

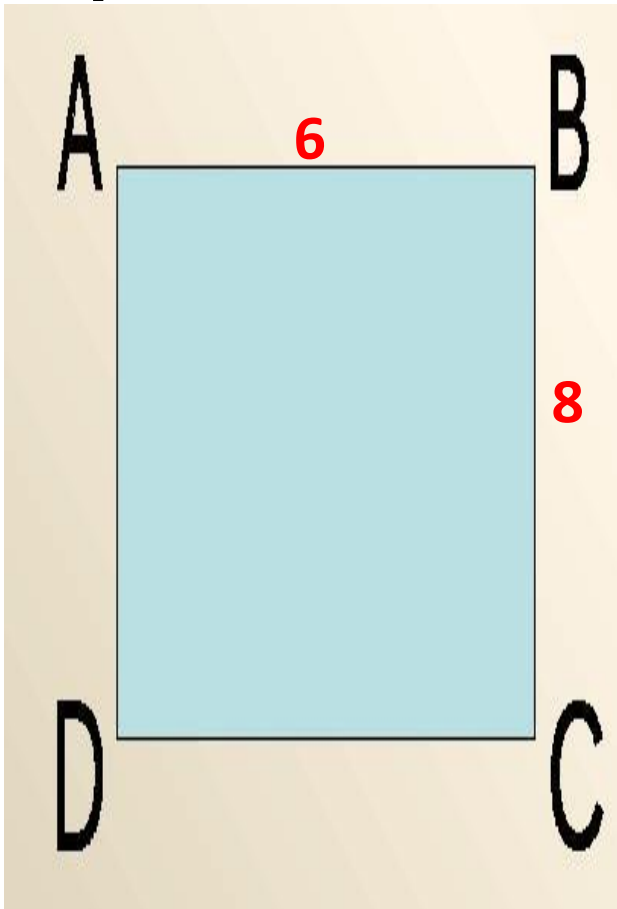
Задачи по геометрии

Цилиндр.

Шар

Площади и объем цилиндра. Решение задач.

№1 Найдите объем и площадь боковой поверхности тела, полученного при вращении прямоугольника со сторонами 6 и 8 см вокруг прямой, которая проходит через середины его меньших сторон.



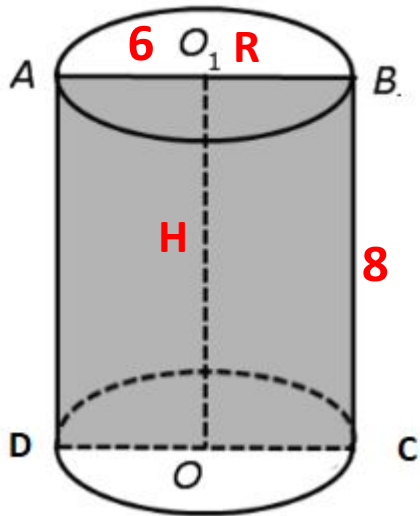
Дано:

ABCD – прямоугольник
вращается вокруг оси
симметрии меньших
сторон, образуется цилиндр
высокий.

AB = 6 см, BC = 8 см.

Найти: V цилиндра, S бок. цилиндра

Решение:



$$V_{\text{цилиндра}} = \pi \cdot R^2 \cdot H;$$

$$S_{\text{бок. цилиндра}} = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot H$$

