

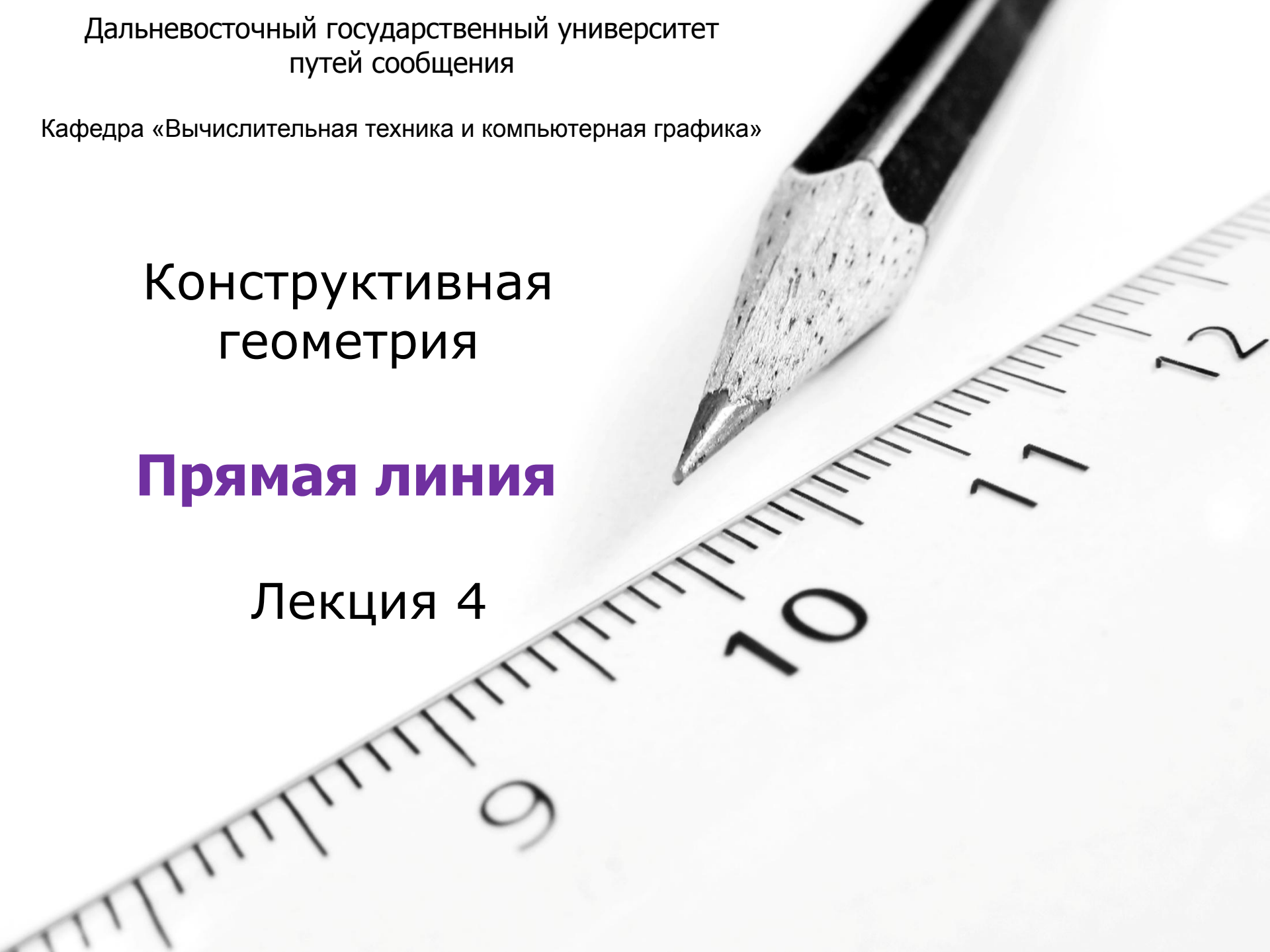
Дальневосточный государственный университет  
путей сообщения

Кафедра «Вычислительная техника и компьютерная графика»

# Конструктивная геометрия

## Прямая линия

Лекция 4



# План лекции

**Прямая линия и ее задание**

**Комплексный чертеж прямой  
линии**

**Принадлежность точки прямой линии**

**Положения прямой относительно  
плоскостей проекций**

**Взаимные положения точки и прямой  
линии**

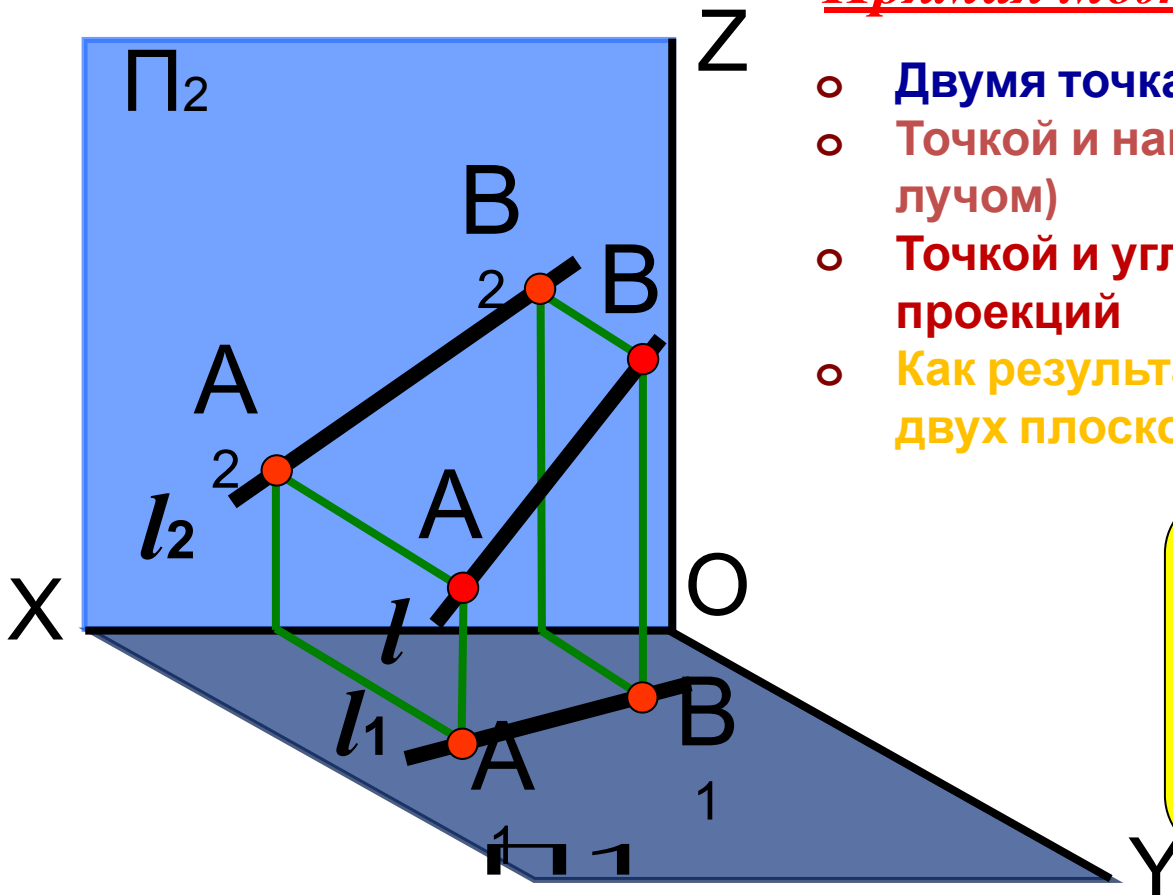
**Взаимные положения двух прямых**

# Прямая линия и её задание

Прямая линия – это одно из фундаментальных понятий геометрии. Она является однопараметрическим множеством (этим единственным параметром является расстояние между двумя точками)

