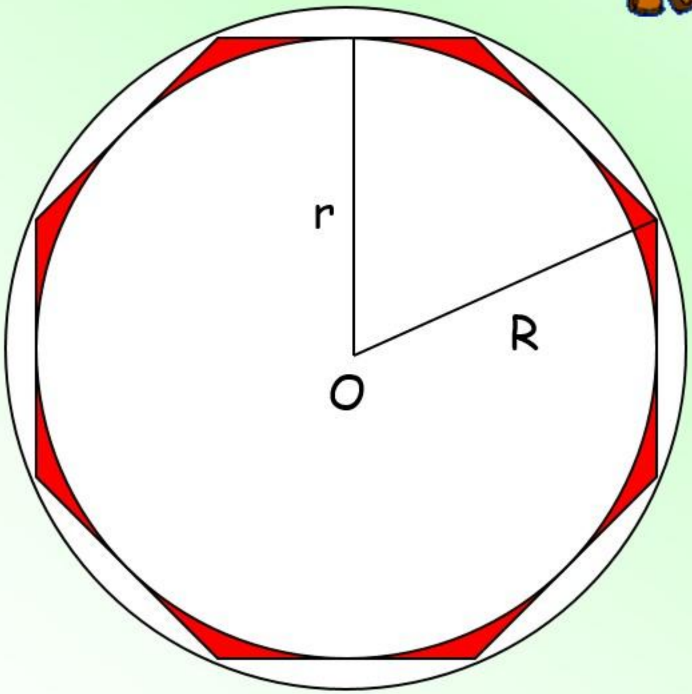
О - точка перетину бісектрис внутрішніх кутів многокутника.

$$OL \perp BC, \quad OK \perp AB,$$

$$OM \perp DC, \quad ON \perp AD$$

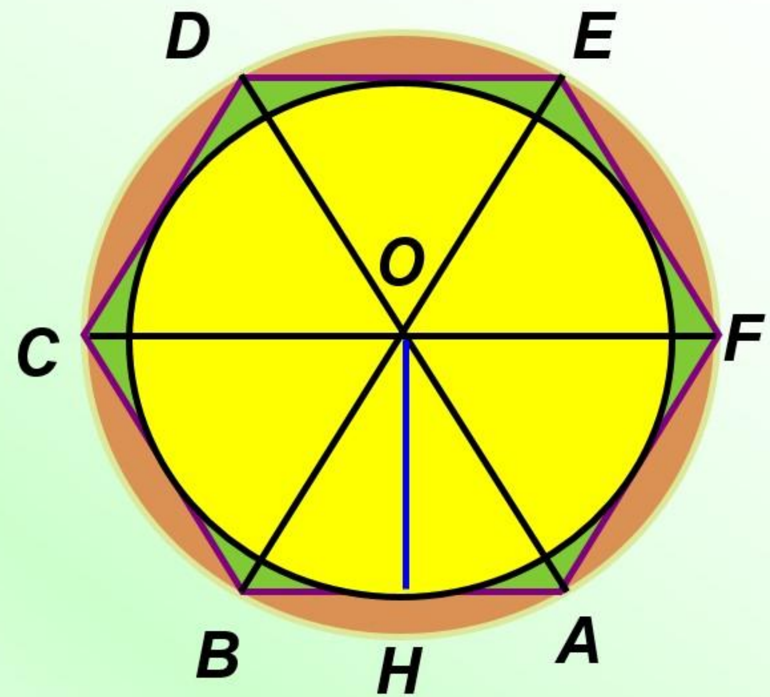
OL = OK = OM = ON = r

Вписані і описані правильні многокутники



Будь-який правильний многокутник є одночасно вписаним і описаним, причому центри його описаного і вписаного кіл збігаються.