$$У \text{ цилиндра } R = O_1B = AB/2, H = BC$$

$$O_1B = AB/2 = 6/2 = 3 \text{ см} = R$$

$$H = BC = 8 \text{ см}$$

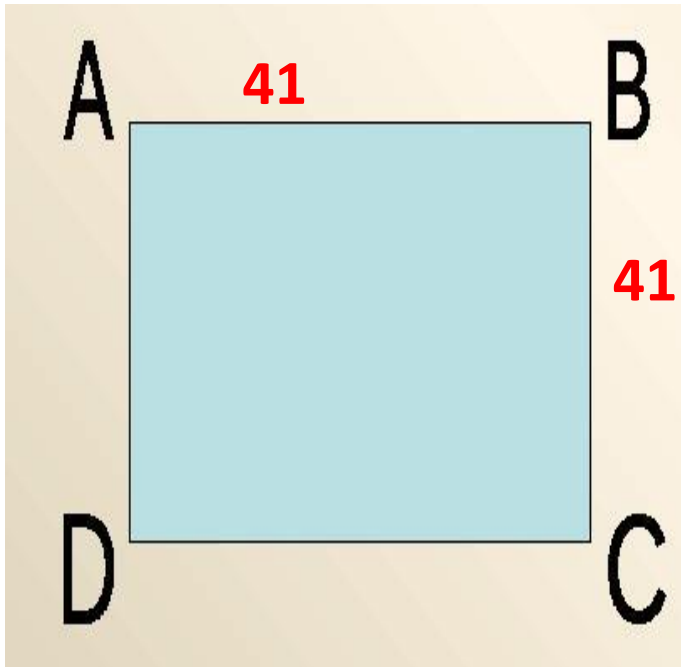
$$V_{\text{цилиндра}} = \pi \cdot 3^2 \cdot 8 = 72\pi \text{ см}^3$$

$$S_{\text{бок. цилиндра}} = 2 \cdot \pi \cdot 3 \cdot 8 = 48\pi \text{ см}^2$$

$$\text{Ответ: } V_{\text{цилиндра}} = 72\pi \text{ см}^3,$$

$$S_{\text{бок. цилиндра}} = 48\pi \text{ см}^2$$

№2 Найдите объем и площадь полной поверхности тела, полученного при вращении квадрата со стороной 41 см вокруг прямой, которая проходит через середины противоположных сторон

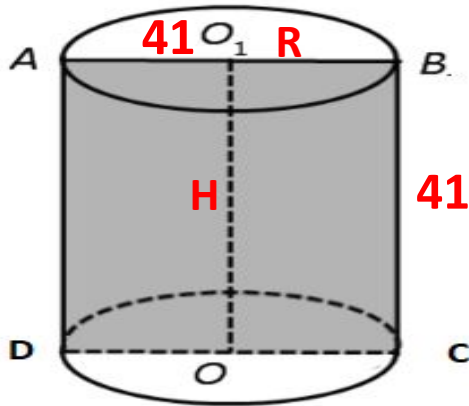


Дано: ABCD – квадрат
вращается вокруг оси
симметрии, образуется
цилиндр.

$$AB=BC = 41 \text{ см.}$$

Найти: V цилиндра, S полн. цилиндра

Решение:



$$V_{\text{цилиндра}} = \pi \cdot R^2 \cdot H;$$

$$S_{\text{полн. цилиндра}} = S_{\text{бок}} + 2 \cdot S_{\text{осн}}$$

$$S_{\text{полн. цилиндра}} = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot H + 2 \cdot \pi \cdot R^2$$

41 У цилиндра $R = O_1B = AB/2$, $H = BC$

$$O_1B = AB/2 = 41/2 = 20,5 \text{ см} = R$$

$$H = BC = 41 \text{ см}$$

$$V_{\text{цилиндра}} = \pi \cdot 20,5^2 \cdot 41 = 17230,25 \pi \text{ см}^3$$

$$S_{\text{полн. цилиндра}} = 2 \cdot \pi \cdot 20,5 \cdot 41 + 2 \cdot \pi \cdot 20,5^2$$

$$= 1681 \pi + 840,5 \pi = 2521,5 \pi \text{ см}^2$$

Ответ: $V_{\text{цилиндра}} = 17230,25 \pi \text{ см}^3$,

$$S_{\text{бок. цилиндра}} = 2521,5 \pi \text{ см}^2$$

Практическая работа

Вариант В=20

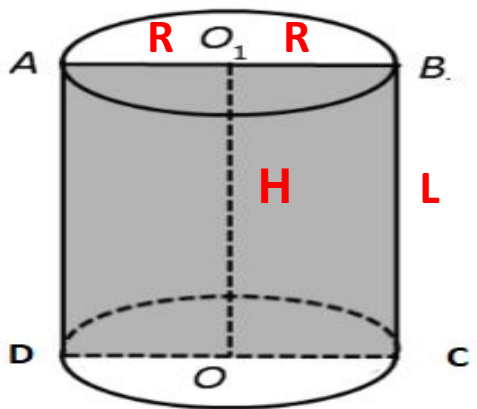
В – 2 последние цифры по студенческому билету

№1 Найдите объем и площадь полной поверхности тела, полученного при вращении прямоугольника со сторонами **10 и **В** см вокруг прямой, которая проходит через середины его больших сторон.**

№2 Найдите объем и площадь боковой поверхности тела, полученного при вращении квадрата со стороной **В0 см вокруг прямой, которая проходит через середины противоположных сторон**

№3 Площадь осевого сечения цилиндра равна

64 см², а его образующая **L** равна диаметру **d** основания. Найдите объем и площадь полной поверхности цилиндра.