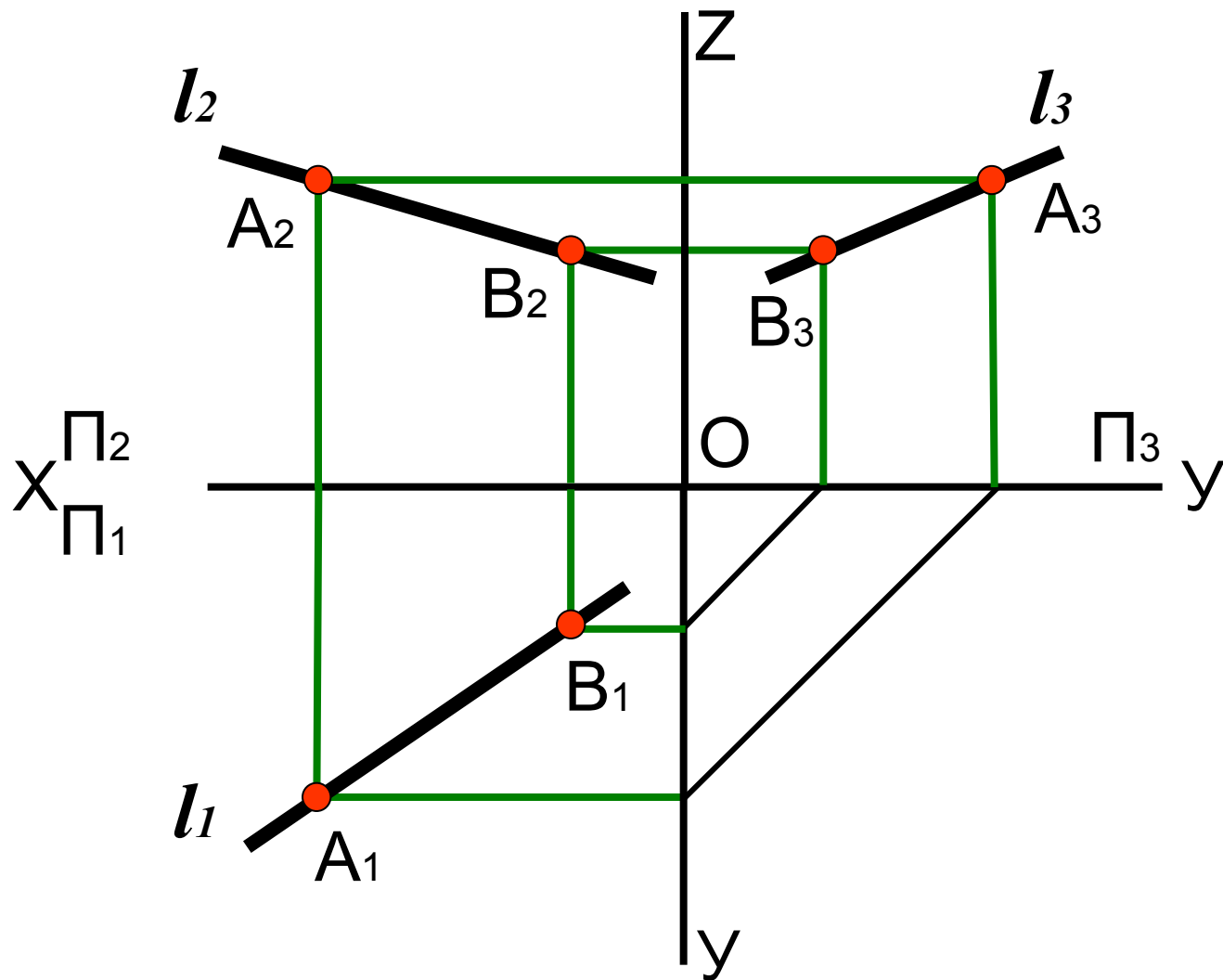
## Прямая может быть задана:

- Двумя точками (см. А и В)
- Точкой и направлением (вектором, лучом)
- Точкой и углами наклона к плоскостям проекций
- Как результат взаимного пересечения двух плоскостей



Часто прямую линию задают начертанием и обозначают одним символом, например,  $l$

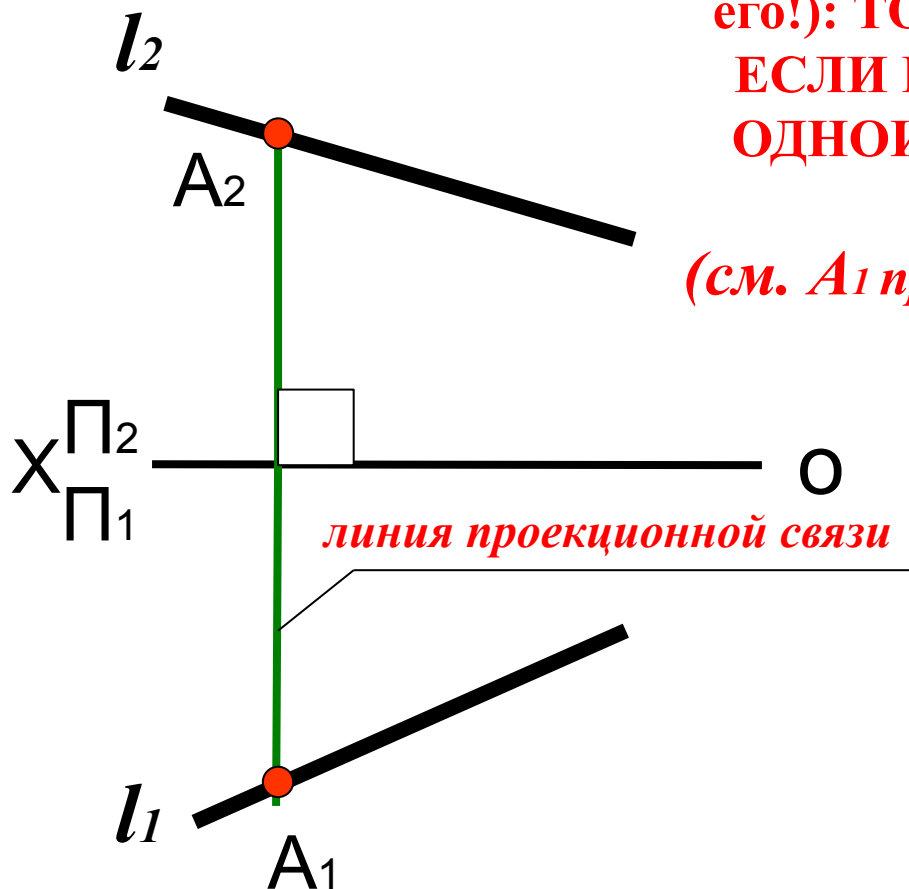
# Комплексный чертеж прямой ЛИНИИ



# Принадлежность точки прямой ЛИНИИ

**Основополагающее положение (запомните его!): ТОЧКА ПРИНАДЛЕЖИТ ПРЯМОЙ, ЕСЛИ ЕЁ ПРОЕКЦИИ ПРИНАДЛЕЖАТ ОДНОИМЕННЫМ ПРОЕКЦИЯМ ЭТОЙ ПРЯМОЙ**

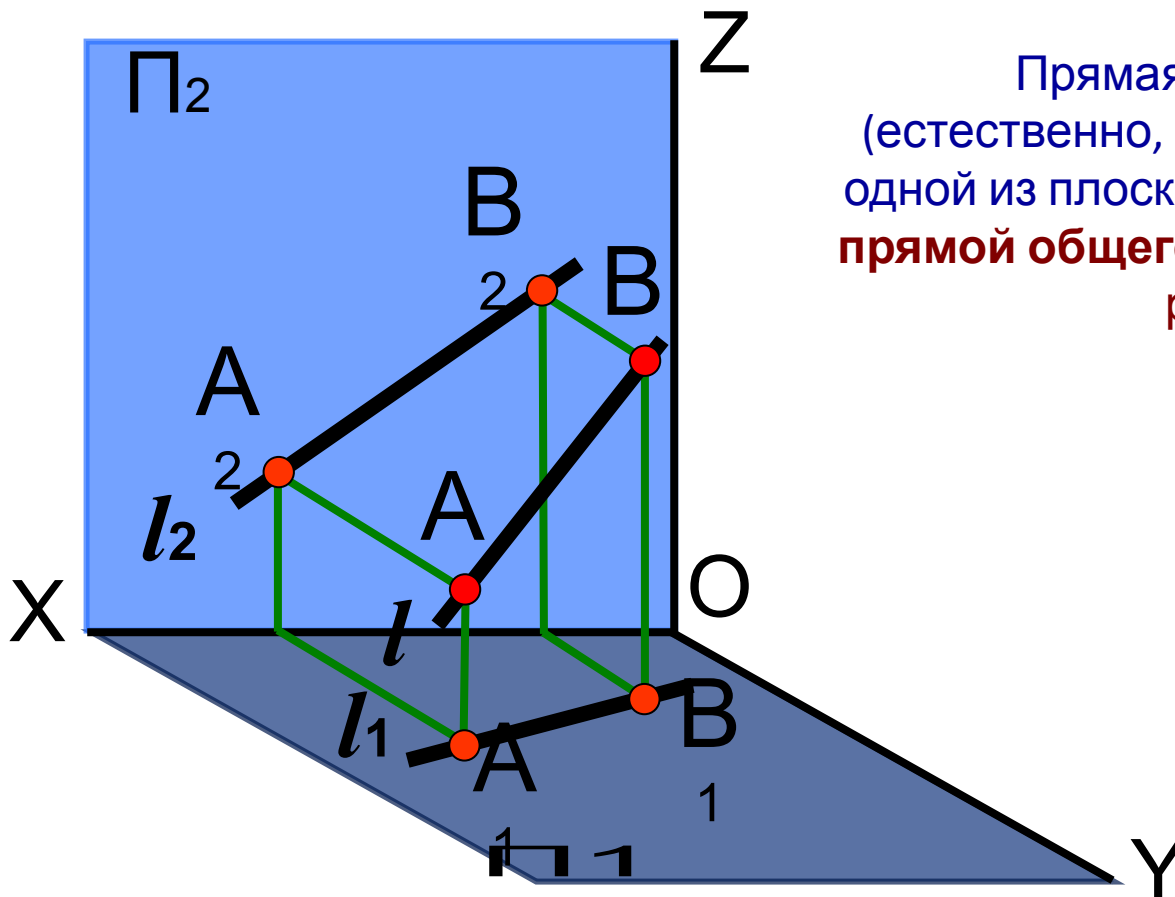
*(см.  $A_1$  принадлежит  $l_1$ ,  $A_2$  принадлежит  $l_2$ )*



Не забывайте, что проекции точки  $A_1$  и  $A_2$  имеют линию проекционной связи, которая перпендикулярна оси проекций, т.е.  $(A_1-A_2) \perp OX$

