Множества и операции над ними

Множество и его элементы
Пустое множество
Способы задания множеств
Подмножества данного множества
Операции над множествами

Цель урока:

- **Формировать знания учащихся**
  о множествах и его элементах,
  о пустом множестве,
  о способах задания множеств,
  об операциях над множествами:
  объединение, пересечение, разность

Понятия теории множеств

Понятие множества является одним из наиболее общих и наиболее важных математических понятий. Оно было введено в математику немецким ученым Георгом Кантором (1845-1918).Следуя Кантору, понятие "множество" можно определить так:

- ***Множество- совокупность объектов, обладающих определенным свойством, объединенных в единое целое.***

Например:

- **Множество цифр:**

  0;1;2;3;4;5;6;7;8;9
- **Множество букв русского алфавита**

Предметы, из которых состоит множество, называются его ЭЛЕМЕНТАМИ

Например:

- **1). Цифра 6 – элемент множества цифр.**
- **2). Буква Л – элемент множества букв русского алфавита**

Для обозначения множеств используют большие буквы латинского алфавита или фигурные скобки, внутри которых записывают элементы множества(при этом порядок элементов не имеет значения).

- Например:
- 1). А— множество цифр: А={0;1;2;3;4;5;6;7;8;9}.

- 2). W— множество букв русского алфавита:

W={А;Б;В;Г;Д;Е;Ж;З;И;Й;К;Л;М;Н;О;П;Р;С;Т;У;Ф;Х;Ц;Ч;Ш;Щ; Ь;Ы;Ъ;Э;Ю;Я }

- Для обозначения элементов множества используют малые буквы латинского алфавита

LOOK

Например:

- 1). f = 6 – элемент множества цифр
- 2). a = P – элемент множества букв русского алфавита

- Принадлежность предмета данному множеству обозначается $\in$
- Непринадлежность – символом $\notin$

Например:

- 1). f = 6 ; 6 є A, где A— множество цифр.
- 2). K є W, где W— множество букв русского алфавита

Множество может быть:

- 1). Конечное :

Например: A— множество цифр

- 2). Бесконечное:

Например: N – множество натуральных чисел

- 3). Пустое:

Ø- множество, в котором нет ни одного элемента

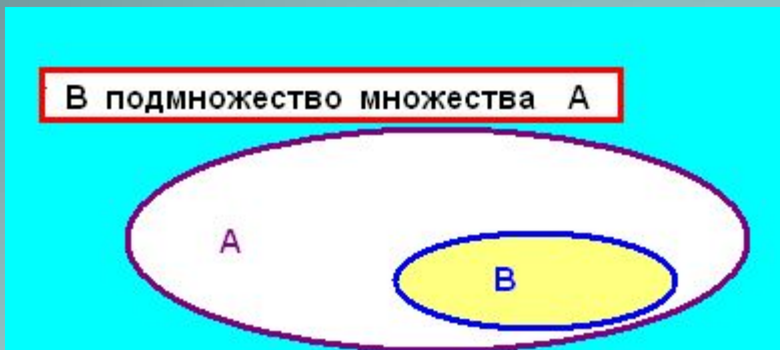
Например: X – множество решений уравнения

$$\tilde{o}^2 = -25$$

Если множество В состоит из некоторых элементов множества А

(и только из них),

то множество В называется ***ПОДМНОЖЕСТВОМ множества А***



$$\hat{A} \subset \grave{A}$$

Подмножеством данного множества А является и само множество А

Например:

1). В= {5;9;0 }, А= { 0;1;2;3;4;5;6;7;8;9 }, то

$\hat{A} \subset \grave{A}$ **(читается В содержится в А)**

Пустое множество, по определению, считают подмножеством всякого множества

2). С= { Л;Е;Т;О },

W= {А;Б;В;Г;Д;Е;Ж;З;И;Й;К;Л;М;Н;О;П;Р;С;Т;У;Ф;Х;Ц;Ч;Ш;Щ;Ь;Ы;Ъ;Э;Ю;Я },

$C \subset W$ **(читается С содержится в W)**

СПОСОБЫ ЗАДАНИЯ МНОЖЕСТВ

- ***Перечислением элементов множества;***
- ***Описанием общего (характеристического) свойства, объединяющего элементы.***