Дано: цилиндр, сечение
ABCD

$$S_{\text{сеч}} = 64 \text{ см}^2$$

$$d = L$$

Найти: $V_{\text{цилиндра}}$, $S_{\text{полн. цилиндра}}$

Решение:

$$V_{\text{цилиндра}} = \pi \cdot R^2 \cdot H;$$

$$S_{\text{полн. цилиндра}} = S_{\text{бок}} + 2 \cdot S_{\text{осн}}$$

$$S_{\text{полн. цилиндра}} = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot H + 2 \cdot \pi \cdot R^2$$

У цилиндра $d=2R=L$, таким образом у сечения ABCD стороны $AB=BC$.

Поэтому ABCD является квадратом.

$$S_{\text{квадрата}} = 64 \text{ см}^2$$

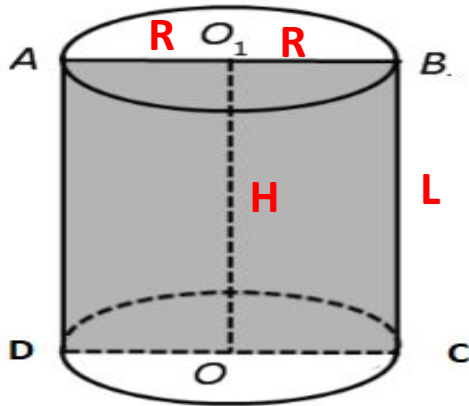
$$a^2 = 64$$

$$a = \sqrt{64} = 8 \text{ см} = AB=BC = d=2R = L$$

$$L = 8 \text{ см}, d = 8 \text{ см},$$

$$R = d/2 = 8/2 = 4 \text{ см}$$

$$L = H = 8 \text{ см}$$



Решение:

$$V_{\text{цилиндра}} = \pi \cdot R^2 \cdot H;$$

$$S_{\text{полн. цилиндра}} = S_{\text{бок}} + 2 \cdot S_{\text{осн}}$$

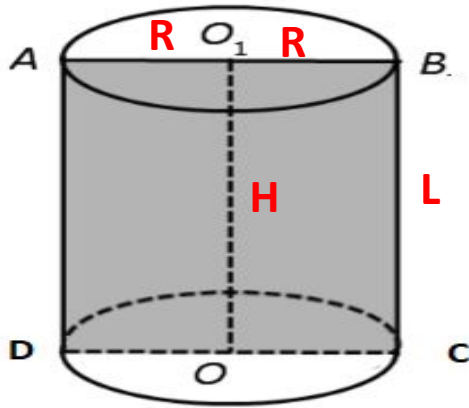
$$S_{\text{полн. цилиндра}} = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot H + 2 \cdot \pi \cdot R^2$$

$$V_{\text{цилиндра}} = \pi \cdot 4^2 \cdot 8 = 128 \pi \text{ см}^3;$$

$$S_{\text{полн. цилиндра}} = 2 \cdot \pi \cdot 4 \cdot 8 + 2 \cdot \pi \cdot 4^2 = \\ = 64 \pi + 32 \pi = 96 \pi \text{ см}^2$$

$$\text{Ответ: } V_{\text{цилиндра}} = 128 \pi \text{ см}^3;$$

$$S_{\text{полн. цилиндра}} = 96 \pi \text{ см}^2$$



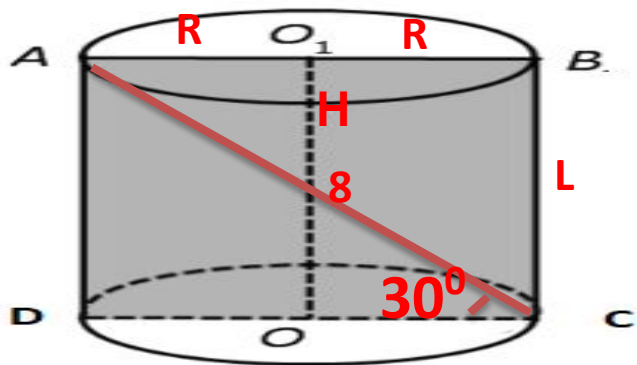
№4 Диагональ осевого сечения цилиндра равна

8 см и наклонена к плоскости основания
цилиндра под углом 30° . Найдите объем и
площадь полной поверхности цилиндра.

