«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана»
(МГТУ им. Н.Э.Баумана)

Оптимальное проектирование диска компрессора

Дипломная работа

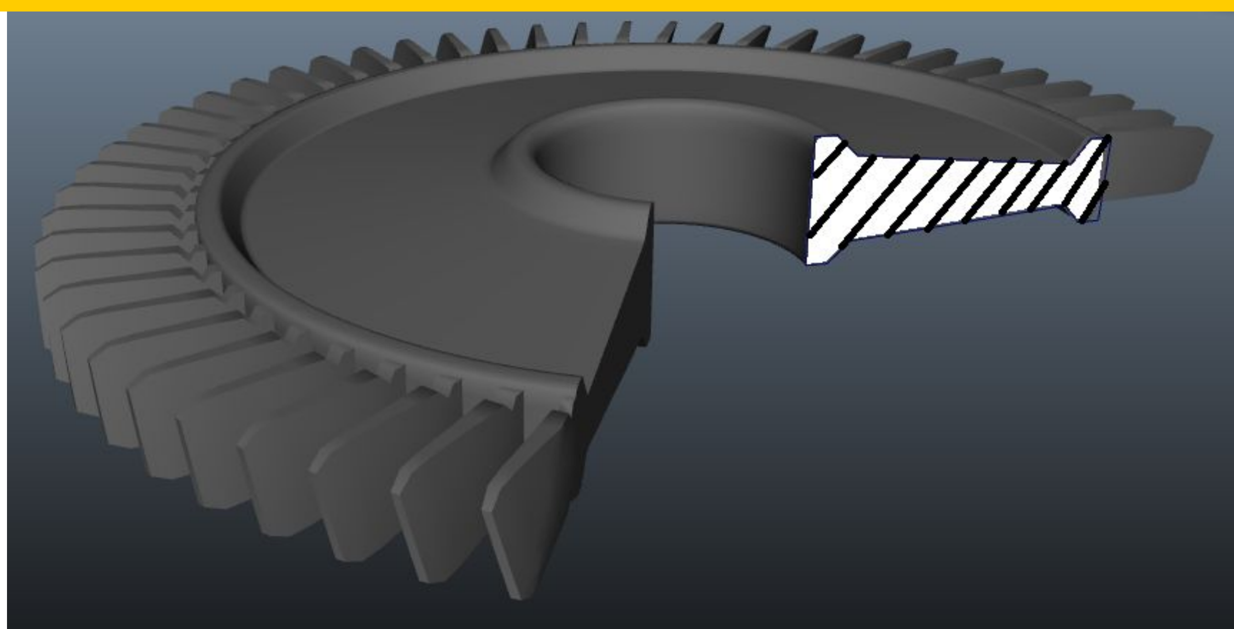
студента группы ФН2-121
Николаева Евгения Юрьевича

Научный руководитель: доктор технических наук, профессор
Темис Юрий Моисеевич

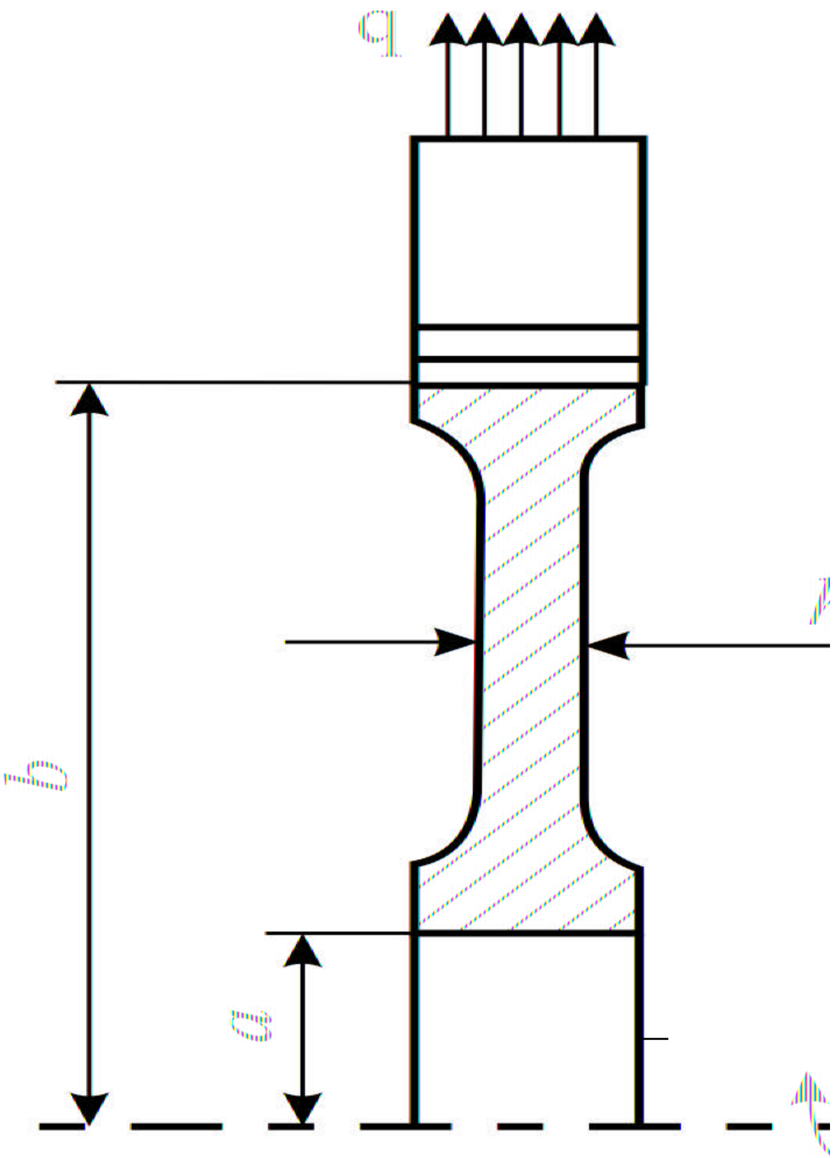
Москва, 2012

Содержание

- Постановка задачи оптимизации диска
- Основные уравнения
- Метод чувствительности
- Результаты расчетов
- Заключение