Сторона многокутника і радіус вписаного кола



OA – радіус описаного кола (R)

OH – радіус вписаного кола (r)

AB – сторона правильного n-кутника (a_n)

Формули для радіусів вписаних і описаних кіл правильних многокутників

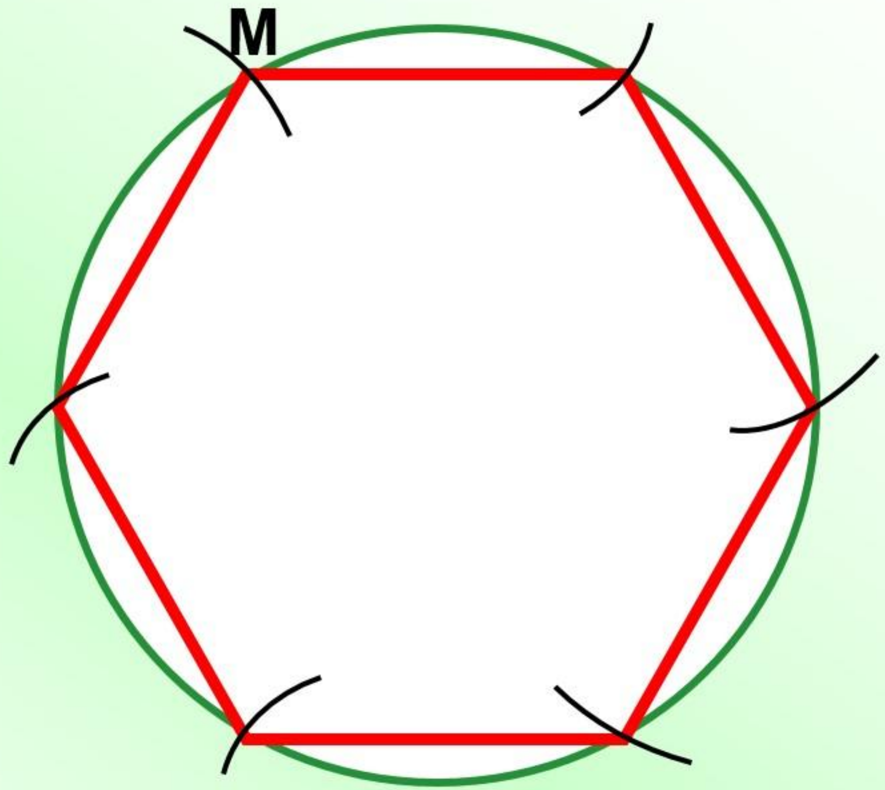
Кількість сторін / Радіус	$n=3$	$n=4$	$n=6$
$R=\dfrac{a_n}{2\sin\frac{180^o}{n}}$	$R=\dfrac{a_3\sqrt{3}}{3}$	$R=\dfrac{a_4\sqrt{2}}{2}$	$R=a_6$
$r=\dfrac{a_n}{2tg\frac{180^o}{n}}$	$r=\dfrac{a_3\sqrt{3}}{6}$	$r=\dfrac{a_4}{2}$	$r=\dfrac{a_6\sqrt{3}}{2}$

a_n \ R, r	R R	r r
a_n	$2R\sin\frac{180^o}{n}$	$2r tg\frac{180^o}{n}$
a_3	$R\sqrt{3}$	$2r\sqrt{3}$
a_4	$R\sqrt{2}$	$2r$
a_6	R	$\frac{2\sqrt{3}}{3}r$