Дано: цилиндр, сечение
ABCD

AC = 8 см, угол ACD = 30°

Найти: V цилиндра, S полн. цилиндра



Решение:

$$V_{\text{цилиндра}} = \pi \cdot R^2 \cdot H;$$

$$S_{\text{полн. цилиндра}} = S_{\text{бок}} + 2 \cdot S_{\text{осн}}$$

$$S_{\text{полн. цилиндра}} = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot H + 2 \cdot \pi \cdot R^2$$

Рассмотрим $\triangle ACD$ –
прямоугольный.

Катет против угла 30°

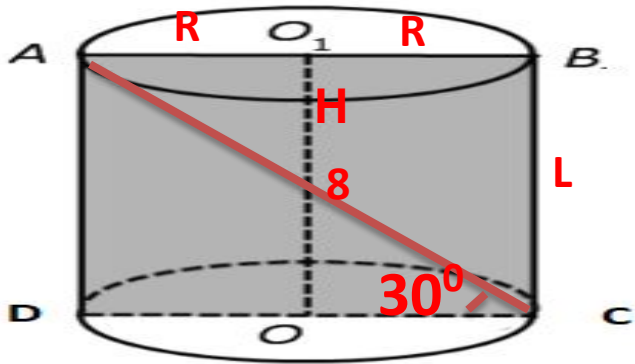
равен половине гипотенузы.

$$AD = \frac{1}{2} \cdot AC$$

$$AD = \frac{1}{2} \cdot 8 = 4 \text{ см}$$

$$H_{\text{цилиндра}} = AD = 4 \text{ см}$$

$$R = DO = \frac{1}{2} \cdot DC$$



Решение:

$$V_{\text{цилиндра}} = \pi \cdot R^2 \cdot H;$$

$$S_{\text{полн. цилиндра}} = S_{\text{бок}} + 2 \cdot S_{\text{осн}}$$

$$S_{\text{полн. цилиндра}} = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot H + 2 \cdot \pi \cdot R^2$$

$$AD = \frac{1}{2} * AC$$

$$AD = \frac{1}{2} * 8 = 4 \text{ см}$$

$$\text{У цилиндра } H = AD = 4 \text{ см}$$

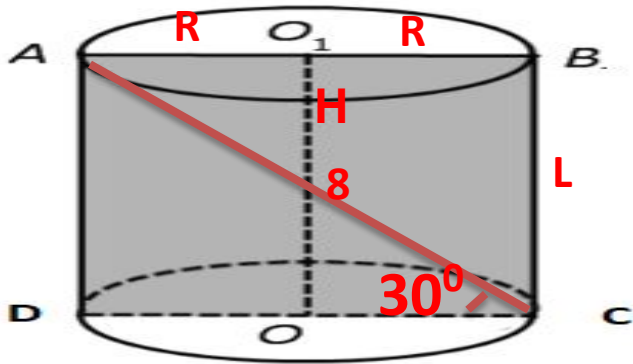
$$R = DO = \frac{1}{2} * DC$$

$$DC^2 = AC^2 - AD^2$$

$$DC^2 = 8^2 - 4^2 = 64 - 16 = 48$$

$$DC = \sqrt{48} = \sqrt{16 * 3} = 4\sqrt{3} \text{ см}$$

$$DO = \frac{1}{2} * 4\sqrt{3} = 2\sqrt{3} \text{ см} = R$$



Решение:

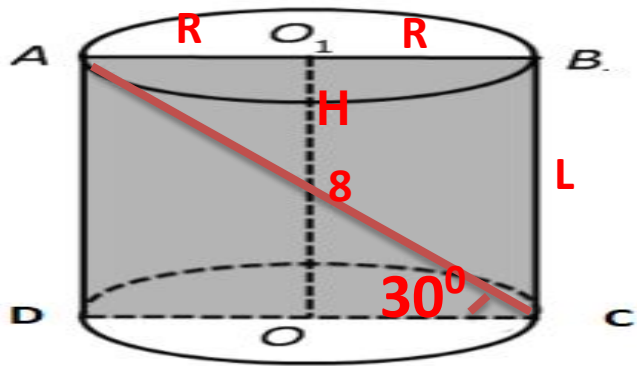
$$V_{\text{цилиндра}} = \pi \cdot R^2 \cdot H;$$

