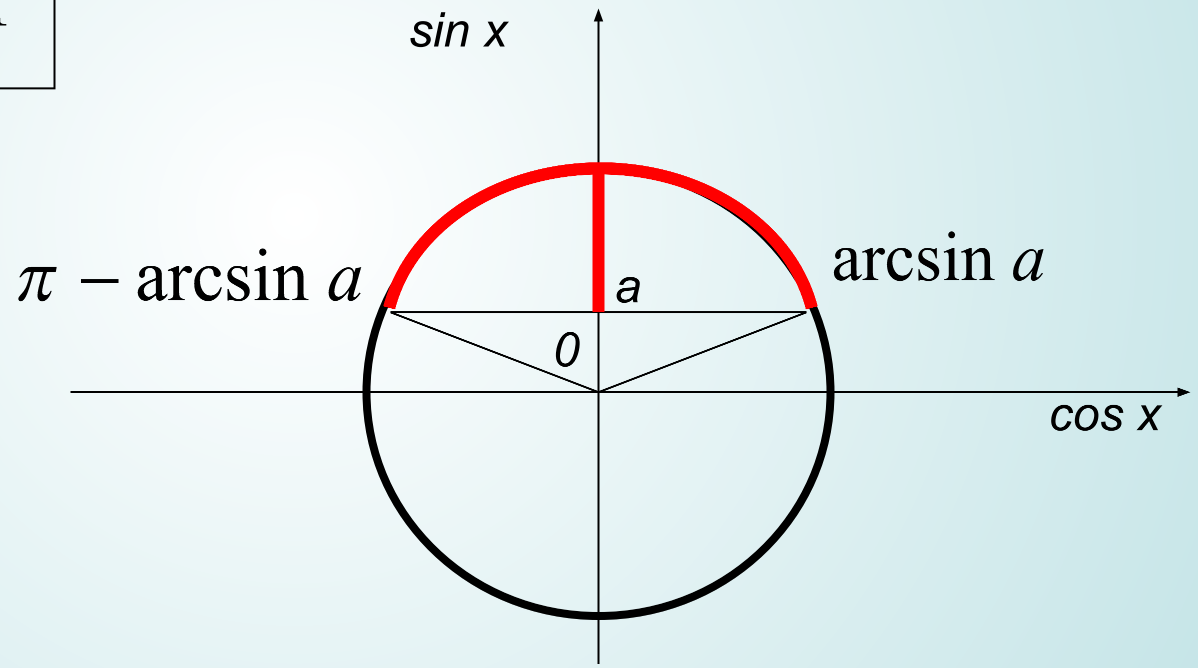
Решение простейших тригонометрических неравенств

I. ***Решение простейших тригонометрических неравенств.***

Тригонометрическими неравенствами называются неравенства, содержащие переменную в аргументе тригонометрической функции.

I. Решение простейших тригонометрических неравенств.

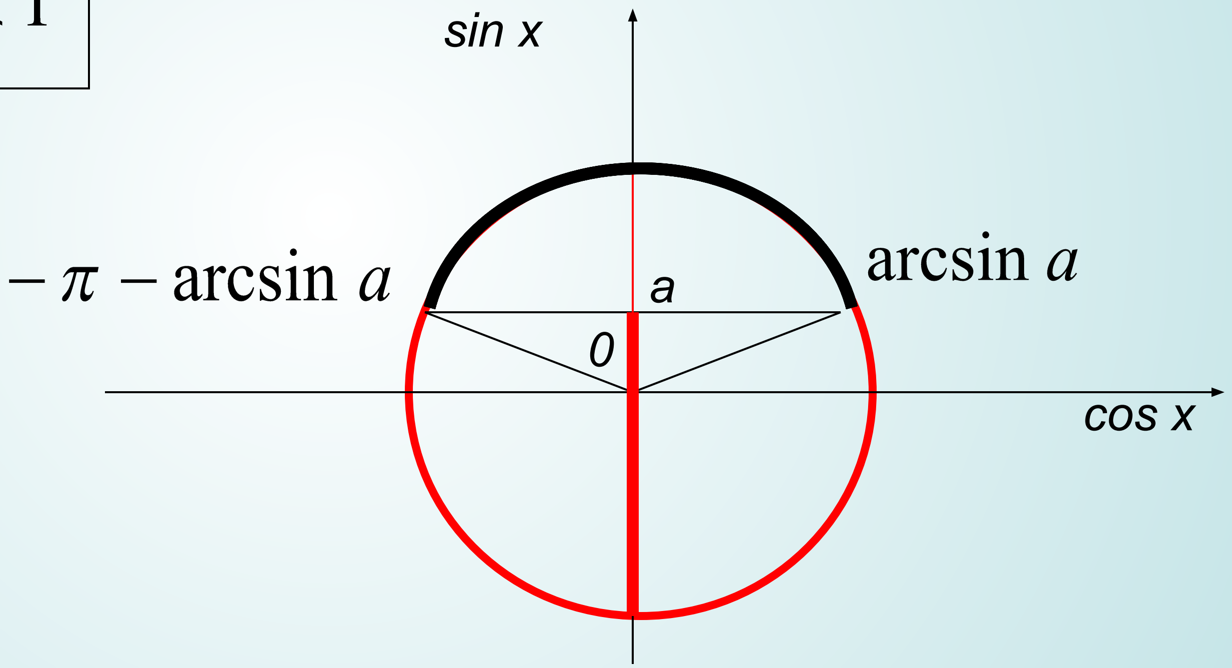
$$\sin x > a \quad |a| < 1$$



$$x \in \left(\arcsin a + 2\pi k; \pi - \arcsin a + 2\pi k\right) \quad k \in Z$$