# Положение прямой относительно плоскостей проекций

## Прямая общего положения

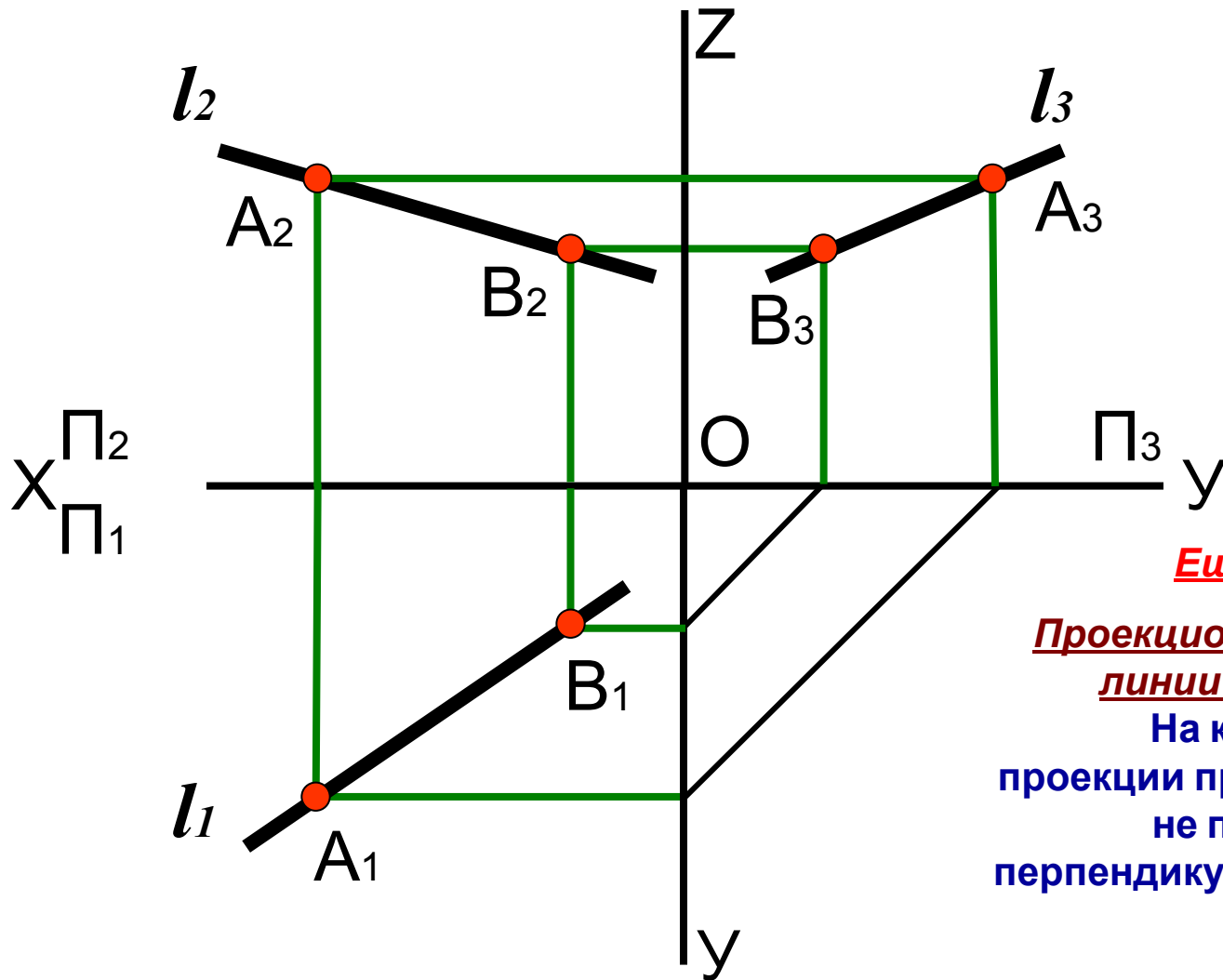


Прямая линия не параллельная (естественно, и не перпендикулярная) ни к одной из плоскостей проекций называется – **прямой общего положения** (произвольного расположения)

Проекционное свойство прямой линии общего положения:

На комплексном чертеже проекции прямой линии общего положения не параллельны и не перпендикулярны ни к одной из осей проекций

# Комплексный чертёж прямой общего положения



***Ещё раз запоминаем!***

***Проекционное свойство прямой  
линии общего положения:***

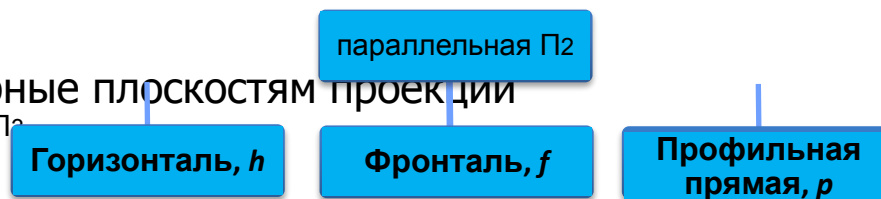
***На комплексном чертеже  
проекция прямой общего положения  
не параллельны и не  
перпендикулярны ни к одной из осей  
проекции***

# Положение прямой относительно плоскостей проекций

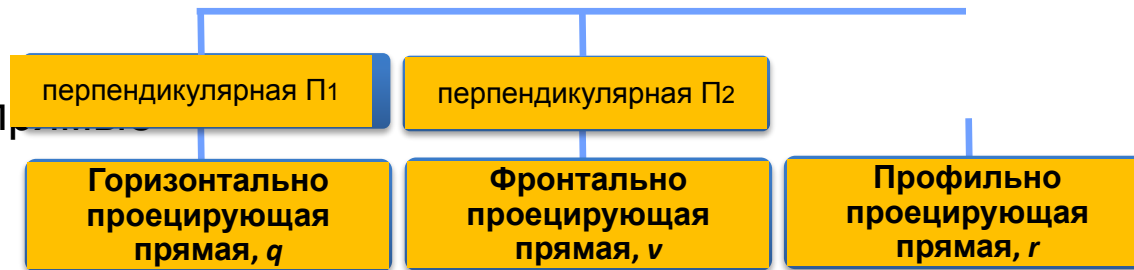
Знание частных случаев прямых относительно плоскостей проекций позволяют оперировать решению многих задач (изучите эти положения)

- Прямые параллельные или перпендикулярные плоскостям проекций
  - параллельные плоскостям проекций
    - параллельная  $\Pi_1$
    - параллельная  $\Pi_3$

- перпендикулярные плоскостям проекции
  - перпендикулярная  $\Pi_2$



- Прямые частных положений
- Прямые уровня
- Проецирующие прямые





Положение прямой  
относительно плоскостей

Прямые уровня проекций

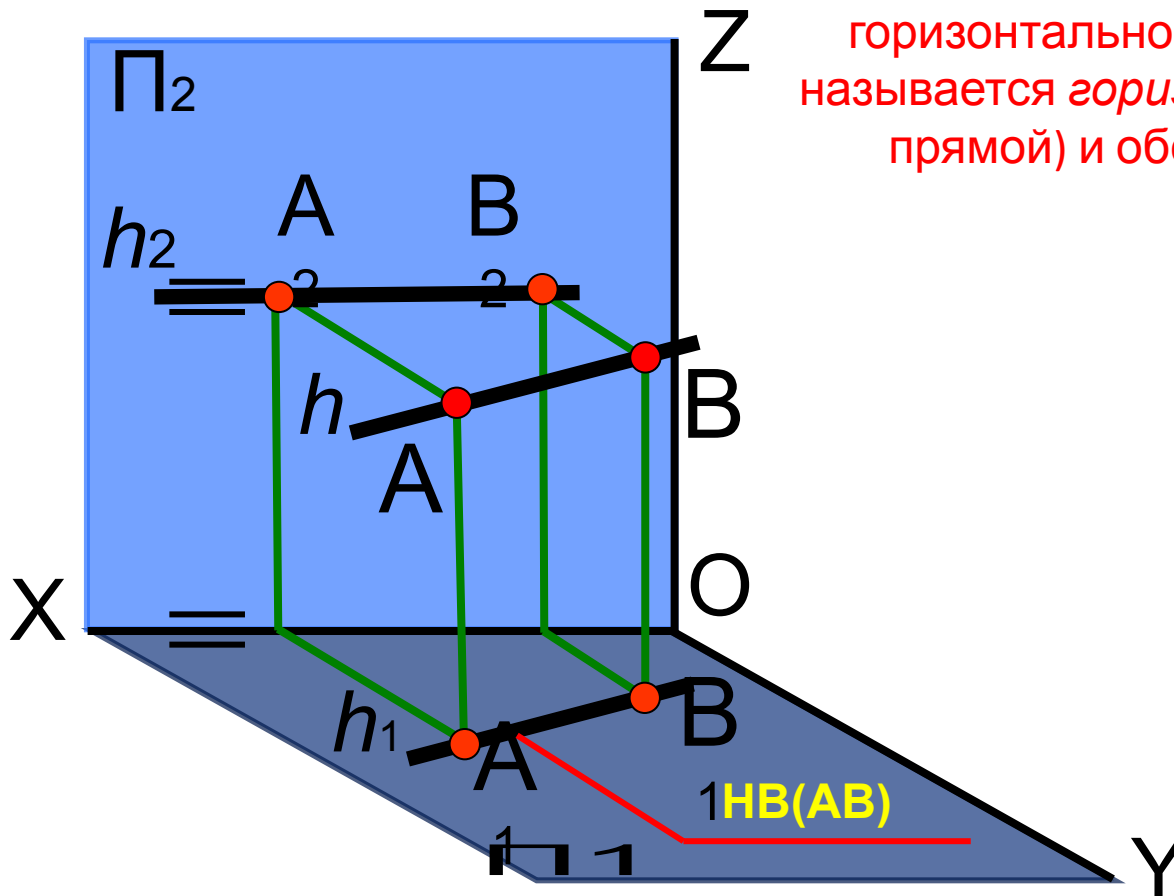
**Прямой уровня называется прямая, параллельная к одной из плоскостей проекций.**

На самом деле, пусть прямая параллельна  $\Pi_1$ , тогда, каждая, именно каждая точка на этой прямой, имеет одинаковую высоту относительно  $\Pi_1$  (одинаковую координату  $Z$  каждой точки), т.е. имеет один уровень относительно плоскости  $\Pi_1$ .

