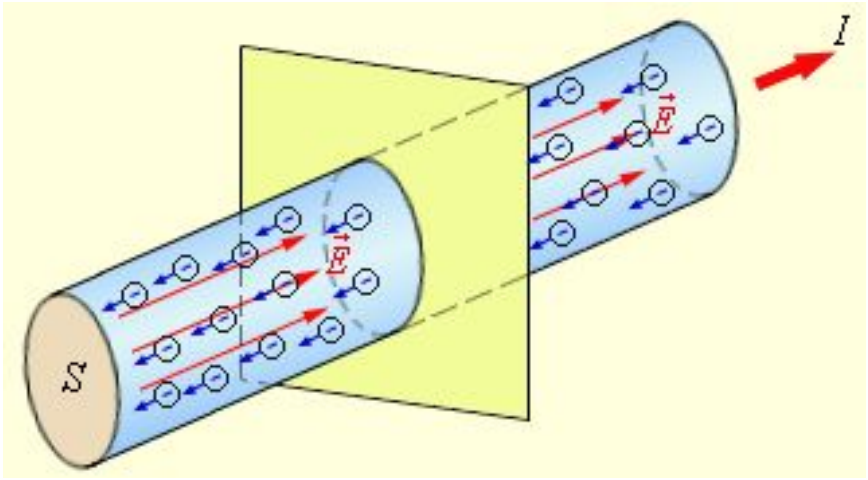
Лекция № 13

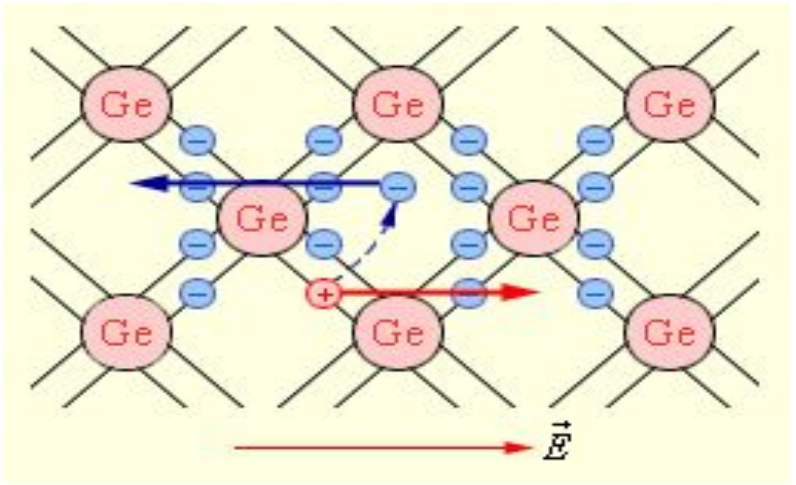
Классическая теория электропроводности. Законы постоянного тока

А. А. Детлаф, Б. М. Яворский, 18.1 – 18.3; 19.1 – 19.3

Н.П.Калашников, Н.М. Кожевников. Интернет-тестирование базовых знаний, 3 ДЕ, задания 11, 13, 15.

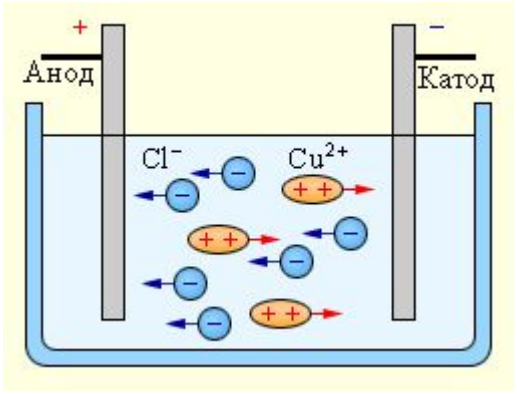
Носители тока:





свободные электроны в металлах,

электроны и дырки в полупроводниках,



ионы в электролитах.

Ток проводимости

-упорядоченное движение заряженных частиц:

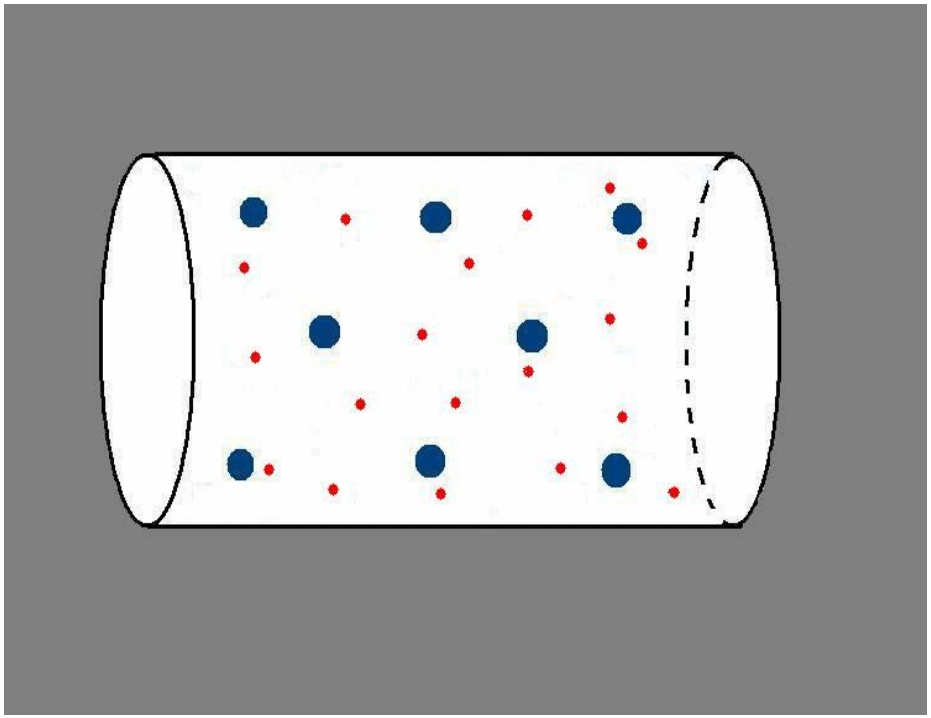
электронов, ионов (вакуум, ионизованные газы, плазма); электронов проводимости (металлы); электронов проводимости и дырок (полупроводники), ионов (электролиты).

