

Тема 1.7

«Статистическое изучение связей между явлениями» (4 часа)

1. Виды связей между явлениями и методы их определения.
2. Прямолинейная корреляционная зависимость.
3. Криволинейная корреляционная зависимость.

«1»

Все показатели, с помощью которых мы характеризуем явления общественной жизни, взаимосвязаны между собой.

Например:

Валовый сбор = Посевная площадь · Урожайность

т.е. на валовый сбор влияют эти два фактора.

В свою очередь, в предыдущей теме были рассмотрены факторы, влияющие на урожайность.

Посевную площадь также можно увеличить или уменьшить, что непосредственно отразится на изменении валового сбора и т.п.

На основании данного примера и многих других, следует отметить, что все связи, которые существуют между показателями, делят на 3 группы:

❑ **балансовые** (наличие на начало периода + поступление – расход = наличие на конец периода)

Например: баланс денежных средств, основных фондов, кормов, продукции, материалов, работников и т.д.

Показатель	Наличие на начало года	Поступило	Выбыло	Наличие на конец года
Численность работников, чел.	145	28	19	154

- ❑ **КОМПОНЕНТНЫЕ** – изучаются с помощью индексов, где произведение двух элементов даёт третий показатель, имеющий экономический смысл.

Здесь рассматривается влияние каждого фактора на изменение сложного экономического явления (см. тему «Индексы»).

Например:

Цена · Объём реализации = Денежная выручка
или

Себестоимость 1ц · Объём производства = Общая себестоимость продукции

- ❑ **причинно-следственные (факторные) СВЯЗИ**

Например: связь между расходом кормов и продуктивностью животных, между дозой удобрений и урожайностью культур, между урожайностью и себестоимостью и т.п.

Группы предприятий	Доза удобрений, т/га	Урожайность зерновых, ц/га	Себестоимость 1ц зерна, руб.
I	25	18,6	175
II	38	22,5	168
III	45	28,4	154

Задача статистики состоит в том, чтобы определить наличие связей, изучить их и измерить величину.

Методы выявления взаимосвязей:

- аналитические группировки;
- графический;
- корреляционный;
- метод параллельных рядов.

Метод параллельных рядов означает, что два логически связанных показателя, выписываются параллельно друг другу либо в динамике по одному объекту, либо по нескольким объектам.

Например:

Динамика показателей в СПК «Победа»

Показатели	годы		
	2012	2013	2014
Урожайность зерновых, ц/га	14	16	18
Себестоимость 1 ц зерна, руб.	135	128	119

или

Динамика показателей в с./х.-предприятиях

Показатели	С./х.-предприятия		
	Победа	Родина	Нива
Доза удобрений, т/га	46	55	60
Урожайность картофеля, ц/га	160	172	186

«2»

Различают два вида зависимости между экономическими явлениями:

функциональную и корреляционную.

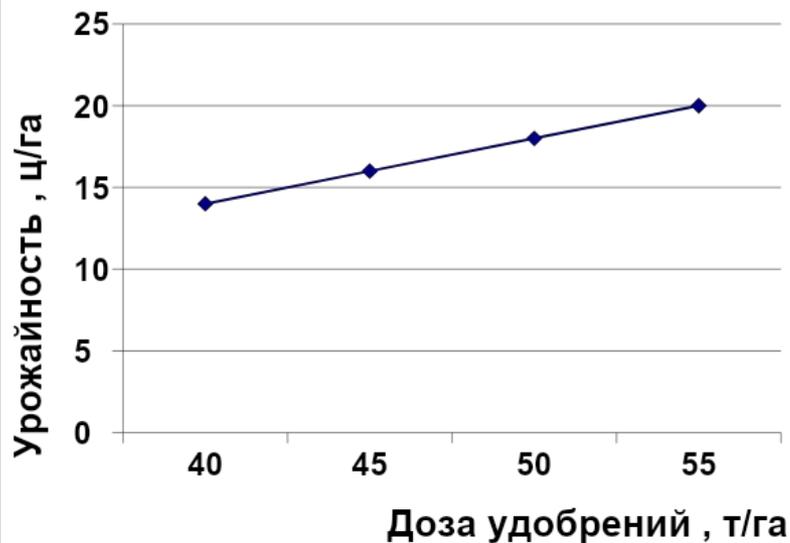
Зависимость между двумя величинами X и Y называется **функциональной**, если каждому значению величины X соответствует только одно значение величины Y и, наоборот.