$$S_{\text{полн. цилиндра}} = S_{\text{бок}} + 2 \cdot S_{\text{осн}}$$

$$S_{\text{полн. цилиндра}} = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot H + 2 \cdot \pi \cdot R^2$$

$$H_{\text{цилиндра}} = AD = 4 \text{ см}$$

$$DO = \frac{1}{2} * 4\sqrt{3} = 2\sqrt{3} \text{ см} = R$$



$$V_{\text{цилиндра}} = \pi \cdot (2\sqrt{3})^2 \cdot 4 = \pi \cdot (4 \cdot 3) \cdot 4 = 48 \pi \text{ см}^3$$

$$S_{\text{полн. цилиндра}} = 2 \cdot \pi \cdot (2\sqrt{3}) \cdot 4 + 2 \cdot \pi \cdot (2\sqrt{3})^2 = 16\sqrt{3}\pi + 2 \cdot \pi \cdot 4 \cdot 3 = 16\sqrt{3}\pi + 24\pi \text{ см}^2$$

Ответ: $V_{\text{цилиндра}} = 48 \pi \text{ см}^3$

$$S_{\text{полн. цилиндра}} = 16\sqrt{3}\pi + 24\pi \text{ см}^2$$

Самостоятельная работа

Вариант **V=20**

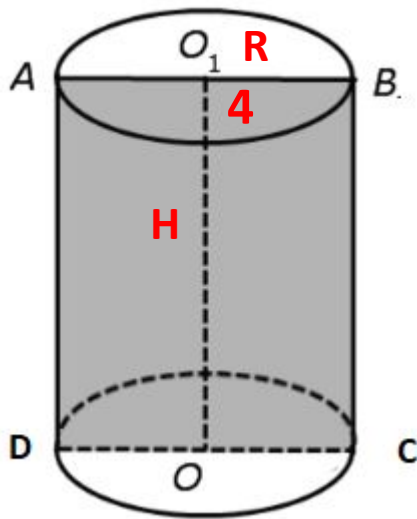
№3

Площадь осевого сечения цилиндра равна **V** см², а его образующая равна диаметру основания. Найдите объем и площадь полной поверхности цилиндра.

№4

Диагональ осевого сечения цилиндра равна **V*2** см и наклонена к плоскости основания цилиндра под углом 30⁰. Найдите объем и площадь полной поверхности цилиндра.

№ 5 Радиус основания цилиндра равен 4 см, а высота в 2 раза больше длины окружности основания. Найдите объем и площадь боковой поверхности цилиндра



Дано: цилиндр,

$H=2 \cdot C$, C -длина окружности

$R = 4$ см

Найти: V цилиндра, S бок. цилиндра

Решение:

$$V_{\text{цилиндра}} = \pi \cdot R^2 \cdot H;$$

$$S_{\text{бок. цилиндра}} = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot H$$

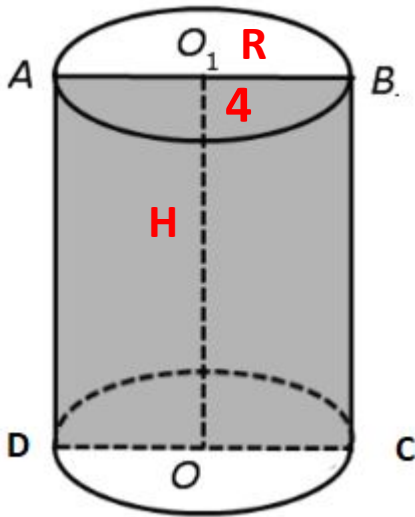
$$H = 2 \cdot C, \text{ где } C = 2 \cdot \pi \cdot R$$

$$C = 2 \cdot \pi \cdot 4 = 8\pi \text{ см}$$

$$H = 2 \cdot 8\pi = 16\pi \text{ см}$$

$$V_{\text{цилиндра}} = \pi \cdot 4^2 \cdot 16\pi = 256 \pi^2 \text{ см}^3$$

$$S_{\text{бок. цилиндра}} = 2 \cdot \pi \cdot 4 \cdot 16\pi = 128 \pi^2 \text{ см}^2$$



$$\text{Ответ: } V_{\text{цилиндра}} = 256 \pi^2 \text{ см}^3$$

$$S_{\text{бок. цилиндра}} = 128 \pi^2 \text{ см}^2$$

№ 6 Радиус основания цилиндра равен 8 см, площадь боковой поверхности вдвое меньше площади основания. Найдите площадь полной поверхности цилиндра

