

Л.№1

Электростатика.

Напряженность

поля

- **Электростатика** – раздел теории электричества, изучающий *взаимодействие неподвижных друг относительно друга электрических зарядов и связанные с ними электростатические поля.*

Существуют два вида электрических зарядов:

заряды подобные тем, которые возникают на стекле, потертом о шелк -

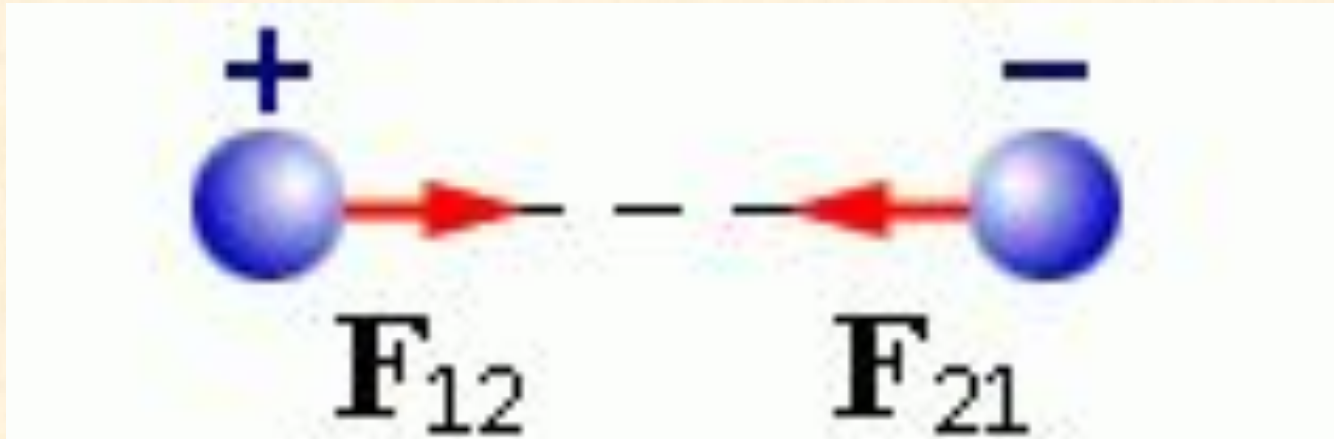
Положительные (+)

на янтаре, потертом о мех –

отрицательные (-)

Бенджамин Франклин - 1746 г.

одноименные заряды **отталкиваются**,
разноименные – **притягиваются**.



- Если поднести заряженное тело (с любым зарядом) к легкому – незаряженному, то между ними будет притяжение – **явление электризации** легкого тела через влияние.
- На ближайшем к заряженному телу конце появляются заряды противоположного знака (индуцированные заряды) это явление называется **электростатической индукцией**.

Таким образом, всякий процесс заряжения есть процесс разделения зарядов.

Сумма зарядов не изменяется, заряды только перераспределяются.

Отсюда следует **закон сохранения заряда** – один из фундаментальных законов природы, сформулированный в 1747 г. Б. Франклином и подтвержденный в 1843 г. М. Фарадеем

Алгебраическая сумма электрических зарядов любой изолированной (или замкнутой) системы остается постоянной, какие бы процессы не происходили внутри этой системы.

Электрические заряды не существуют сами по себе, а являются внутренними свойствами элементарных частиц – электронов, протонов и др.

Опытным путем в 1914 г. американский физик Р. Милликен показал что электрический заряд **дискретен**.

Заряд Q любого тела составляет целое кратное от элементарного электрического заряда (n – целое число):

$$q = \pm ne$$

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$$

Земля имеет отрицательный заряд

$$q = - 6 * 10^5 \text{ Кл}$$

это установлено по измерению
напряженности
электростатического поля в
атмосфере Земли.

2. Взаимодействие электрических зарядов в вакууме.

