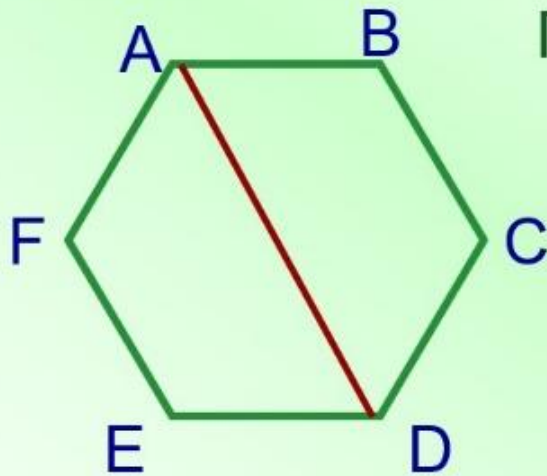


ПРАВИЛЬНІ МНОГОКУТНИКИ. ДОВЖИНА КОЛА.

ПЛОЩА КРУГА

# МНОГОКУТНИК



Проста замкнена ламана, сусідні ланки якої не лежать на одній прямій називається **МНОГОКУТНИКОМ**. Вершини ламаної називаються **вершинами многокутника**, а ланки ламаної - **сторонами многокутника**

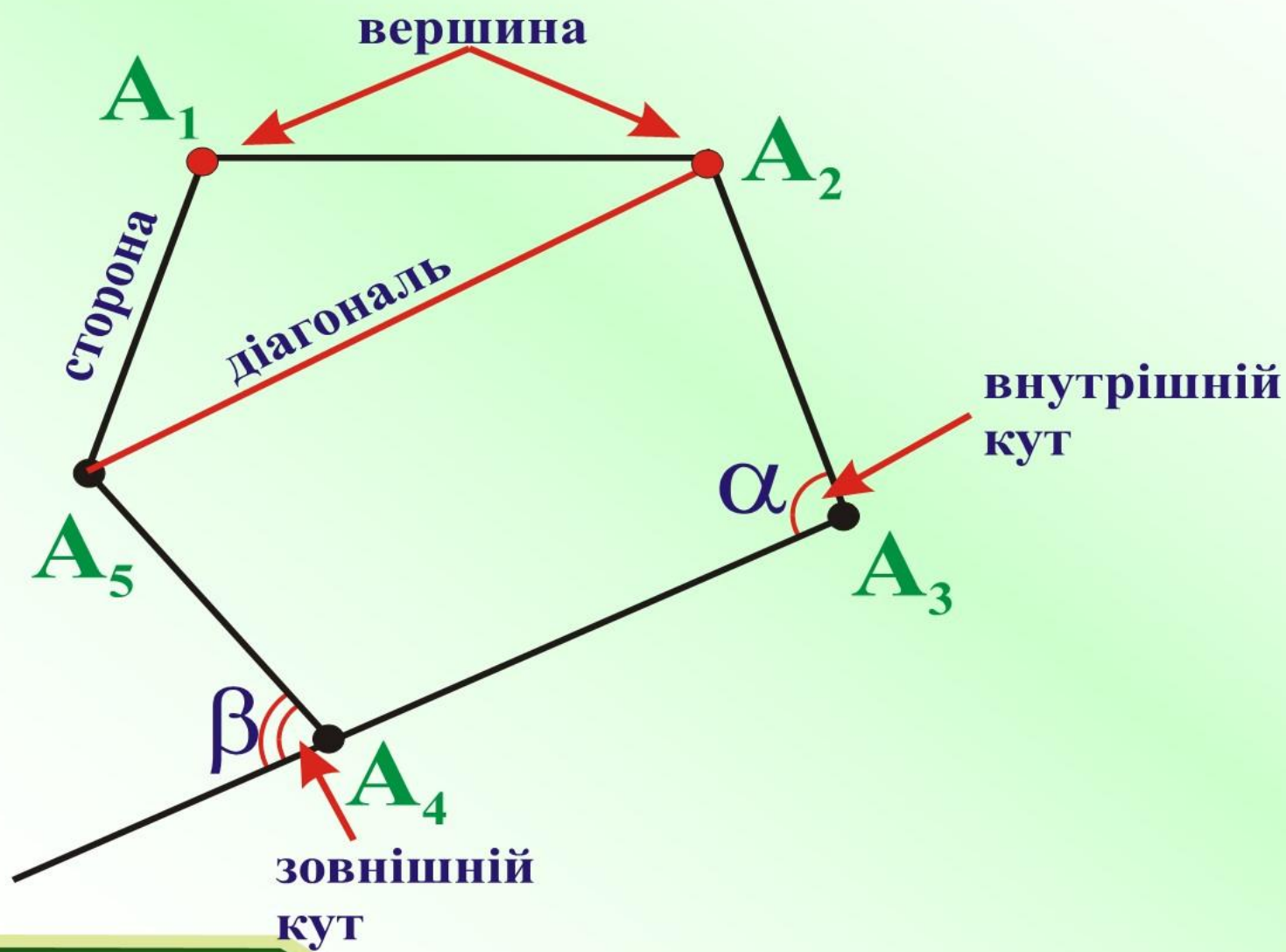
Відрізки, які з'єднують несусідні вершини многокутника, називають **діагоналями**.

**AD** - діагональ

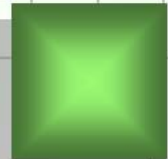
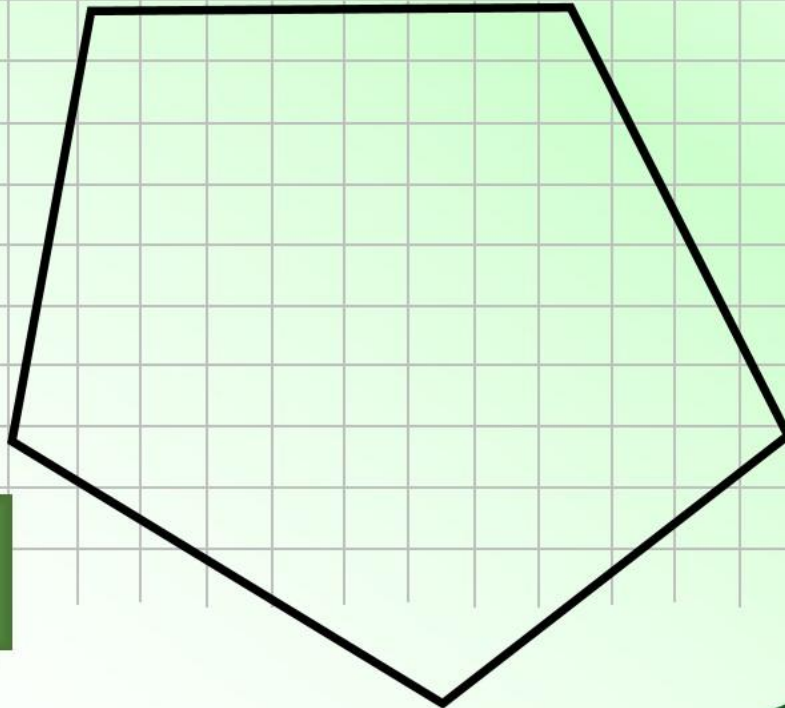
Многокутник з  $n$ - вершинами, тобто з  $n$ - сторонами, називається  **$n$ -КУТНИКОМ**.

