

Правило произведения

Комбинаторика



Сегодня на уроке

1. Вспомним, какие задачи называют комбинаторными.
2. Повторим правило произведения.
3. Рассмотрим некоторые комбинаторные задачи.

В науке и на практике часто встречаются задачи, решая которые, возникает необходимость составлять различные комбинации из конечного числа элементов и подсчитывать число этих комбинаций. Такие задачи называют **комбинаторными задачами**.

Раздел математики, в котором рассматривается решение комбинаторных задач, называют **комбинаторикой**.

Слово «**комбинаторика**» в переводе с латинского означает «**соединять, сочетать**».

Комбинаторика – это раздел математики, в котором изучаются вопросы о том, сколько различных комбинаций, подчинённых тем или иным условиям, можно составить из заданных объектов.



Правило произведения

Если существует n вариантов выбора первого элемента и для каждого из них имеется m вариантов выбора второго элемента, то всего существует $n \cdot m$ различных пар с выбранными таким образом первым и вторым элементами.

Сколько различных двузначных чисел можно записать с помощью цифр 0, 1, 3, 5, 7?

В качестве первой цифры двузначного числа может быть выбрана любая из цифр 1, 3, 5, 7.

$$n = 4$$

В качестве второй цифры двузначного числа может быть выбрана любая из цифр 0, 1, 3, 5, 7.

$$m = 5$$

Число всевозможных двузначных чисел, составленных с помощью предложенных цифр, равно $4 \cdot 5$, т. е. равно 20.

Сколько различных трёхзначных чисел можно записать с помощью цифр 0, 1, 3, 5, 7?

С помощью цифр 0, 1, 3, 5, 7 можно записать 20 различных двузначных чисел.

Приписав к каждому из этих чисел любую из имеющихся пяти цифр, мы получим различные трёхзначные числа.

$$20 \cdot 5 = 100$$

Получается, что для решения этой задачи правило произведения использовалось 2 раза?



Сколько различных трёхзначных чисел можно записать с помощью цифр 0, 1, 3, 5, 7?

Первую цифру трёхзначного числа можно было выбрать 4 способами.

$$n = 4$$

Вторую цифру можно было присоединить к ней 5 способами.

$$m = 5$$

Третью цифру к каждому получившемуся двузначному числу можно было присоединить также 5 способами.

$$k = 5$$

$$n \cdot m \cdot k = 4 \cdot 5 \cdot 5 = 100$$

Правило произведения

Если существует n вариантов выбора первого элемента и для каждого из них имеется m вариантов выбора второго элемента, то всего существует $n \cdot m$ различных пар с выбранными таким образом первым и вторым элементами.

Правило произведения может быть применено неоднократно для подсчёта числа соединений из трёх, четырёх, пяти и т. д. элементов, которые выбираются из определённых множеств с конечным числом элементов.

Задание № 1

Сколько различных двузначных чисел можно записать, используя цифры 1, 2, 3 и 4?

Решение:

В качестве первой цифры числа может быть выбрана любая из цифр 1, 2, 3 и 4.

$$n = 4$$

В качестве второй цифры числа может быть выбрана любая из цифр 1, 2, 3 и 4.

$$m = 4$$

Число всевозможных двузначных чисел, составленных с помощью предложенных четырёх цифр:

$$n \cdot m = 4 \cdot 4 = 16.$$

Ответ: 16.

Задание № 2

Сколько различных трёхзначных чисел можно записать с помощью цифр 6, 7, 8 и 9?

Решение:

В качестве первой цифры числа может быть выбрана любая из цифр 6, 7, 8, 9.

$$n = 4$$

В качестве второй цифры числа может быть выбрана любая из цифр 6, 7, 8, 9.

$$m = 4$$

В качестве третьей цифры числа может быть выбрана любая из цифр 6, 7, 8, 9.

$$k = 4$$

$$n \cdot m \cdot k = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$$

Ответ: 64.

Задание № 3

Сколько различных трёхзначных чисел, не имеющих одинаковых цифр, можно записать с помощью цифр 1, 2, 3 и 4?

Решение:

В качестве первой цифры числа может быть выбрана любая из цифр 1, 2, 3 и 4.

$$n = 4$$

В качестве второй цифры может быть записана любая из оставшихся трёх цифр.

$$m = 3$$

В качестве третьей цифры может быть записана любая из оставшихся двух цифр.

$$k = 2$$

$$n \cdot m \cdot k = 4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$$

Ответ: 24.

Задание № 4

Сколько различных четырёхбуквенных слов можно записать с помощью букв «м» и «а»?

Решение:

Каждая из четырёх букв составленного слова последовательно выбирается из имеющихся двух букв.

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$$

Ответ: 16.

«MMMM» и «МММа»

«aaaM» и «аааМ»

Словом в комбинаторике называют любую последовательность букв.