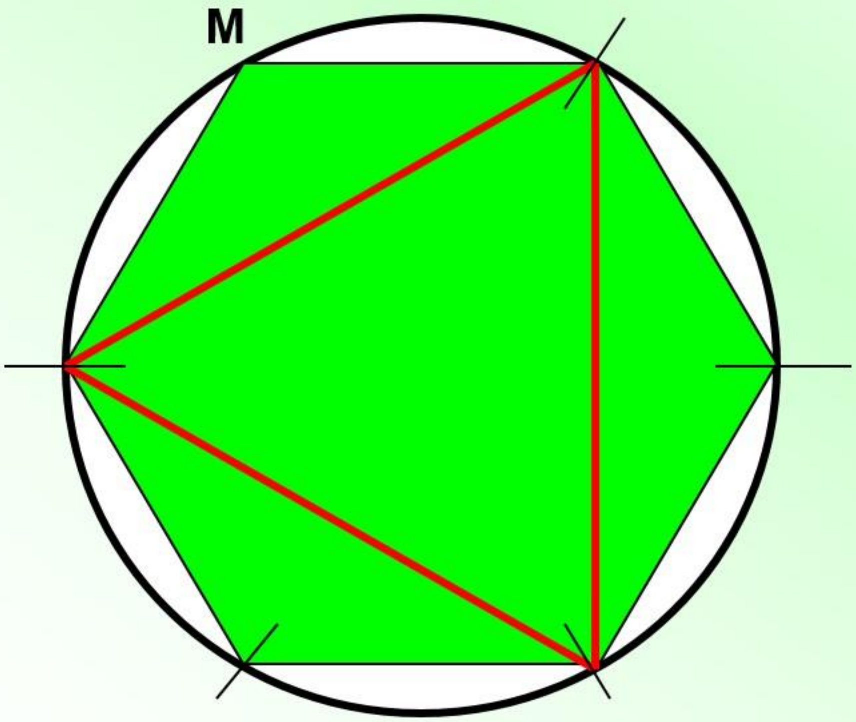
Алгоритм побудови правильного шестикутника

- 1) Побудувати коло довільного радіуса.
- 2) Від довільної точки М кола потрібно послідовно відкласти хорди, які дорівнюють радіусу.
- 3) З'єднати послідовно

  точки – це вершини правильного шестикутника.



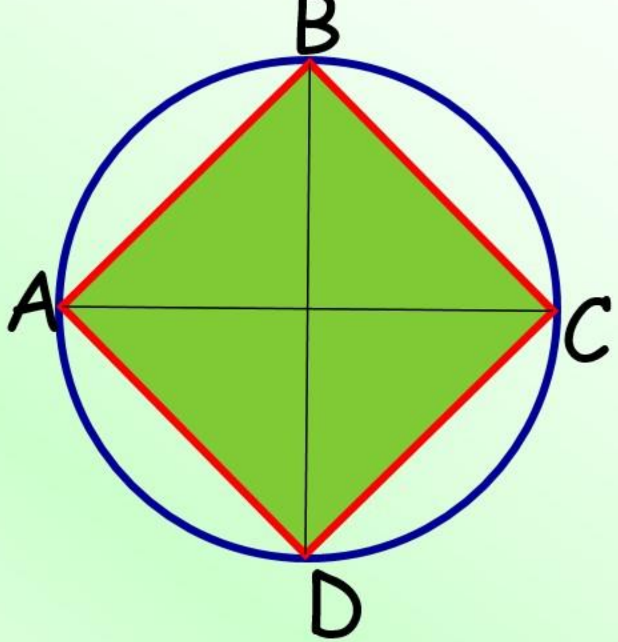
Алгоритм побудови правильного трикутника