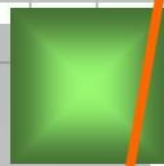
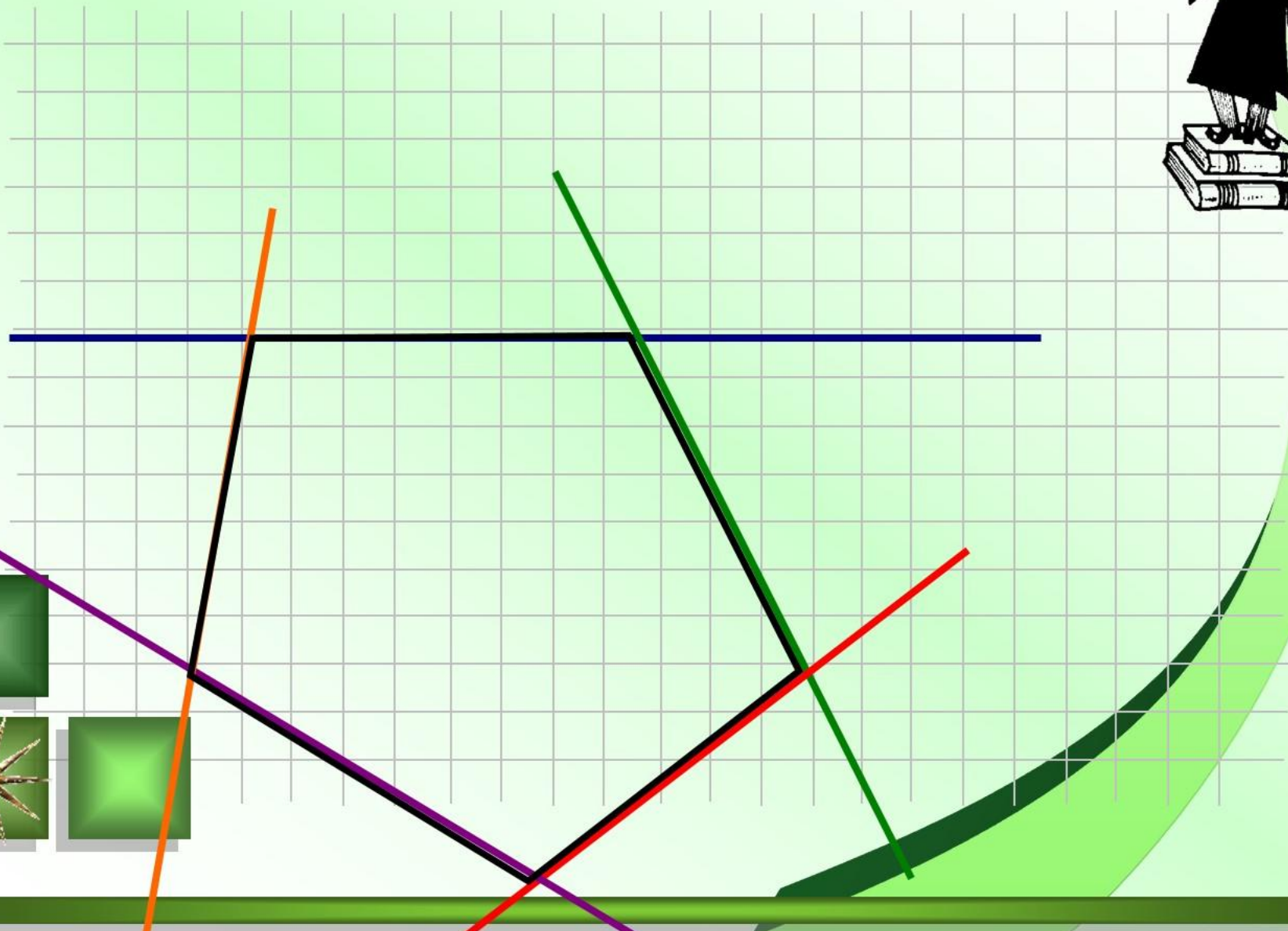
**Периметром многокутника називають суму довжин усіх його сторін**  **$P=AB+BC+CD+DE+AE$**

# Елементи многокутника



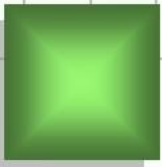
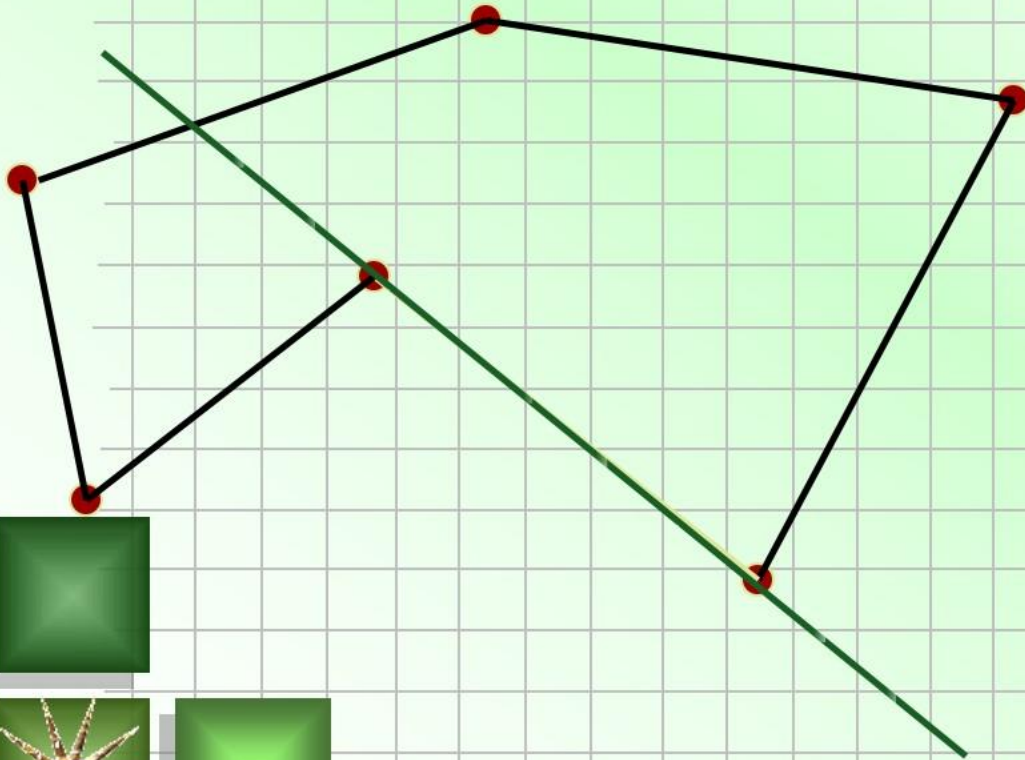
**Опуклим** називається многокутник,  
якщо він лежить в одній півплощині відносно  
будь-якої прямої, яка містить його сторону







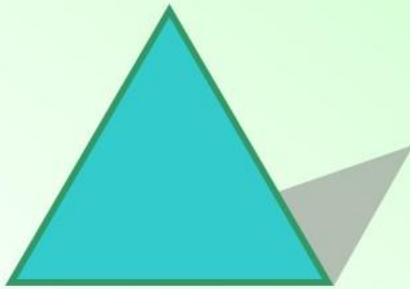
# Неопуклый многоугольник



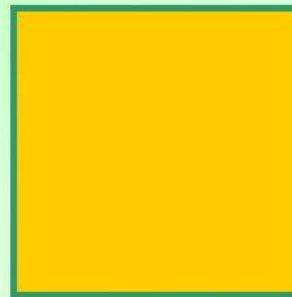
# Правильні многокутники



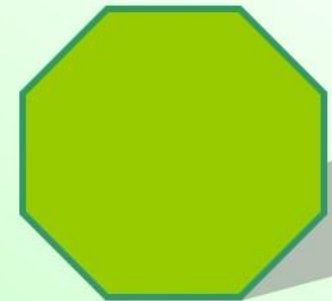
**Означення.** Многокутник називається правильним, якщо у нього всі сторони рівні і всі кути рівні.



