

# Variācijas, permutācijas, kombinācijas.

S.R.

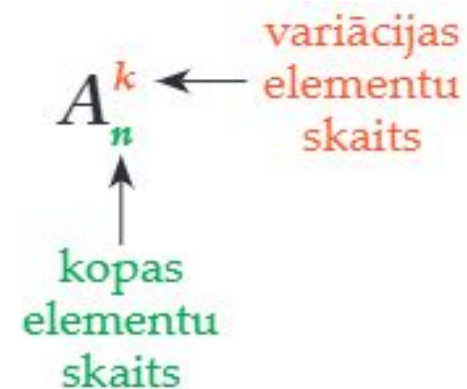
Lieto formulas variāciju, permutāciju un kombināciju skaita  
aprēķināšanai

Par **variāciju A** no  $n$  elementiem pa  $k$  elementiem sauc **sakārtotu** dotās  $n$  elementu kopas  $k$  elementu **izlasi**.

Katras divas variācijas savstarpēji atšķiras vai nu ar pašiem elementiem, vai to secību.

Variāciju skaita aprēķināšanai var izmantot **reizināšanas likumu** vai **formulu**.

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$



Piemērs.

Jā sastāda referātu nolasīšanas saraksts pirmajai konferences dienai, izvēloties 3 no 5 iesniegtajiem referātiem A, B, C, D un E. Viena no izlasēm – iespējamā referātu nolasīšanas secība - ir, piemēram, A, B, C. Ja šajā izlasē 2 referātus samaina vietām, piemēram, A, C, B, tad iegūst citu izlasi. Tātad tā ir cita variācija.

Variāciju skaita aprēķināšanai izmanto reizināšanas likumu.

Izmantojot reizināšanas likumu, iegūstam:

Izvēles	1. referāts	2. referāts	3. referāts	$A_5^3$
Izvēles iespēju skaits	5	4	3	$5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$

Jāievēro, ka izvēles iespēju skaits katrā nākamajā izvēlē samazinās, jo katru referātu var nolasīt tikai vienu reizi

Vai ar formulu

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

$$A_5^3 = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5!}{2!} = 3 \cdot 4 \cdot 5 = 60$$

**Uzdevumi patstāvīgam darbam.**( drīkst lietot kalkulatoru).

Vēlams uzdevumus pildīt izmantojot formulu.

- 4.26.** Skolas volejbola turnīrā piedalās 12 komandas. Turnīra organizatori gribēja iepriekš sagatavot aizpildītu diplomu komplektus pirmajām trīs vietām. Cik diplomu komplektu būtu jāizgatavo, lai uzreiz pēc sacensībām varētu pasniegt diplomus uzvarētājiem?
- 4.27.** Vienā plauktā var ielikt tikai 8 sējumus no kopoto rakstu 30 sējumiem. Cik dažādos veidos tos vienu aiz otra var ievietot plauktā (visi sējumi ir numurēti)?
- 4.28.** Astoņi draugi cepuru veikalā nolēma katrs sev nopirkt cepuri. Draugiem iepatikās 10 dažādas cepures. Cik dažādos veidos draugi var nopirkt katrs sev citādāku cepuri?
- 4.29.** Durvju kods sastāv no 4 dažādiem burtiem (var izmantot 22 burtus). Cik dažādus kodus var izveidot?

## Permutācijas jēdziens un permutāciju skaita aprēķināšana

Par **permutāciju** sauc kopas **visu elementu** sakārtojumu jeb permutācija ir variācija no  $n$  elementiem pa  $n$  elementiem.

Katra permutācija satur **visus kopas elementus**.

Piemēram, kopas  $\{1, 2, 3\}$  permutācijas ir  $(1, 2, 3)$ ,  $(1, 3, 2)$ ,  $(2, 1, 3)$ ,  $(2, 3, 1)$ ,  $(3, 1, 2)$  un  $(3, 2, 1)$ .