Например:

1). К = {х : -5 ≤ х ≤ 6 }-описанием характеристического свойства элементов

2). Т = {х : 0 ≤ х ≤ 9, х є N } –описанием характеристического свойства элементов

3). Множество учеников данного класса определяется их списком в классном журнале - перечислением элементов

4). Множество цифр: А = {0,1,2,3,4,5,6,7,8,9} - перечислением элементов

Множества называются РАВНЫМИ, если они состоят из одних и тех же элементов

- **Равенство множеств А и В записывают в виде А=В**
- **Отношение "=" называется отношением равенства**

Например:

1). Равными являются все пустые множества

2). ***Множество корней уравнения $x^2=49$; L= {-7; 7 },***
Множество корней уравнения | x |=7; M= {-7; 7 },

=> ***L=M***

Решение задач

1.Задайте перечислением элементов множества:

а) А—множество гласных букв русского алфавита.

Решение

А = {а, е, ё, и, о, у, ы, э, ю, я }

б) В—множество корней уравнения x^3-4x=0.

Решение

$$x(x^2-4)=0$$

$$x=0 \quad \text{или} \quad x=\pm 2$$

$$B=\{-2;\ 0;\ 2\}$$

в) С—множество простых четных чисел.

Решение

$$C=\{2\}$$

2. Перечислить элементы следующих множеств:

а) А= {х : х∈ ученикам вашего класса, которые сейчас отсутствуют }.

Решение

А = {Будникова; Стадницкая }

б) В= { х : (х-2)(х+3)=0 }

Решение

В = { -3; 2 }

в) С= { х : x^2- 8х +15 = 0 }

Решение

По теореме Виета находим корни квадратного уравнения

С= { 3; 5}

3. Какие из следующих множеств являются пустыми?

множество решений уравнений $x^2-4=0$

Правильно!

множество решений уравнений $x=x+2$

множество решений уравнений $x+1 = x+1$

множество кругов, у которых диаметр меньше радиуса

5. Даны множества:

а) множество A всех трапеций.

б) множество B всех прямоугольников.

в) множество C всех четырехугольников.

г) множество D всех квадратов.

д) множество H всех параллелограммов.

е) множество F всех многоугольников.

Запишите с помощью знака $\subset$ эти множества в таком порядке,

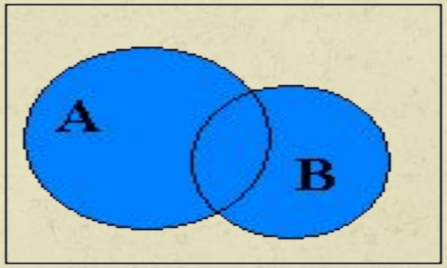
чтобы каждое предыдущее множество являлось подмножеством последующего.