Конвекционный электрический ток обусловлен движением заряженных макротел.

Ток проводимости возникает под действием электрического поля.

Направление электрического тока – направление движения положительных зарядов.

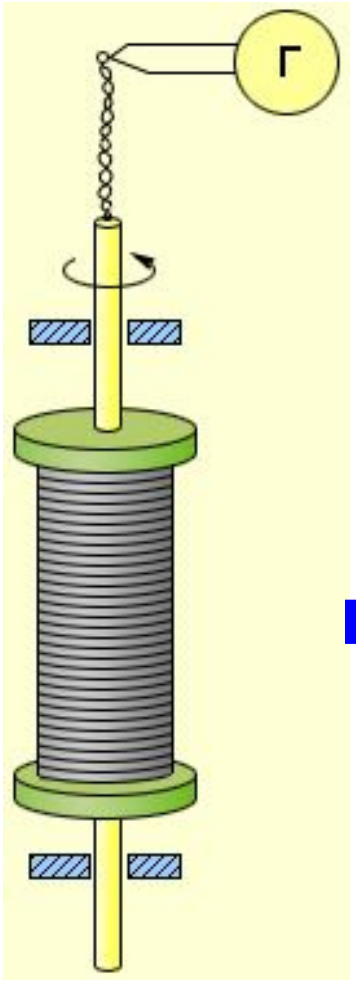
Носители тока в проводнике – *ЭЛЕКТРОНЫ* проводимости.

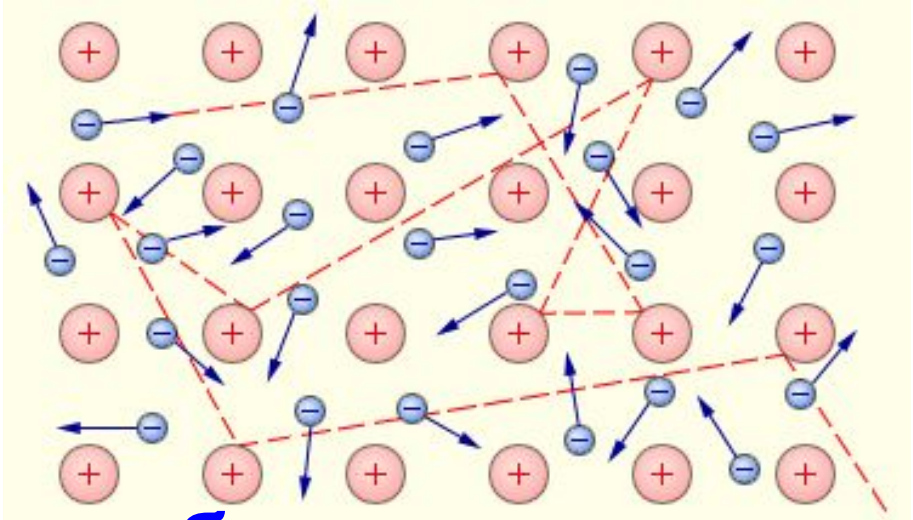


Скорость теплового движения электронов при

T=273K

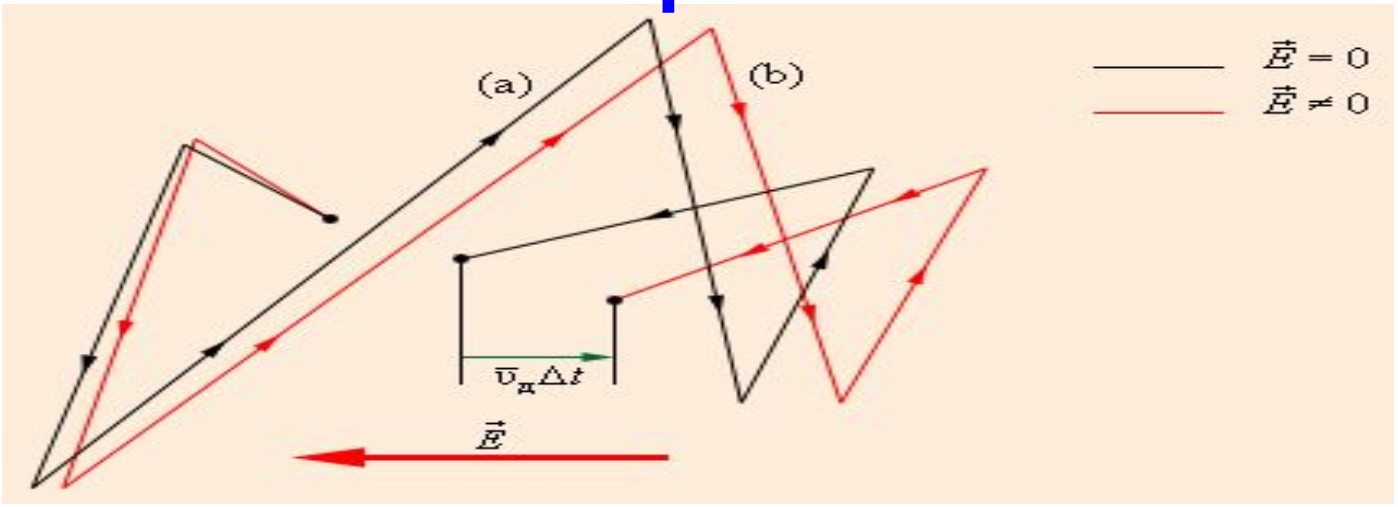
< u > ~ 100 км/с





Газ свободных электронов в кристаллической решетке металла

Р.Толмен, Б.Стюарт, 1916г.



