Правило произведения

Комбинаторика

VIDEOUROKI.NET

Сегодня на уроке

1. Вспомним, какие задачи называют комбинаторными.
2. Повторим правило произведения.
3. Рассмотрим некоторые комбинаторные задачи.

VIDEOUROKI.NET

В науке и на практике часто встречаются задачи, решая которые, возникает необходимость составлять различные комбинации из конечного числа элементов и подсчитывать число этих комбинаций. Такие задачи называют комбинаторными задачами.

Раздел математики, в котором рассматривается решение комбинаторных задач, называют комбинаторикой.

Слово «комбинаторика» в переводе с латинского означает «соединять, сочетать».

VIDEOUROKI.NET

Комбинаторика – это раздел математики, в котором изучаются вопросы о том, сколько различных комбинаций, подчинённых тем или иным условиям, можно составить из заданных объектов.

VIDEOUROKI.NET

Правило произведения

Если существует n вариантов выбора первого элемента и для каждого из них имеется m вариантов выбора второго элемента, то всего существует $n \cdot m$ различных пар с выбранными таким образом первым и вторым элементами.

VIDEOUROKI.NET

Сколько различных двузначных чисел можно записать с помощью цифр $0, 1, 3, 5, 7$?

В качестве первой цифры двузначного числа может быть выбрана любая из цифр $1, 3, 5, 7$.

$n = 4$

В качестве второй цифры двузначного числа может быть выбрана любая из цифр $0, 1, 3, 5, 7$.

$m = 5$

Число всевозможных двузначных чисел, составленных с помощью предложенных цифр, равно $4 \cdot 5$, т. е. равно 20.

VIDEOUROKI.NET

Сколько различных трёхзначных чисел можно записать с помощью цифр $0, 1, 3, 5, 7$?

С помощью цифр $0, 1, 3, 5, 7$ можно записать 20 различных двузначных чисел.

Приписав к каждому из этих чисел любую из имеющихся пяти цифр, мы получим различные трёхзначные числа.

$$20 \cdot 5 = 100$$

Получается, что для решения этой задачи правило произведения использовалось 2 раза?

VIDEOUROKI.NET

Сколько различных трёхзначных чисел можно записать с помощью цифр $0, 1, 3, 5, 7$?

Первую цифру трёхзначного числа можно было выбрать 4 способами.

$n = 4$

Вторую цифру можно было присоединить к ней 5 способами.

$m = 5$

Третью цифру к каждому получившемуся двузначному числу можно было присоединить также 5 способами.

$k = 5$

$n \cdot m \cdot k = 4 \cdot 5 \cdot 5 = 100$

VIDEOUROKI.NET

Правило произведения

Если существует n вариантов выбора первого элемента и для каждого из них имеется m вариантов выбора второго элемента, то всего существует $n \cdot m$ различных пар с выбранными таким образом первым и вторым элементами.

Правило произведения может быть применено неоднократно для подсчёта числа соединений из трёх, четырёх, пяти и т. д. элементов, которые выбираются из определённых множеств с конечным числом элементов.

VIDEOUROKI.NET

Задание № 1

Сколько различных двузначных чисел можно записать, используя цифры 1, 2, 3 и 4?

Решение:

В качестве первой цифры числа может быть выбрана любая из цифр 1, 2, 3 и 4.

$n = 4$

В качестве второй цифры числа может быть выбрана любая из цифр 1, 2, 3 и 4.

$m = 4$

Число всевозможных двузначных чисел, составленных с помощью предложенных четырёх цифр:

$n \cdot m = 4 \cdot 4 = 16.$

Ответ: 16.

VIDEOUROKI.NET

Задание № 2

Сколько различных трёхзначных чисел можно записать с помощью цифр $6, 7, 8$ и 9?

Решение:

В качестве первой цифры числа может быть выбрана любая из цифр $6, 7, 8, 9$.

$n = 4$

В качестве второй цифры числа может быть выбрана любая из цифр $6, 7, 8, 9$.

$m = 4$

В качестве третьей цифры числа может быть выбрана любая из цифр $6, 7, 8, 9$.

$k = 4$

$n \cdot m \cdot k = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$

Ответ: 64.

VIDEOUROKI.NET

Задание № 3

Сколько различных трёхзначных чисел, не имеющих одинаковых цифр, можно записать с помощью цифр 1, 2, 3 и 4?

Решение:

В качестве первой цифры числа может быть выбрана любая из цифр 1, 2, 3 и 4.

$n = 4$

В качестве второй цифры может быть записана любая из оставшихся трёх цифр.

$m = 3$

В качестве третьей цифры может быть записана любая из оставшихся двух цифр.

$k = 2$

$n \cdot m \cdot k = 4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$

Ответ: 24.

VIDEOUROKI.NET

Задание № 4

Сколько различных четырёхбуквенных слов можно записать с помощью букв «м» и «а»?

Решение:

Каждая их четырёх букв составляемого слова последовательно выбирается из имеющихся двух букв.

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$$

Ответ: 16.