Постановка задачи



Цель оптимизации:

$$F[h] = 2\pi \int_a^b \rho\, h(r)\, r\, dr \to \min$$

Ограничения:

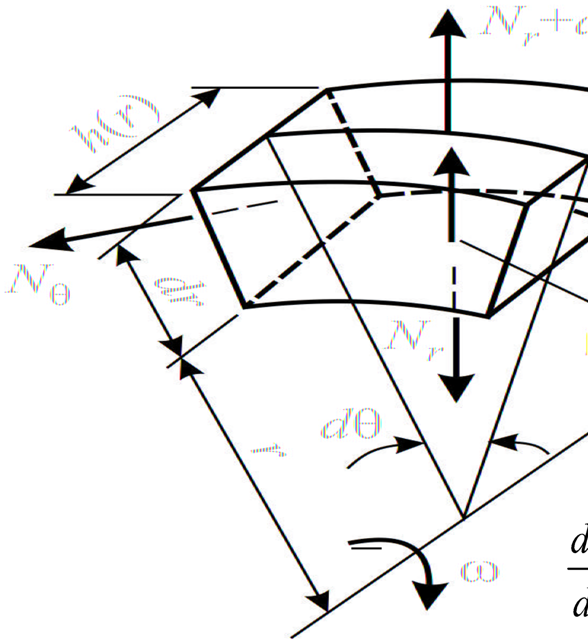
$$h_{\min}(r) \le h(r) \le h_{\max}(r)$$

$$\sigma_i(r) \le [\sigma]$$

$$\forall r \in [a,b];$$

$[\sigma]$ - допустимые напряжения

Основные уравнения расчета диска



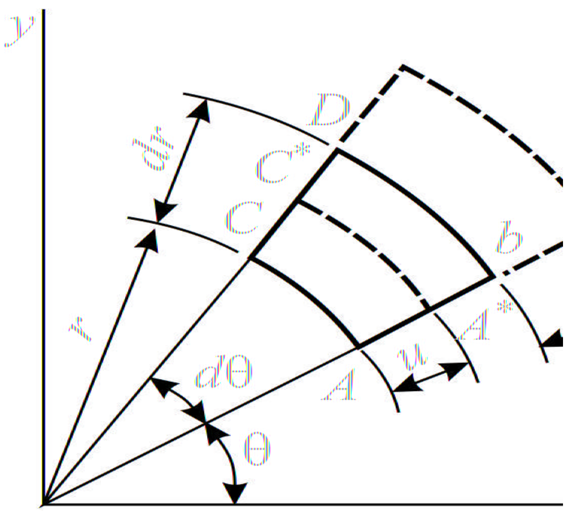
Равновесие элемента диска:

$$-N_r r d\theta + (N_r + dN_r)(r + dr)d\theta - 2N_\theta dr \sin\frac{d\theta}{2} + \rho\omega^2 h r^2 dr d\theta = 0$$

$$\frac{dN_r}{dr} + \frac{1}{r}(N_r - N_\theta) + \rho\omega^2 hr = 0$$

Уравнение равновесия в перемещениях:

$$\frac{d^2u}{dr^2} + \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{h(r)}\frac{dh}{dr}\right)\frac{du}{dr} + \left(\frac{\mu}{rh(r)}\frac{dh}{dr} - \frac{1}{r^2}\right)u = -\frac{(1-\mu^2)\rho\omega^2 r}{E} + \frac{E}{1+\mu}\left(\frac{d}{dr}\alpha T + \frac{dh}{dr}\alpha T\right)$$



$$Q = \sigma_r h r$$

$$\frac{du}{dr} = -\frac{\mu}{r}u + \frac{1-\mu^2}{Er}\frac{1}{h}Q + \alpha(1+\mu)T;$$

$$\frac{dQ}{dr} = \frac{E}{r}hu + \frac{\mu}{r}Q + \left(-E\alpha T - \rho\omega^2 r^2\right)h.$$

$$\alpha_1 u(a) + \beta_1 Q(a) = \eta_1$$

$$\alpha_2 u(b) + \beta_2 Q(b) = \eta_2$$

Метод чувствительности на примере задачи оптимизации вращающегося диска

Исходная задача:

$$[J]\begin{Bmatrix} u \\ Q \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \alpha(1+\mu) \\ (-E\alpha T - q_r r)h \end{Bmatrix}$$

$$\alpha_1 u(a) + \beta_1 Q(a) = \eta_1$$

$$\alpha_2 u(b) + \beta_2 Q(b) = \eta_2$$

$$[J] = \begin{bmatrix} \frac{d}{dr} + \frac{\mu}{r} & -\frac{1-\mu^2}{Erh} \\ -\frac{Eh}{r} & \frac{d}{dr} - \frac{\mu}{r} \end{bmatrix};$$

$$F_1[h] = \int_a^b \left(Max\left[\left(\frac{\sigma_i(r)}{[\sigma]} \right)^2 - 1, 0 \right] \right)^2 dr = 0$$