I. Решение простейших тригонометрических неравенств.

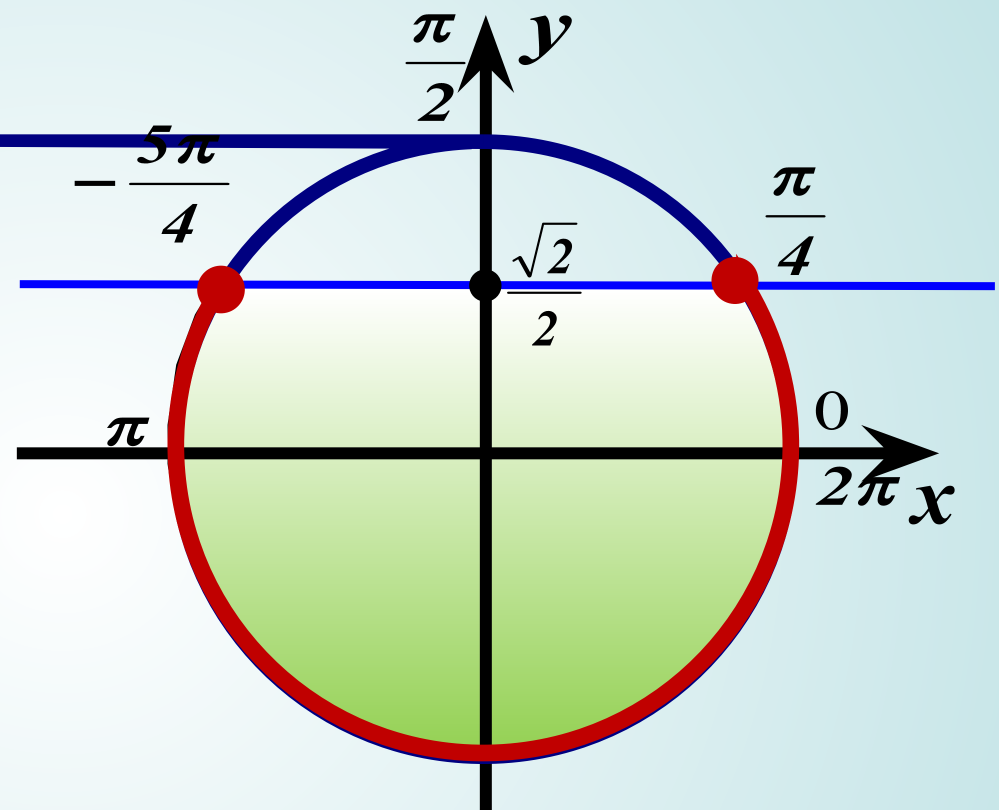
$$\sin x < a \quad |a| < 1$$



$$x \in \left(-\pi - \arcsin a + 2\pi k; \arcsin a + 2\pi k\right) \quad k \in Z$$

Пример

$$\sin x \le \frac{\sqrt{2}}{2}$$



1. На Оу отмечаем значение

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0{,}7$$

и соответствующие точки на окружности

2. Выделяем нижнюю часть окружности (обход совершаем против часовой стрелки).

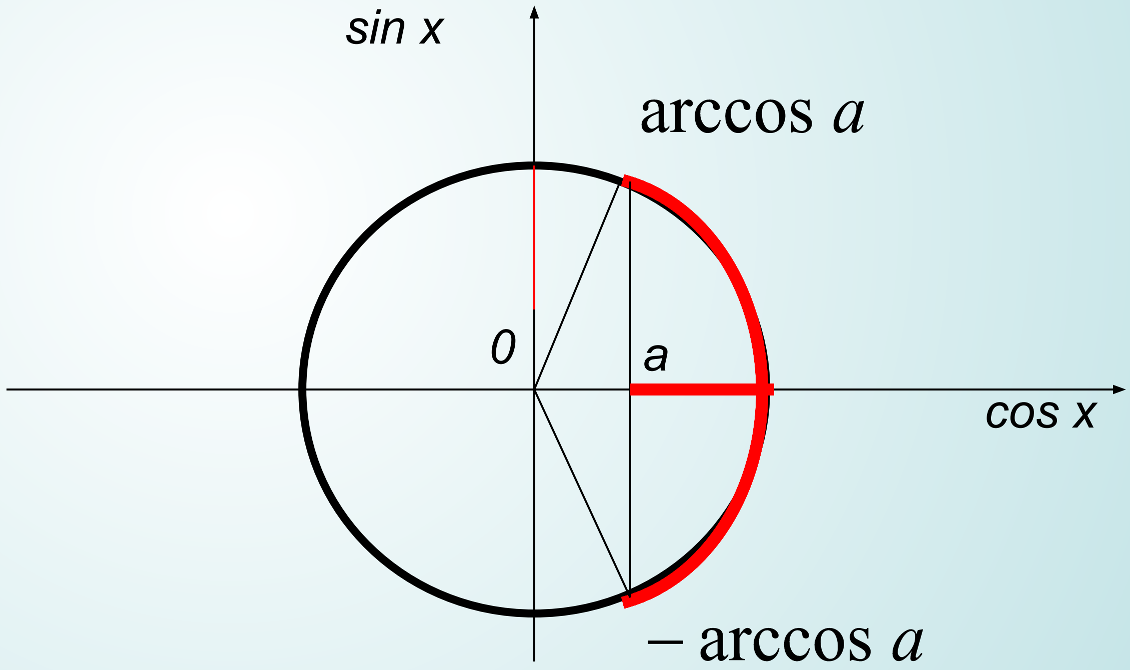
3. Подписываем полученные точки. Обязательно учитываем, что начало дуги – меньшее значение.