Точечным зарядом (q) называется заряженное тело, размеры которого пренебрежительно малы по сравнению с расстоянием до других заряженных тел, с которым оно взаимодействует.

Закон Кулона

сила взаимодействия точечных зарядов в вакууме пропорциональна величине зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними.

$$F = k_0 \frac{|q_1 q_2|}{r^2}$$

- здесь k_0 — коэффициент пропорциональности, зависящий от системы единиц.

- В СИ единица заряда 1 Кл = 1А * 1с

$$k_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}$$

- где ϵ_0 – электрическая постоянная;
- 4π здесь выражают сферическую симметрию закона Кулона.

- Электрическая постоянная относится к числу **фундаментальных** физических констант и равна

$$\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Кл}^2}{\text{Н} \cdot \text{м}^2} = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Ф}}{\text{м}}$$

- Элементарный заряд в СИ:

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл.}$$

- Отсюда следует, что

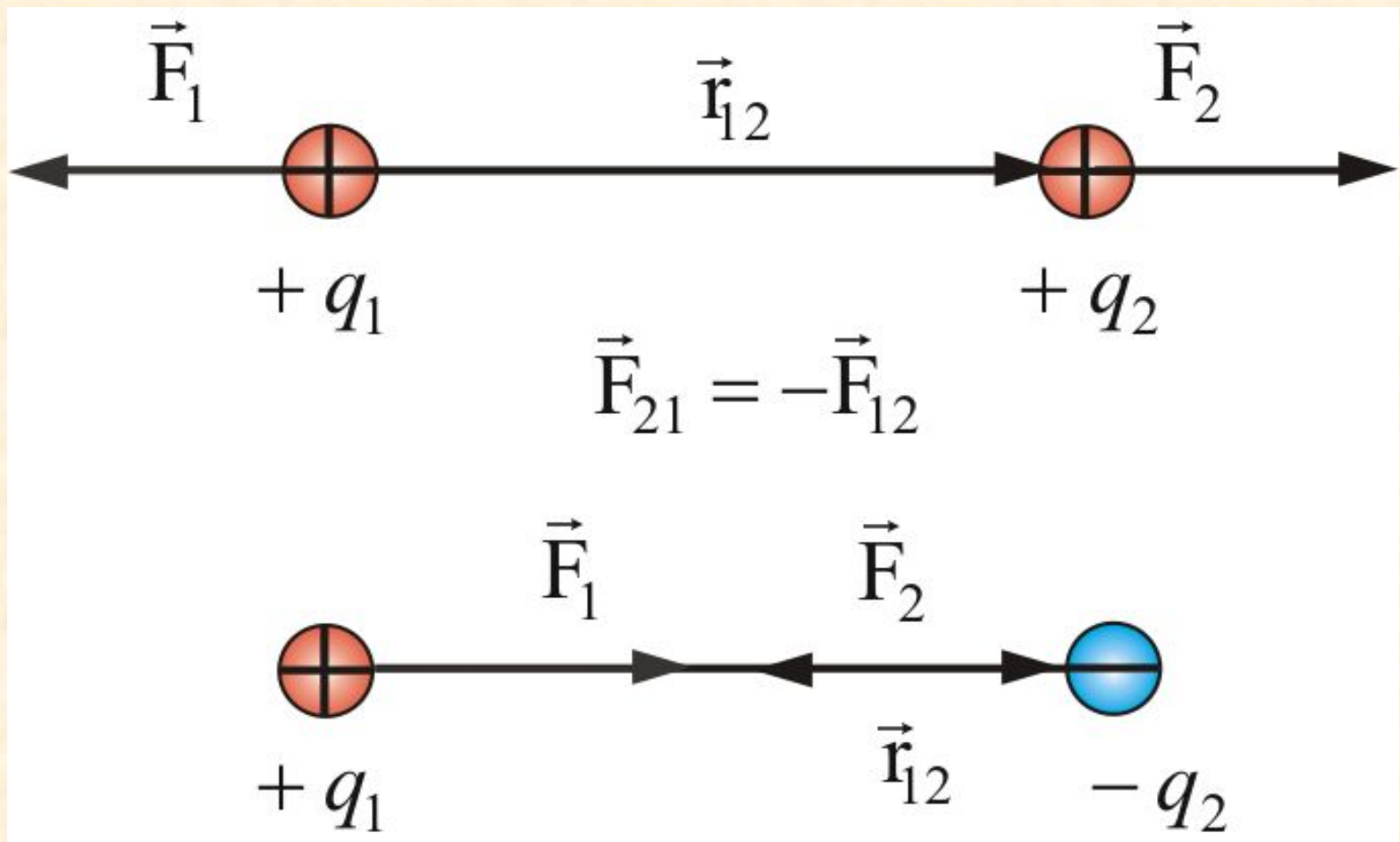
$$1 \text{ Кл} = 6,25 \cdot 10^{18} e.$$