$$F_1[h] = \int_a^b Z(u, Q, h, r)\, dr = 0$$

Уравнение в вариациях:

$$h_2 = h_1 + \nu$$

$$[J]\begin{Bmatrix} \delta u \\ \delta Q \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial h} \\ \frac{\partial f_2}{\partial h} \end{Bmatrix} \delta h = 0$$

$$\alpha_1 \delta u(a) + \beta_1 \delta Q(a) = 0$$

$$\alpha_2 \delta u(b) + \beta_2 \delta Q(b) = 0$$

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial h} \\ \frac{\partial f_2}{\partial h} \end{Bmatrix} = \frac{\partial}{\partial h}[J]\begin{Bmatrix} u \\ Q \end{Bmatrix} - \frac{\partial}{\partial h}\begin{Bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{Bmatrix}$$

Метод чувствительности на примере задачи оптимизации вращающегося диска

$$\delta F_1[v] = F_1[h_1 + v] - F_1[h_1] \approx \int_a^b \left(\frac{\partial Z}{\partial x_1}\delta u + \frac{\partial Z}{\partial x_2}\delta Q + \frac{\partial Z}{\partial h} v \right) dr$$

$$\int_a^b \{\psi\}^T \left[[J]\{\delta x\} + \begin{Bmatrix} \dfrac{\partial f_1}{\partial h} \\ \dfrac{\partial f_2}{\partial h} \end{Bmatrix} v \right] dr = 0$$

$$\int_a^b \begin{Bmatrix} \delta u \\ \delta Q \end{Bmatrix}^T [J]^* \{\psi\} dr + \int_a^b \begin{bmatrix} \dfrac{\partial f_1}{\partial h} & \dfrac{\partial f_2}{\partial h} \end{bmatrix} \{\psi\} v\, dr + \{\psi\}^T \begin{Bmatrix} \delta u \\ \delta Q \end{Bmatrix} \Bigg|_a^b = 0,$$

$$[J]^* \begin{Bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{Bmatrix} = -\begin{Bmatrix} \dfrac{\partial Z}{\partial u} \\ \dfrac{\partial Z}{\partial Q} \end{Bmatrix}$$

$$-\beta_1 \psi_1(a) + \alpha_1 \psi_2(a) = 0$$
$$-\beta_2 \psi_1(b) + \alpha_2 \psi_2(b) = 0$$

Сопряженная задача:

$$\delta F_1[v] = \int_a^b \left\{ \frac{\partial f_1}{\partial h}\psi_1 + \frac{\partial f_2}{\partial h}\psi_2 + \frac{\partial Z}{\partial h} \right\} v(r)\, dr = \int_a^b w_1(r) v(r)\, dr$$

Метод чувствительности на примере задачи оптимизации вращающегося диска

Задача нахождения минимума линейного функционала:

$$F[h_1]+\delta F[v]=2\pi\int_a^b \rho h_1(r)r\,dr+\int_a^b w(r)v(r)\,dr=C+\int_a^b w(r)v(r)\,dr\to\min,$$

$$F_1[h_1+v]=F_1[h_1]+\int_a^b w_1(r)v(r)\,dr=0,\qquad \int_a^b (v(r))^2\,dr-\varepsilon^2=0,$$

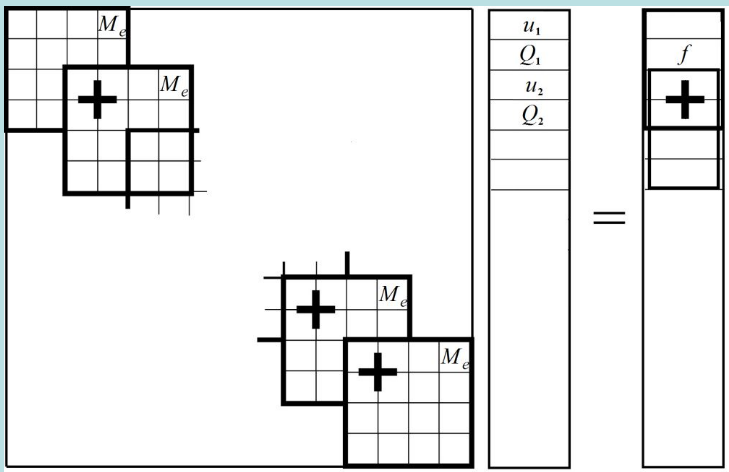
$$L[v]=C+\int_a^b w(r)v(r)\,dr-\lambda\left\{F_1+\int_a^b w_1(r)v(r)\,dr\right\}+\frac{\gamma}{2}\left\{\int_a^b (v(r))^2\,dr-\varepsilon^2\right\}$$

$$v(r)=S\left(-w+\frac{\int_a^b w\,w_1\,dr}{\int_a^b w_1^2\,dr}w_1\right)-\frac{F_1}{\int_a^b w_1^2\,dr}w_1,\qquad S=\frac{1}{\gamma}$$

Методы расчета диска

МКЭ

$$\sum_{e=1}^{N}\{\omega\}\int_{e}^{e+1}[N]^T[N]dr[T]-\sum_{e=1}^{N}\{\omega\}\int_{e}^{e+1}[N]^T[D][N]dr[T]=-\sum_{e=1}^{N}\{\omega\}\int_{e}^{e+1}[N]^T[f]dr$$