4. Ответ:

$$x \in \left[-\frac{5\pi}{4} + 2\pi k\,; \frac{\pi}{4} + 2\pi k\right] k \in Z$$

I. Решение простейших тригонометрических неравенств.

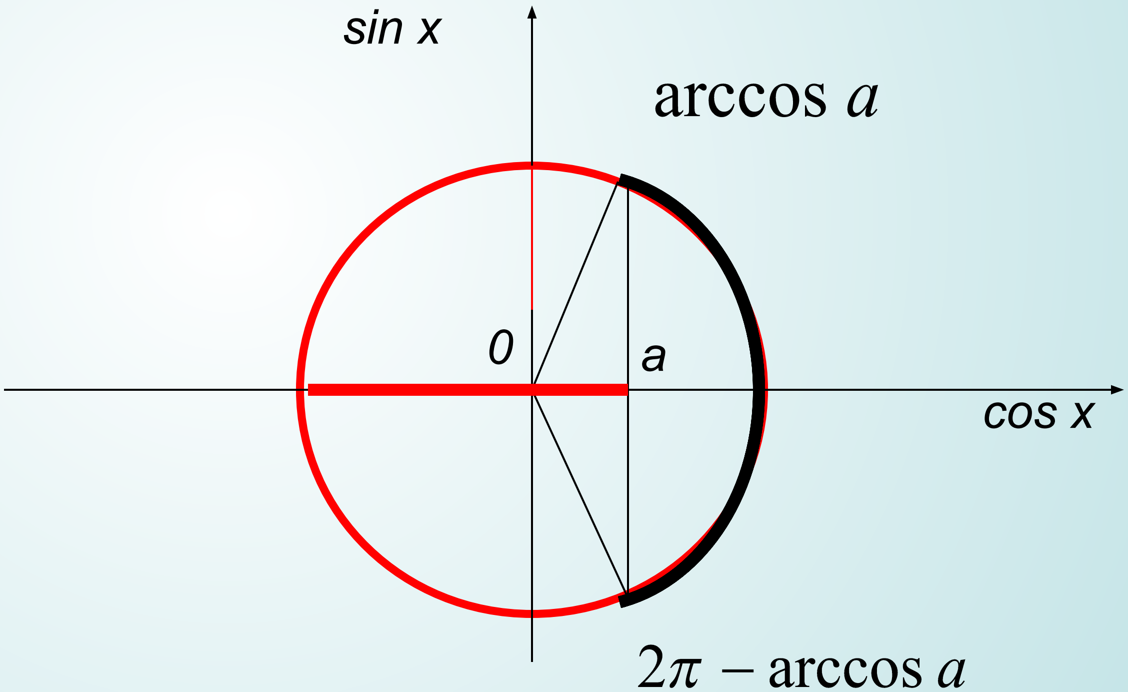
$$\cos x > a \quad |a| < 1$$



$$x \in (-\arccos a + 2\pi k;\ \arccos a + 2\pi k) \quad k \in Z$$

I. Решение простейших тригонометрических неравенств.

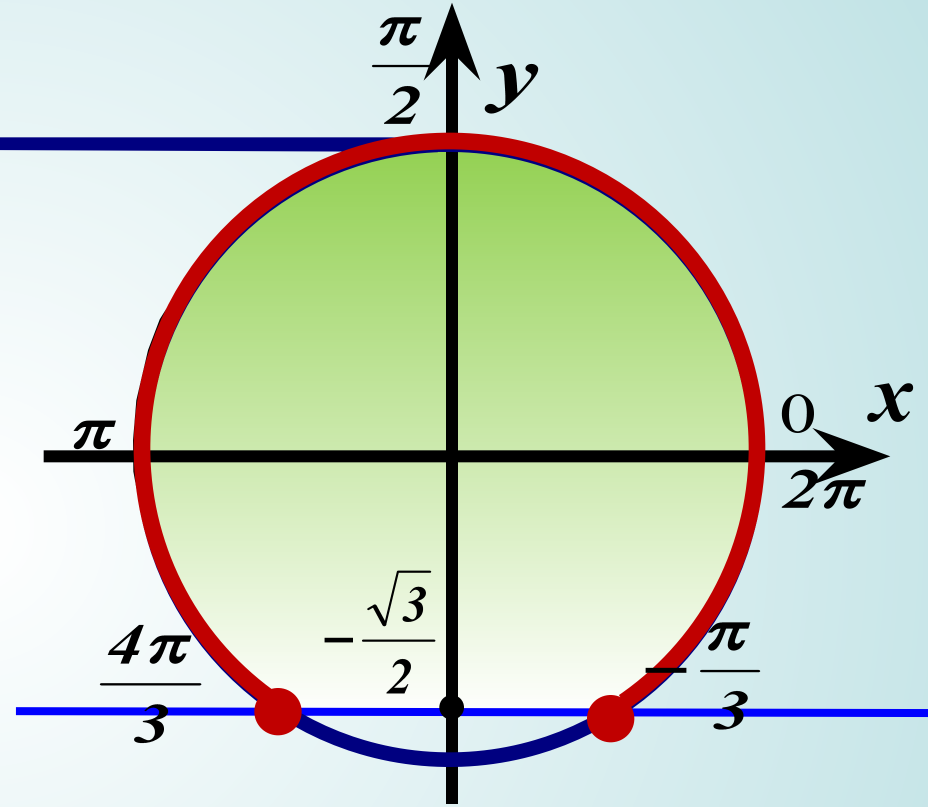
$\cos x < a \quad |a| < 1$



$x \in \left(\arccos a + 2\pi k; 2\pi - \arccos a + 2\pi k\right) \quad k \in Z$

Пример

$$\sin x \geq -\frac{\sqrt{3}}{2}$$



1. На Оу отмечаем значение

$$-\frac{\sqrt{3}}{2} \approx -0{,}8$$