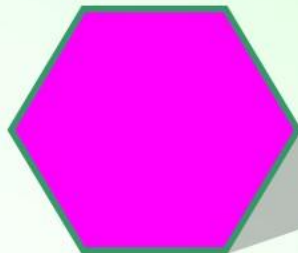
Правильний трикутник



Правильний чотирикутник



Правильний восьмикутник



Правильний шестикутник

# Властивості опуклих багатокутників

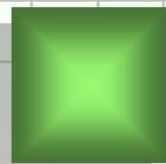
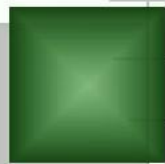
1. З кожної вершини можна провести

$n-3$  діагоналі.

2. Кількість усіх діагоналей дорівнює  $\frac{n(n-3)}{2}$ ;

3. Для будь-якої сторони  $a$  справедливо, що  $a < P$   
( $P$  – периметр  $n$ -кутника).

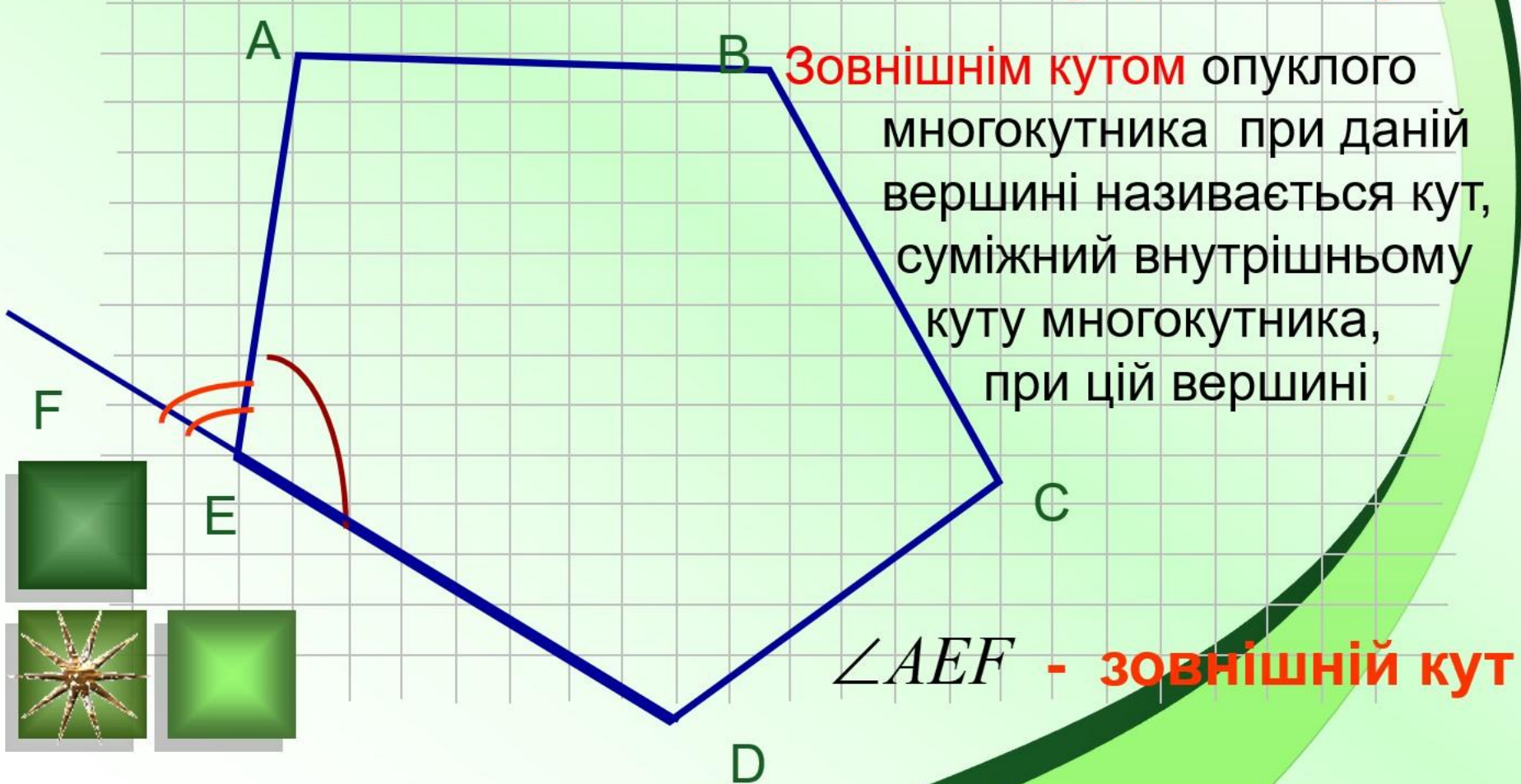
4. Периметр правильного  $n$ -кутника  $P = an$   
( $P$  – периметр,  $a$  – сторона)





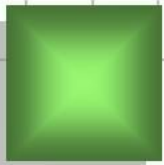
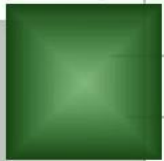
# Кути многокутника

Кутом (внутрішнім) опуклого многокутника при даній вершині називається кут, утворений його сторонами, що сходяться в цій вершині.  $\angle AED$  - **внутрішній кут**