# Положение прямой относительно плоскостей проекций

## ГОРИЗОНТАЛЬ (обозначается символом $h$ )

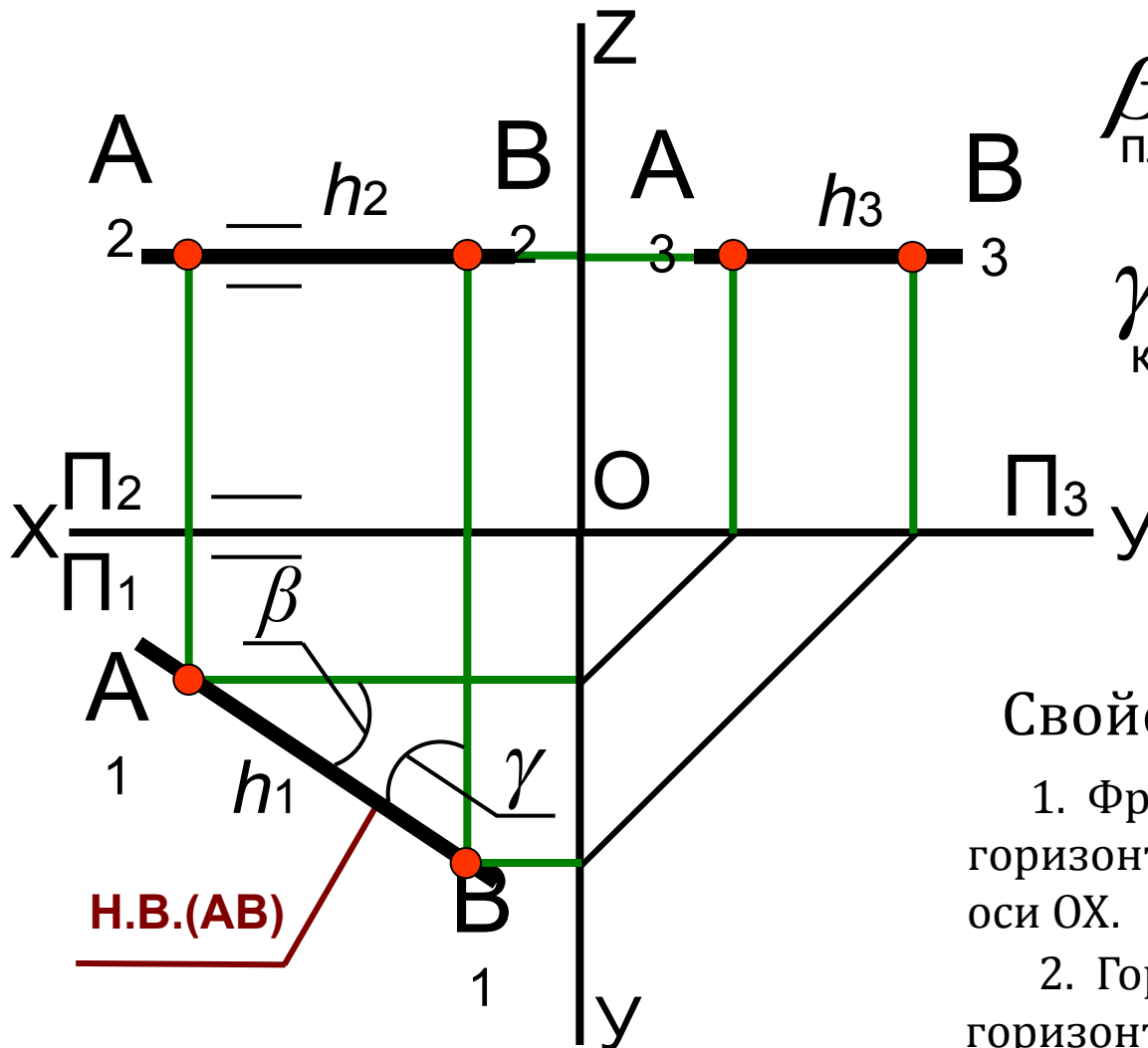
Прямая линия, параллельная горизонтальной плоскости проекций  $\Pi_1$ , называется *горизонталью* (горизонтальной прямой) и обозначается символом  $h$



Проекционное свойство горизонтали  $h$ :  
1) Фронтальная проекция горизонтали  $h_2$  всегда параллельна оси проекций  $Ox$

2) Горизонтальная проекция отрезка  $AB$  ( $A_1B_1 \subset h_1$ ) отображается в натуральную величину  $NB(AB) = (A_1B_1)$

# Комплексный чертеж горизонтали



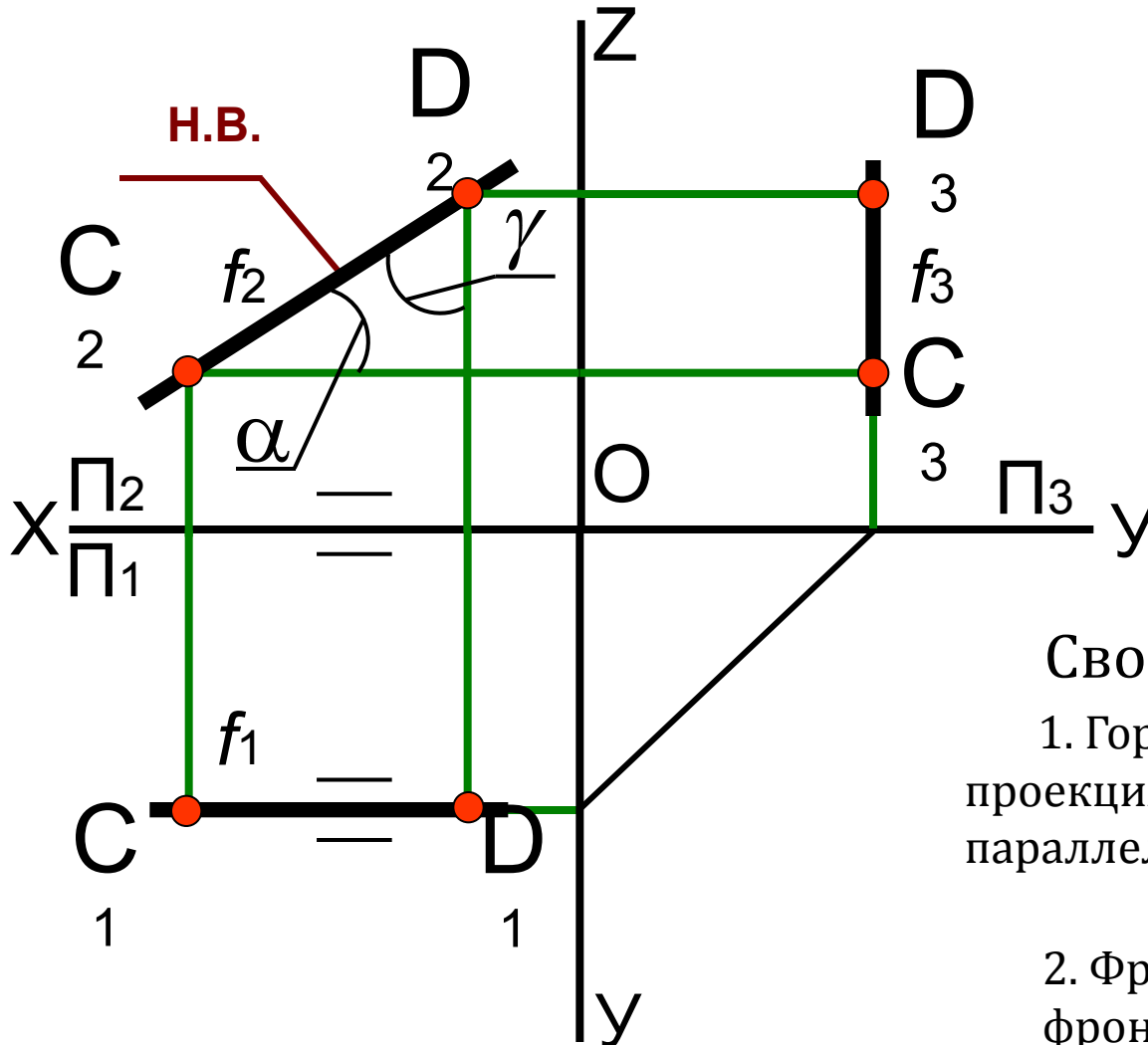
$\beta$  - угол наклона прямой к плоскости проекций  $\Pi_2$ ;

$\gamma$  - угол наклона прямой к плоскости проекций  $\Pi_3$ .