и соответствующие точки на окружности

2. Выделяем верхнюю часть окружности (обход совершаем против часовой стрелки).

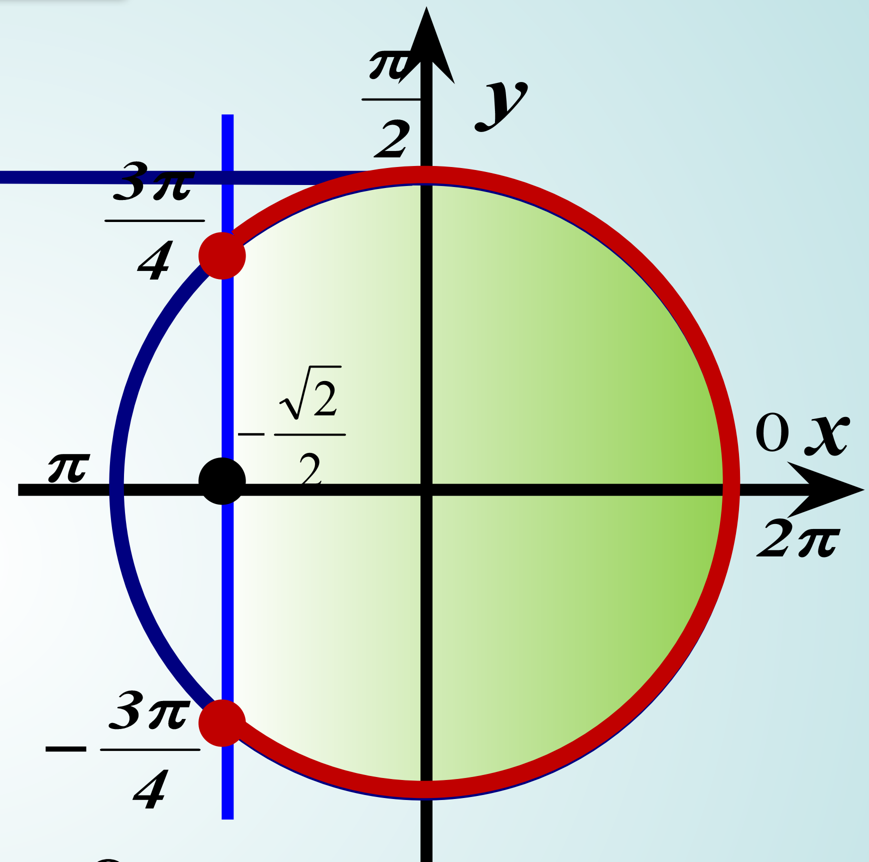
3. Подписываем полученные точки. Обязательно учитываем, что начало дуги – меньшее значение.

4. Ответ:

$$x \in \left[-\frac{\pi}{3} + 2\pi k\,; \frac{4\pi}{3} + 2\pi k\right] k \in Z$$

Пример

$$\boxed{\cos x \geq -\frac{\sqrt{2}}{2}}$$



1. На Ох отмечаем значение

$$-\frac{\sqrt{2}}{2} \approx -0{,}7$$

и соответствующие точки на окружности

2. Выделяем правую часть окружности (обход совершаем против часовой стрелки).

