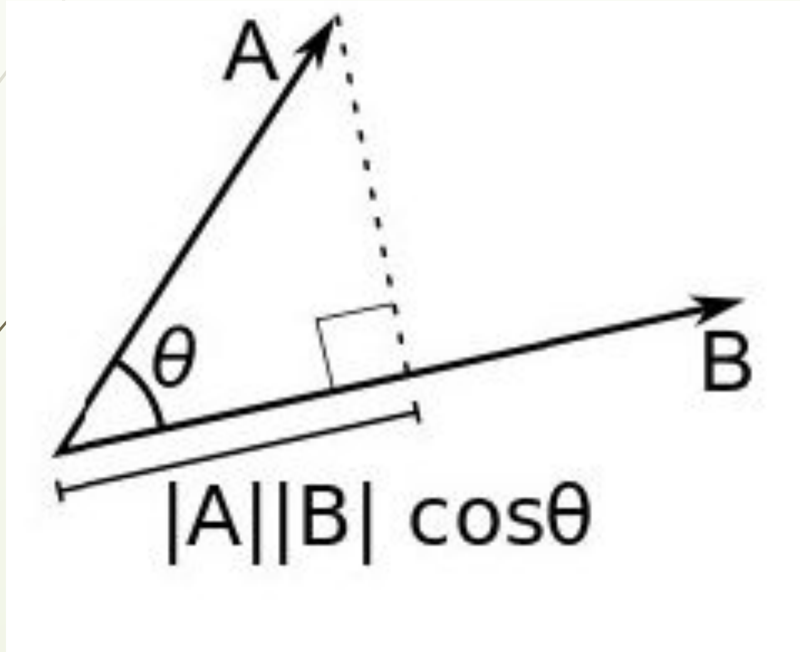
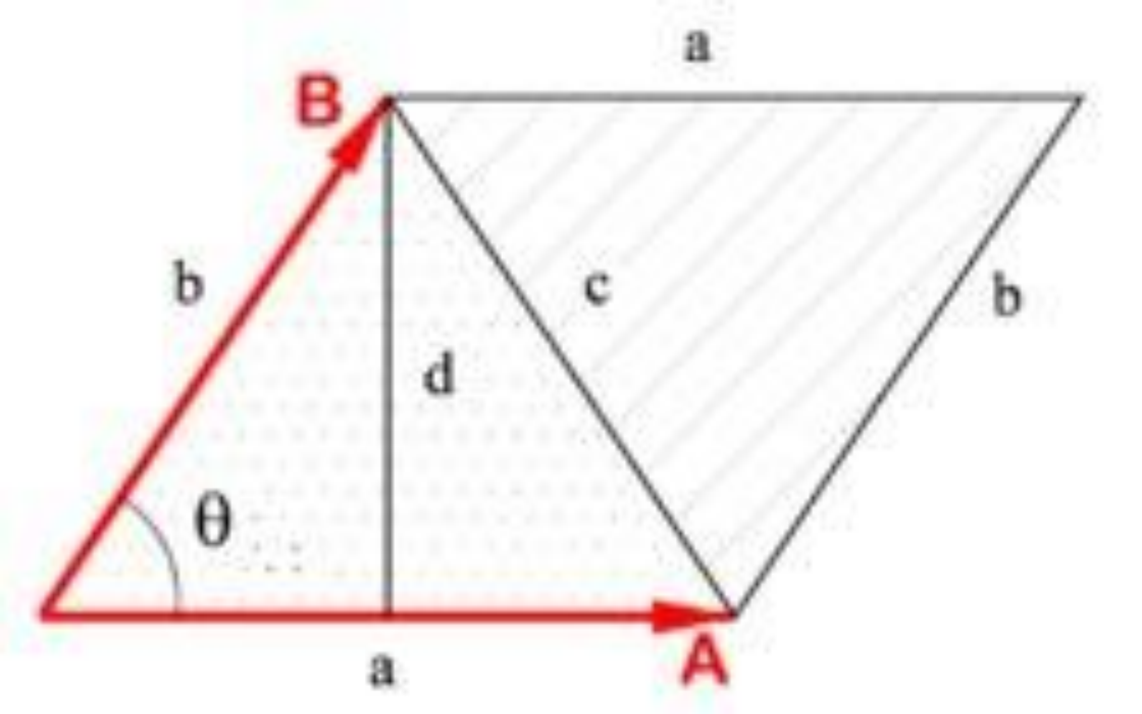
Вычислительная геометрия