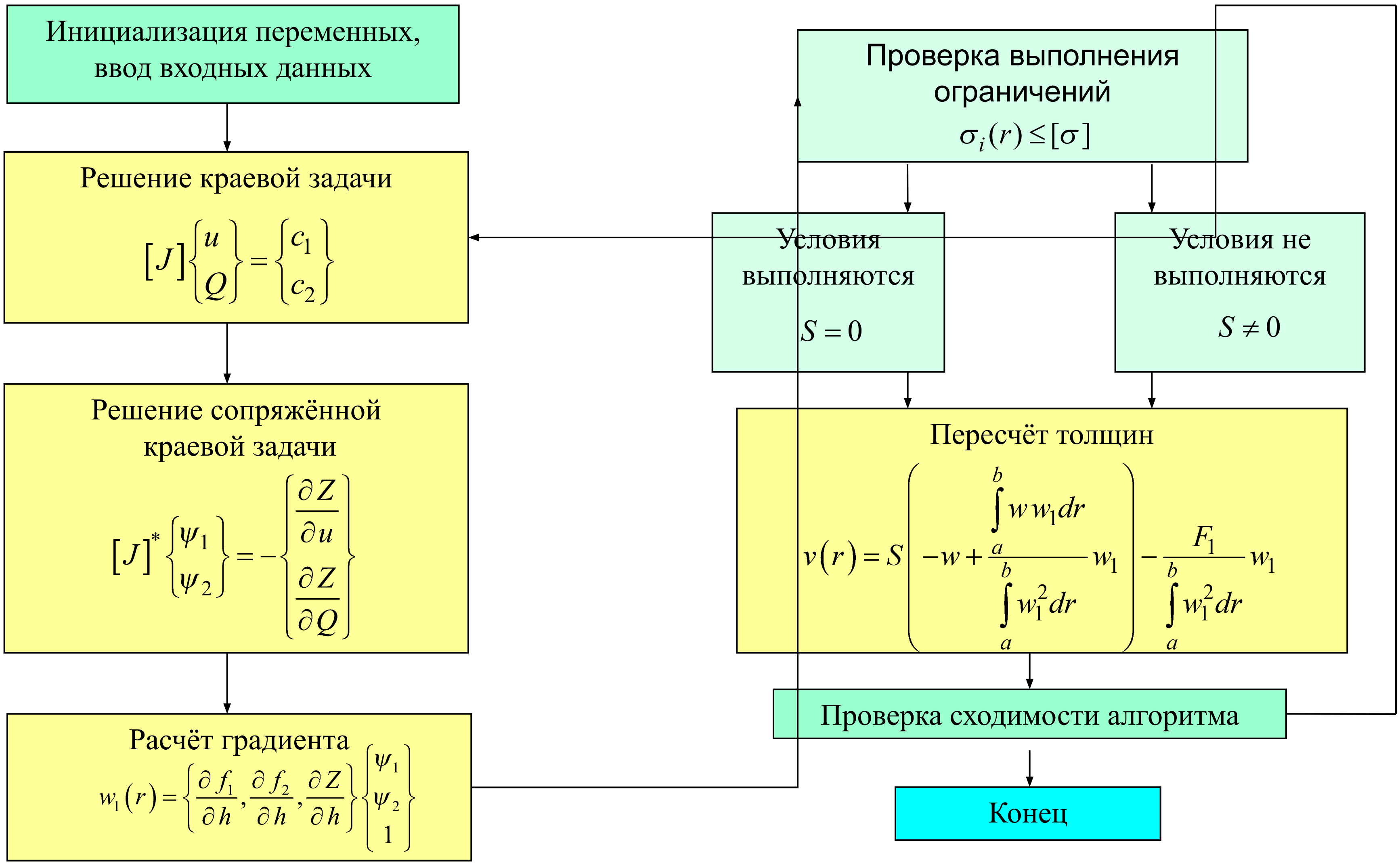
$$\int_{a}^{b}R\{\omega\}=\int_{a}^{b}\left([J]\begin{Bmatrix}u\\Q\end{Bmatrix}+\begin{Bmatrix}c_1\\c_2\end{Bmatrix}\right)\{\omega\}\,dr=0$$

МКР

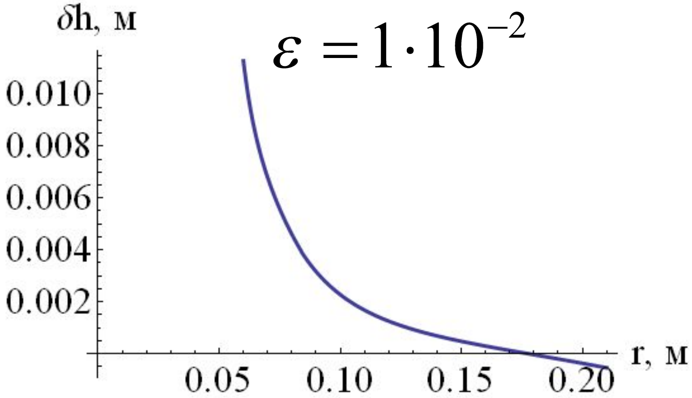
$$\frac{du}{dr}\approx\frac{u(r_{e+1})-u(r_e)}{\delta r}$$