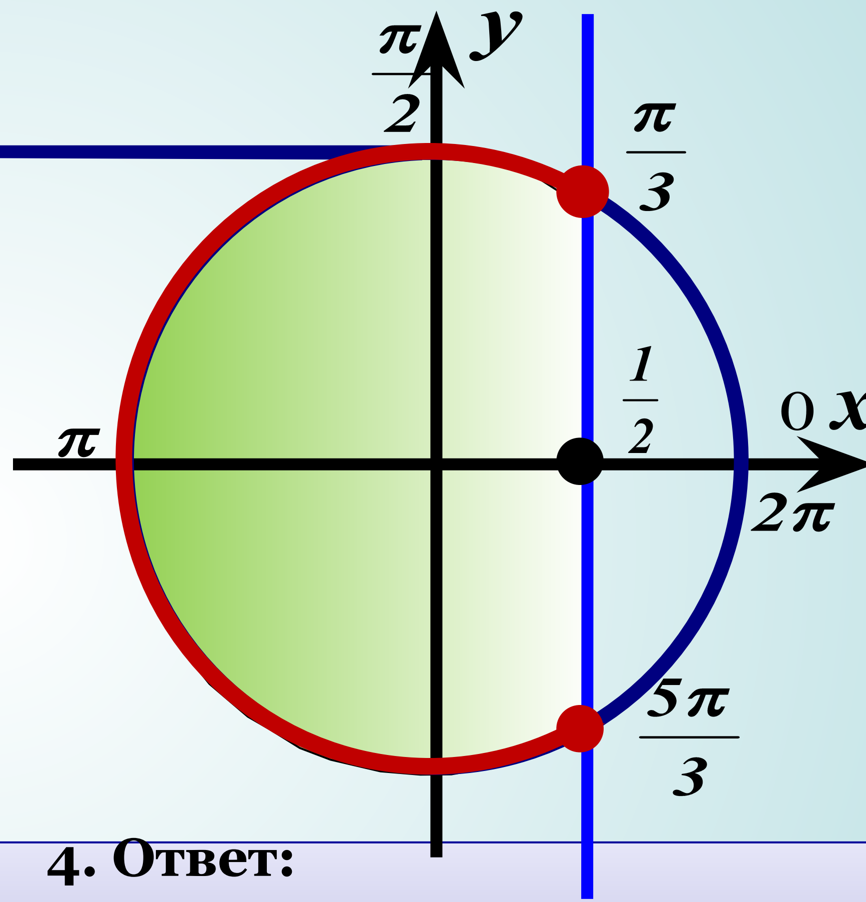
3. Подписываем полученные точки. Обязательно учитываем, что начало дуги – меньшее значение.

4. Ответ:

$$x \in \left[-\frac{3\pi}{4} + 2\pi k\,;\, \frac{3\pi}{4} + 2\pi k\right] k \in Z$$

Пример

$$\cos x \le \frac{1}{2}$$



1. На Ох отмечаем значение $\frac{1}{2}$

и соответствующие точки
на окружности

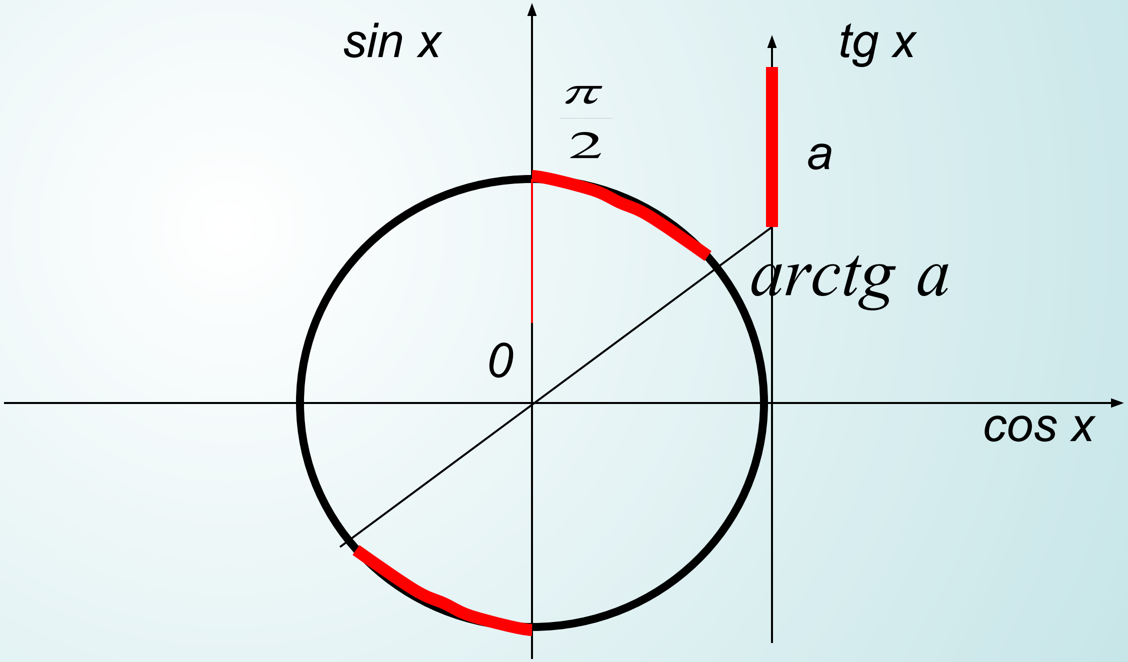
2. Выделяем левую часть окружности (обход совершаем против часовой стрелки).
3. Подписываем полученные точки. Обязательно учитываем, что начало дуги – меньшее значение.