Свойства горизонтали:

1. Фронтальная проекция горизонтали  $A_2B_2$  параллельна оси  $Ox$ .
2. Горизонтальная проекция горизонтали  $A_1B_1$  – натуральная величина отрезка  $AB$ ;

# Комплексный чертеж фронтали, $f$



$\alpha$  - угол наклона прямой  $f$  к плоскости проекций  $\Pi_1$ ;

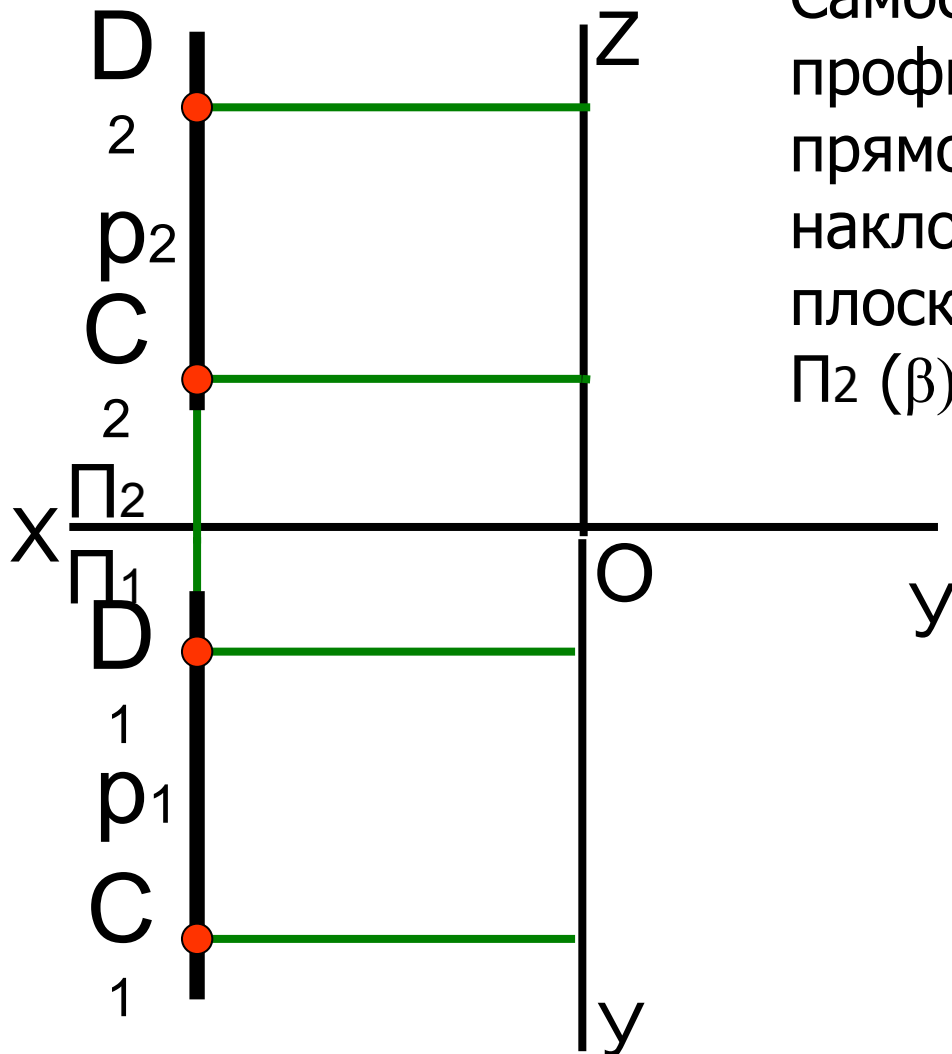
$\gamma$  - угол наклона прямой  $f$  к плоскости проекций  $\Pi_3$ .

Свойства фронтали:

1. Горизонтальная проекция фронтали  $f_1$  ( $C_1D_1$ ) параллельна оси  $OX$ .

2. Фронтальная проекция фронтали  $f_2$  ( $C_2D_2$ ) – натуральная отрезка  $CD$

# Комплексный чертеж профильной прямой, $p$



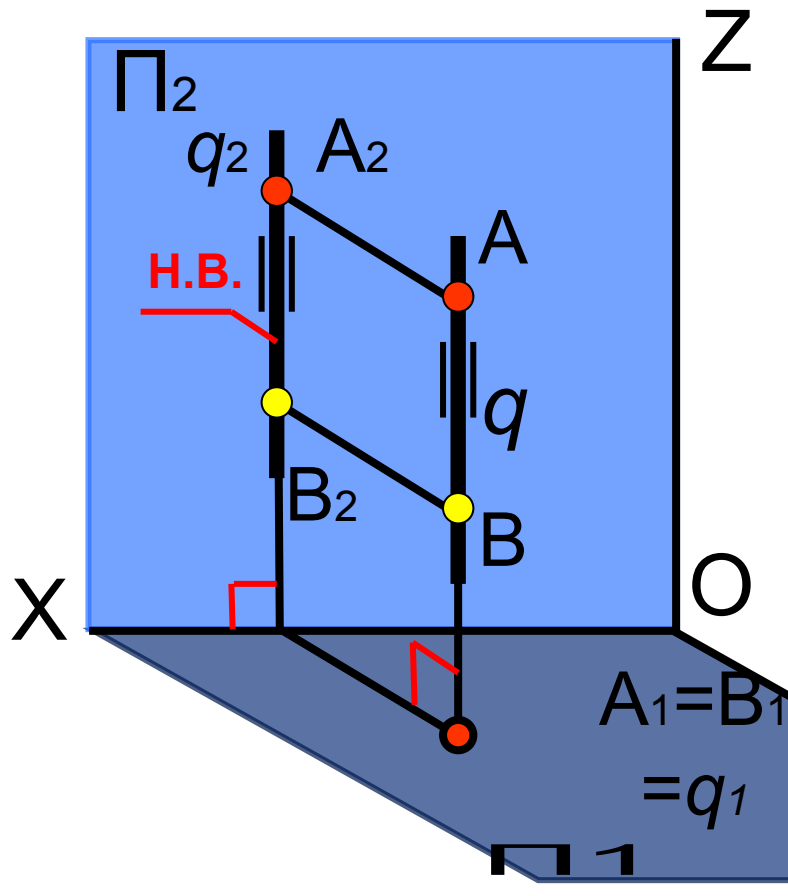
Самостоятельно постройте  
профильную проекцию  
прямой  $p_3$ , укажите углы  
наклона этой прямой к  
плоскостям проекций  $\Pi_1$  ( $\alpha$ ) и  
 $\Pi_2$  ( $\beta$ )

Укажите свойства  
профильной прямой:

# Проецирующие прямые

Проецирующие прямые – это прямые совпадающие с направлением проецирования

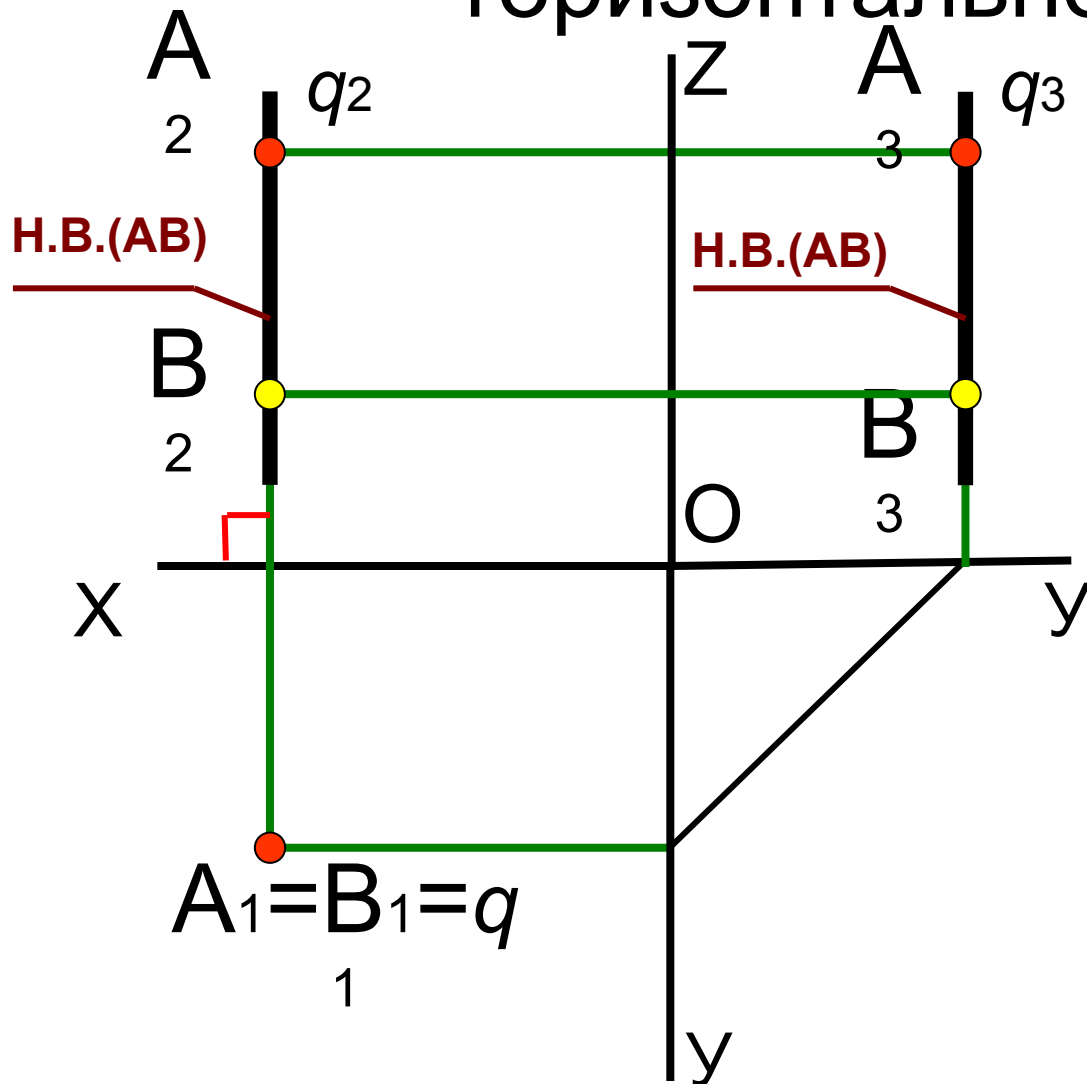
Так как в методе Монжа проецирующий луч перпендикулярен к плоскостям проекций, то проецирующие прямые также перпендикулярны к плоскостям проекций



$q$  – горизонтально проецирующая прямая  
Эта прямая перпендикулярна горизонтальной плоскости проекций  $\Pi_1$  и проецируется на неё в точку ( $q_1$ )  
Фронтальная проекция ( $q_2$ ) перпендикулярна оси проекций  $OX$ , на этой же проекции отрезок  $AB$  прямой проецируется в натуральную величину.