Задание № 5

В школьной олимпиаде по математике победителями оказались 3 человека, в олимпиаде по физике – 2 человека, в олимпиаде по русскому языку – 4 человека. На районные олимпиады по математике, физике и русскому языку школа должна направить по одному учащемуся из числа победителей школьных туров по трём предметам. Сколькими способами можно это сделать?

Решение:

Одного участника на олимпиаду по математике и одного участника на олимпиаду по физике можно выбрать $3 \cdot 2$, т. е. 6 способами.

Троих человек для участия в названных олимпиадах можно выбрать $6 \cdot 4$, т. е. 24 способами.

Ответ: 24.

Задание № 6

Сколькими способами можно составить расписание шести уроков на один день из шести различных учебных предметов?

Решение:

Первым уроком можно поставить любой из шести предметов.

$$n = 6$$

Вторым уроком можно поставить любой из пяти оставшихся предметов.

$$m = 5$$

Третьим уроком можно поставить любой из четырёх оставшихся предметов.

$$k = 4$$

$$n \cdot m \cdot k \cdot p \cdot s \cdot t = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$$

Четвёртым уроком можно поставить любой из оставшихся трёх предметов.

$$p = 3$$

Пятым уроком можно поставить любой из оставшихся двух предметов.

$$s = 2$$

Шестым уроком будет оставшийся предмет.

$$t = 1$$

Ответ: 720.

Задание № 7

Сколько различных поездов можно составить из девяти вагонов, если каждый из вагонов можно поставить на любом месте?

Решение:

Первым вагоном можно поставить любой из девяти вагонов.

$$n = 9$$

Второй вагон можно выбрать из оставшихся восьми вагонов.

$$m = 8$$

Два первых вагона можно выбрать

$$n \cdot m = 9 \cdot 8 = 72 \text{ способами.}$$

Третий вагон можно выбрать из семи вагонов, которые остались.

$$k = 7$$

Три первых вагона можно выбрать

$$n \cdot m \cdot k = 9 \cdot 8 \cdot 7 = 504 \text{ способами.}$$

$$n \cdot m \cdot k \cdot p \cdot r \cdot s \cdot t \cdot q \cdot z =$$

$$= 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 362\,880$$

Ответ: 362 880.

Задание № 8

В классе 20 учащихся. Необходимо выбрать из их числа старосту, физорга и культорга. Сколькими способами можно осуществить этот выбор, если один ученик может занимать только одну должность?

Решение:

На должность старосты можно выбрать одного из двадцати учеников.

$$n = 20$$

На должность физорга можно выбрать одного из девятнадцати учеников.

$$m = 19$$

На должность культорга можно выбрать одного из оставшихся восемнадцати учеников.

$$k = 18$$

$$n \cdot m \cdot k = 20 \cdot 19 \cdot 18 = 6840$$

Ответ: 6840.

Задание № 9

Из города A в город B ведут две дороги, из города B в город C – три дороги, из города C в город D – две дороги. Путешественник хочет проехать из города A через города B и C в город D . Сколькими способами он может выбрать маршрут?



Решение:

Путь из города A в город B путешественник может выбрать двумя способами.

$$n = 2$$

В каждом из двух случаев он может проехать из города B в город C тремя способами.

$$m = 3$$

Значит, имеются $n \cdot m = 2 \cdot 3 = 6$ вариантов маршрута из города A в город C .

Из города C в город D можно попасть двумя способами.

$$k = 2$$

Всего существует $n \cdot m \cdot k = 6 \cdot 2 = 12$ способов выбора маршрута из города A в город D .

Ответ: 12.

Итоги урока

В науке и на практике часто встречаются задачи, решая которые, возникает необходимость составлять различные комбинации из конечного числа элементов и подсчитывать число этих комбинаций. Такие задачи называют комбинаторными задачами.

Правило произведения

Если существует n вариантов выбора первого элемента и для каждого

Сколько различных двузначных чисел можно записать с помощью цифр 0, 1, 3, 5, 7?

Сколько различных трёхзначных чисел можно записать с помощью цифр 0, 1, 3, 5, 7?

С помощью цифр 0, 1, 3, 5, 7 можно записать 20 различных двузначных чисел.

Приписав к каждому из этих чисел любую из имеющихся пяти цифр, мы получим различные трёхзначные числа.

$$20 \cdot 5 = 100$$

Получается, что для решения этой задачи правило произведения использовалось 2 раза?



Сколько различных трёхзначных чисел можно записать с помощью цифр 0, 1, 3, 5, 7?

С помощью цифр 0, 1, 3, 5, 7 можно записать 20 различных двузначных чисел.

Приписав к каждому из этих чисел любую из имеющихся пяти цифр, мы получим различные трёхзначные числа.

$$20 \cdot 5 = 100$$

Получается, что для решения этой задачи правило произведения использовалось 2 раза?