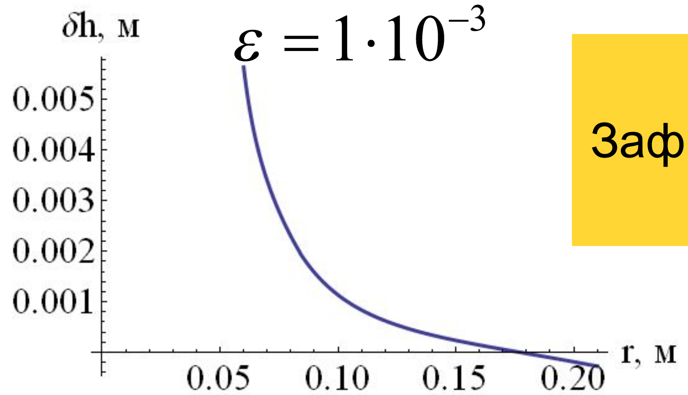
$$\begin{Bmatrix}u\\Q\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}u(r)\\Q(r)\end{Bmatrix}^{(0)}+\sum_{k=1}^{2}C_k\begin{Bmatrix}u(r)\\Q(r)\end{Bmatrix}^{(k)}$$

Блок-схема алгоритма

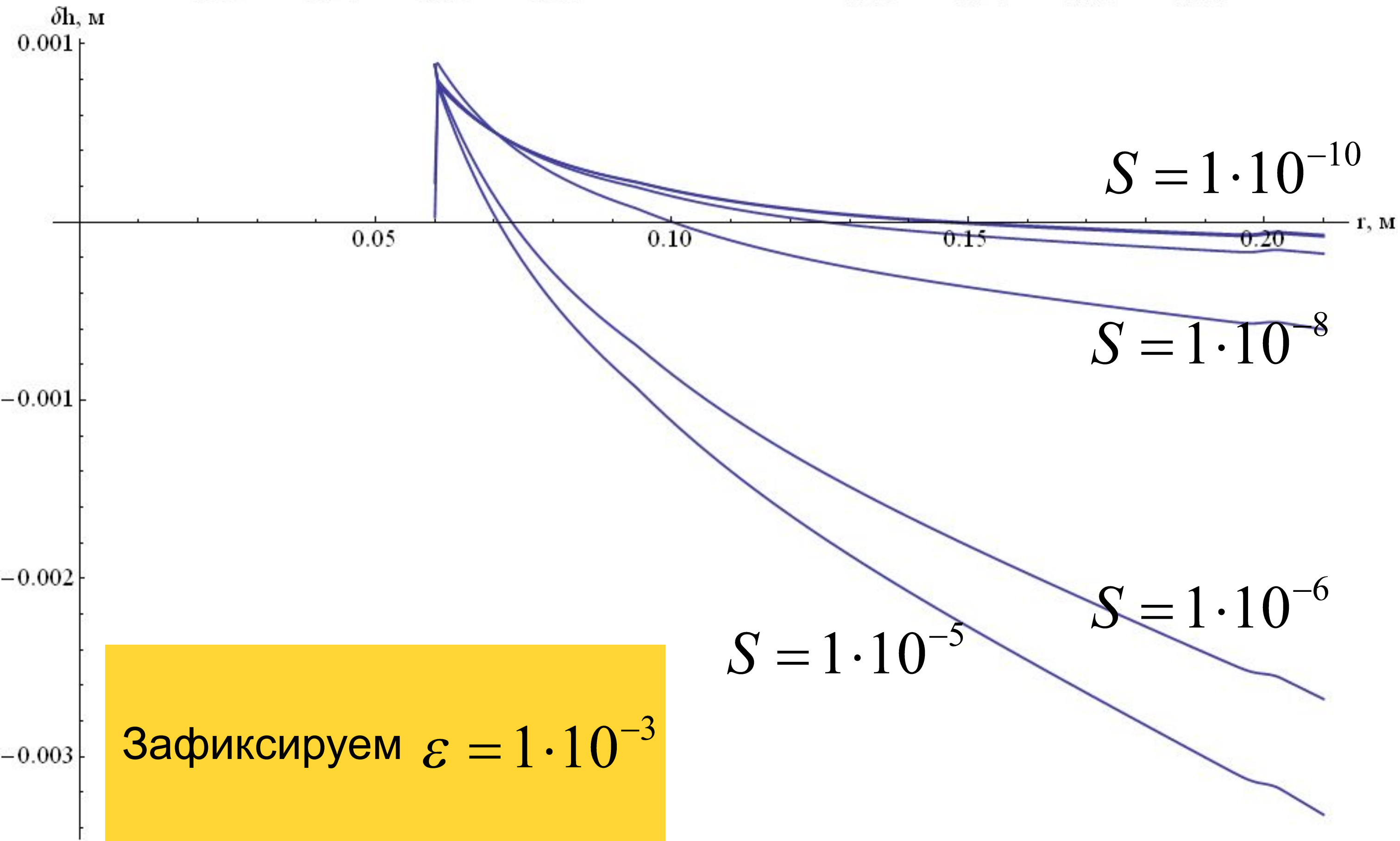


Результаты оптимизации



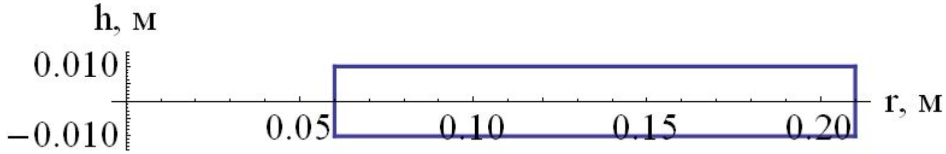


Зафиксируем $S = 2 \cdot 10^{-8}$

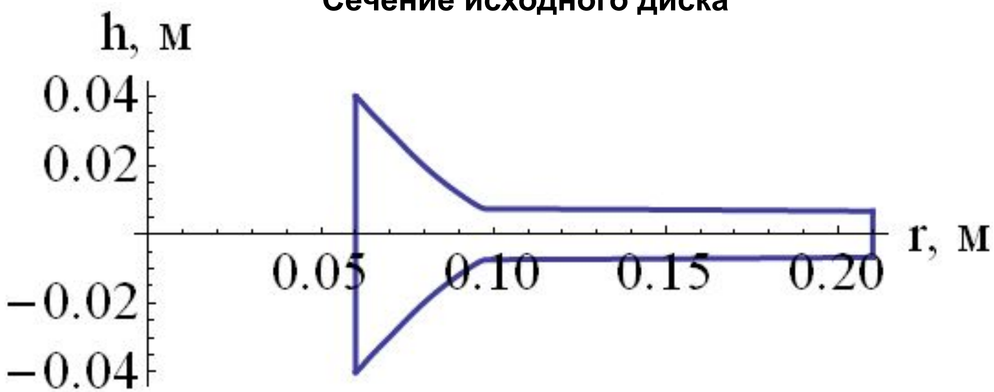