**Сума кутів опуклого  
 $n$  – кутника  
дорівнює  
 $180^\circ \cdot (n-2)$**

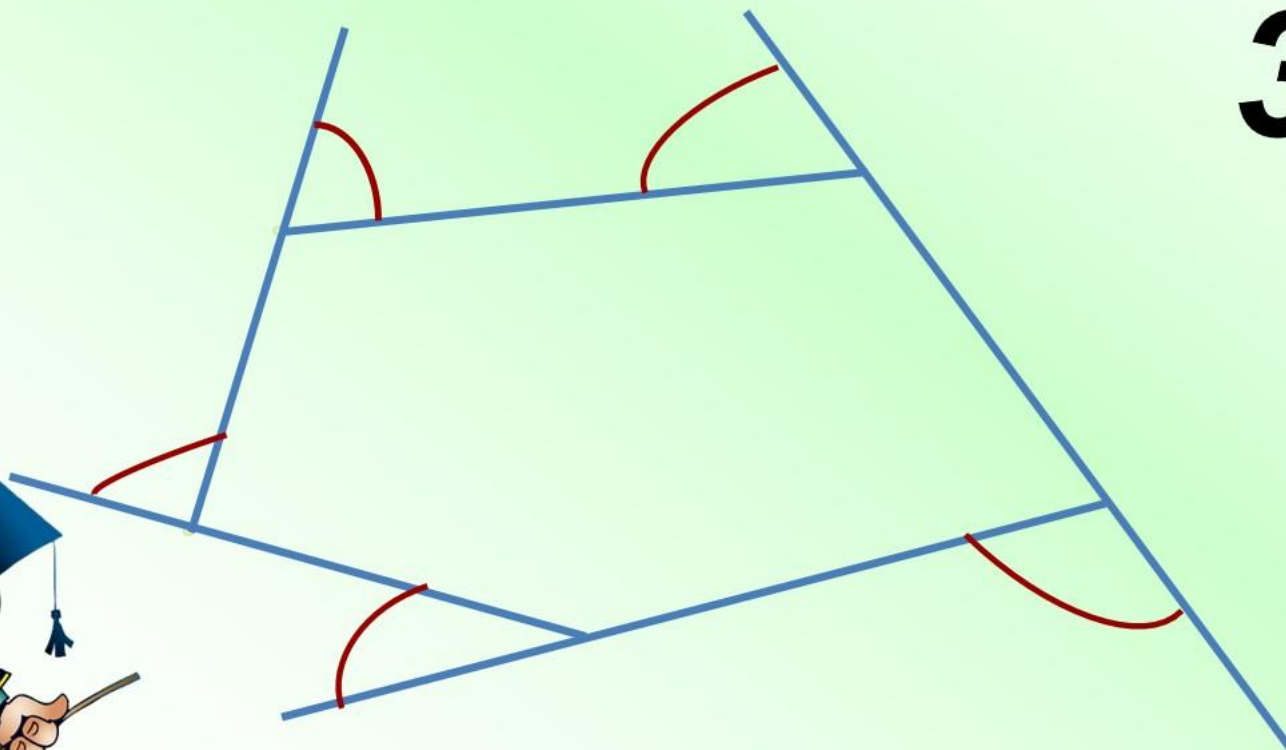


**Сума зовнішніх кутів**



**опуклого многокутника  
дорівнює**

**$360^\circ$**



# Куги правильного



## *n*-кутника

1. Внутрішній кут:  $\alpha = \frac{180^\circ(n-2)}{n};$

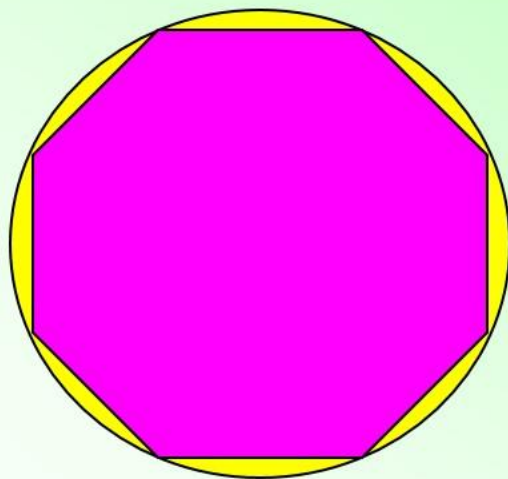
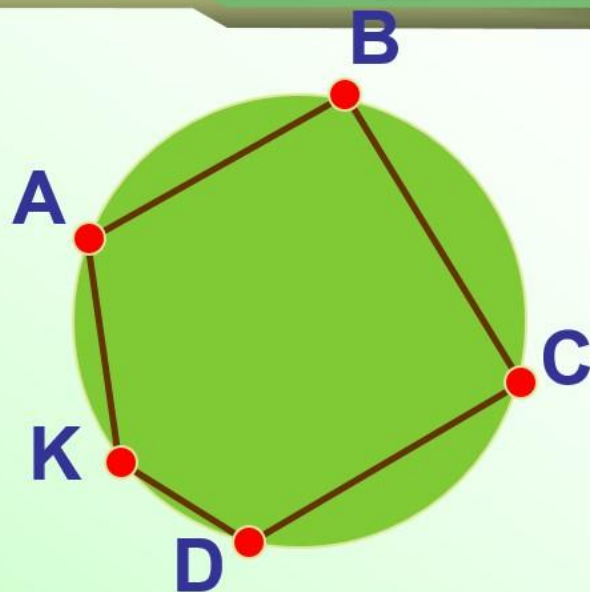
2. Зовнішній кут:  $\beta = \frac{360^\circ}{n};$

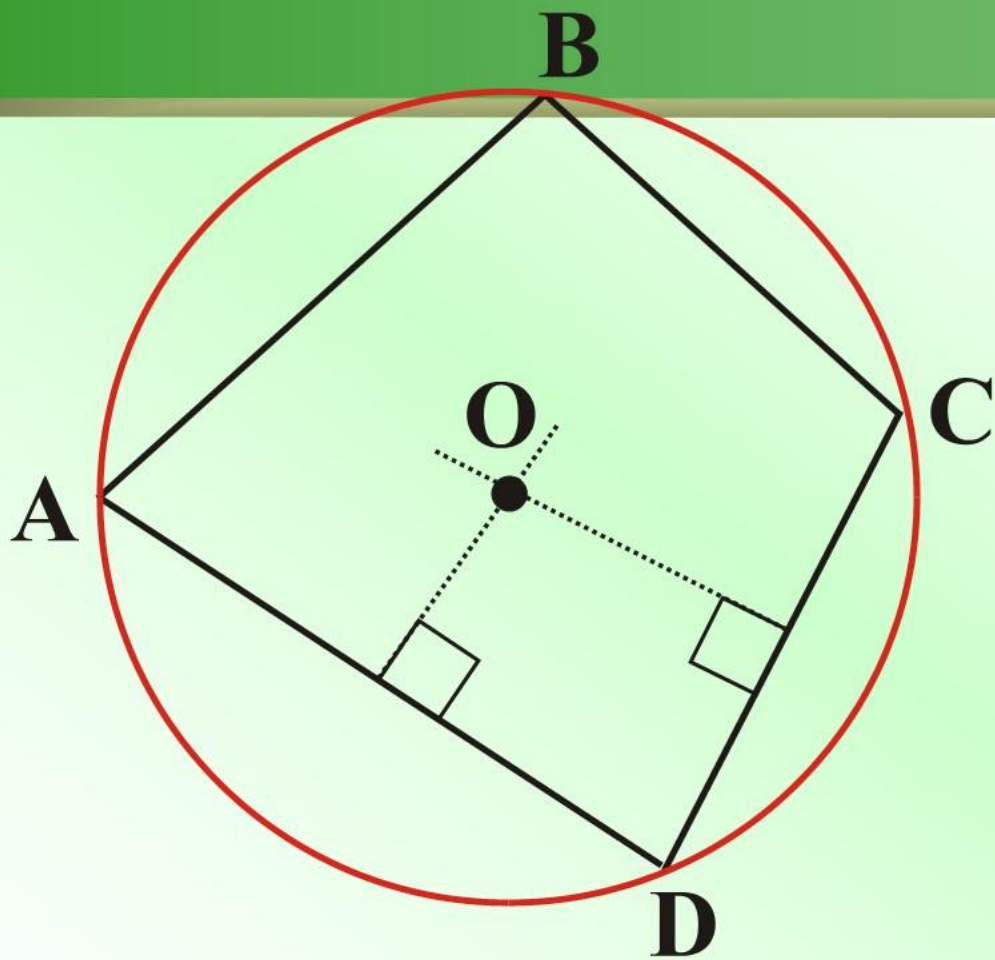
3. Центральний кут:  $\gamma = \frac{360^\circ}{n};$

# Вписані і описані правильні многокутники



Многокутник називається  
вписаним у коло,  
якщо всі його вершини  
лежать на деякому  
колі.