Точки  $A$  и  $B$  являются конкурирующими: из-за точки  $A$  на  $\Pi_1$  точку  $B$  не видно (она находится под точкой  $A$ ; это можно судить и по фронтальным проекциям этих точек

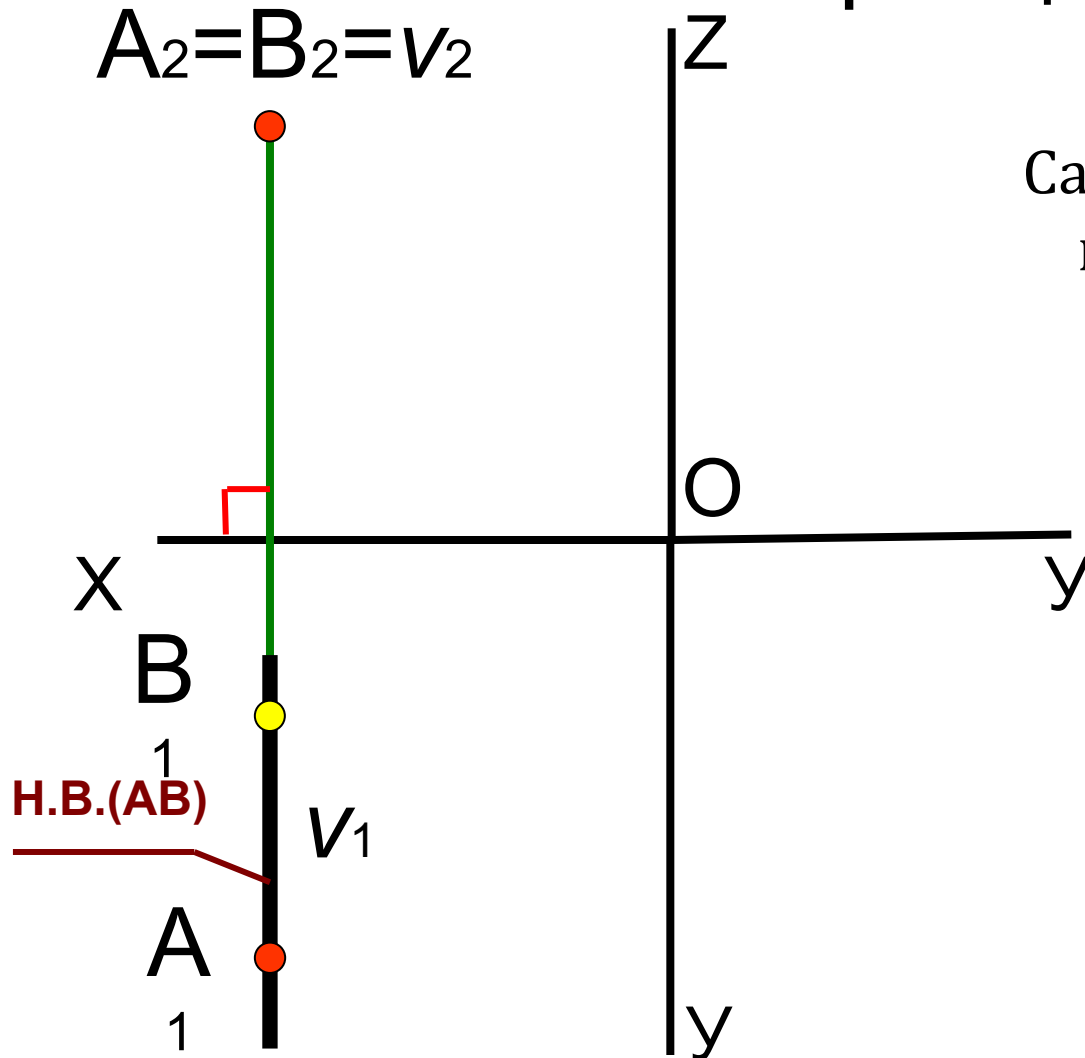
# Комплексный чертеж горизонтально проецирующей прямой



Какие свойства  
данной прямой  $q$   
можно отметить?

Чему равны углы  
наклона прямой  $q$  к  
плоскостям  
проекций?

# Комплексный чертеж фронтально проецирующей прямой



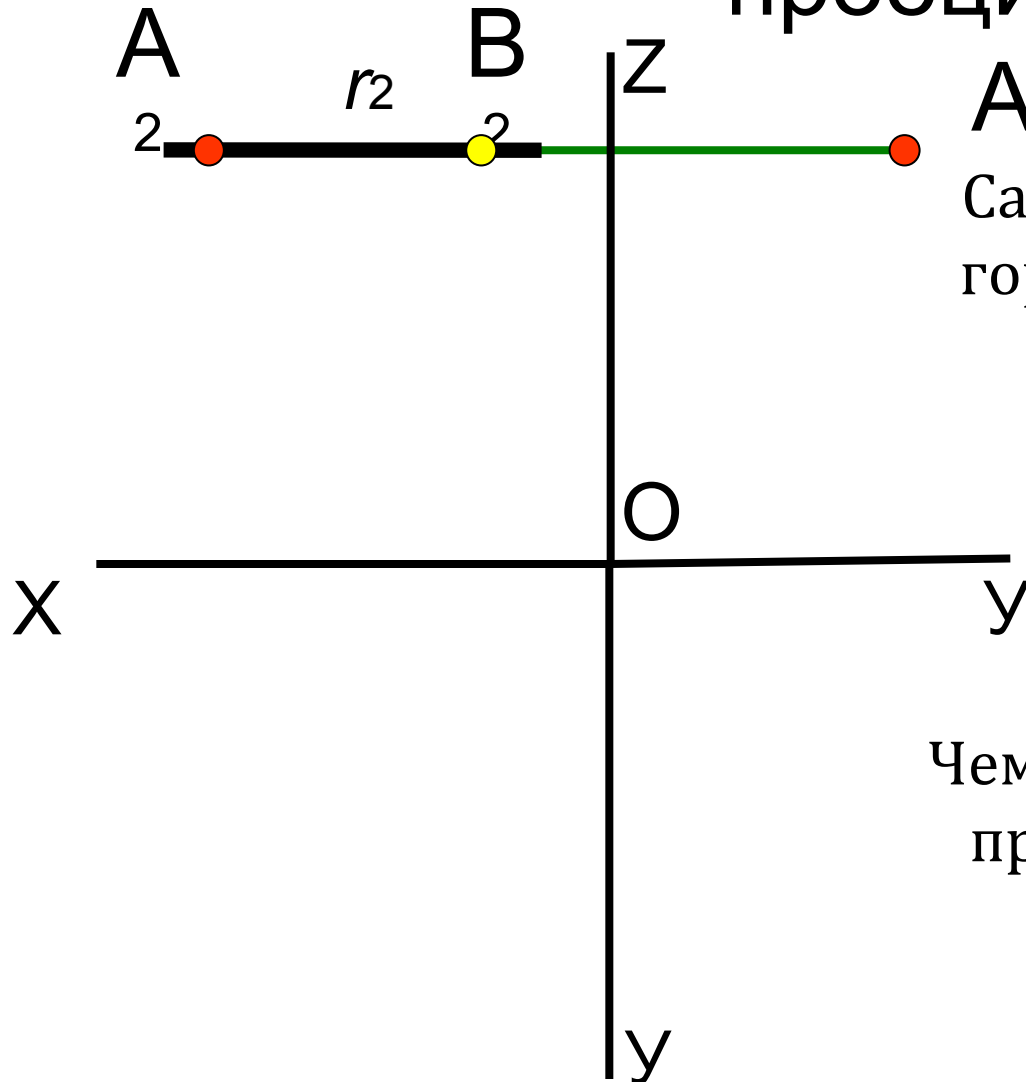
Самостоятельно достройте профильную проекцию прямой  $v$

Какие свойства данной прямой  $v$  можно отметить?

Чему равны углы наклона прямой  $v$  к плоскостям проекций?