Решение

$D \subset B \subset H \subset A \subset C \subset F$

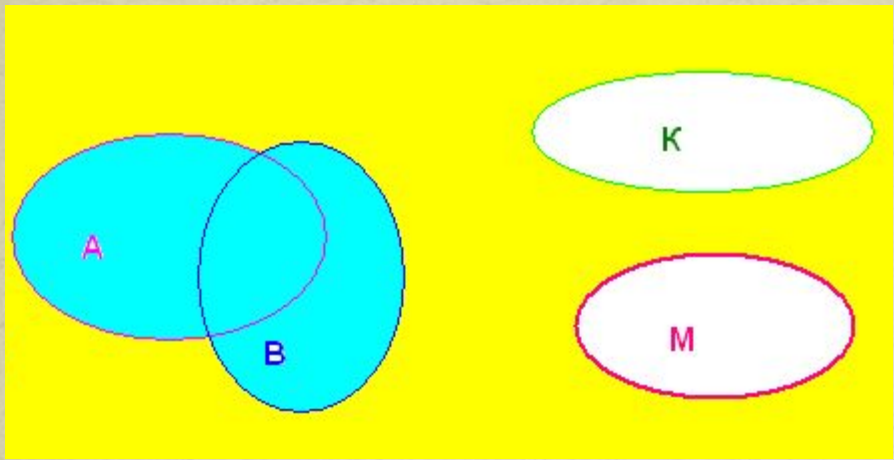
Операции над множествами

- **Суммой, или объединением** произвольного конечного или бесконечного множества множеств называется множество, состоящее из тех и только тех элементов, которые принадлежат хотя бы одному из множеств A,B.
- Объединение множеств обозначается $A \cup B$
- На диаграмме Эйлера-Венна объединение двух множеств выглядит так



П р и м е р : $\{1,2,3\} \cup \{2,3,4\} = \{1,2,3,4\}$.

ОБЪЕДИНЕНИЕ МНОЖЕСТВ А и В



C =A U B   К U M

- **Например:**
- L= { 5;7;9;3;1},
- W= { 1;0;8;2;4;5;6 } =>
- LUW={0;1;2;3;4;5;6;7;8;9}

Решение задач:

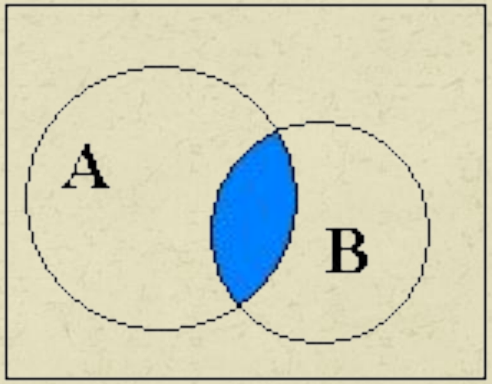
1.Дано: A={1;3;5;7}, B={1;5;7;9}, C={2;4}.

Найти: а) A U B; б) A U C; в) B U C; г) A U B U C.

2.Дано: A= { x : x^2-5x+6=0 }, B= {x : x^2-3x+2 }.

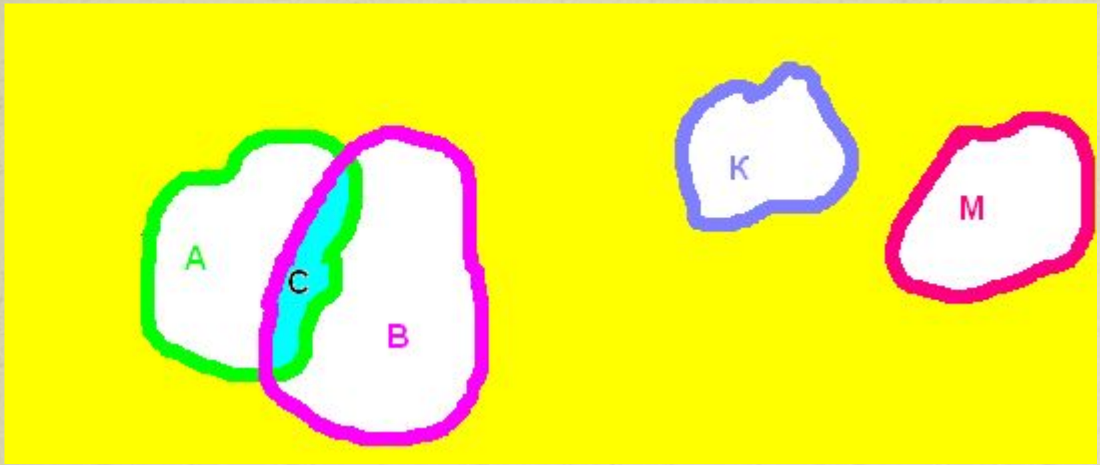
Найти: A U B.