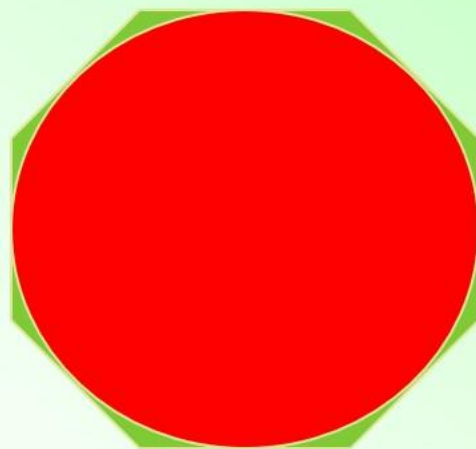
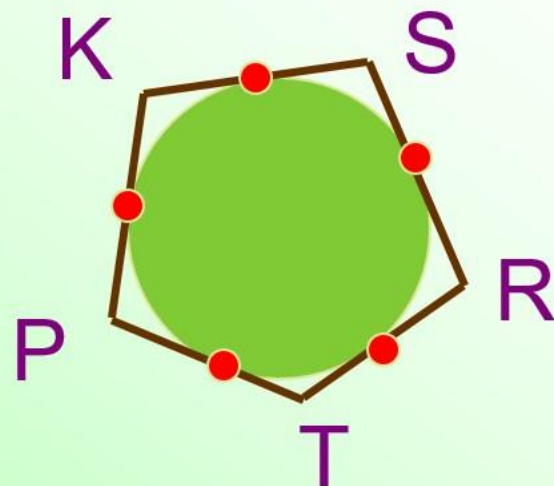
**O - точка перетину  
серединних  
перпендикулярів**

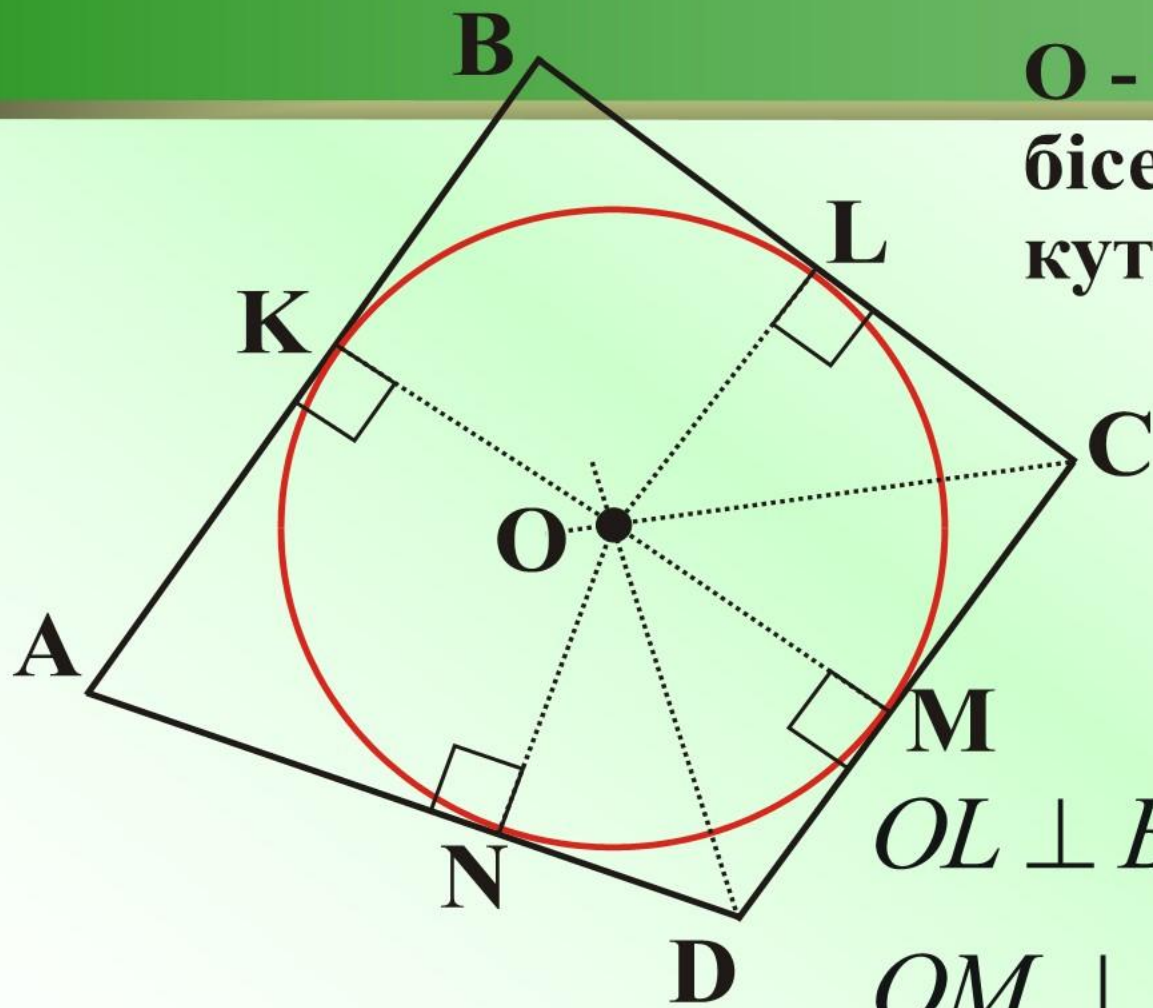
$$\mathbf{AO = OB = OC = OD = R}$$

# Вписані і описані правильні многокутники



Многокутник називається описаним навколо кола, якщо всі його сторони дотикаються до деякого кола.





**O** - точка перетину  
бісектрис внутрішніх  
кутів многокутника.

$$OL \perp BC, \quad OK \perp AB,$$

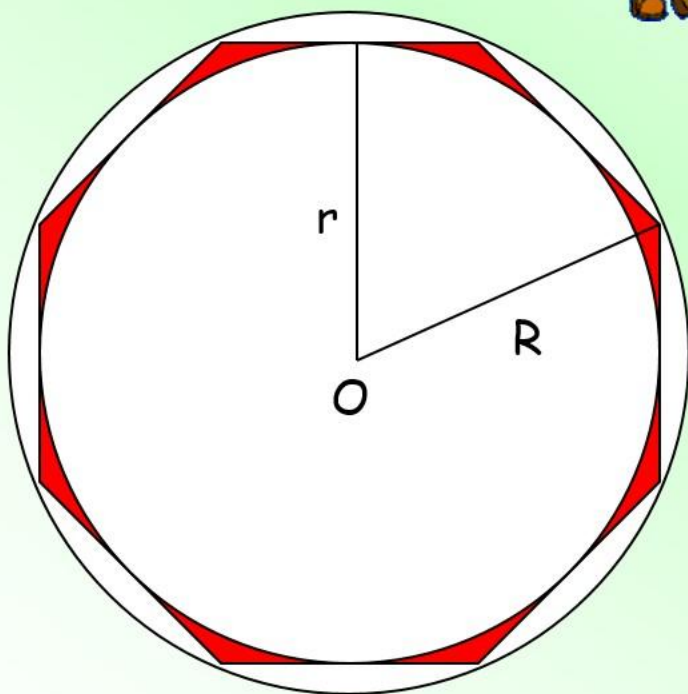
$$OM \perp DC, \quad ON \perp AD$$

$$OL = OK = OM = ON = r$$





Будь-який правильний многокутник є одночасно вписаним і описаним, причому центри його описаного і вписаного кіл збігаються.