Скалярное произведение векторов



- $a \cdot b = |a| \cdot |b| \cos a$
- $a \cdot b = a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y$

Косое произведение векторов



$[a, b] = |a|\,|b| \sin\theta$

$[a, b] = x_1 y_2 — x_2 y_1.$

По введенным трем числам a, b, c определить существует ли треугольник с такими сторонами.

Неравенство треугольника является необходимым и достаточным условием существования треугольника

- $a + b > c$
- $a + c > b$
- $b + c > a$

Определить существует ли треугольник с такими координатами вершин.

Треугольника не существует когда данные три точки лежат на одной прямой.

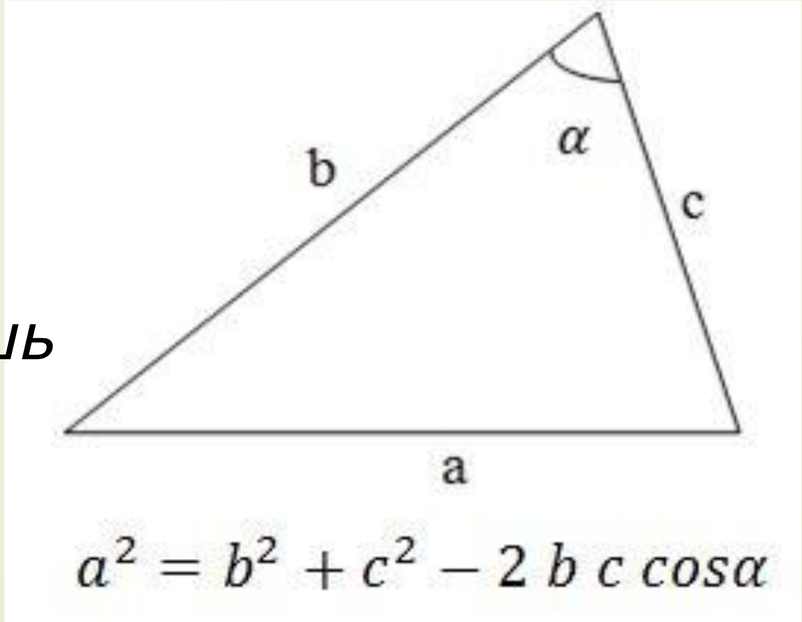
Проверяется через косое произведение векторов:

$[a, b] = x_1y_2 — x_2y_1$.

Если оно равно нулю, то векторы коллинеарные, то есть все три точки лежат на одной прямой.

Треугольник задан своими сторонами. Определить тип треугольника: тупоугольный, прямоугольный или остроугольный.

Теорема косинусов:



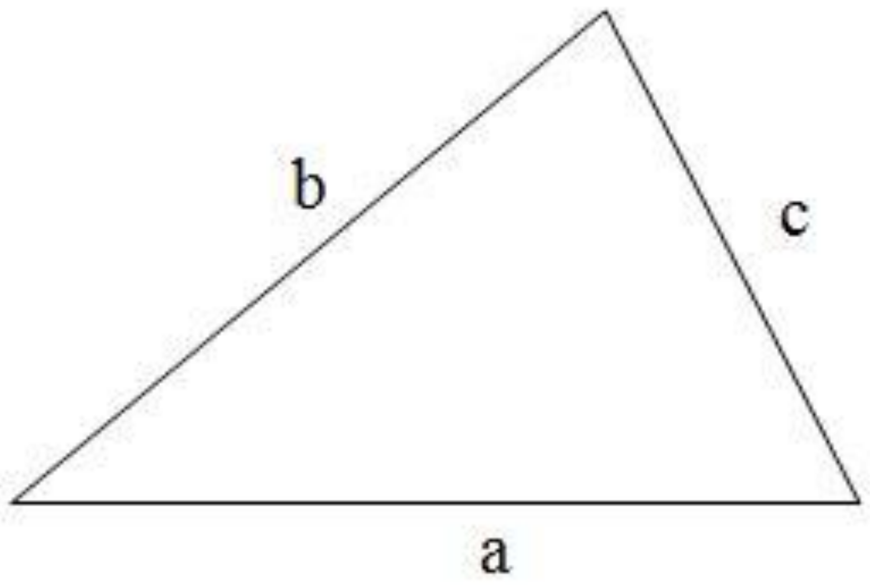
Вычислять косинус угла не обязательно, необходимо учесть лишь его знак:

Если cosα > 0, то $a^2 < b^2 + c^2$ – треугольник остроугольный

- Если cosα = 0, то $a^2 = b^2 + c^2$ – треугольник прямоугольный
- Если cosα < 0, то $a^2 > b^2 + c^2$ – треугольник тупоугольный

где a – большая сторона.

По данным сторонам треугольника найти его площадь.

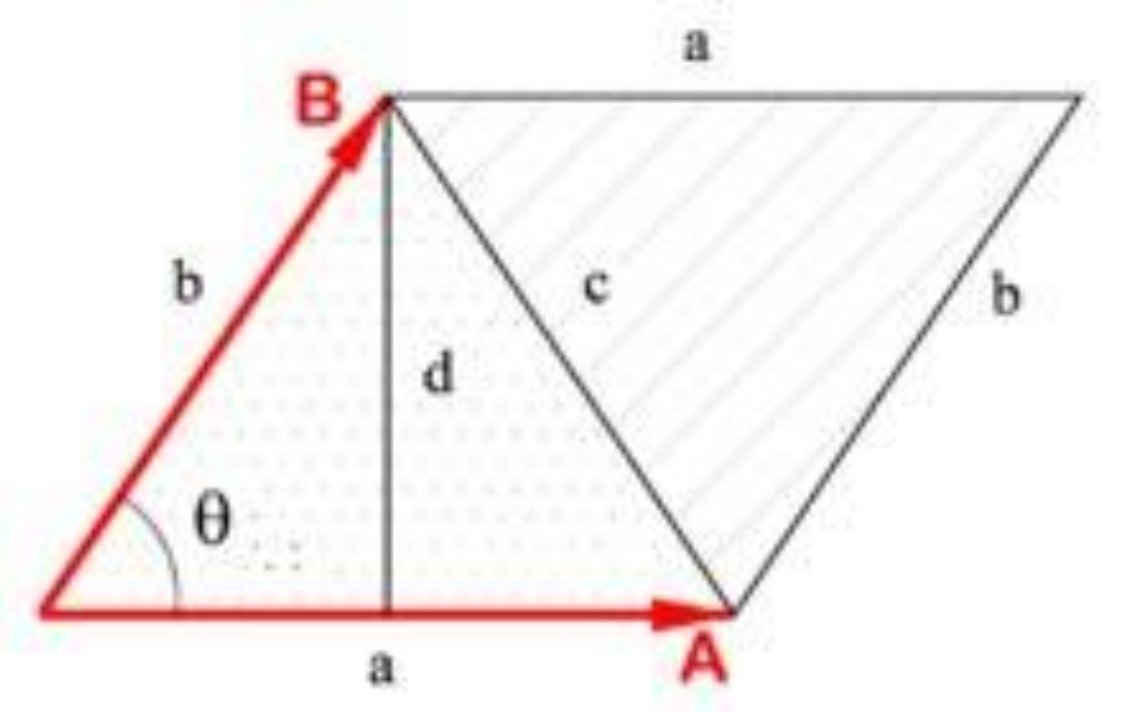


$$p = \frac{a+b+c}{2}$$

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

Вычислить площадь треугольника заданного координатами своих вершин.

Косое произведение двух векторов определяет ориентированную площадь параллелограмма основанного на этих векторах.



$S = (x_1y_2 — x_2y_1) / 2$ — ориентированная площадь треугольника
X1,Y1 – координаты вектора А

$$S = \left|\frac{(x2 - x1) * (y3 - y1) - (x3 - x1) * (y2 - y1)}{2}\right|$$

Где x1,y1,x2,y2,x3,y3 – координаты точек.