Дано: цилиндр

$$R = 8 \text{ см}, S_{\text{бок. цил}} = 1/2 \cdot S_{\text{осн. цил}}$$

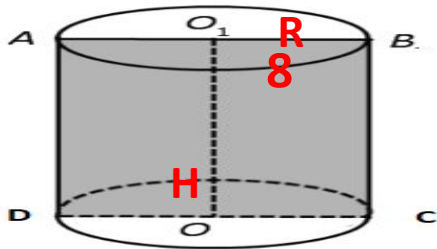
Найти: $S_{\text{полн. цилиндра}}$

Решение:

$$S_{\text{бок. цил}} = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot H$$

$$S_{\text{осн. цил.}} = \pi \cdot R^2$$

$$S_{\text{полн. цил.}} = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot H + 2 \cdot \pi \cdot R^2$$



Решение:

$$R = 8 \text{ см}, S_{\text{бок. цилиндр}} = 1/2 \cdot S_{\text{осн. цилиндр}}$$

$$S_{\text{бок. цилиндр}} = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot H$$

$$S_{\text{осн. цилиндр}} = \pi \cdot R^2$$

$$S_{\text{полн. цилиндр}} = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot H + 2 \cdot \pi \cdot R^2$$

$$2 \cdot \pi \cdot R \cdot H = 1/2 \cdot \pi \cdot R^2$$

$$2 \cdot \pi \cdot 8 \cdot H = 1/2 \cdot \pi \cdot 8^2 \quad | : 8 \pi$$

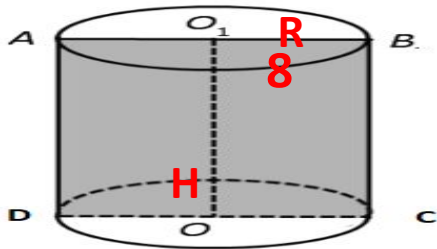
$$2 \cdot H = 1/2 \cdot 8$$

$$2 \cdot H = 4$$

$$H = 4 : 2 = 2 \text{ см}$$

$$S_{\text{полн. цилиндр}} = 2 \cdot \pi \cdot 8 \cdot 2 + 2 \cdot \pi \cdot 8^2 = 32 \pi + 128 \pi = 160 \pi \text{ см}^2$$

$$\text{Ответ: } S_{\text{полн. цилиндр}} = 160 \pi \text{ см}^2$$



Вариант $V=20$

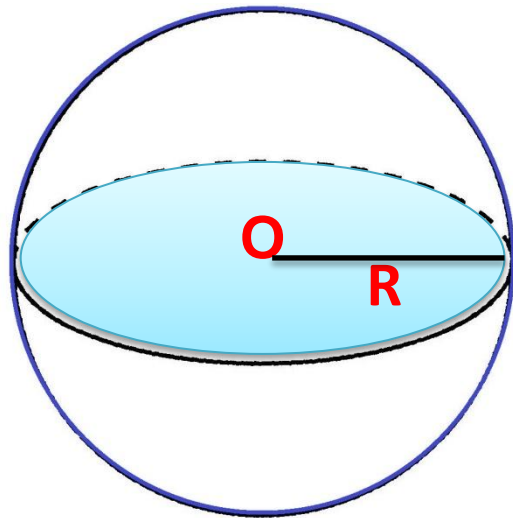
№ 5 Радиус
основания цилиндра
равен V_0 см, а высота
в 2 раза меньше
длины окружности
основания. Найдите
объем и площадь
боковой поверхности
цилиндра

№ 6 Радиус
основания цилиндра
равен V см, площадь
боковой поверхности
вдвое больше
площади основания.
Найдите площадь
полной поверхности
цилиндра

**Площадь и объем шара.
Площадь сечения шара.
Решение задач.**

№ 1 Площадь сечения шара плоскостью, проходящей через его центр, равна $4\pi \text{ см}^2$.

Найдите объем шара и площадь его поверхности.