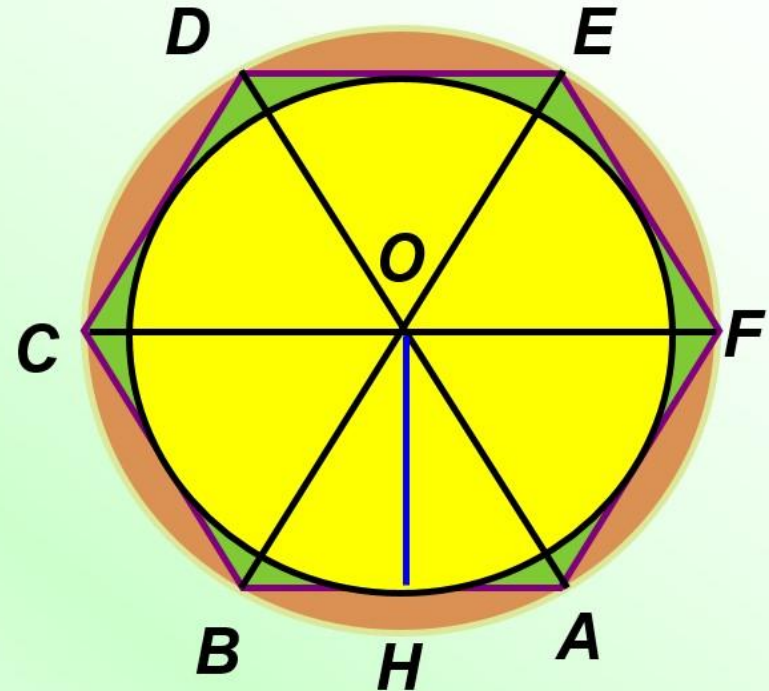
# Сторона многокутника і радіус вписаного кола



$OA$  – радіус описаного  
кола ( $R$ )

$OH$  – радіус вписаного  
кола ( $r$ )

$AB$  – сторона правильного  $n$ -кутника  
( $a_n$ )



# Формули для радіусів вписаних і описаних кіл правильних багатокутників



| Кількість сторін  | $n = 3$                      | $n = 4$                      | $n = 6$                      |
|---|------------------------------|------------------------------|------------------------------|
| Радіус  |                              |                              |                              |
| $R = \frac{a_n}{2 \sin \frac{180^\circ}{n}}$              | $R = \frac{a_3 \sqrt{3}}{3}$ | $R = \frac{a_4 \sqrt{2}}{2}$ | $R = a_6$                    |
| $r = \frac{a_n}{2 \operatorname{tg} \frac{180^\circ}{n}}$ | $r = \frac{a_3 \sqrt{3}}{6}$ | $r = \frac{a_4}{2}$          | $r = \frac{a_6 \sqrt{3}}{2}$ |

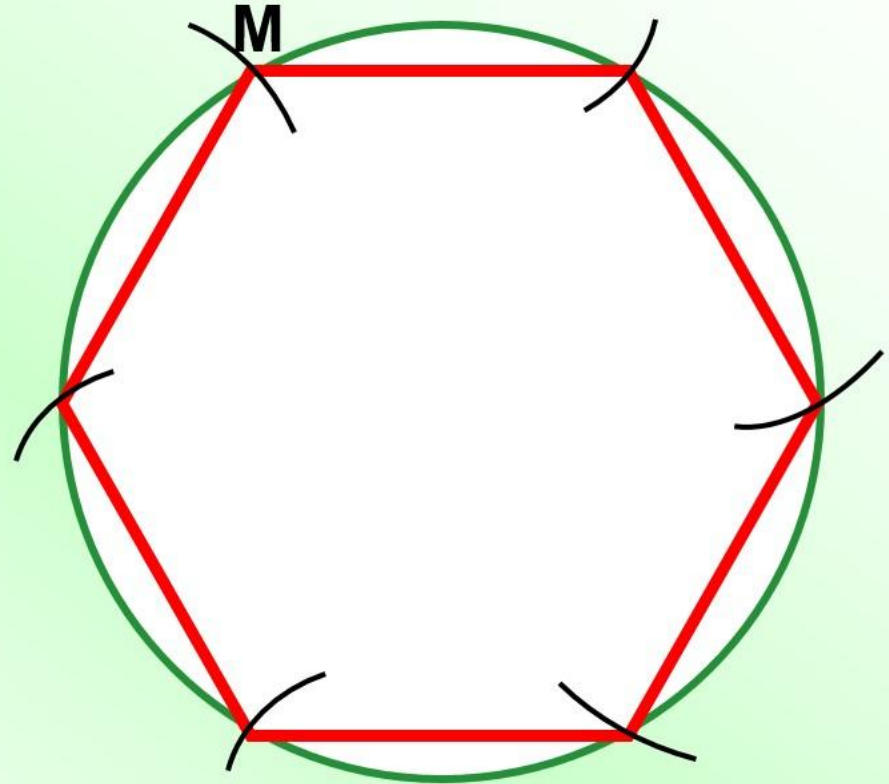


| $a_n$ | $R, r$ | $R$ | $R$                           | $r$ | $r$  |
|-------|--------|-----|-------------------------------|-----|--|
| $a_n$ |        |     | $2R \sin \frac{180^\circ}{n}$ |     | $2r \operatorname{tg} \frac{180^\circ}{n}$ |
| $a_3$ |        |     | $R\sqrt{3}$                   |     | $2r\sqrt{3}$                               |
| $a_4$ |        |     | $R\sqrt{2}$                   |     | $2r$                                       |
| $a_6$ |        |     | $R$                           |     | $\frac{2\sqrt{3}}{3}r$                     |

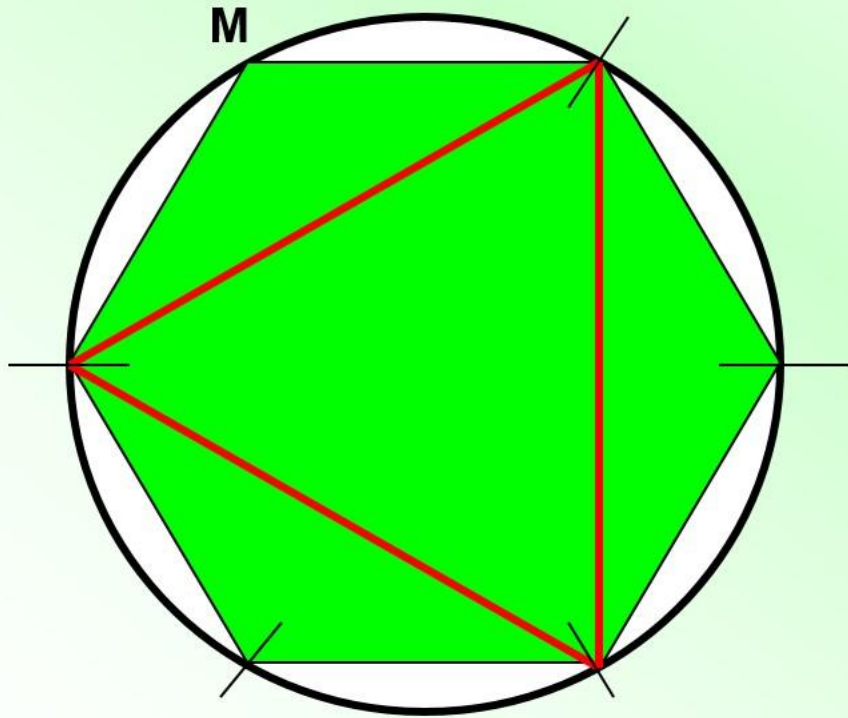
# Алгоритм побудови правильного шестикутника



- 1) Побудувати коло довільного радіуса.
- 2) Від довільної точки  $M$  кола потрібно послідовно відкласти хорди, які дорівнюють радіусу.
- 3) З'єднати послідовно точки - це вершини правильного шестикутника.