- **Пересечением** любого конечного или бесконечного множества множеств называется множество, состоящее из тех и только тех элементов, которые принадлежат множествам А и В одновременно.
- Пересечение множеств обозначается $A \cap B$
- На диаграмме Эйлера-Венна пересечение двух множеств выглядит так



П р и м е р : $\{1,2,3\} \cap \{2,3,4\} = \{2,3\}$

ПЕРЕСЕЧЕНИЕ МНОЖЕСТВ А и В



C= A ∩ B

К ∩ М = ø

Например:

L= { 5;7;9;3;1},

W= { 1;0;8;2;4;5;6 }

=> К = L ∩ W= { 1;5 }

Решение задач:

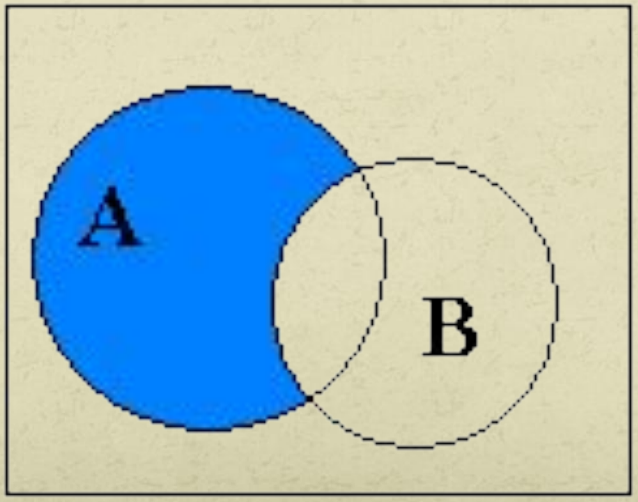
1. *Дано:* *А*= {а;с;к;1;3 }, В= {с;е;6;3 }, С= {с;1;6 }.

Найти:* а)*А*∩В; б)*А*∩*С;* в) В∩*С;* г) А∩*В*∩*С.

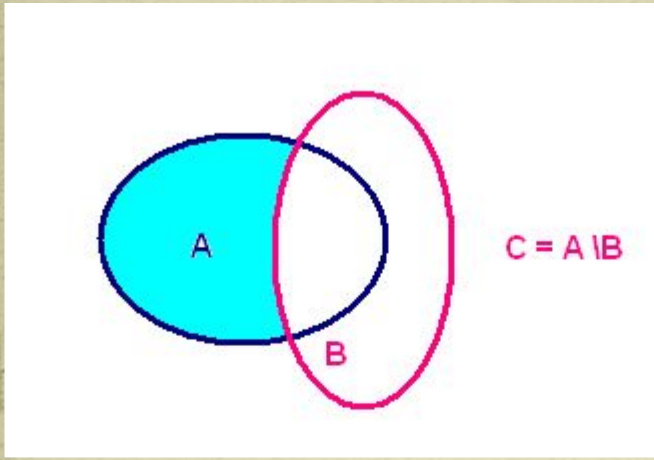
2. *Дано:* *А*={ х : х²-5х+6=0}, В={ х : х²-3х+2=0}.

Найти А∩*В.*

- **Разностью** между множеством B и множеством A называется множество всех элементов из B , не являющихся элементами из A .
- Разность двух множеств обозначается $A \setminus B$
- На диаграмме Эйлера-Венна разность двух множеств выглядит так



РАЗНОСТЬ МНОЖЕСТВ А и В



Решение задач:

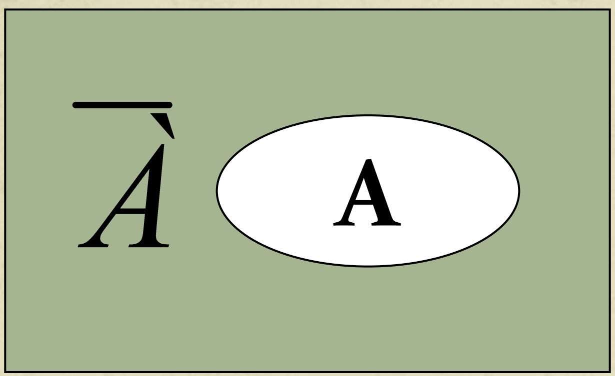
1. Дано: M = { a;b;c;d } , N = { b;d } .
Найти: а) M \ N; б) N \ M; в) (M \ N) U (N \ M)

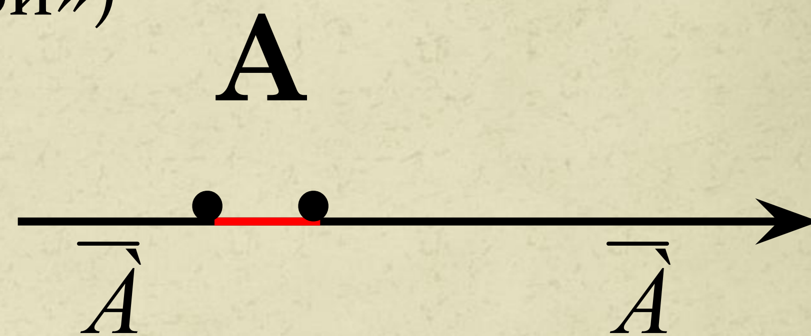
2. Найти разность множеств К = {1;2;3;7;8;9;) } и М = {2;0;8 }.

- **Дополнением** множества А называется множество, состоящее из всех элементов, не принадлежащих множеству А (но принадлежащих универсальному множеству U)

Дополнение множества А обозначается $\overline{A}$ (можно читать: «А с чертой»)

U



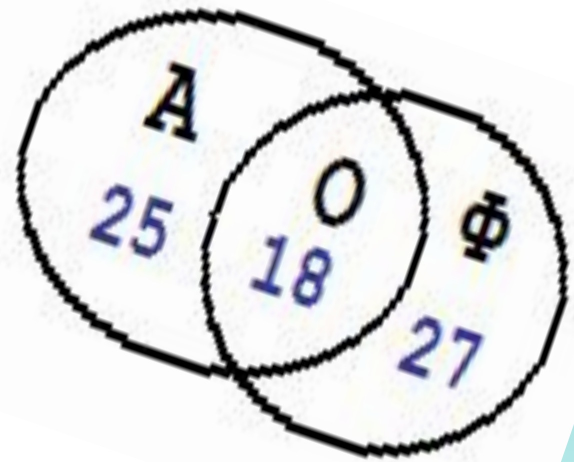


$$U = R, A = [0;1] \Rightarrow \overline{A} = (-\infty;0) \cup (1;+\infty)$$

Задача. Каждый учащийся в классе изучает английский или французский язык. Английский язык изучают 25 учащихся, французский — 27 учащихся, а два языка — 18 учащихся. Сколько учащихся в классе?

Решение:

Пусть А- множество учащихся изучающих английский язык, Ф - множество учащихся изучающих французский язык, О - множество учащихся изучающих английский и французский язык.



25-18=7(уч.) – изучают только английский;
27-18=9(уч.)– изучают только французский;
3)18+(7+9)=34(уч.)

Ответ: в классе 34 ученика.

Подведение итогов урока:

Приведите примеры множеств.

Какие бывают множества по количеству элементов?

Как обозначаются множества?

Как обозначается принадлежность или непринадлежность элемента данному множеству?

Какими способами задаются множества (привести примеры) ?

Какие множества называются равными (привести примеры) ?

Какое множество называется подмножеством данного множества (привести примеры и записать   их символически) ?

Что называется пересечением двух множеств (привести примеры и записать символически) ?

Что называется объединением двух множеств (привести примеры и записать символически) ?

Что называется разностью двух множеств (привести примеры и записать символически) ?

Спасибо за урок!