Масштабы дрейфа сильно преувеличены

Характеристики электрического тока

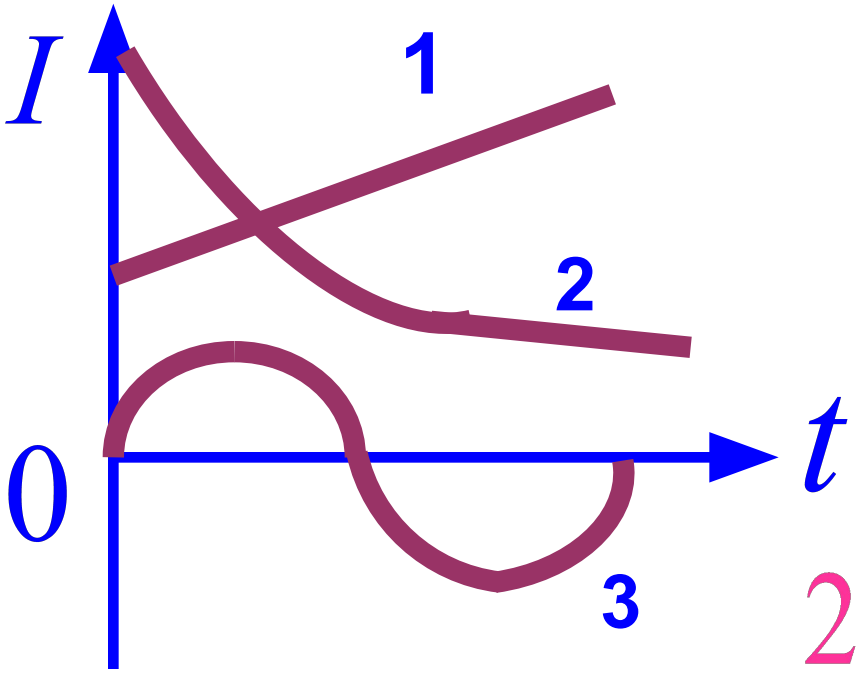
1. **Сила тока** $I = \frac{dQ}{dt}$, $[I] - \frac{Кл}{c} = A,$

dQ **- заряд, переносимый через поверхность S, ортогональную направлению тока, за время** dt .

2. **Постоянный ток не изменяется по величине и направлению**

$$I = const.$$

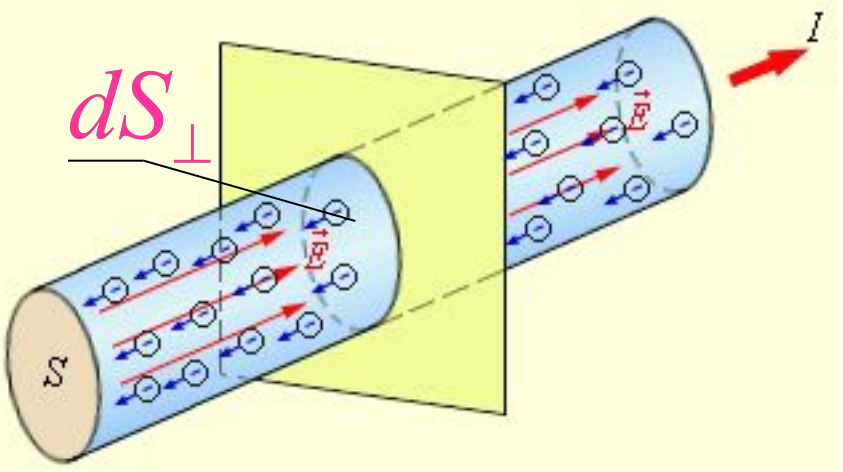
3. Переменный ток зависит от времени $I \neq const$:



$$1)\ I = I_0 + kt;$$

$$2)\ I = I_0 \exp\left(-Rt/L\right);$$

$$3)\ I = I_0 \sin\left(\omega t + \varphi_0\right).$$



4. Плотность тока

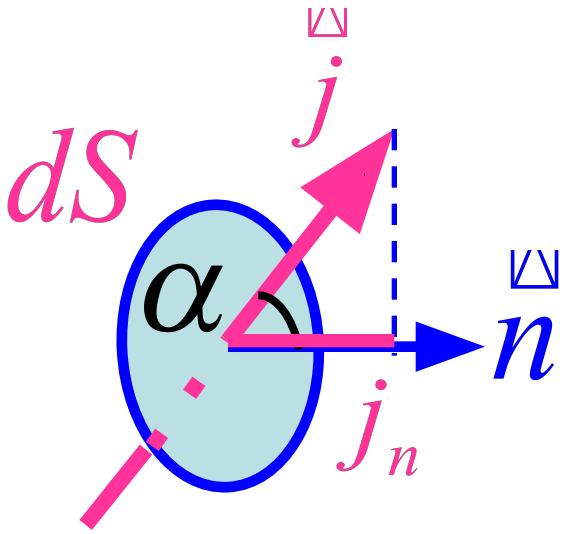
j — вектор, совпадающий с направлением электрического тока в данной точке, численно равен

$$j = \frac{dI}{dS_\perp} \quad [j] - \frac{A}{м^2},$$

$dS_\perp$ - площадь малого элемента поверхности, ортогональной направлению тока.