4. Ответ:

$$x \in \left[\frac{\pi}{3} + 2\pi k\,;\frac{5\pi}{3} + 2\pi k\right] \quad k \in Z$$

I. Решение простейших тригонометрических неравенств.

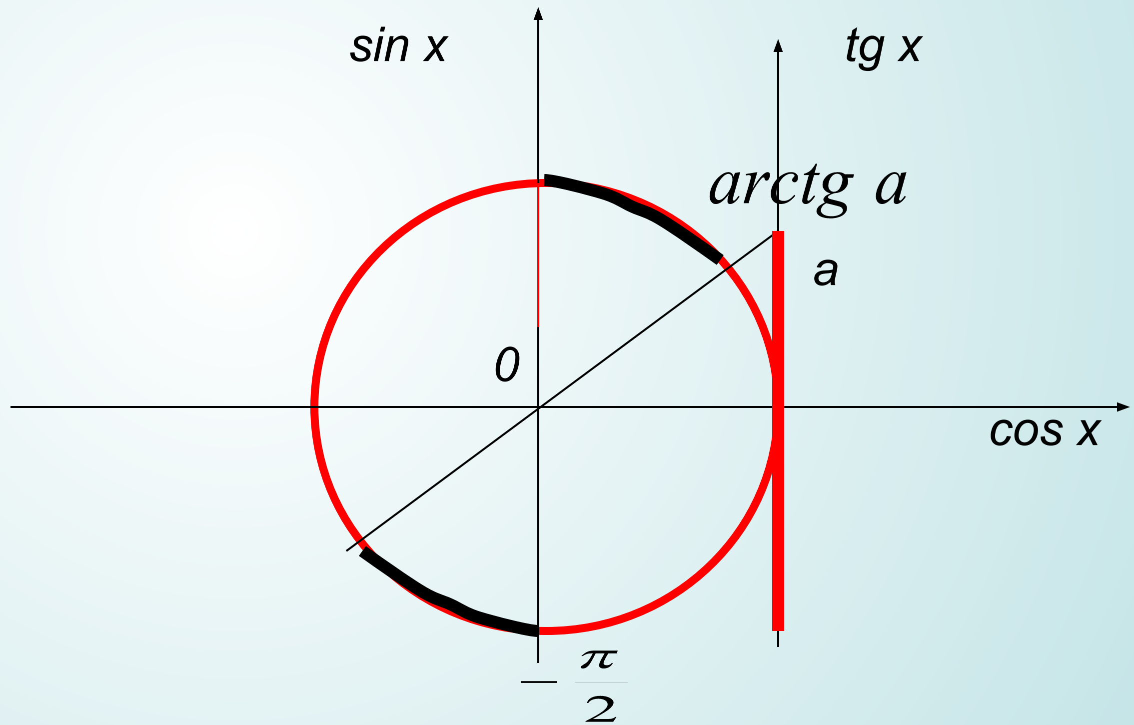
$$tgx > a$$



$$x \in \left(arctga + \pi k; \frac{\pi}{2} + \pi k \right) \quad k \in Z$$

I. Решение простейших тригонометрических неравенств.

$$tgx < a$$

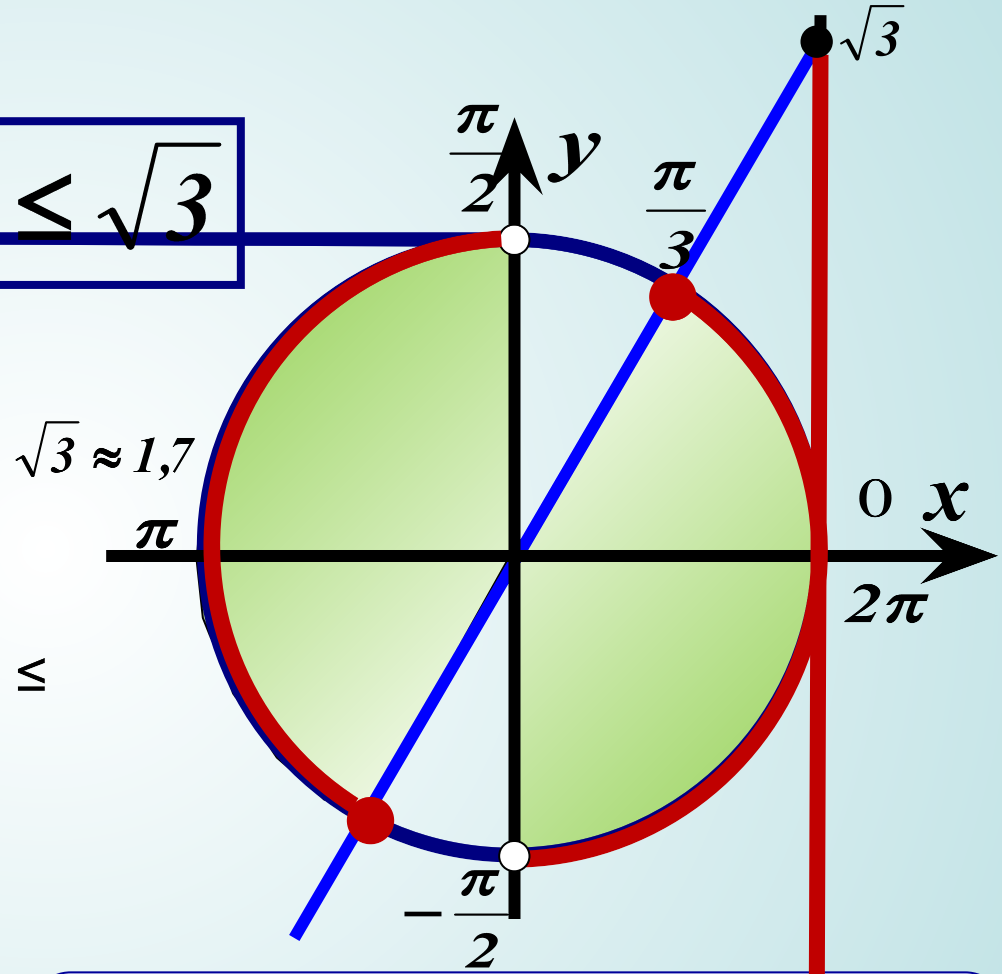


$$x \in \left(-\frac{\pi}{2} + \pi k; arctga + \pi k\right) \quad k \in Z$$

Пример

$$tgx \le \sqrt{3}$$

1. На линии тангенсов отмечаем значение



2. Выделяем нижнюю часть линии тангенсов, поскольку решаем неравенство со знаком ≤