- **Закон Кулона** векторной форме:

$$\vec{\mathbf{F}}_1 = k_0 \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \vec{\mathbf{r}}_{12} = -\vec{\mathbf{F}}_2$$

- где F_1 – сила, действующая на заряд q_1
- F_2 – сила, действующая на заряд q_2
- r - единичный вектор, направленный от положительного заряда к отрицательному.

Силы взаимодействия между зарядами равны по величине и направлены противоположно друг другу вдоль прямой, связывающей эти заряды (**третий закон Ньютона**)



- Если заряды не точечные, то в такой форме закон Кулона использовать нельзя - нужно интегрировать по объему.
- Закон Кулона справедлив при
 $10^7 - 10^{-15}$ м
- Внутри ядра действуют уже другие законы, не кулоновские силы.

Закон Кулона в основных чертах подобен закону всемирного тяготения Ньютона

Различия заключаются в том, что заряженные тела притягиваются или отталкиваются — в зависимости от знаков их зарядов, тогда как между массами существует только гравитационное притяжение

Сила кулоновского притяжения
между электроном и
протоном в атоме водорода в
 10^{39} раз больше их
гравитационного
взаимодействия.

3. Электростатическое поле.

Напряженность электростатического поля

- Теории взаимодействия:
- **теория дальнего действия – Ньютон, Ампер**
- **теория ближнего действия – Фарадей, Максвелл и т.д.**
- Для электростатического поля справедливы обе эти теории.

- Вокруг заряда всегда есть **электрическое поле**, основное свойство которого заключается в том, что на всякий другой заряд, помещенный в это поле, действует сила.
- **Электрические и магнитные поля** – частный случай более общего – **электромагнитного поля (ЭМП)**.
- Они могут порождать друг друга, превращаться друг в друга.

ЭМП – есть не абстракция, а **объективная реальность – форма** существования материи, обладающая определенными физическими свойствами, которые мы можем измерить.

- Силовой характеристикой поля создаваемого зарядом q является отношение силы действующей на заряд к величине этого заряда называемое **напряженностью электростатического поля**, т.е.

$$E = \frac{F}{q} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

- Напряженность в векторной форме

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \frac{\vec{r}}{r}$$

- здесь r – расстояние от заряда до точки, где мы изучаем это поле.

- Тогда
$$\vec{F} = q\vec{E}$$

- При
$$q = +1 \quad \vec{F} = \vec{E}$$

- **Вектор напряженности электростатического поля** равен силе, действующей в данной точке на помещенный в нее пробный единичный положительный заряд.
- **Единица измерения напряженности электростатического поля** – ньютон на кулон (Н/Кл).
- **1 Н/Кл** – напряженность такого поля, которое на точечный заряд 1 Кл действует с силой в 1 Н.

- В СИ

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

- размерность напряженности:

$$[E] = \frac{\mathbf{Н}}{\mathbf{Кл}} \quad \text{или} \quad \frac{\mathbf{В}}{\mathbf{м}}$$

4. Сложение электростатических полей.