«мммм» и «ммма»

«аааm» и «аама»

Словом в комбинаторике называют любую последовательность букв.

VIDEOUROKI.NET

Задание № 5

В школьной олимпиаде по математике победителями оказались 3 человека, в олимпиаде по физике – 2 человека, в олимпиаде по русскому языку – 4 человека. На районные олимпиады по математике, физике и русскому языку школа должна направить по одному учащемуся из числа победителей школьных туров по трём предметам. Сколькими способами можно это сделать?

Решение:

Одного участника на олимпиаду по математике и одного участника на олимпиаду по физике можно выбрать $3 \cdot 2$, т. е. 6 способами.

Троих человек для участия в названных олимпиадах можно выбрать $6 \cdot 4$, т. е. 24 способами.

Ответ: 24.

VIDEOUROKI.NET

Задание № 6

Сколькими способами можно составить расписание шести уроков на один день из шести различных учебных предметов?

Решение:

Первым уроком можно поставить любой из шести предметов.

$n = 6$

Вторым уроком можно поставить любой из пяти оставшихся предметов.

$m = 5$

Третьим уроком можно поставить любой из четырёх оставшихся предметов.

$k = 4$

Четвёртым уроком можно поставить любой из оставшихся трёх предметов.

$p = 3$

Пятым уроком можно поставить любой из оставшихся двух предметов.

$s = 2$

Шестым уроком будет оставшийся предмет.

$t = 1$

$$n \cdot m \cdot k \cdot p \cdot s \cdot t = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$$

Ответ: 720.

VIDEOUROKI.NET

Задание № 7

Сколько различных поездов можно составить из девяти вагонов, если каждый из вагонов можно поставить на любом месте?

Решение:

Первым вагоном можно поставить любой из девяти вагонов.

$n = 9$

Второй вагон можно выбрать из оставшихся восьми вагонов.

$m = 8$

Два первых вагона можно выбрать $n \cdot m = 9 \cdot 8 = 72$ способами.

Третий вагон можно выбрать из семи вагонов, которые остались.

$k = 7$

Три первых вагона можно выбрать $n \cdot m \cdot k = 9 \cdot 8 \cdot 7 = 504$ способами.

$n \cdot m \cdot k \cdot p \cdot r \cdot s \cdot t \cdot q \cdot z =$

$= 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 362\,880$

Ответ: $362\,880$.

VIDEOUROKI.NET

Задание № 8

В классе 20 учащихся. Необходимо выбрать из их числа старосту, физорга и культорга. Сколькими способами можно осуществить этот выбор, если один ученик может занимать только одну должность?

Решение:

На должность старосты можно выбрать одного из двадцати учеников.

$n = 20$

На должность физорга можно выбрать одного из девятнадцати учеников.

$m = 19$

На должность культорга можно выбрать одного из оставшихся восемнадцати учеников.

$k = 18$

$n \cdot m \cdot k = 20 \cdot 19 \cdot 18 = 6840$

Ответ: 6840.

VIDEOUROKI.NET

Задание № 9

Из города A в город B ведут две дороги, из города B в город C – три дороги, из города C в город D – две дороги. Путешественник хочет проехать из города A через города B и C в город D. Сколькими способами он может выбрать маршрут?

Решение:

Путь из города A в город B путешественник может выбрать двумя способами.

$n = 2$

В каждом из двух случаев он может проехать из города B в город C тремя способами.

$m = 3$

Значит, имеются $n \cdot m = 2 \cdot 3 = 6$ вариантов маршрута из города A в город C.

Из города C в город D можно попасть двумя способами.

$k = 2$

Всего существует $n \cdot m \cdot k = 6 \cdot 2 = 12$ способов выбора маршрута из города A в город D.

Ответ: 12.

VIDEOUROKI.NET

Итоги урока

В науке и на практике часто встречаются задачи, решая которые, возникает необходимость составлять различные комбинации из конечного числа элементов и подсчитывать число этих комбинаций. Такие задачи называют

Правило произведения

Если существует n вариантов выбора первого элемента и для каждого

Сколько различных двузначных чисел можно записать с помощью цифр $0, 1, 3, 5, 7$?

Сколько различных трёхзначных чисел можно записать с помощью цифр $0, 1, 3, 5, 7$?

С помощью цифр $0, 1, 3, 5, 7$ можно записать 20 различных двузначных чисел.

Приписав к каждому из этих чисел любую из имеющихся пяти цифр, мы получим различные трёхзначные числа.

$20 \cdot 5 = 100$

Получается, что для решения этой задачи правило произведения использовалось 2 раза?

Сколько различных трёхзначных чисел можно записать с помощью цифр $0, 1, 3, 5, 7$?

С помощью цифр $0, 1, 3, 5, 7$ можно записать 20 различных двузначных чисел.

Приписав к каждому из этих чисел любую из имеющихся пяти цифр, мы получим различные трёхзначные числа.

$20 \cdot 5 = 100$

Получается, что для решения этой задачи правило произведения использовалось 2 раза?