# Алгоритм побудови правильного трикутника

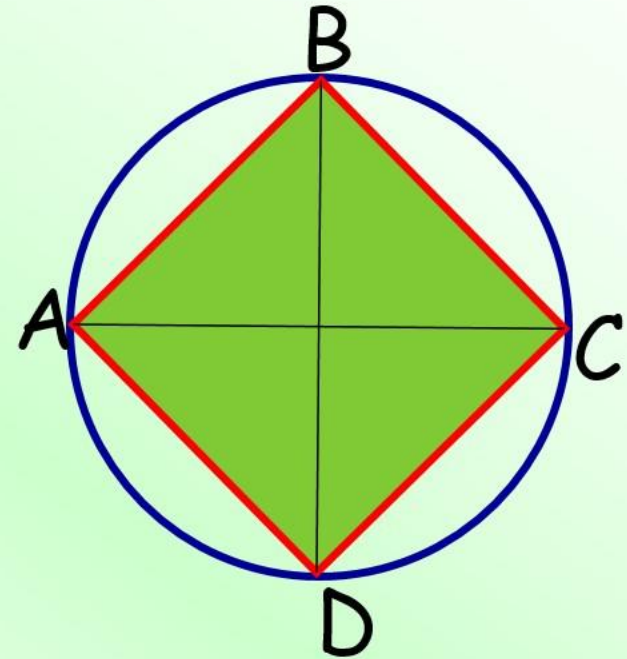


- 1) Побудувати коло довільного радіуса.
- 2) Від довільної точки  $M$  кола послідовно відкласти хорди, які дорівнюють радіусу.
- 3) З'єднати послідовно точки - це вершини правильного шестикутника.
- 4) Сполучити через одну вершини правильного шестикутника, отримаємо правильний трикутник.

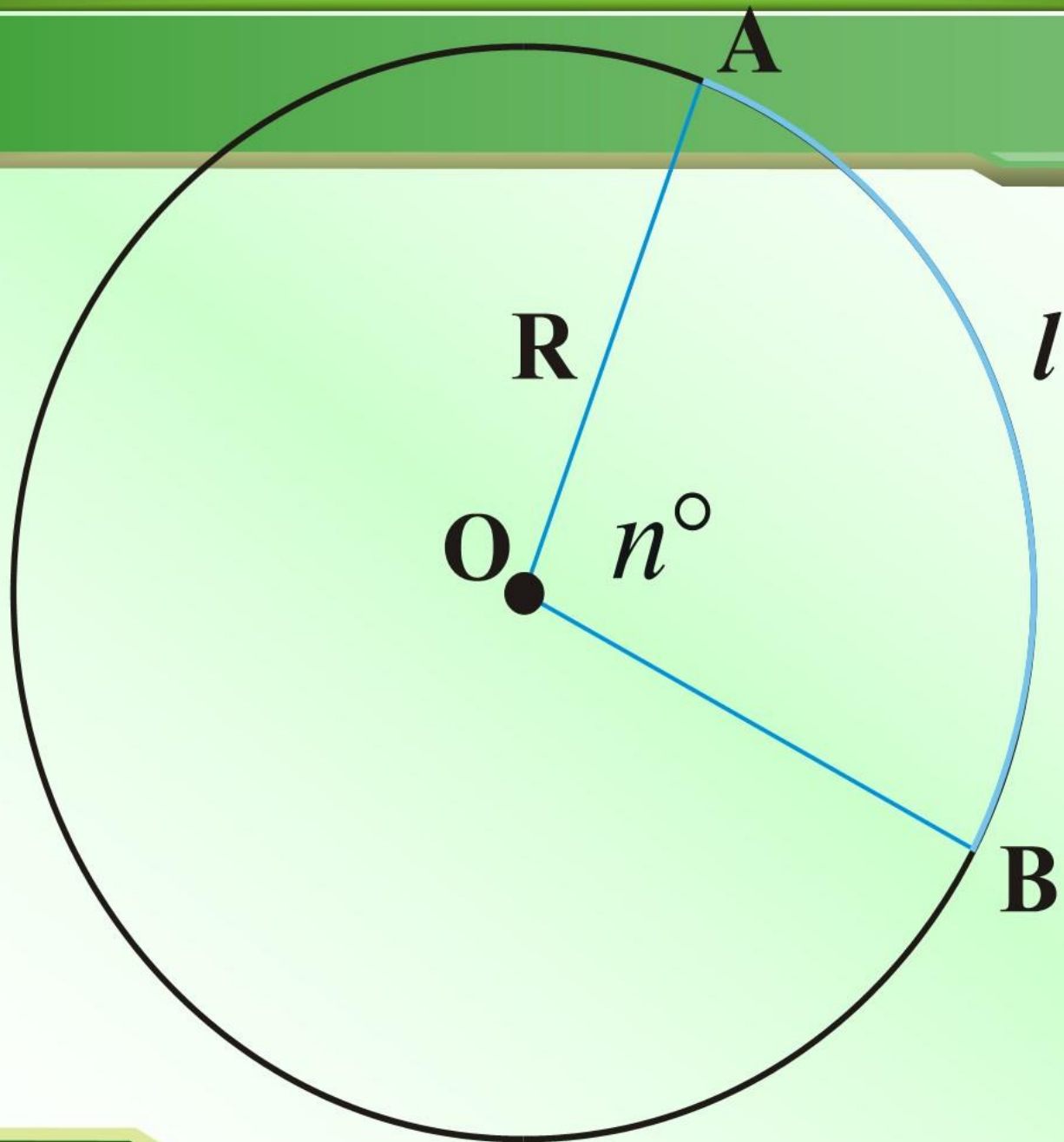
# Алгоритм побудови правильного чотирикутника



- Для побудови правильного чотирикутника достатньо в колі провести два перпендикулярні діаметри  $AC$  і  $BD$ .
- Чотирикутник  $ABCD$  – квадрат.