Корреляционная связь – это такая связь, при которой каждому значению одной переменной величины X могут соответствовать несколько значений величины Y , где X – фактор, Y – результат.

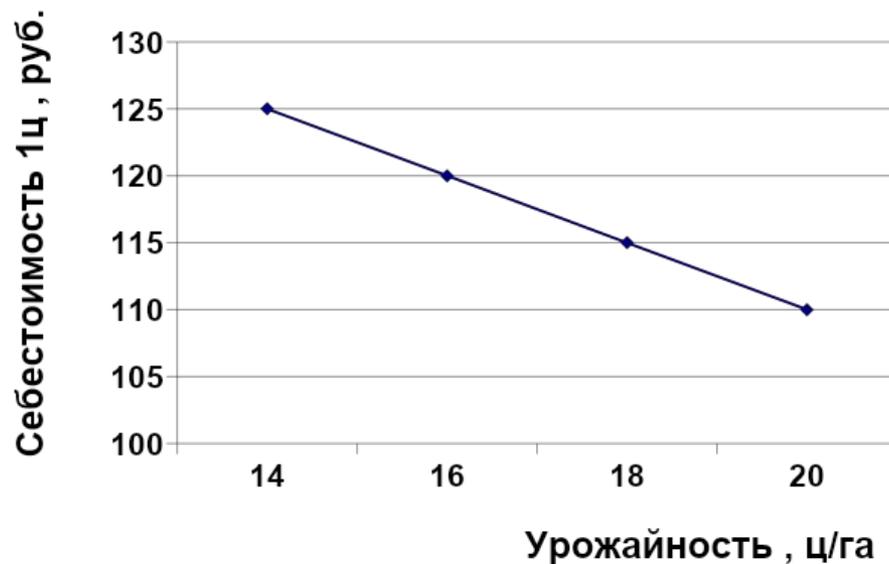
Это значит, что на результат влияет не только рассматриваемый фактор, но и многие другие.

- ❖ При этом, корреляционная связь может быть выявлена по результатам достаточно большого числа наблюдений.
- ❖ При выявлении количественной зависимости между изучаемыми признаками решаются следующие вопросы:
 - ✓ существует ли связь (графическое изображение);
 - ✓ какова форма связи (прямая или обратная, прямолинейная или криволинейная);
 - ✓ какова количественная характеристика связи (решение уравнения связи);
 - ✓ какова степень тесноты связи (расчёт показателей и их характеристика) и др.

Прямолинейная корреляционная зависимость – это та, при которой с возрастанием одной переменной величины (X), вторая (Y) закономерно возрастает или убывает.



а) прямая связь



б) обратная связь

Корреляционная связь описывается математическими уравнениями.

Корреляционное **уравнение прямой линии** имеет вид: $y = a + vx$, где x – фактор, y – результат, a и v – неизвестные параметры.

Уравнение считается решённым, если найдены параметры a и v .

Для решения используется система уравнений:

$$\begin{aligned} \sum y &= na + v\sum x \\ \sum xy &= a\sum x + v\sum x^2, \end{aligned}$$
 где n – число единиц совокупности.

Для решения прямолинейной корреляционной зависимости строится и рассчитывается вспомогательная таблица:

Например:

№ предприятия	Урожайность, ц/га (x)	Себестоимость 1ц, руб. (y)	x·y	x ²	y ²
1					
2					
3					
и т.д.					
Итого :					

Данные итоговой строки таблицы подставляются в систему уравнений для решения.

В результате получаем уравнение количественной связи между показателями, по которому делается вывод.