Дано: шар, сечение (круг)
проходит через центр

$$S_{\text{сеч}} = 4\pi \text{ см}^2$$

Найти: $V_{\text{шара}}$

$S_{\text{шара}}$ (сферы)

Решение:

$$V_{\text{шара}} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3$$

$$S_{\text{шара}} = 4 \cdot \pi \cdot R^2$$

$$S_{\text{сечения (круга)}} = \pi \cdot R^2$$

• Решение:

$$V_{\text{шара}} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3$$

$$S_{\text{шара}} = 4 \cdot \pi \cdot R^2$$

$$S_{\text{сечения (круга)}} = \pi \cdot R^2$$

$$\pi \cdot R^2 = 4\pi \quad | : \pi$$

$$R^2 = 4$$

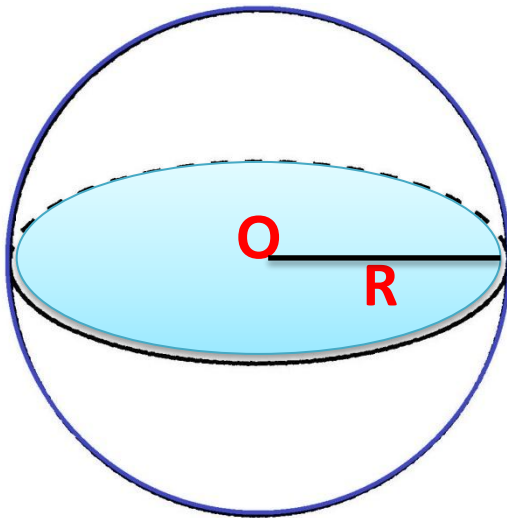
$$R = \sqrt{4} = 2 \text{ см}$$

$$V_{\text{шара}} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 2^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 8 = \frac{32}{3} \pi \text{ см}^3$$

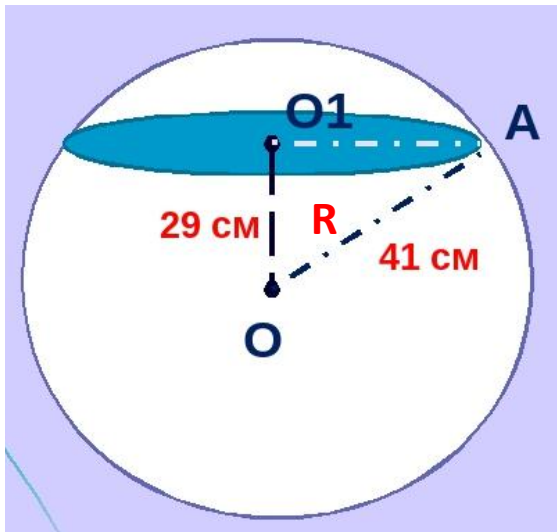
$$S_{\text{шара}} = 4 \cdot \pi \cdot 2^2 = 16\pi \text{ см}^2$$

$$\text{Ответ: } V_{\text{шара}} = \frac{32}{3} \pi \text{ см}^3$$

$$S_{\text{шара}} = 16\pi \text{ см}^2$$



№ 2 Найдите объем шара и площадь сечения шара радиуса 41 см плоскостью, проведенной на расстоянии 29 см от центра.



Дано: шар, сечение (круг) проходит на расстоянии OO_1 от центра

$$OO_1 = 29 \text{ см}, R = OA = 41 \text{ см}$$

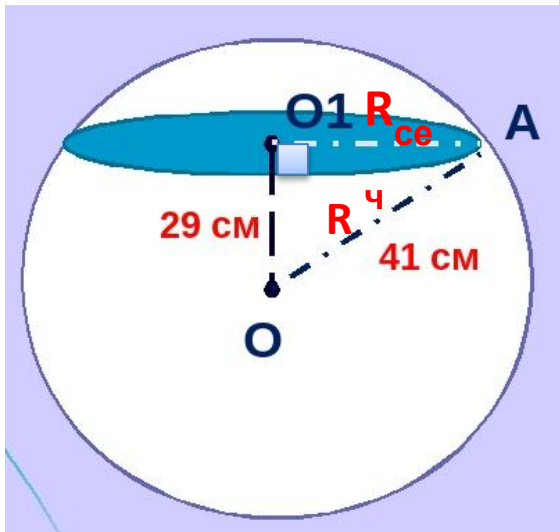
Найти: $V_{\text{шара}}$
 $S_{\text{сеч.}}$