# Комплексный чертеж профильно проецирующей прямой



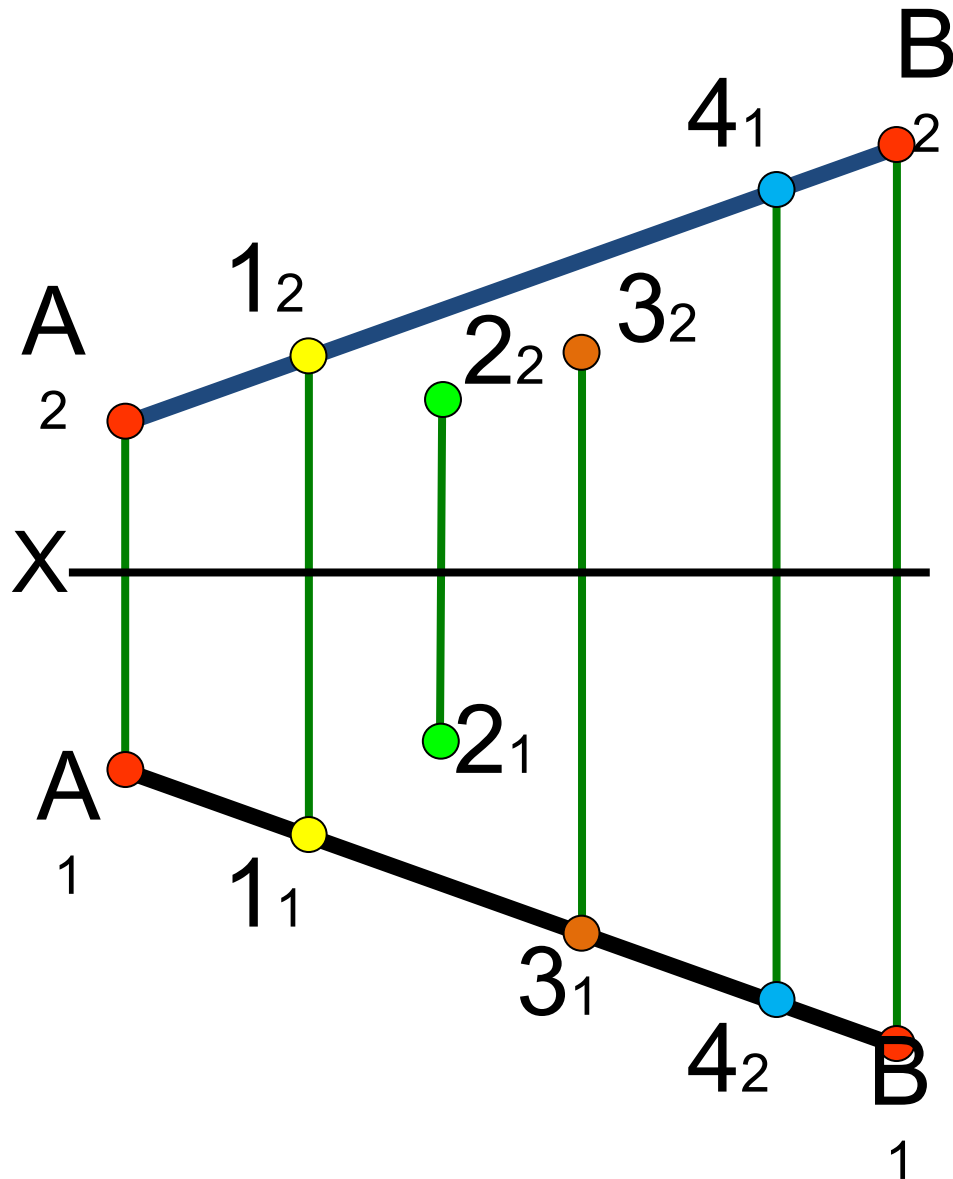
$$A_3 = B_3 = r_3$$

Самостоятельно достройте  
горизонтальную проекцию  
прямой  $g$

Какие свойства  
данной прямой  $g$   
можно отметить?

Чему равны углы наклона  
прямой  $g$  к плоскостям  
проекций?

# Взаимное положение точки и прямой



Если **точка принадлежит прямой**, то проекции этой точки принадлежат одноименным проекциям прямой

$$1_1 \in (A_1B_1) \Rightarrow T.1 \in (AB)$$

$$1_2 \in (A_2B_2)$$

$$2_1 \notin (A_1B_1) \Rightarrow T.2 \notin (AB)$$

$$2_2 \notin (A_2B_2)$$

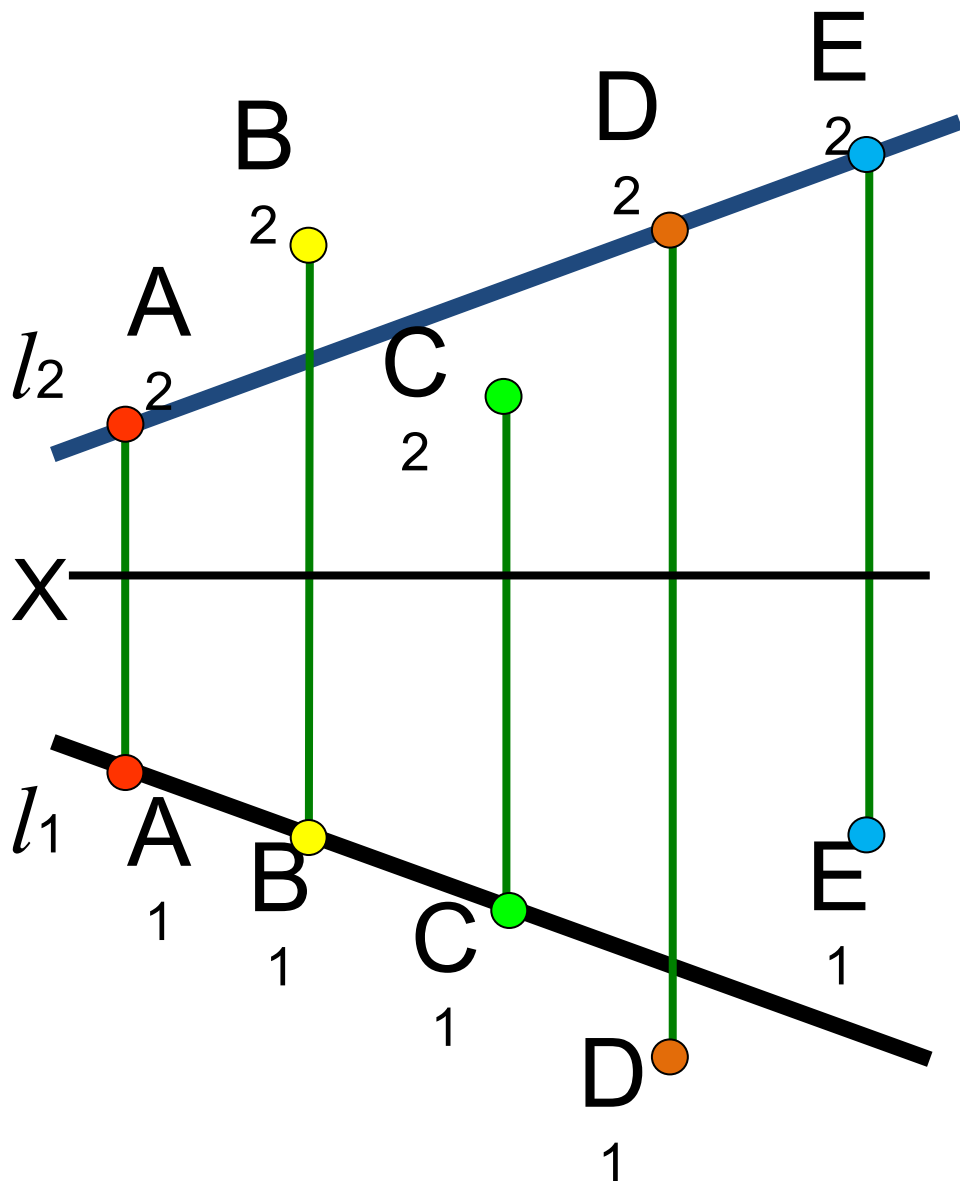
$$3_1 \in (A_1B_1) \Rightarrow T.3 \notin (AB)$$

$$3_2 \notin (A_2B_2)$$

$$4_1 \notin (A_1B_1) \Rightarrow T.4 \notin (AB)$$

$$4_2 \notin (A_2B_2)$$

# Взаимное положение точки и прямой



$A$  – принадлежит  
прямой  $l$ ,  $A \in l$

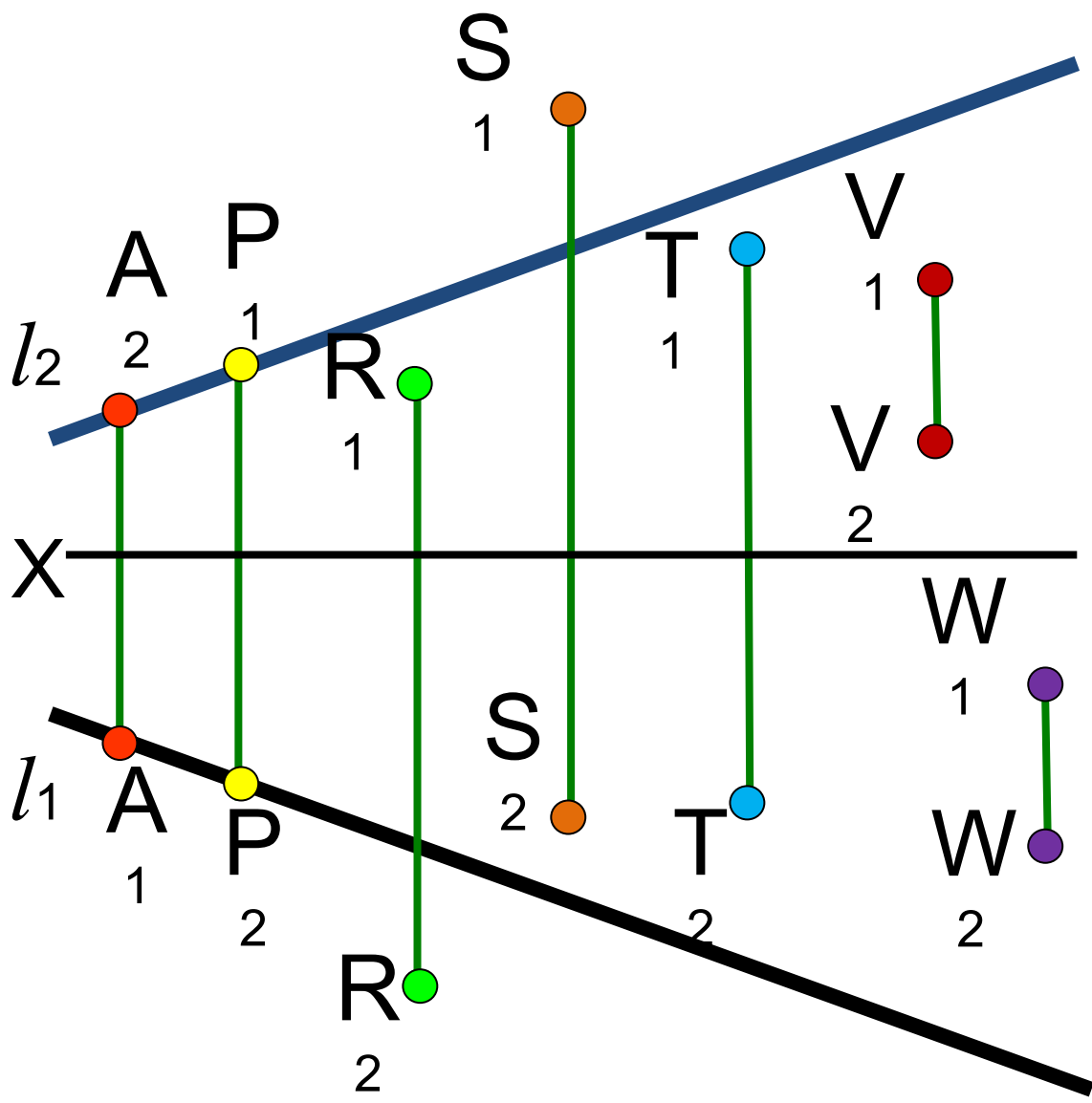
$B$  – над прямой  $l$ ,  $B \notin l$

$C$  – под прямой  $l$ ,  $C \notin l$

$D$  – перед прямой  $l$ ,  $D \notin l$

$E$  – за прямой  $l$ ,  $E \notin l$

# Взаимное положение точки и прямой



- A - ?
- P - ?
- R - ?
- S - ?
- T - ?
- V - ?
- W - ?
- ?