* Смысл уравнения сводится к характеристике параметра «в» (коэффициент регрессии), который показывает эффективность данного фактора X и означает: насколько увеличивается результат Y (если в – положительное) или уменьшается (если в – отрицательное) при увеличении фактора X на единицу измерения (ц/га, т, руб. и т.д.).

Например : В ходе решения задачи получено уравнение связи $y = 17,3 - 0,8x$

Вывод: При увеличении урожайности на 1 ц/га, себестоимость 1ц зерна снижается на 0,8 руб.

Например: x – доза удобрений, т/га

y – урожайность картофеля, ц/га

Получено уравнение связи: $y = 125 + 0,6x$

Вывод : При увеличении дозы удобрений на 1 т/га, урожайность картофеля увеличивается на 0,6 ц/га.

- ❖ Решение корреляционной зависимости необходимо при выполнении экономического анализа влияния факторов на результат, а также для планирования увеличения (снижения) общего эффекта за счёт этих факторов.

Для характеристики степени тесноты связи используются:

- ❑ коэффициент корреляции (r)
- ❑ коэффициент детерминации (D)

$$r = \frac{\overline{x \cdot y} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sigma_x \cdot \sigma_y}, \text{ где}$$

σ_x – среднее квадратическое отклонение по фактору

σ_y – среднее квадратическое отклонение по результату

$$\overline{x \cdot y} = \frac{\sum x \cdot y}{n} \quad \bar{x} = \frac{\sum x}{n} \quad \bar{y} = \frac{\sum y}{n},$$

где n – число единиц совокупности

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n} - \bar{x}^2} \quad \sigma_y = \sqrt{\frac{\sum y^2}{n} - \bar{y}^2}$$

- ❖ Коэффициент корреляции изменяется в пределах от $-0,999$ до $+0,999$, но не может быть больше 1.
- Если r – положительный, то связь между показателями прямая, если r – отрицательный, то связь обратная.

Качественные характеристики связи:

Значение r	Связь
от 0 до $\pm 0,3$	отсутствует
от $\pm 0,3$ до $\pm 0,5$	слабая
от $\pm 0,5$ до $\pm 0,7$	тесная
от $\pm 0,7$ до $\pm 0,9$	сильная

Квадрат коэффициента корреляции, выраженный в %, называется

коэффициентом детерминации:

$$D = r^2 \cdot 100\%$$

Он показывает, на сколько процентов влияет данный фактор на результат.

Например: $r = 0,8$, тогда $D = 64\%$ - это значит, что 64% всех изменений результата обусловлено данным фактором, а на остальные факторы приходится 36%.

При линейной корреляции может быть рассчитан **коэффициент эластичности** (Θ_x):

$$\Theta_x = v \cdot (\bar{x} / \bar{y}),$$

который показывает, на сколько процентов изменяется результат (Y), при

«3»

Если взаимосвязь нельзя описать линейным уравнением, то может быть использована **криволинейная зависимость**.

Её основные виды:

■ **гиперболическая зависимость** - $y = a + v \frac{1}{x}$

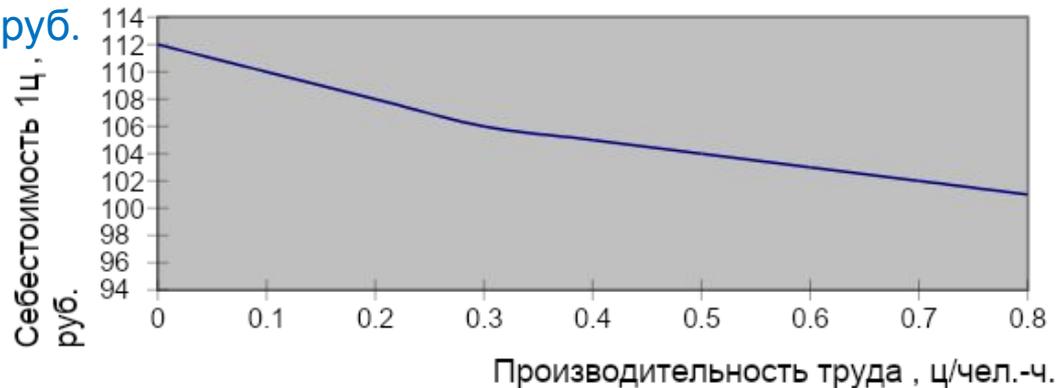
$$\sum y = na + v \sum \frac{1}{x}$$

$$\sum \frac{1}{x} \cdot y = a \sum \frac{1}{x} + v \sum \frac{1}{x^2}$$

Например: x – производительность труда, ц/чел.-ч.
 y – себестоимость 1ц, руб.

Получено уравнение : $y = 85 + 2/x$

Вывод: С ростом производительности труда на 1 ц/чел.-ч., себестоимость 1ц снижается на $2/x$ руб.



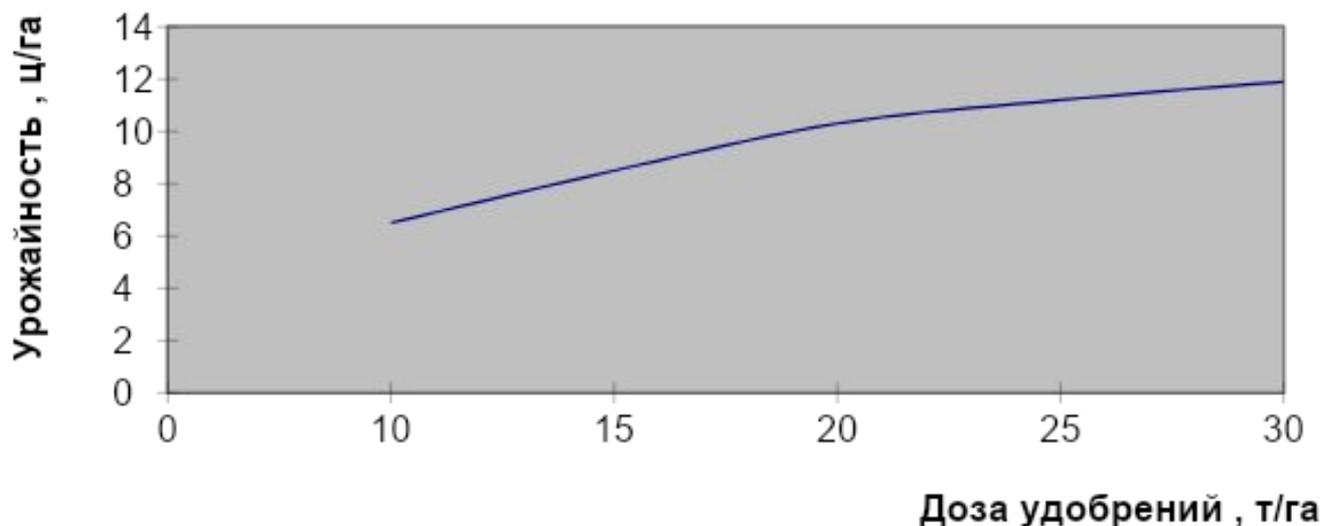
□ **полулогарифмическая кривая** - $y = a + b \cdot \lg x$