Решение:

$$V_{\text{шара}} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3$$

$$S_{\text{сечения (круга)}} = \pi \cdot R_{\text{сеч}}^2$$

$$\begin{aligned} V_{\text{шара}} &= \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 41^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 68921 = \\ &= \frac{275\,684}{3} \cdot \pi \text{ см}^3 \end{aligned}$$



Радиус сечения $R_{\text{сеч}} = O_1A$

Рассмотрим $\triangle OO_1A$ –
прямоугольный

$$O_1A^2 = OA^2 - O_1O^2$$

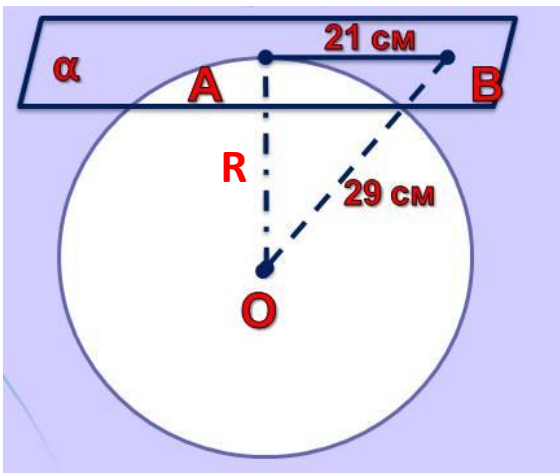
$$O_1A^2 = 41^2 - 29^2 = 1681 - 841 = 840$$

$$O_1A = \sqrt{840} \text{ см} = R_{\text{сеч}}$$

$$S_{\text{сечения (круга)}} = \pi \cdot (\sqrt{840})^2 = 840 \pi \text{ см}^2$$

Ответ: $V_{\text{шара}} = \frac{275\,684}{3} \cdot \pi \text{ см}^3$
 $S_{\text{сечения}} = 840 \pi \text{ см}^2$

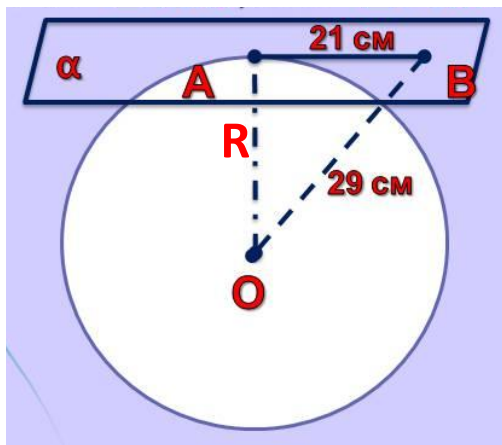
№ 3 Шар с центром в точке O касается плоскости в точке A . Точка B лежит в плоскости касания. Найдите объем шара, если $AB=21$ см, $BO = 29$ см.



Дано: шар,
плоскость касания проходит
на расстоянии OA от центра,
точка B лежит в плоскости
касания

$AB = 21$ см, $R = OA$, $BO=29$ см

Найти: $V_{\text{шара}}$



Решение:

$$V_{\text{шара}} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3$$

$$R = OA$$

Рассмотрим $\triangle OAB$ –
прямоугольный

$$OA^2 = OB^2 - AB^2$$

$$OA^2 = 29^2 - 21^2 = 841 - 441 = 400$$

$$OA = \sqrt{400} = 20 \text{ см} = R_{\text{шара}}$$

$$\begin{aligned} V_{\text{шара}} &= \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 20^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 8000 = \\ &= \frac{32000}{3} \cdot \pi \text{ см}^3 \end{aligned}$$

$$\text{Ответ: } V_{\text{шара}} = \frac{32000}{3} \cdot \pi \text{ см}^3$$

Самостоятельная работа

Вариант В= 5, № =3

№ 1 Площадь сечения шара плоскостью, проходящей через его центр, равна $V\pi$ см² .
Найдите объем шара и площадь его поверхности.

№ 2 Найдите объем шара и площадь сечения шара радиуса $В0$ см плоскостью, проведенной на расстоянии $№$ см от центра.

№ 3 Шар с центром в точке O касается плоскости в точке A . Точка B лежит в плоскости касания. Найдите объем шара, если $AB=№$ см, $BO = B$ см.