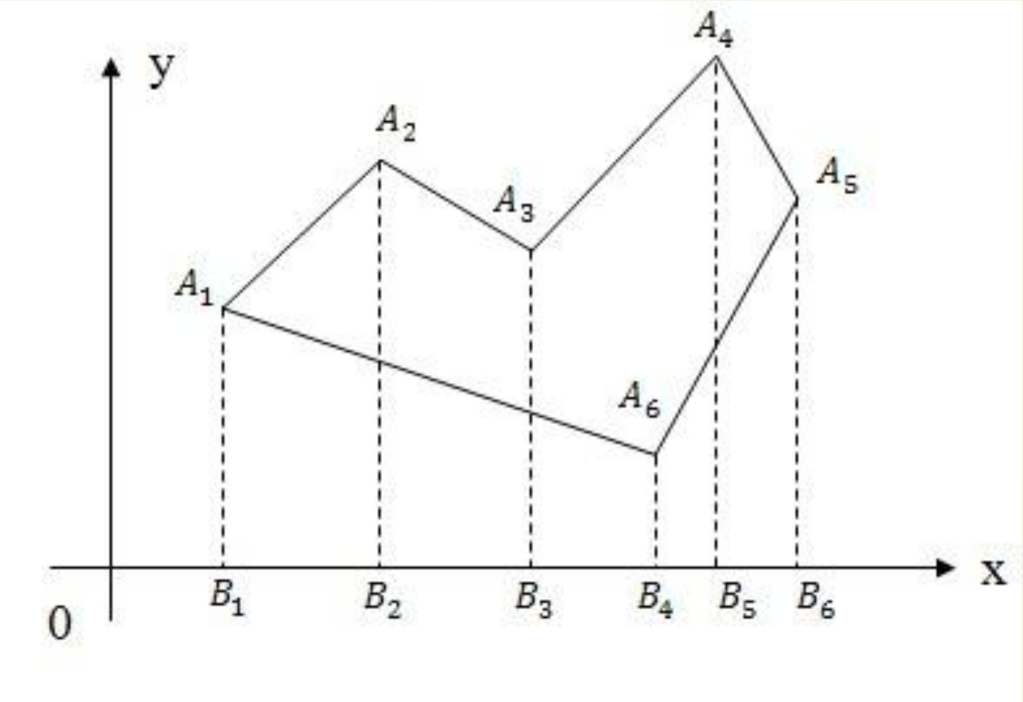
Вычисление площади многоугольника заданного координатами своих вершин.

Метод трапеций

$S = S_{A1\ A2\ B2\ B1} + S_{A2\ A3\ B3\ B2} + S_{A3\ A4\ B5\ B3} + S_{A4\ A5\ B6\ B5} - S_{A5\ A6\ B4\ B6} - S_{A6\ A1\ B1\ B4}$