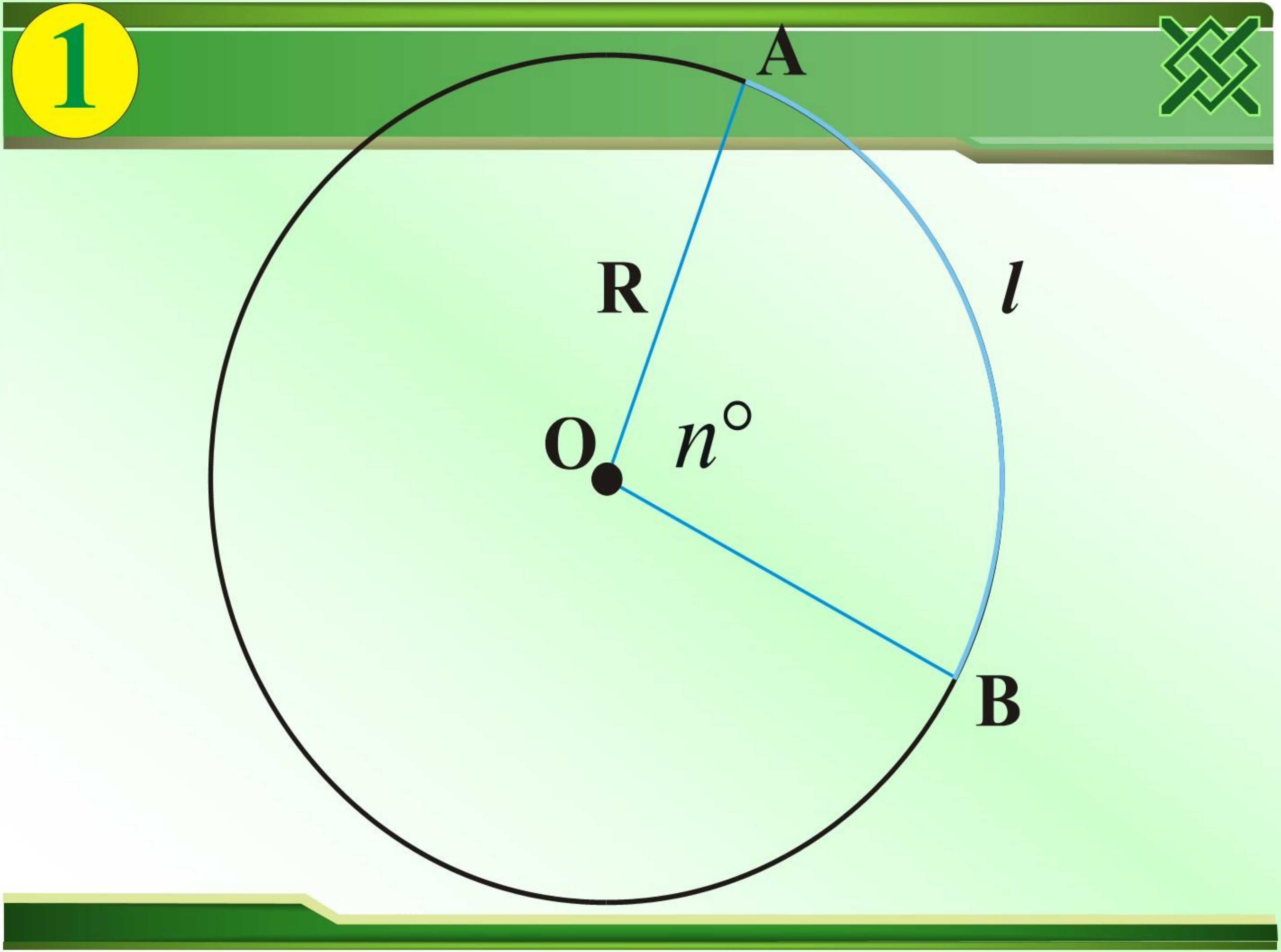


- 1) Побудувати коло довільного радіуса.
- 2) Від довільної точки M кола послідовно відкласти хорди, які дорівнюють радіусу.
- 3) З'єднати послідовно точки – це вершини правильного шестикутника.
- 4) Сполучити через одну вершини правильного шестикутника, отримаємо правильний трикутник.

Алгоритм побудови правильного чотирикутника

- Для побудови правильного чотирикутника достатньо в колі провести два перпендикулярні діаметри AC і BD.
- Чотирикутник ABCD- квадрат.




1
A
R
l
O
$n°$
B

2

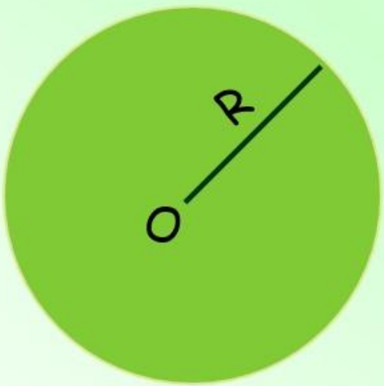
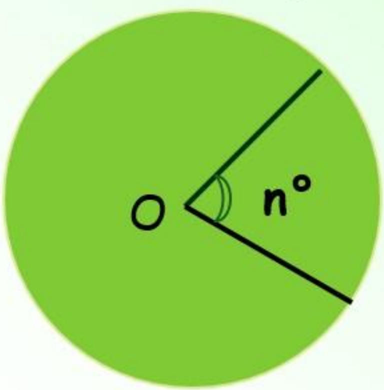
Довжина кола