Сила тока dI сквозь участок поверхности dS

$$dI = jdS_{\perp} = jdS\cos\alpha = \vec{j}\,d\vec{S},$$



где $d\vec{S} = \vec{n}dS.$

Сила тока I через поверхность S

$$I = \int_S \vec{j}\,d\vec{S} = \int_S j_n dS,$$

$j_n = j\cos\alpha$ **- проекция вектора плотности тока на** $\vec{n}$ **.**

Вектор плотности тока в металле

$$\vec{j} = -en_0\langle\vec{\upsilon}\rangle,$$

где $-e$ - заряд электрона; n_0 - концентрация электронов проводимости; $\langle\vec{\upsilon}\rangle$ - средняя скорость их дрейфа (направленного движения).

При максимально допустимых токах

$$\langle\upsilon\rangle \approx 10^{-3}\ м/с.$$

КЛАССИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТИ МЕТАЛЛОВ

П. Друде, Г. Лоренц: электроны проводимости образуют электронный газ (одноатомный идеальный):

Пауль Друде (1863-1906г.)

Гендрик Антон Лоренц (1853-1928г.)

1) концентрация электронов

$$n_0 \approx 10^{28} - 10^{29}\ м^3;$$

2) длина свободного пробега

$$\langle \lambda \rangle \approx 10^{-10}\ м;$$

3) скорость теплового движения

$$\langle \upsilon_{кв} \rangle \approx 10^5 \, м/с \;\; (при \; T = 273K);$$

4) уравнение движения электрона в электрическом поле

$$m\frac{d\upsilon}{dt} = eE, \qquad \int_0^{<\upsilon_m>} d\upsilon = \frac{eE}{m}\int_0^{<\tau>} dt,$$

$$\langle \upsilon \rangle = \frac{\langle \upsilon_m \rangle}{2}, \langle \upsilon \rangle = \frac{eE\langle \tau \rangle}{2m}, \langle \tau \rangle = \frac{\langle \lambda \rangle}{\langle u \rangle},$$

$$\langle \upsilon \rangle = \frac{eE\langle \lambda \rangle}{2m\langle u \rangle}, j = \frac{n_0 e^2 \langle \lambda \rangle}{2m\langle u \rangle} E = \gamma E = \frac{1}{\rho} E$$

где γ - удельная проводимость;

$\rho = \frac{1}{\gamma}$ - удельное сопротивление.

Так как $\vec{j}$ и $\vec{E}$ одного направления, то

$$\vec{j} = \gamma \vec{E} = \frac{\vec{E}}{\rho}$$

- закон Ома для…

Закон Джоуля - Ленца

При столкновении с ионами кристаллической решетки электрон теряет кинетическую энергию, полученную под действием электрического поля

$$\langle \Delta W \rangle = \frac{1}{2} m \langle \upsilon_{\max} \rangle^2 .$$

Эта энергия передается иону кристаллической решетки.

Во внутреннюю энергию в единице объема за 1 с преобразуется энергия электрического тока

$$w = \frac{n_0 \langle u \rangle m \langle \upsilon_m \rangle^2}{2\langle \lambda \rangle},$$

w **- объемная плотность тепловой мощности тока,**

n_0 **- число электронов в единице объема,**

$\langle u \rangle / \langle \lambda \rangle$ **- число столкновений за 1с.**

Учитывая, что

$$\langle \upsilon_m \rangle = \frac{eE\langle \tau \rangle}{m} \; ; \; \langle \tau \rangle = \frac{\langle \lambda \rangle}{\langle u \rangle},$$ **получим**

$$w = \frac{n_0 e^2 \langle \lambda \rangle}{2m\langle u \rangle} E^2, \quad \gamma$$ **- удельная проводимость.**

$$\gamma$$

$$w = \gamma E^2 = \vec{j}\vec{E} = \frac{1}{2}\gamma j^2 = \rho j^2$$

- закон Джоуля –Ленца в...

Закон Видемана-Франца (1853г.)

Для всех металлов при T=const отношение теплопроводности к удельной электропроводности одинаково:

$$\frac{K}{\gamma} = const.$$

Уточен Л. Лоренцом (1882г.)

$$\frac{K}{\gamma} = CT.$$

Идея:теплопроводность металлов осуществляется электронным газом (одноатомный идеальный)

$$K = \frac{1}{3}\rho c_V \langle\lambda\rangle\langle u\rangle = \frac{1}{2} n_0 k \langle\lambda\rangle\langle u\rangle$$

$$\frac{3}{2} n_0 k \qquad \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