Например: x – доза удобрений, т/га

y – урожайность, ц/га

Получено уравнение связи: $y = 12 + 0,5 \lg x$

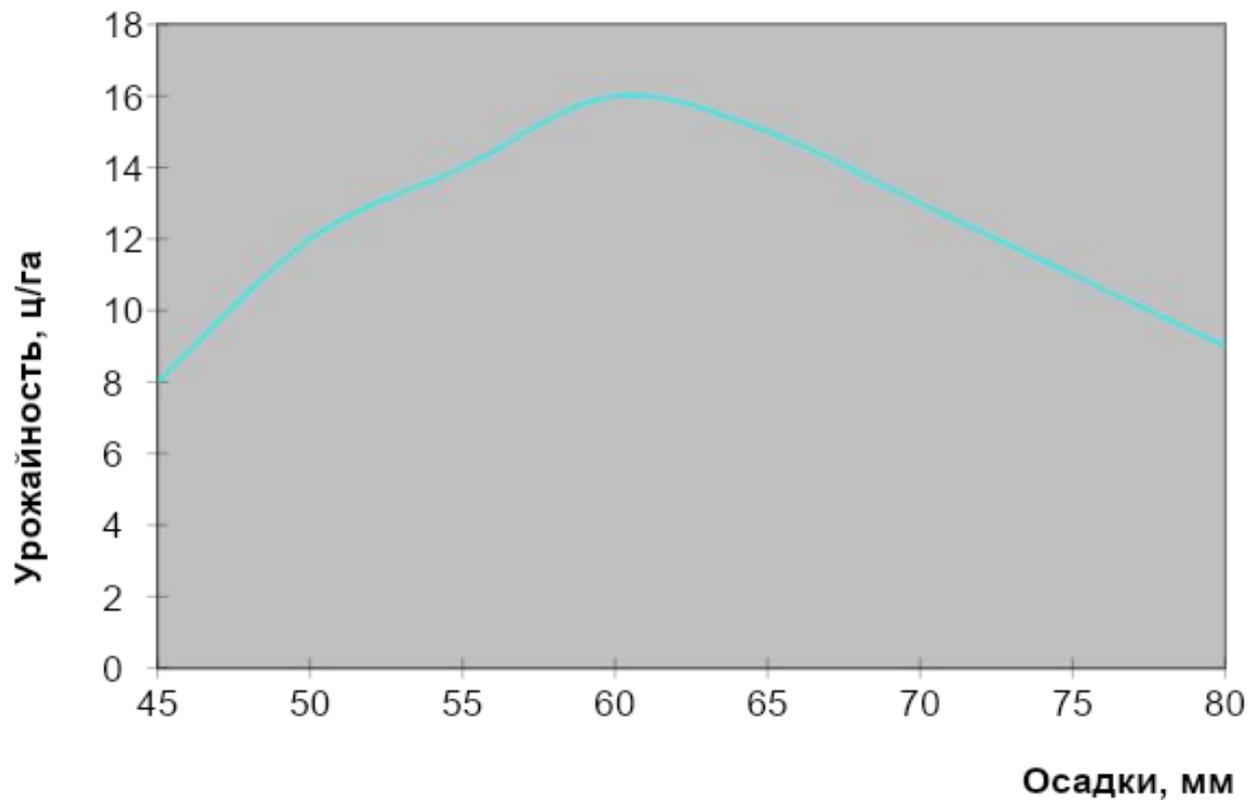
Вывод: с увеличением дозы удобрений на 1т/га, урожайность увеличивается на $0,5 \lg x$.



□ **параболическая зависимость** – $y = a + vx_1 + cx_2^2$

Например: x – осадки, мм

y – урожайность, ц/га



Для характеристики степени тесноты криволинейной корреляционной связи используют два показателя :

❑ **корреляционное отношение** (η)

❑ **индекс корреляции** (η^2)

$$\eta = \sqrt{\frac{G^2_{\text{сист.}}}{G^2_{\text{общ.}}}} = \sqrt{1 - \frac{G^2_{\text{ост.}}}{G^2_{\text{общ.}}}}, \text{ где}$$

$$G^2_{\text{общ.}} = \frac{\sum (y_{\text{факт.}} - \bar{y})^2}{n}$$

$$G^2_{\text{ост.}} = \frac{\sum (y_{\text{факт.}} - y_{\text{теор.}})^2}{n}$$

$$G^2_{\text{сист.}} = \frac{\sum (y_{\text{теор.}} - \bar{y})^2}{n}$$

Индекс корреляции – это квадрат корреляционного отношения. По смыслу означает то же самое, что и коэффициент корреляции при линейной зависимости, и выражается в %.

❖ Корреляционное отношение и индекс корреляции - универсальные показатели, т.к. могут быть использованы для характеристики степени тесноты связи и при прямолинейной зависимости.