1





2

## Довжина кола

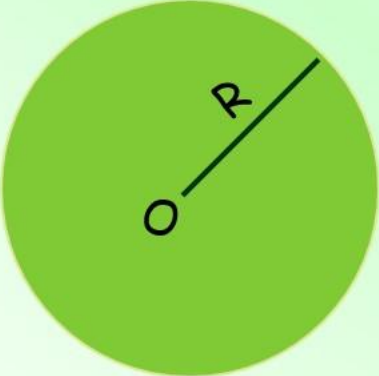
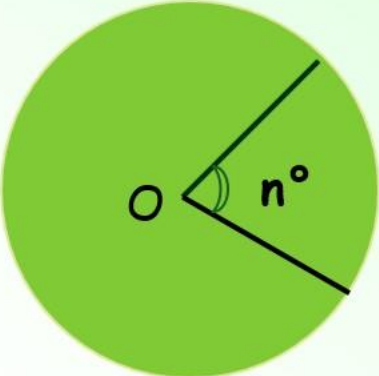


$$C = 2\pi R = \pi D$$

Довжина дуги кола

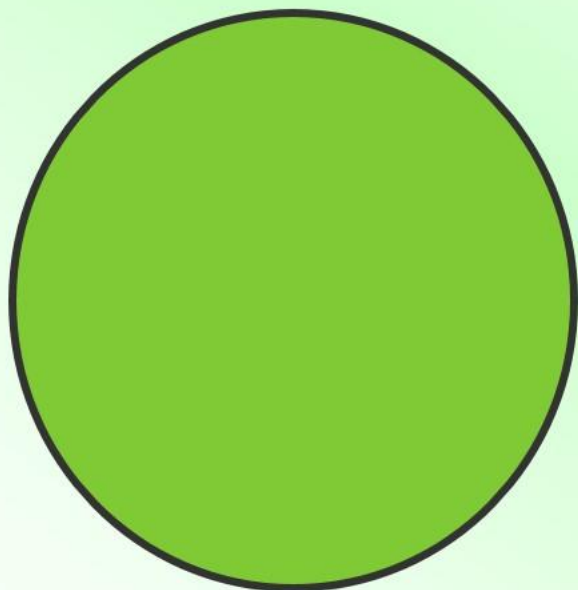
$$l = \frac{\pi \cdot R \cdot n^{\circ}}{180^{\circ}}$$

# Довжина кола. Довжина дуги

| Назва формули  | Формула                   | Позначення   |
|--|---------------------------|--|
| Довжина кола<br>  | $C=2\pi R$                | C - довжина кола<br>R - радіус кола  |
|  | $C=\pi D$                 | D - діаметр  |
| Довжина дуги<br> | $l = \frac{\pi R n}{180}$ | l - довжина дуги<br>R - радіус кола<br>n° - градусна міра відповідного центрального кута |



# Площа круга

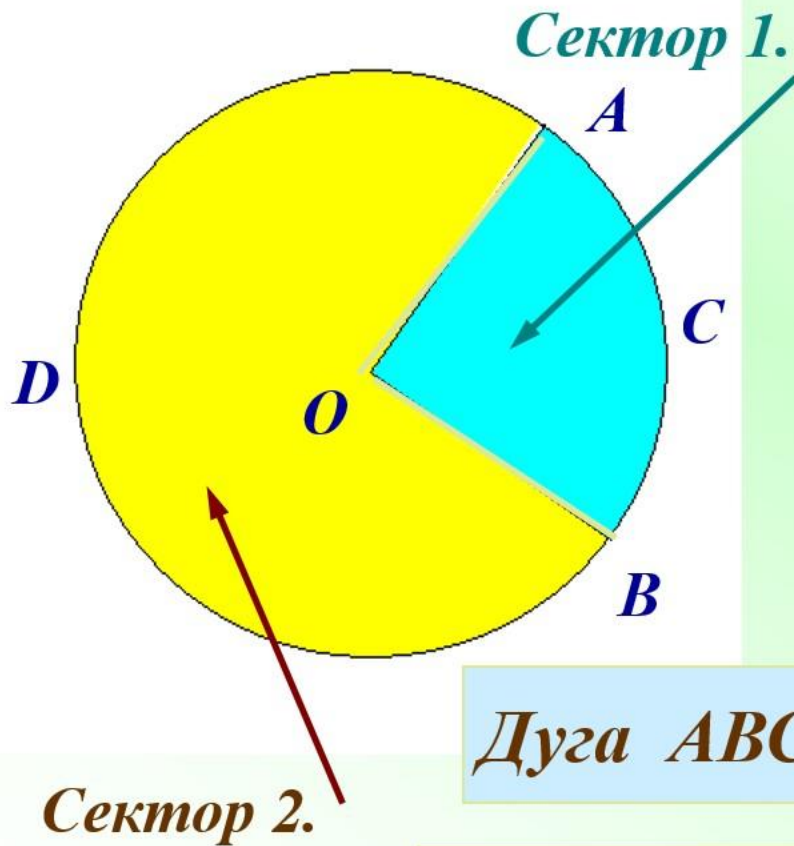


*Частина площини,  
обмежена колом.*

$$S = \pi R^2$$



# Круговий сектор

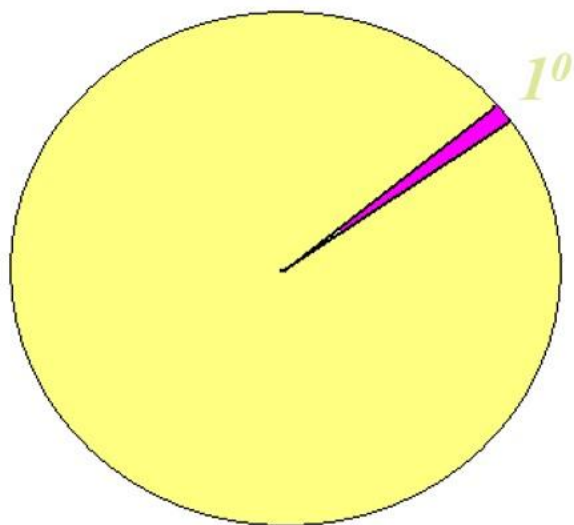


*Круговим сектором називається частина круга, обмежена дугою і двома радіусами, що з'єднують кінці дуги з центром круга.*

*Дуга  $ABC$  – дуга кругового сектора 1.*

*Дуга  $ADB$  – дуга кругового сектора 2.*

# Площа кругового сектора



$$S = \pi R^2$$

$$S_1 = \frac{S}{360^0} = \frac{\pi R^2}{360^0}$$

$$S_\alpha = \frac{\pi R^2}{360^0} \cdot \alpha$$



$$S = \pi R^2 = \frac{\pi D^2}{4}$$

Площа сектора

$$S = \frac{\pi \cdot R^2 \cdot n^\circ}{360^\circ} = \frac{lR}{2}$$

Площа круга



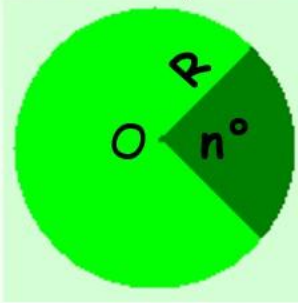
$$S = \pi R^2$$

$S$  - площа круга  
 $R$  - радіус круга

$$S = \frac{\pi D^2}{4}$$

$D$  - діаметр

Площа кругового сектора

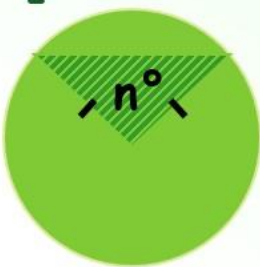


$$S_{кр.с} = \frac{\pi R^2 n}{360}$$

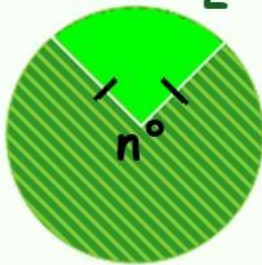
$S_{кр.с.}$  - площа кругового сектора  
 $n^\circ$  - градусна міра відповідного центрального кута

Площа кругового сегмента

1



2



1  $n < 180^\circ$

$$S_{сегм} = S_{кр.с.} - S_{\Delta}$$

$S_{сегм}$  - площа кругового сегмента

2  $n > 180^\circ$

$$S_{сегм} = S_{кр.с.} + S_{\Delta}$$

$S_{\Delta}$  - площа трикутника