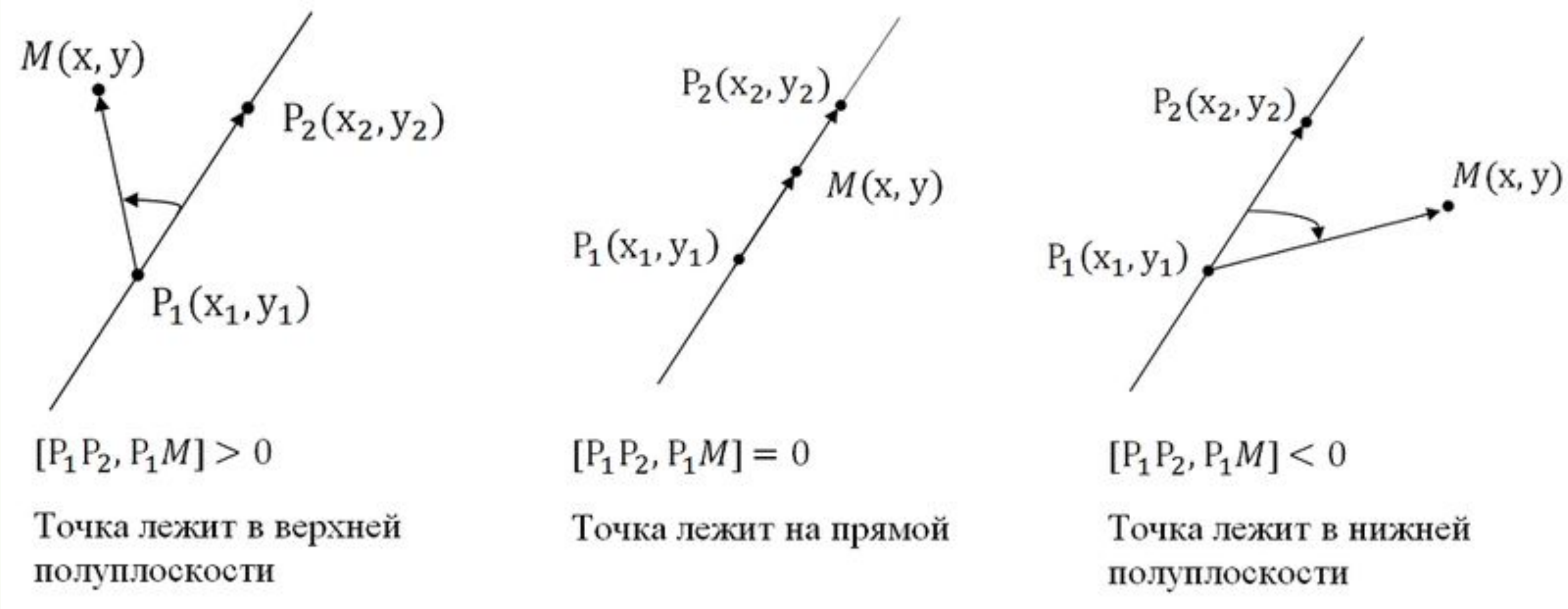
Площади трапеций: полусумма оснований на высоту

$S_{A1\ A2\ B2\ B1} = 0.5 * (A_1B_1 + A_2B_2) *(B_2 — B_1)$



Определить взаимное расположении точки и прямой: лежит выше прямой, на прямой, под прямой.

- Косое произведение двух векторов положительно, если поворот от первого вектора ко второму идет против часовой стрелки, равно нулю, если векторы коллинеарны и отрицательно, если поворот идет по часовой стрелки.



Симметрия

(Время: 1 сек. Память: 16 Мб Сложность: 19%)

Многие из вас, вероятно, знакомы с понятием симметрии относительно прямой. Пусть на плоскости расположена прямая L и точка A. Точка B называется симметричной точке A относительно прямой L, если отрезок AB перпендикулярен прямой L и делится пополам точкой пересечения с ней. В частности, если точка A лежит на прямой L, то точка B совпадает с точкой A. Задана прямая L, параллельная одной из осей координат, и точка A. Найдите точку B, симметричную A относительно L.

Входные данные

Первая строка входного файла INPUT.TXT содержит 4 числа: x_1, y_1, x_2, y_2 – координаты двух различных точек, через которые проходит прямая L. Вторая строка входного файла содержит 2 числа x_A и y_A – координаты точки A. Все числа во входном файле целые и не превосходят 10^8 по модулю.

Выходные данные

В выходной файл OUTPUT.TXT выведите числа x_B и y_B – координаты точки B.

№	INPUT.TXT	OUTPUT.TXT
1	0 0 0 1 10 10	-10 10
2	0 0 1 0 10 10	10 -10

```
var x1,y1,x2,y2,ax,ay,bx,by:longint;
begin
assign(input,'input.txt'); reset(input);
assign(output,'output.txt'); rewrite(output);
readln(x1,y1,x2,y2,ax,ay);
if x1=x2 then
begin
bx:=2*x1-ax; by:=ay;
end;
if y1=y2 then
begin
by:=2*y1-ay; bx:=ax;
end;
writeln(bx,' ',by);
end.
```

Треугольник и точка

(Время: 1 сек. Память: 16 Мб Сложность: 32%)

В декартовой системе координат на плоскости заданы координаты вершин треугольника и еще одной точки. Требуется написать программу, определяющую, принадлежит ли эта точка треугольнику.