$$\frac{K}{\gamma} = \frac{3k^2}{e^2} T = CT$$

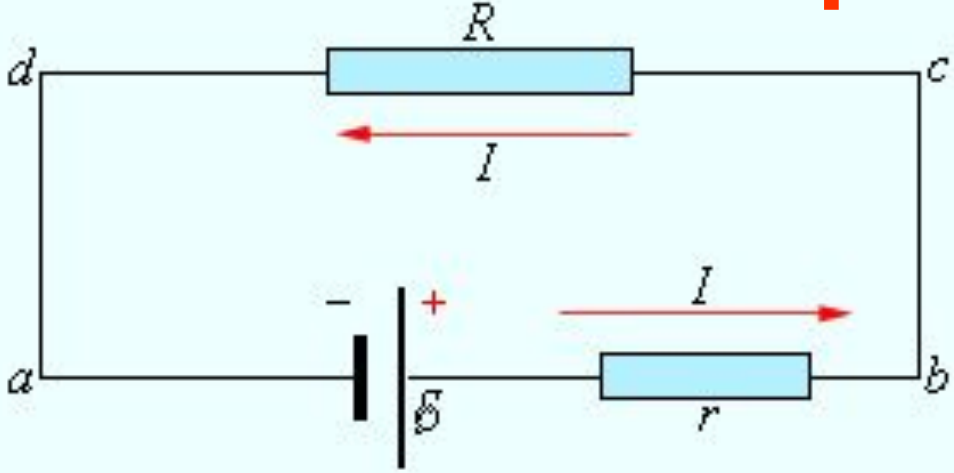
$$C = 2{,}28 \cdot 10^{-8} \frac{Дж^2}{Кл \cdot К}$$

Разногласия выводов классической теории электропроводности металлов и эксперимента:

теория	**эксперимент**
$\rho \sim \sqrt{T}$	$\rho \sim T$
Молярная теплоемкость	
$4{,}5R$	$\sim 3R$

Классическая теория заменена квантовой теорией .

Участки электрической цепи:



ab - неоднородный,

cd – однородный

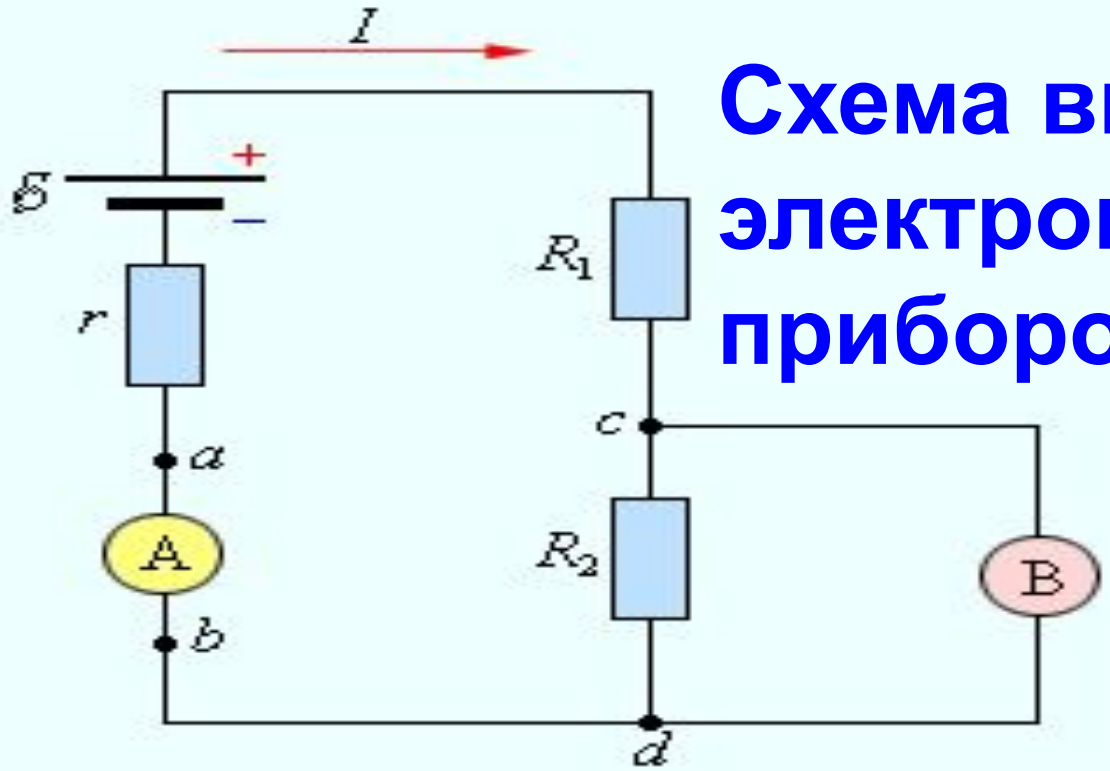


Схема включения электроизмерительных приборов

Закон Ома для участка цепи

Ток в цепи создают источники тока за счет работы сторонних сил (силы химической природы).

$$\mathcal{E} = \frac{A}{Q}\left[\frac{Дж}{Кл} = В\right]$$

- электродвижущая сила (ЭДС), равна работе сторонних сил по перемещению единичного положительного заряда.

Закон Ома для участка с ЭДС (неоднородный)

$$\vec{j} = \frac{1}{\rho}\left(\vec{E}_{кул} + \vec{E}_{ст}\right)$$

Умножим скалярно на $d\vec{l}$

$$\rho j\, d\vec{l} = \vec{E}_{кул} d\vec{l} + \vec{E}_{ст} d\vec{l},$$

$$I\int_1^2 \rho \frac{d\vec{l}}{S} = \int_1^2 \vec{E}_{кул} d\vec{l} + \int_1^2 \vec{E}_{ст} d\vec{l}.$$

U_{12} $\qquad$ $\varphi_1 - \varphi_2$ $\qquad$ $\mathcal{E}_{12}$

Напряжение на участке 1-2

$$U_{12} = (\varphi_1 - \varphi_2) + \mathcal{E}_{12}$$

- численно равно работе кулоновских и сторонних сил при перемещении единичного положительного заряда по участку цепи 1-2;