3. Выделяем соответствующую часть окружности (обход совершаем против часовой стрелки).

4. Подписываем полученные точки. Обязательно учитываем, что начало дуги – меньшее значение.

5. Ответ:

$$x \in \left(-\frac{\pi}{2} + \pi k\,; \frac{\pi}{3} + \pi k\right] k \in Z$$

Пример

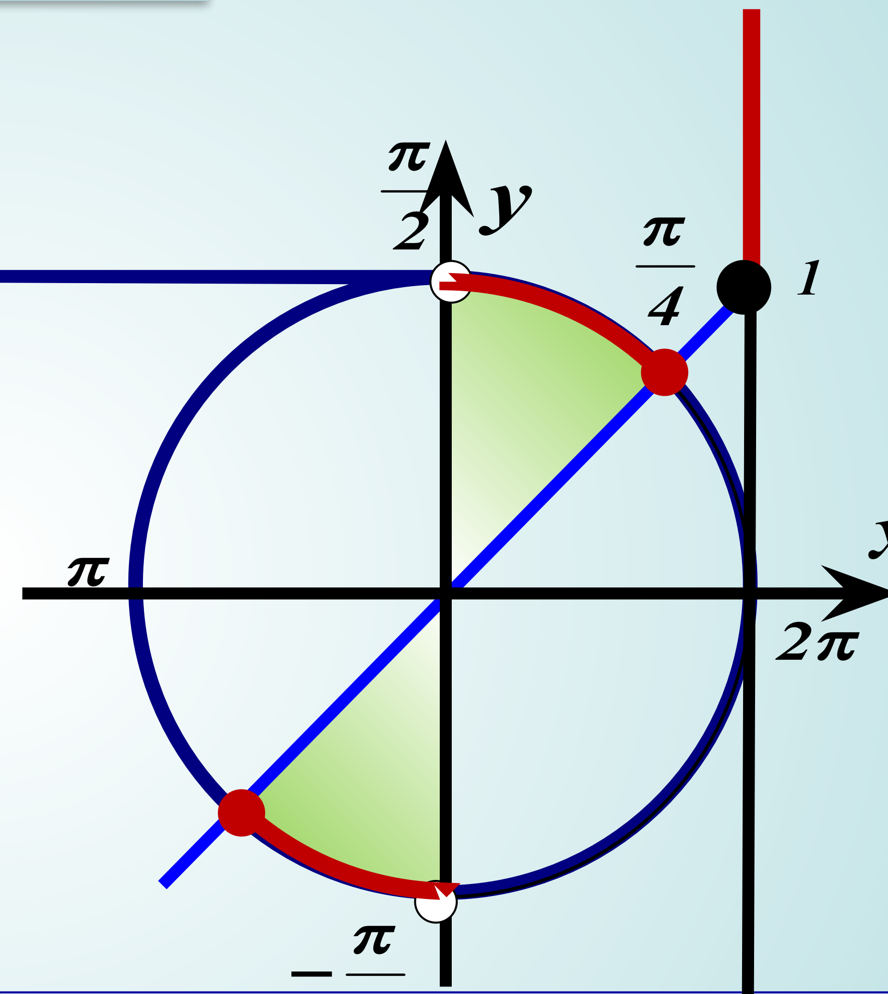
$$tgx \geq 1$$

1. На линии тангенсов отмечаем значение 1

2. Выделяем верхнюю часть линии тангенсов, поскольку решаем неравенство со знаком ≥

3. Выделяем соответствующую часть окружности (обход совершаем против часовой стрелки).