Входные данные

В четырех строках входного файла INPUT.TXT находятся пары целых чисел - координаты точек. Числа в первых трех строках - это координаты вершин треугольника (x_1,y_1), (x_2,y_2), (x_3,y_3), в четвертой строке - координаты тестируемой точки (x_4,y_4). Все координаты не превышают 10000 по абсолютной величине.

Выходные данные

В выходной файл OUTPUT.TXT необходимо вывести слово «In», если точка находится внутри треугольника и «Out» в противном случае.

№	INPUT.TXT	OUTPUT.TXT
1	0 0 100 0 0 100 100 100	Out
2	0 0 100 0 0 100 10 10	In
3	0 0 100 0 0 100 50 50	In
4	0 0 100 0 0 100 0 0	In

- Формула

$$S = \left|\frac{(x2 - x1) * (y3 - y1) - (x3 - x1) * (y2 - y1)}{2}\right|$$

- var x1,y1,x2,y2,x3,y3,x4,y4:integer;
- s,s1,s2,s3:real;
- begin
- assign(input, 'input.txt'); reset(input);
- assign(output, 'output.txt'); rewrite(output);
- readln(x1,y1,x2,y2,x3,y3,x4,y4);
- s:=abs(((x2-x1)*(y3-y1)-(x3-x1)*(y2-y1))/2);
- s1:=abs(((x4-x1)*(y3-y1)-(x3-x1)*(y4-y1))/2);
- s2:=abs(((x4-x2)*(y2-y1)-(x2-x1)*(y4-y2))/2);
- s3:=abs(((x4-x2)*(y3-y2)-(x3-x2)*(y4-y2))/2);
- if (s1+s2+s3)<=s then writeln('In') else writeln('Out');
- end.

Фонарики

(Время: 1 сек. Память: 16 Мб Сложность: 31%)

«Одна голова хорошо, а две лучше. Одна лампочка хорошо, а две лучше!» - подумал Миша, и решил собрать фонарик с двумя лампочками. Теперь он хочет узнать, насколько фонарик с двумя лампочками лучше, чем фонарик с одной. Для этого Миша посветил фонариком на стену, и каждая из лампочек осветила на ней круг.

Эффективность фонарика Миша хочет оценить через площадь освещенной части стены. Миша догадался измерить координаты центров освещенных кругов и их радиусы (которые оказались одинаковыми). Причем, площадь, освещаемая фонариком с одной лампочкой известна, т.к. описана в документации, прилагаемой к фонарику. Но что делать дальше он не знает. Напишите программу, которая поможет Мише.

Входные данные

В первых двух строчках входного файла INPUT.TXT содержатся координаты (x_1,y_1) и (x_2,y_2) - центры кругов от лампочек собранного Мишей фонарика. В третьей строке задан радиус r описанных выше кругов, а четвертая строка содержит площадь освещения s фонариком из одной лампочки. Все числа целые и удовлетворяют следующим ограничениям: $1 \le x_1,y_1,x_2,y_2,r \le 100$, $1 \le s \le 10^5$. Так же заметим, что площади, освещаемые разными фонариками, отличаются друг от друга более чем на 10^{-3}.

Выходные данные

В выходной файл OUTPUT.TXT выведите «YES», если Мишин фонарик лучше старого (т.е. освещает большую площадь) и «NO» в противном случае.

№	INPUT.TXT	OUTPUT.TXT
1	1 2 3 4 2 22	YES
2	1 1 100 100 1 7	NO

Фонарики

```
uses math;
var x1,y1,x2,y2,r,s:longint;
d,h,st,a,al,ss,sp:double;
begin
assign(input, 'input.txt'); reset(input);
assign(output, 'output.txt'); rewrite(output);
readln(x1,y1,x2,y2,r,s);
d:=sqrt(sqr(x1-x2)+sqr(y1-y2));
if (x1=x2) and (y1=y2) then
begin
if pi*r*r>s then writeln('YES') else writeln('NO');
exit
end;
if d>=2*r then sp:=0
else begin
h:=d/2;
a:=sqrt(sqr(r)-sqr(h));
st:=a*h;
al:=arccos((r*r-2*a*a)/r*r);
ss:=pi*r*r*al/360;
sp:=2*(ss-st);
end;
if (2*pi*r*r-sp)>s then writeln('YES') else writeln('NO');
end.
```