Принцип суперпозиции

Если поле создается несколькими точечными зарядами, то на пробный заряд q действует со стороны заряда q_k такая сила, как если бы других зарядов не было.

- Результирующая сила:

$$\vec{F} = \sum_k \vec{F}_k$$

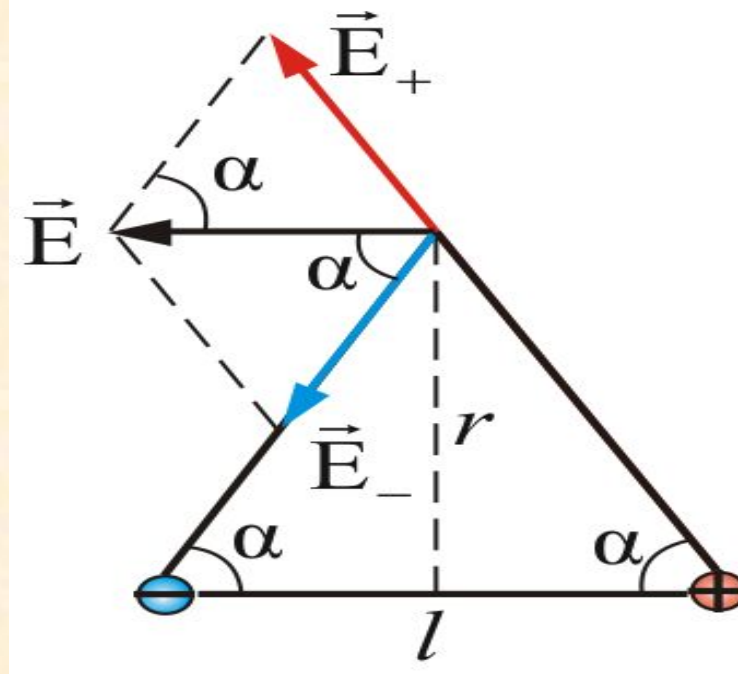
- – это принцип суперпозиции или независимости действия сил

$$\vec{F} = \sum_k \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_k}{r_k^2} \frac{\vec{r}_k}{r_k} = \sum_k \vec{F}_k$$

- Результирующая напряженность поля в точке, где расположен пробный заряд, так же **подчиняется принципу суперпозиции:**
- Напряженность результирующего поля, системы точечных зарядов равна векторной сумме напряженностей полей, созданных в данной точке каждым из них в отдельности.

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots = \sum_k \vec{E}_k.$$

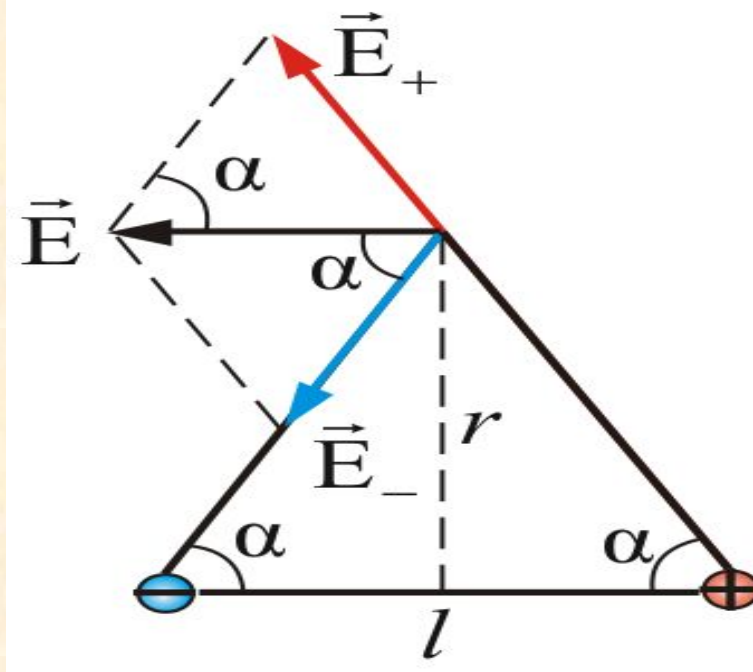
Пример 1



$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \dots = \sum_k \vec{E}_k \quad \text{т. е.}$$