$\varphi_1 - \varphi_2$ **- падение потенциала на участке 1-2;**

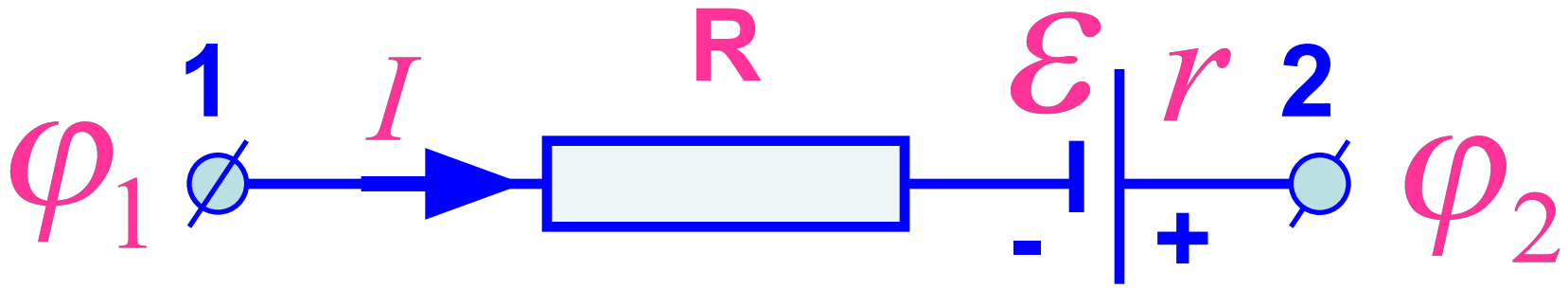
$\mathcal{E}_{12}$ **- электродвижущая сила на 1-2.**

Сопротивление участка цепи 1-2

$$R_{12} = \frac{\rho \square_{12}}{S}$$

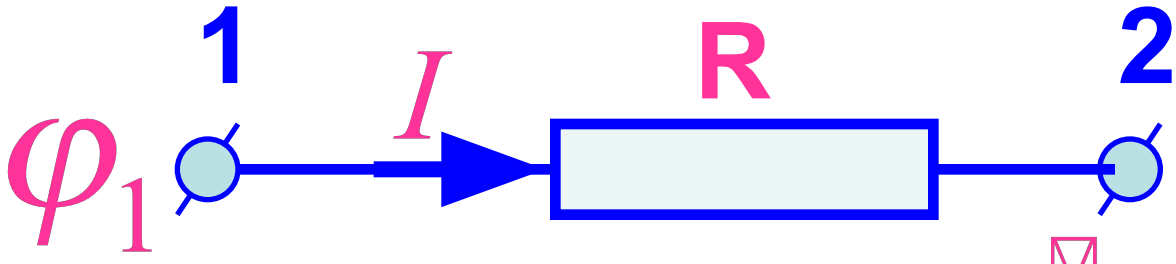
Закон Ома для участка цепи с ЭДС

$$I_{12}R = (\varphi_1 - \varphi_2) \pm \mathcal{E}_{12}$$



Неоднородный (активный) участок

Однородный (пассивный) участок электрической цепи



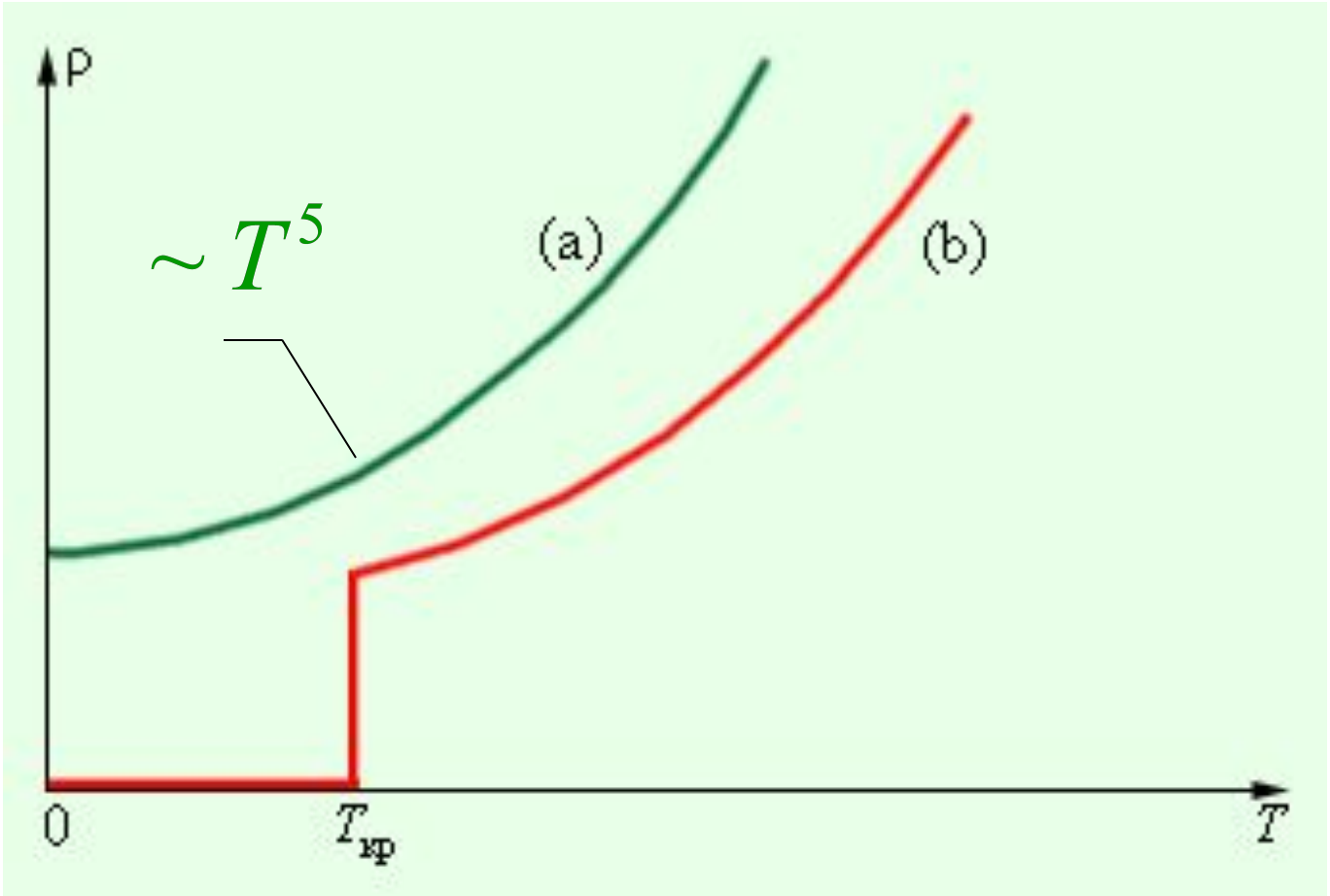
$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R} = \frac{U}{R}; \quad j = \frac{1}{\rho} E.$$