**Aprēķināt permutāciju skaitu** nozīmē noteikt, cik dažādos veidos iespējams **sakārtot visus** dotās kopas elementus.

Permutāciju skaitu no  $n$  elementiem apzīmē ar  $P_n$ . To var aprēķināt, gan izmantojot reizināšanas likumu, gan formulu:

$$P_n = n!$$

## Piemēri.

1. Jāsastāda 5 referātu nolasīšanas secības **saraksts**. To var izdarīt:

$$P_5 = 5! = 120 \text{ dažādos veidos.}$$

To pašu rezultātu iegūst, izmantojot reizināšanas likumu  $5 * 4 * 3 * 2 * 1 = 120$

2. Cik dažādu 3-ciparu skaitļu var izveidot no cipariem, kas neatkārtojas 2;4;7?

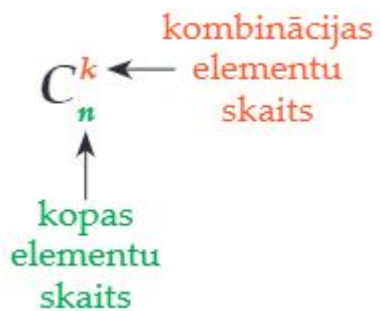
$$P_3 = 3! = 6$$

## Uzdevumi patstāvīgam darbam.

- 4.35.** Cik dažādos veidos vienā rindā var izvietot septiņas dažādu krāsu bumbiņas?
- 4.36.** Cik veidos astoņi cilvēki var nostāties vienā rindā?
- 4.37.** Klasē ir 25 skolēni, no tiem 13 ir zēni. Cik dažādos veidos skolēni sporta stundā var sastāties ierindā, ja
- a) visi skolēni stāv vienā rindā,
  - b) visi skolēni stāv vienā rindā, bet vispirms stāv meitenes, tad zēni.
- 4.38.** Doti cipari no viens līdz deviņi. Cik deviņciparu skaitļus var izveidot, ja skaitlī visi cipari ir dažādi?

P.S. 4. 37. un 4. 38. uzd. rezultātus var atstāt faktoriālu formā.

Par **kombināciju**  $C$  no  $n$  elementiem pa  $k$  elementiem sauc **nesakārtotu** dotās kopas  $k$  elementu **izlasi**.



Kombināciju skaitu var aprēķināt, izmantojot reizināšanas likumu

vai

**Kombināciju skaitu no  $n$  elementiem pa  $k$  elementiem var aprēķināt, izmantojot formulu**

$$C_n^k = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$$



Piemērs.

Tirdzniecības vietā pārdod 9 dažādu veidu loterijas biļetes. Toms vēlas nopirkt 4 dažādas biļetes. Cik daudz dažādu iespēju ir Tomam?

Izrēķināsim šo uzdevumu 2 veidos, ņemot vērā, ka tā būs nesakārtota izlase!

1. veids. Reizināšanas likums.

2. veids. Formula.

$$C_n^k = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$$

$$\begin{aligned} C_9^4 &= \frac{9!}{4!(9-4)!} = \frac{9!}{4! \cdot 5!} = \\ &= \frac{5! \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5!} = \frac{7 \cdot 8 \cdot 9}{4} = 126 \text{ (veidi)} \end{aligned}$$

**Uzdevumi patstāvīgam darbam, lietojot formulu.**

- 4.47.** Valstī ir 20 pilsētas, kas savā starpā ir savienotas ar aviolīnijām. Cik pavisam aviolīniju ir šajā valstī?
- 4.48.** Cik dažādos veidos no 12 cilvēkiem var izvēlēties četrus cilvēkus?
- 4.49.** Cik dažādos veidos 12 cilvēkus var sadalīt grupās pa 4 cilvēkiem?
- 4.50.** Somā atrodas 7 melnas un 5 baltas bumbiņas. Cik dažādos veidos no somas var izņemt 5 bumbiņas tā, lai starp tām būtu
- a) 3 melnas un 2 baltas;                      b) 1 melna un 4 baltas?

## Atrgriezeniskā saite. ( Šis jāšūta mykoob!)

1. Akcionāru valdē ir 8 cilvēki. No šiem valdes locekļiem jāizvēlas valdes priekšsēdētājs un vietnieks. Cik dažādos veidos to var izdarīt?

2. Cik dažādu 3-ciparu skaitļu var izveidot no cipariem, kas neatkārtojas 2;4;7?

3. Cik veidos no 28 skolēniem var izvēlēties 25, kas brauks ekskursijā?

4. Grupā ir 10 meitenes un 13 zēni. Cik veidos var izvēlēties 3 zēnus un 4 meitenes?