$$\vec{E} = \sum_k \vec{E}_k$$

- $\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_- \quad |\vec{E}_+| = |\vec{E}_-| \quad \text{и} \quad E = 2E_+ \cos \alpha$



- В данном случае:

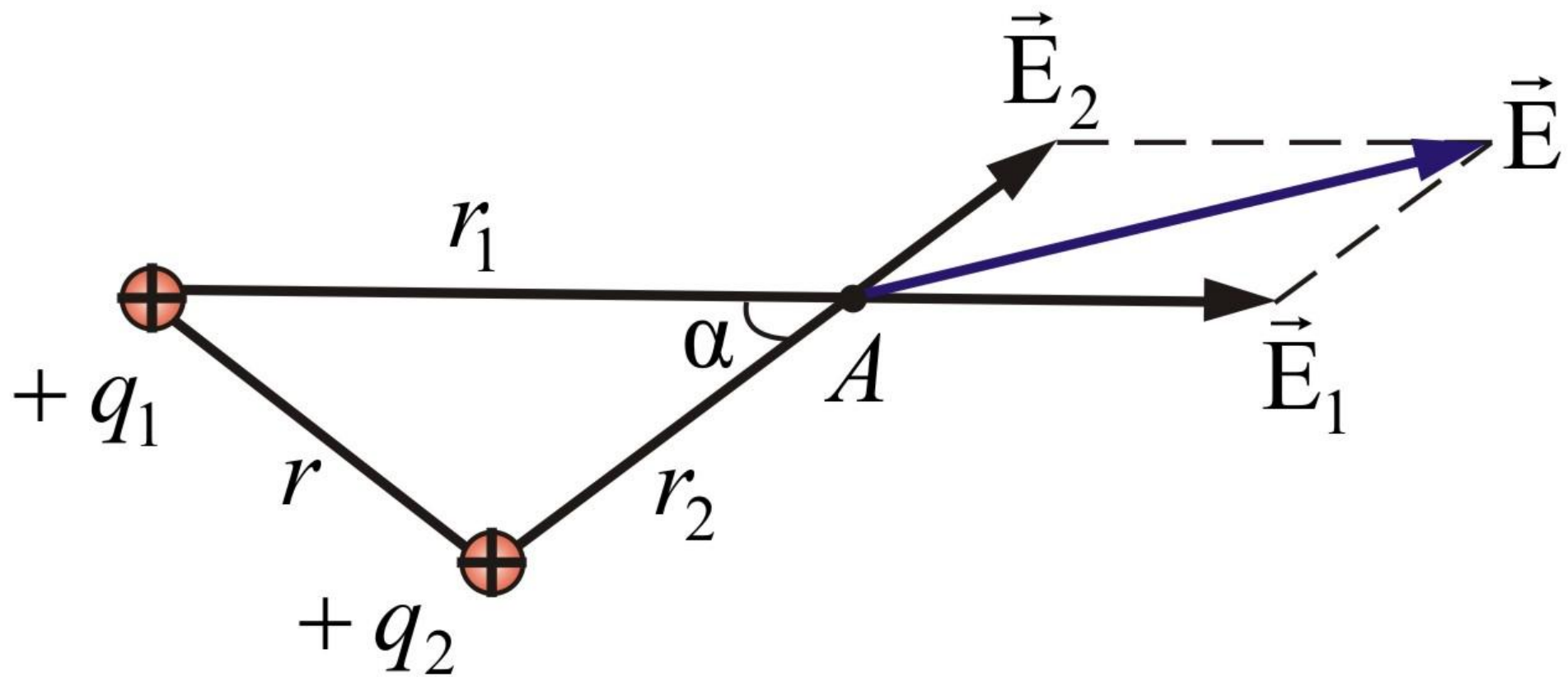
$$E_- = E_+ = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\left(r^2 + \frac{l^2}{4}\right)} \text{ и}$$