Зафиксируем $\varepsilon = 1 \cdot 10^{-3}$

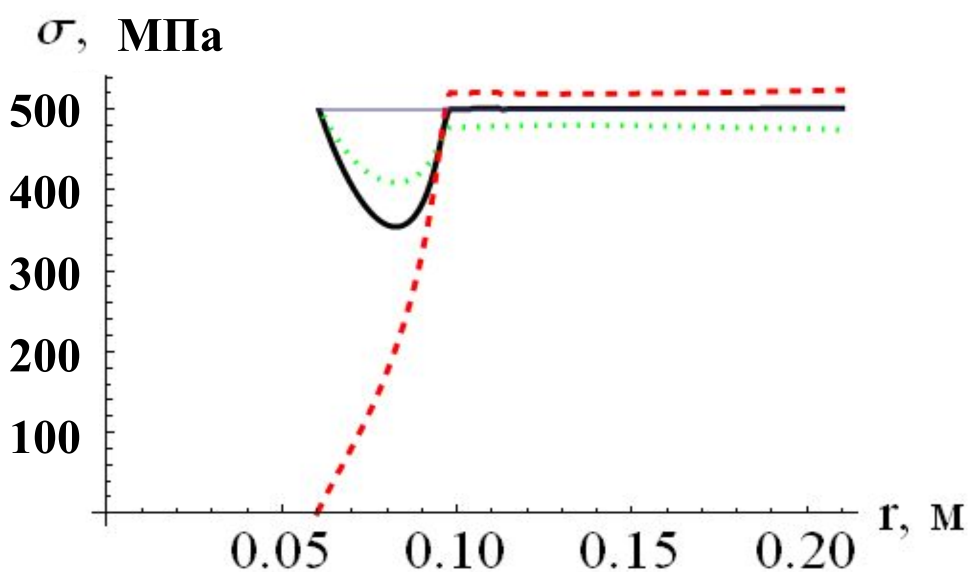
Результаты оптимизации



Сечение исходного диска



Сечение оптимального диска



Распределение напряжений в оптимальном диске

Расчет диска с ограничением по величине напряжений

Параметры диска

μ = 0.28;

E = 210 ГПа;

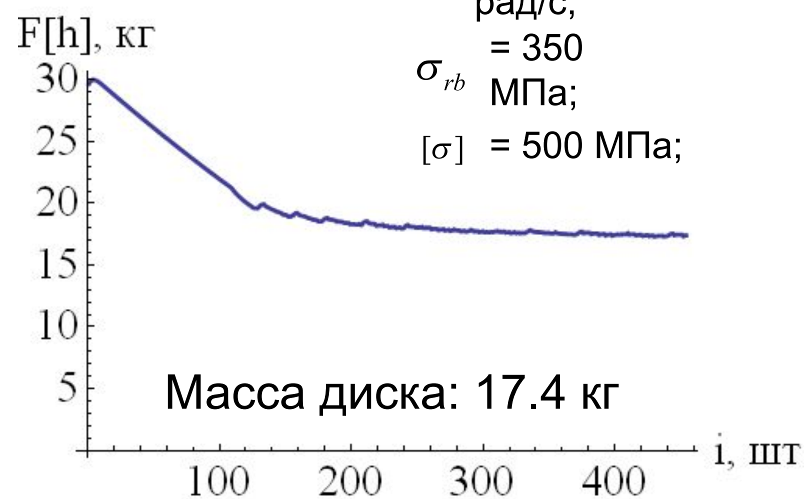
h_0 = 0.02 м;

ρ = 7700 кг/м^3;

ω = 1000 рад/с;

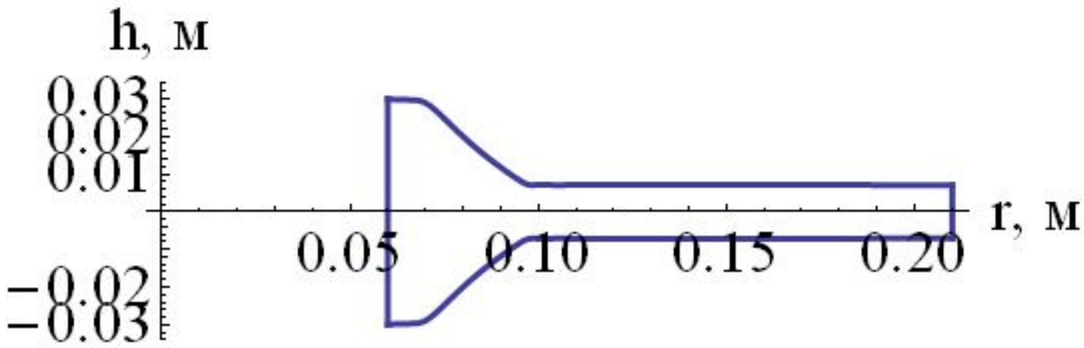
σ_{rb} = 350 МПа;