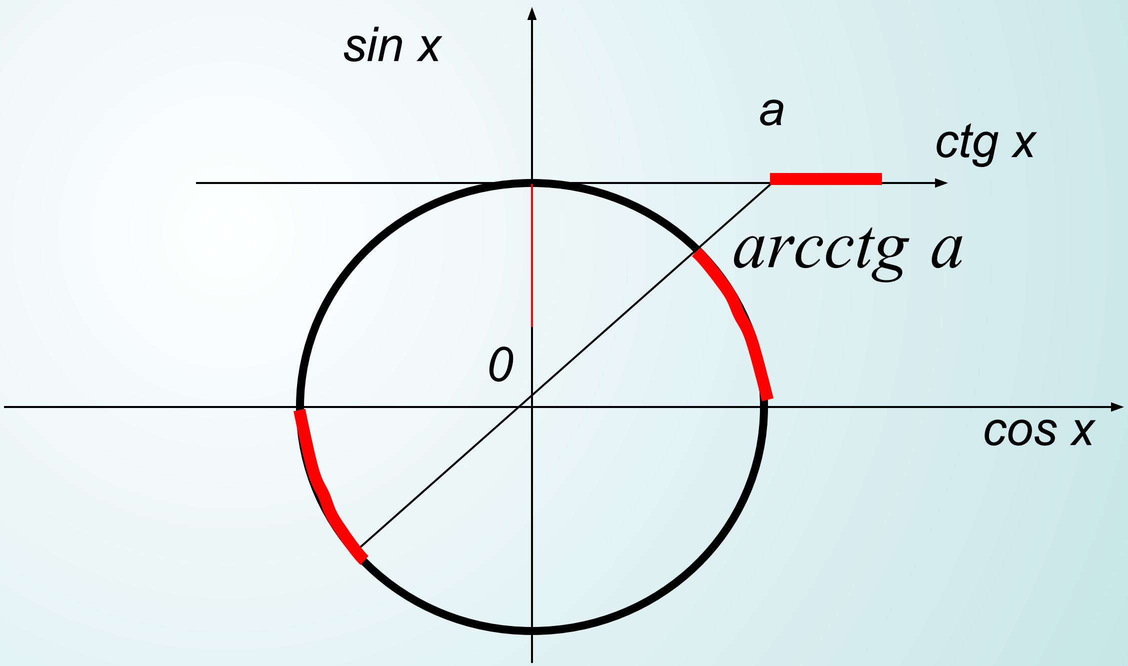
4. Подписываем полученные точки. Обязательно учитываем, что начало дуги – меньшее значение.



5. Ответ: $x \in \left[\frac{\pi}{4}+\pi k\,;\frac{\pi}{2}+\pi k\right)\; k \in Z$

I. Решение простейших тригонометрических неравенств.

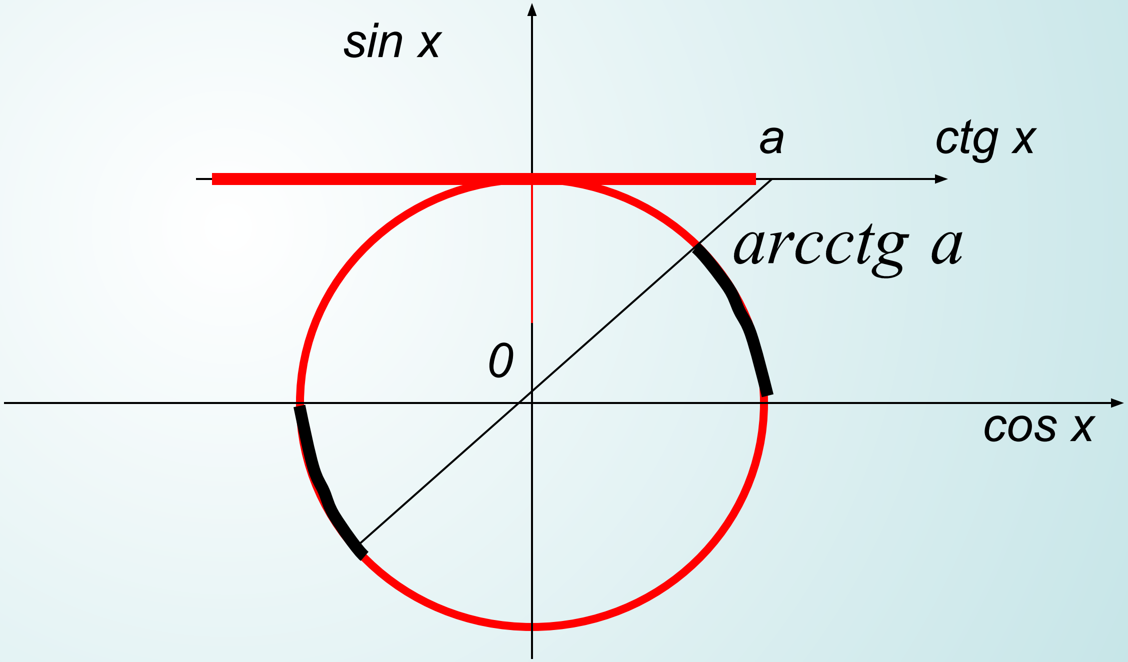
$$ctgx > a$$



$$x \in (0 + \pi k; arcctga + \pi k) \quad k \in Z$$

I. Решение простейших тригонометрических неравенств.

$$ctgx < a$$



$$x \in \left(arcctga + \pi k; \pi + \pi k\right) \quad k \in Z$$