Зависимость сопротивления от температуры:

$$R = R_0\left(1 + \alpha t^0\right); \quad \rho = \rho_0 \alpha T.$$

Зависимость $\rho(T)$ при низких температурах:

(a) – металл; (b)– сверхпроводник



$T_{кр}$ - критическая температура (0,14 – 20)К.

(1911г. Г.Камерлинг – Оннес , Hg)

$$w = \rho j^2$$

Закон Джоуля-Ленца

(однородный участок)

Работа тока расходуется на нагревание проводника:

$$\delta A = \delta Q = wdVdt = wSd\ell dt;$$

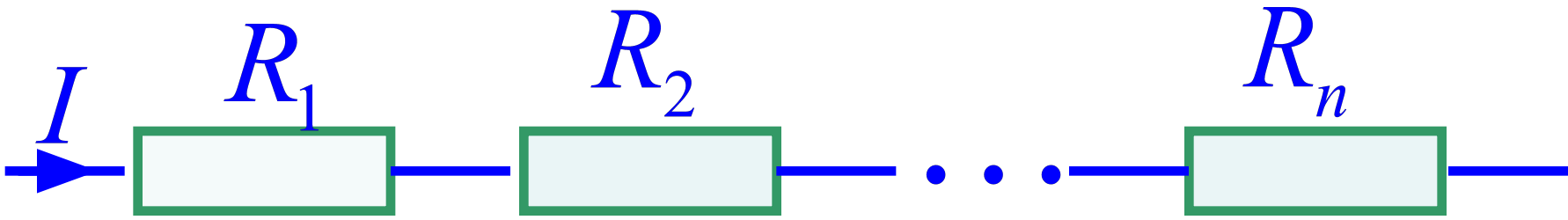
$$\delta Q = \rho j^2 Sd\ell dt = I^2 \rho \frac{d\ell}{S} dt;$$

$$R = \frac{\rho}{S}\int_1^2 d\ell; \quad Q = I^2 R \int_0^t dt;$$

$$Q = I^2 Rt$$ **-закон Джоуля - Ленца.**

Сопротивления соединяют:

1) последовательно

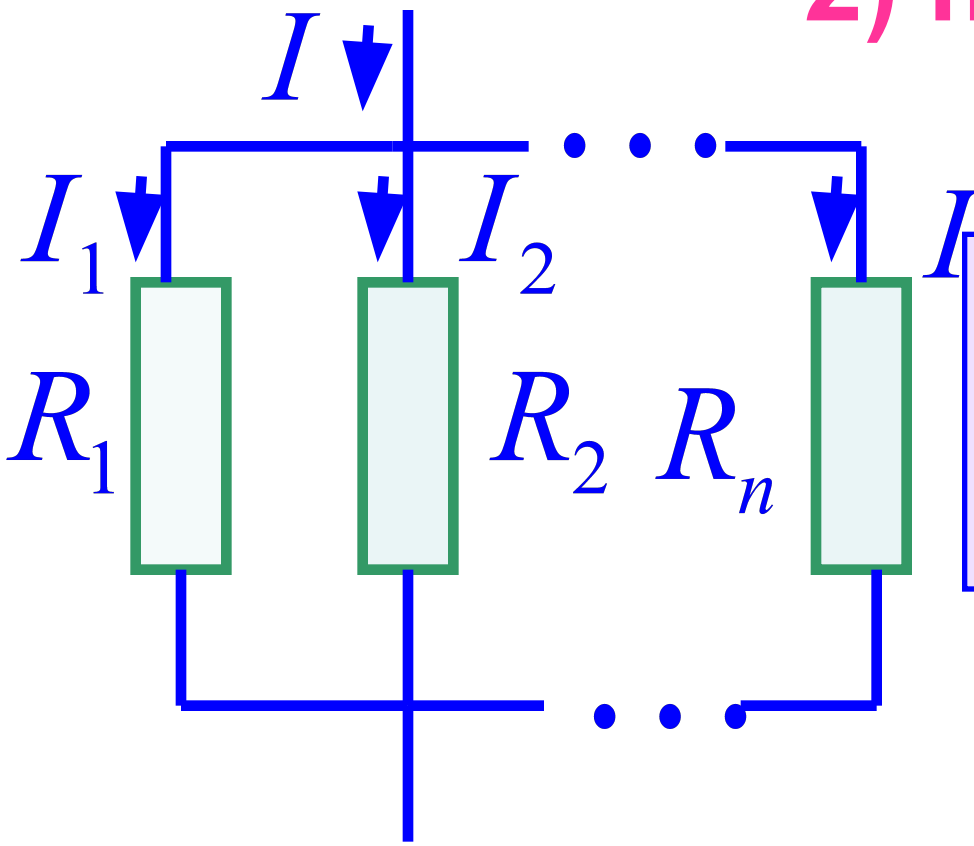


$$I = I_1 = I_2 = \cdots = I_n,$$

$$U = U_1 + U_2 + \cdots + U_n,$$

$$R = \sum_i R_i. \qquad (1)$$

2) параллельно



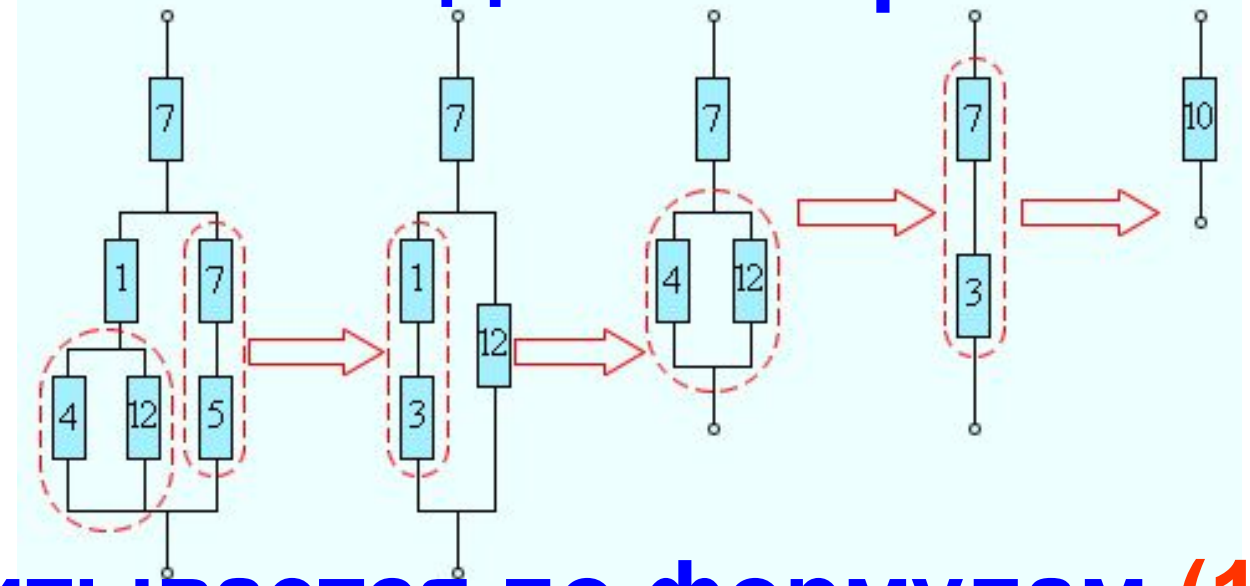
$$\frac{1}{R} = \sum_i \frac{1}{R_i}, \quad (2)$$

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}.$$

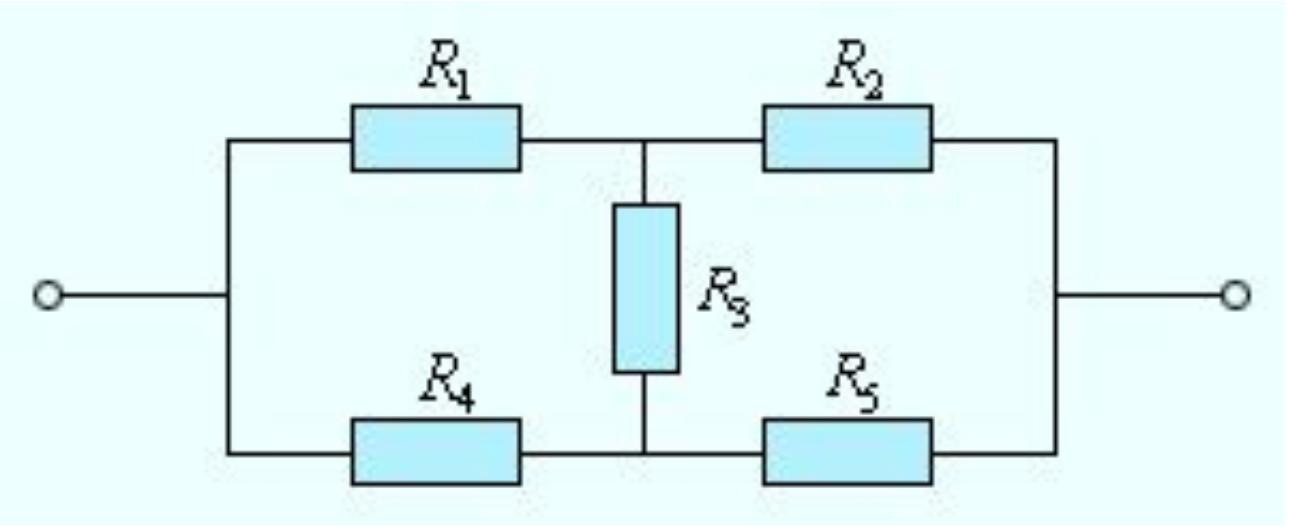
$$I = I_1 + I_2 + \cdots + I_n,$$

$$U = U_1 = U_2 = \cdots = U_n,$$

Смешанное соединение резисторов:



рассчитывается по формулам (1) и (2),



рассчитывается по правилам Кирхгофа.