$[\sigma]$ = 500 МПа;



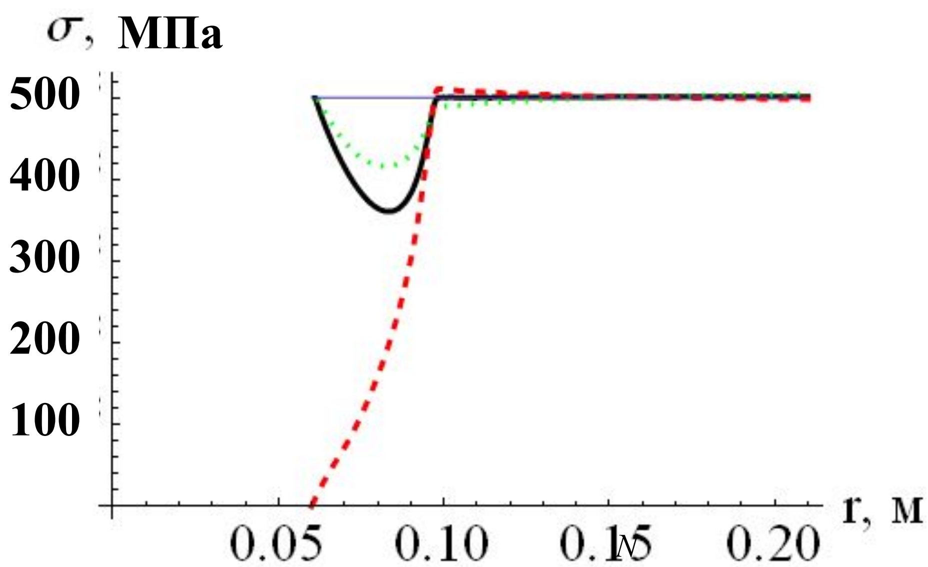
Зависимость массы диска от итерации

Результаты оптимизации



Сечение оптимального диска

Расчет диска с ограничением по величине напряжений и толщине диска



Распределение напряжений в оптимальном диске

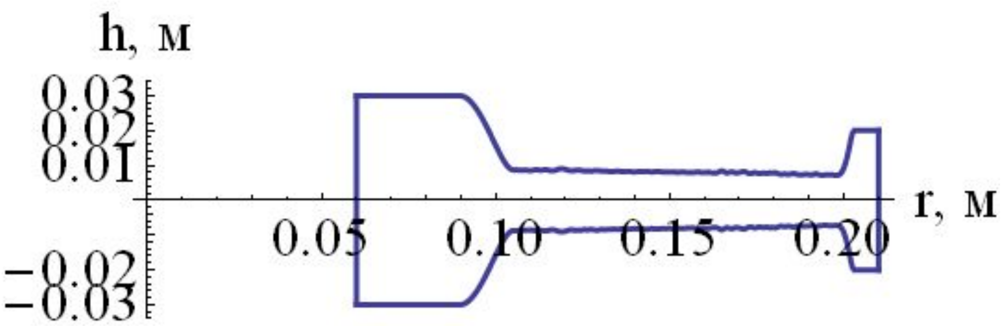
Параметры диска

μ = 0.28;
E = 210 ГПа;
h_0 = 0.02 м;
ρ = 7700 кг/м^3;
ω = 1000 рад/с;
σ_{rb} = 350 МПа;
$[\sigma]$ = 500 МПа;

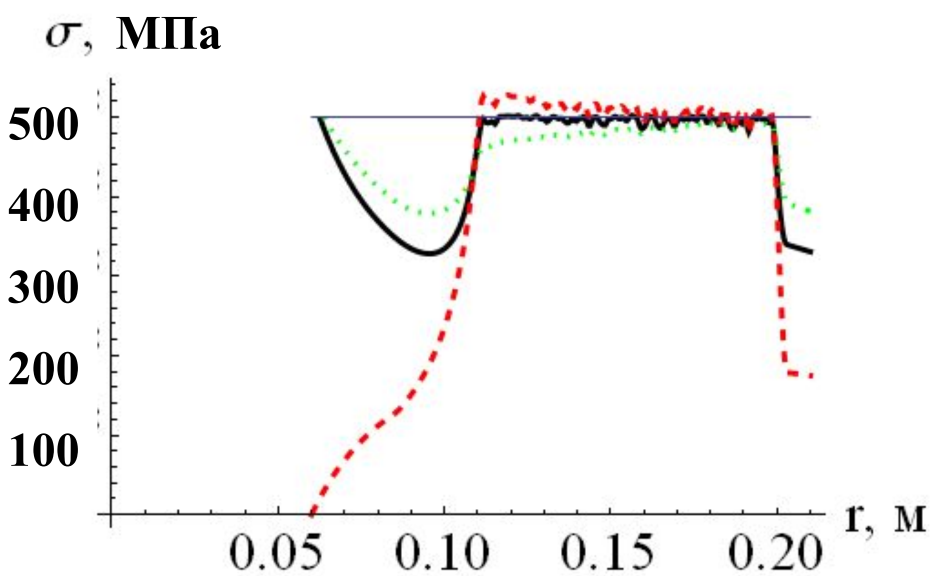
Масса диска: 17.8 кг

Результаты оптимизации

Расчет диска с ограничением по величине напряжений и толщине диска с фиксированной ободной частью