$$C = 2\pi R = \pi D$$

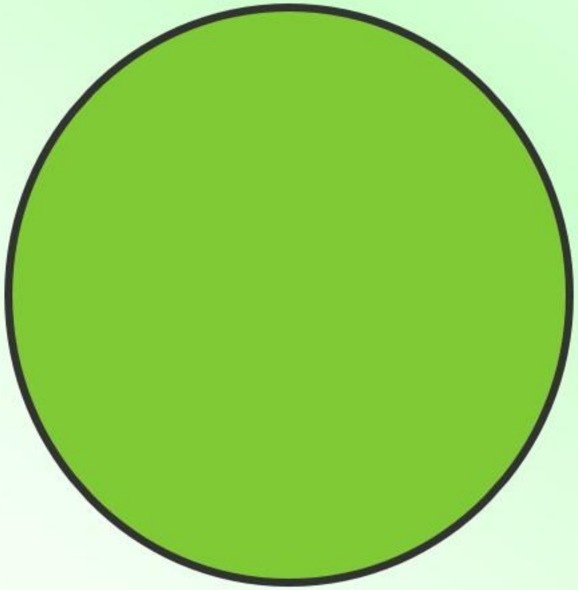
Довжина дуги кола

$$l = \frac{\pi \cdot R \cdot n^\circ}{180^\circ}$$

Довжина кола. Довжина дуги

Назва формули	Формула	Позначення
Довжина кола  	$C=2\pi R$	**C** - довжина кола **R** – радіус кола
	$C=\pi D$	**D** - діаметр
Довжина дуги  	$l=\dfrac{\pi R n}{180}$	l - довжина дуги **R**- радіус кола **n°** - градусна міра відповідного центрального кута

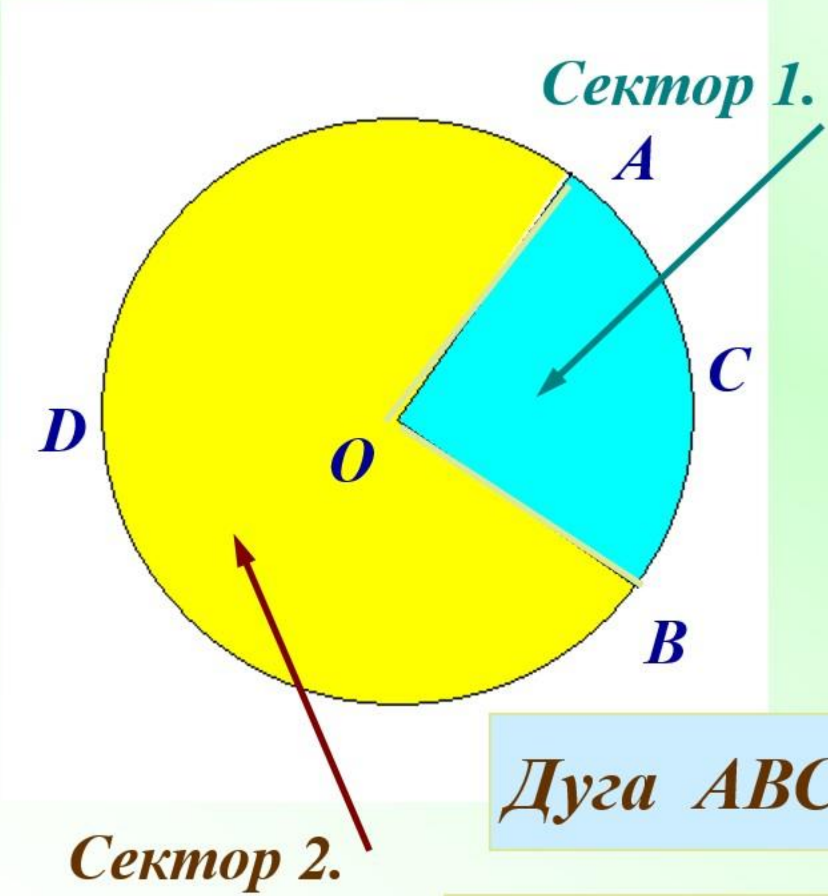
Площа круга



Частина площини, обмежена колом.