# Взаимное расположение двух прямых

Прямые в пространстве  
могут быть:

- Пересекающимися
- Параллельными
- Скрещивающимися

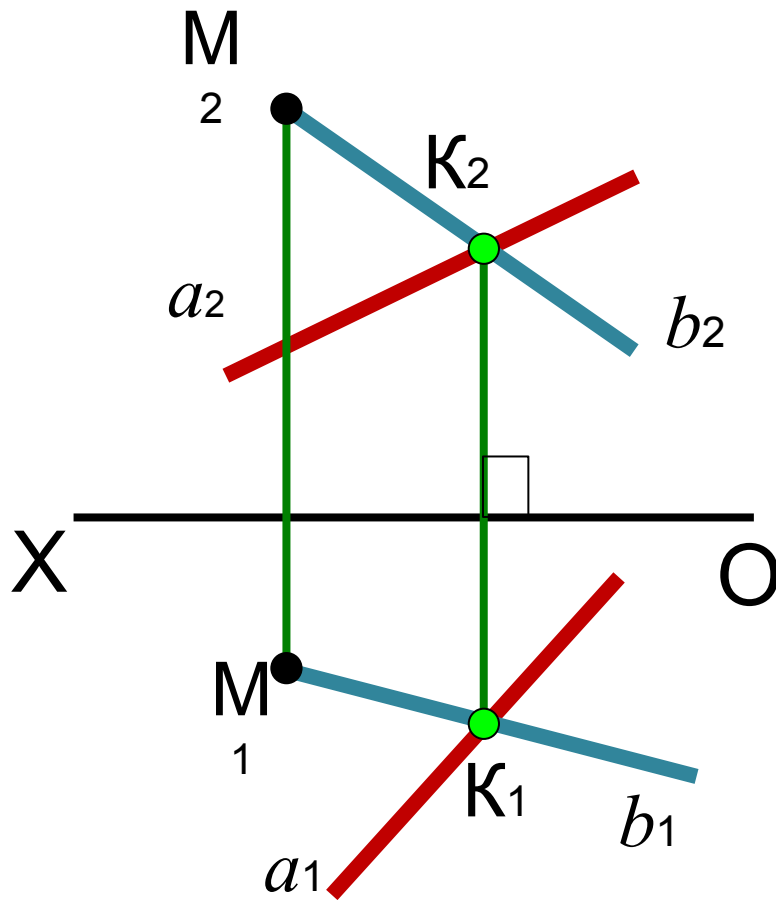
# Пересекающиеся прямые

Пересекающиеся прямые – это прямые имеющие одну общую **собственную** точку, т.е. точку их взаимного пересечения.

На чертеже проекции этой точки находятся на одной линии проекционной

**СВЯЗИ.**

# Построение пересекающихся прямых



**Дано:**

**прямая  $a$   
и точка  $M$ .**

Требуется через точку  $M$   
провести прямую  $b$ ,  
которая пересекает прямую  $a$   
в точке  $K$ .

На чертеже проекции этой  
точки ( $K_1, K_2$ ) находятся на  
одной линии проекционной  
связи  $(K_1-K_2) \perp OX$  .

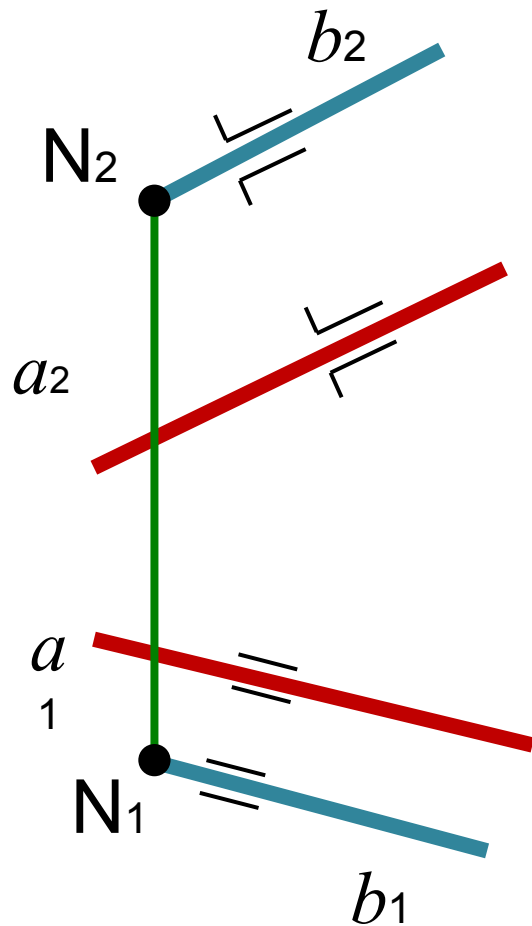
# Параллельные прямые

Параллельные прямые – это прямые имеющие одну общую **несобственную** точку (бесконечно удаленную точку)

**На чертеже одноименные проекции таких прямых взаимно параллельны**



# Построение параллельных прямых



**Дано:**

**прямая  $a$**

**и точка  $N$**

Требуется через точку  $N$   
провести прямую  $b$ ,  
которая параллельна прямой  
 $a$ , т.е.  $(b \supset N, b \parallel a)$

На чертеже одноименные  
проекции прямых  
параллельны:  $b_1 \supset N_1, b_1 \parallel a_1$  ;  
 $b_2 \supset N_2, b_2 \parallel a_2$

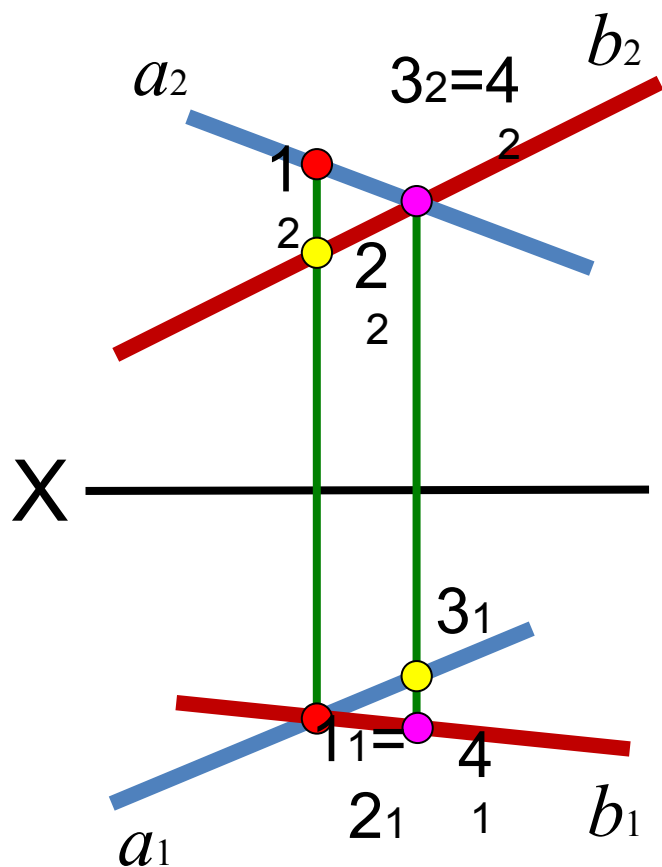
# Скрещивающиеся прямые

Скрещивающиеся прямые –  
это прямые не имеющие  
общей точки

На скрещивающихся прямых  
линиях рассматривают  
конкурирующие точки, при  
помощи которых  
устанавливается видимость  
на чертеже

# Построение скрещивающихся прямых

На данной чертеже проекции скрещивающихся прямых  $a$  и  $b$  имеют две пары конкурирующих точек: 1, 2 и 3, 4



Конкурирующие точки 1, 2 – горизонтально проецирующие, поскольку их горизонтальные проекции совпали:  $1_1=2_1$ . Так как точка 2( $2_2$ ) ниже точки 1( $1_2$ ), т.е. находится под точкой 1( $1_2$ ), то на горизонтальной проекции  $2_1$  невидна, её закрывает точка 1( $1_1$ )

Конкурирующие точки 3, 4 – фронтально проецирующие, так как их фронтальные проекции совпали:  $3_2=4_2$ . Точка 4( $4_1$ ) находится перед точкой 3( $3_1$ ), поэтому 4( $4_2$ ) закрывает собой точку 3( $3_2$ )

Обратите внимание на цвета конкурирующих точек