Сечение оптимального диска



Распределение напряжений в оптимальном диске

Параметры диска

μ = 0.28;

E = 210 ГПа;

h_0 = 0.02 м;

ρ = 7700 кг/м^3;

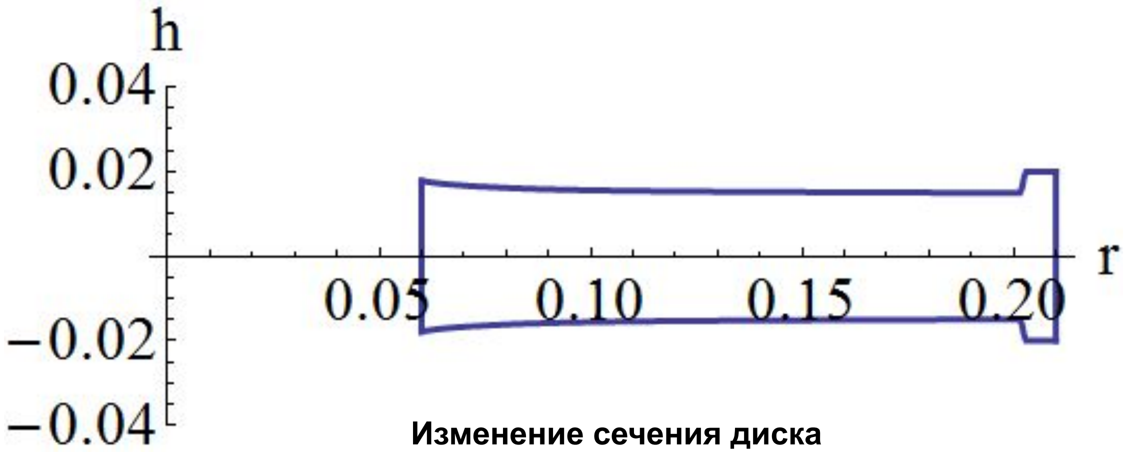
ω = 1000 рад/с;

σ_{rb} = 350 МПа;

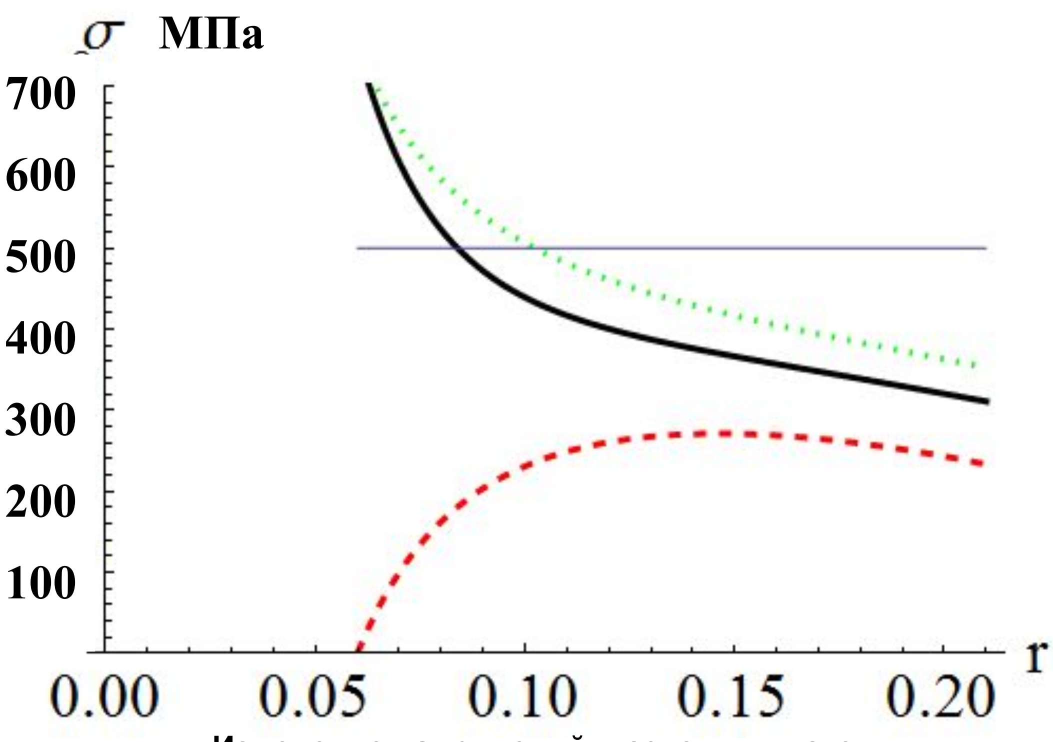
$[\sigma]$ = 500 МПа;

Масса диска: 20.5 кг

Результаты оптимизации



Изменение сечения диска



Изменение напряжений в сечении диске

Работа алгоритма по итерациям для диска с фиксированным ободом

Заключение

•Решена задача оптимизации вращающегося осесимметричного диска методом чувствительности, что позволило сократить время расчета градиентов в задаче оптимального проектирования.

•Реализован алгоритм метода чувствительности, метода конечных элементов и метода конечных разностей.

•Решена задача оптимизации диска с введением дополнительных ограничений на максимальную (или минимальную) толщину диска.

•В ходе выполнения работы написана программа для оптимизации формы диска методом чувствительности.

Спасибо за внимание!