$$S = \pi R^2$$

Круговий сектор

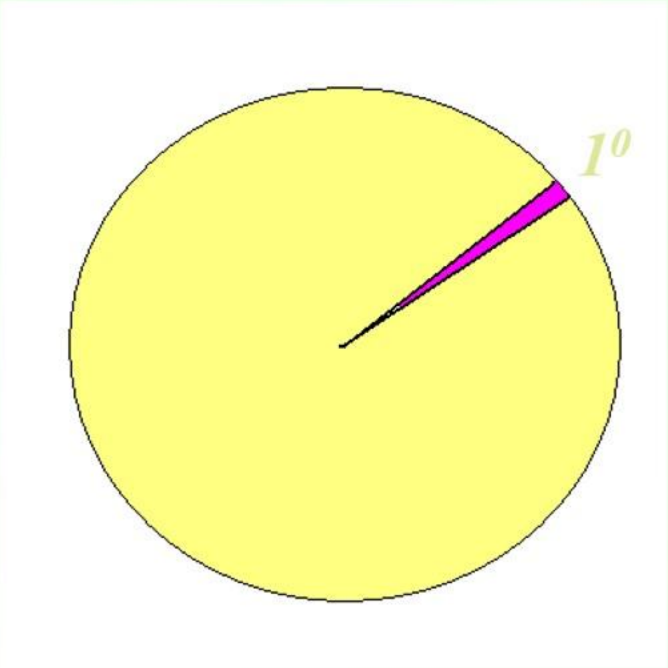


Круговим сектором називається частина круга, обмежена дугою і двома радіусами, що з'єднують кінці дуги з центром круга.

Дуга ABC – дуга кругового сектора 1.

Дуга ADB – дуга кругового сектора 2.

Площа кругового сектора



$$S = \pi R^2$$

$$S_1 = \frac{S}{360^0} = \frac{\pi R^2}{360^0}$$

$$S_\alpha = \frac{\pi R^2}{360^0} \cdot \alpha$$

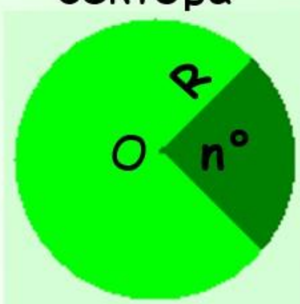
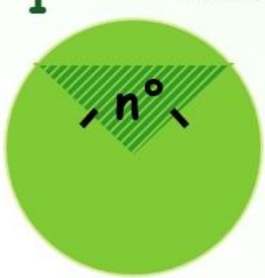
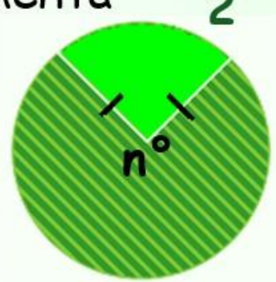
3

Площа круга

$$S = \pi R^2 = \frac{\pi D^2}{4}$$

Площа сектора

$$S = \frac{\pi \cdot R^2 \cdot n^\circ}{360^\circ} = \frac{lR}{2}$$

Площа круга 	$S=\pi R^2$	S – площа круга R – радіус круга
	$S=\dfrac{\pi D^2}{4}$	D - діаметр
Площа кругового сектора 	$S_{кр.с}=\dfrac{\pi R^2 n}{360}$	$S_{кр.с.}$ - площа кругового сектора n° - градусна міра відповідного центрального кута
Площа кругового сегмента 1  2 	1 n < 180° $S_{сегм}=S_{кр.с.}-S_{\Delta}$	$S_{сегм}$ – площа кругового сегмента S_{Δ} - площа трикутника
	2 n > 180° $S_{сегм}=S_{кр.с.}+S_{\Delta}$	