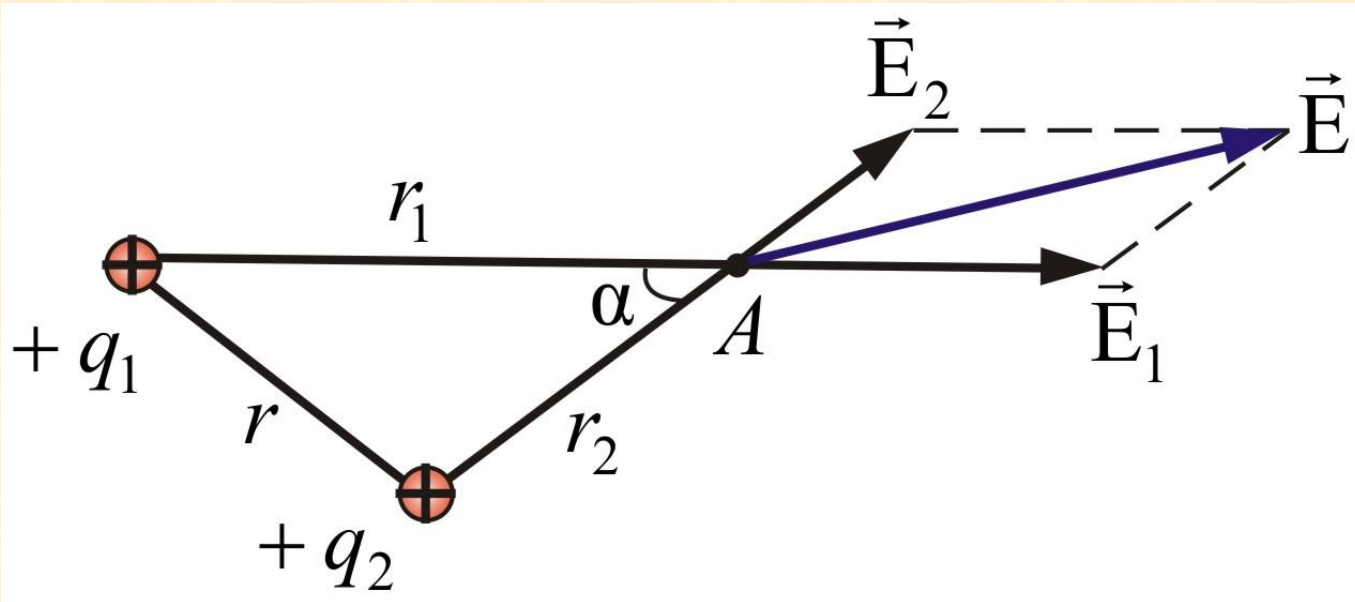
$$\cos \alpha = \frac{l}{2\sqrt{\left(r^2 + \frac{l^2}{4}\right)}}$$

Следовательно,

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{ql}{\left(r^2 + \frac{l^2}{4}\right)^{\frac{3}{2}}}.$$

• Пример 2.





$$E_1 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r_1^2}$$

$$E_2 = \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 r_2^2}$$

Воспользуемся теоремой косинусов:

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2 \cos \alpha} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sqrt{\frac{q_1^2}{r_1^4} + \frac{q_2^2}{r_2^4} + \frac{2q_1q_2}{r_1^2r_2^2} \cos \alpha},$$

где

$$\cos \alpha = \frac{r^2 - r_1^2 - r_2^2}{2r_1r_2}.$$

- Если поле создается не точечными зарядами, то используют обычный в таких случаях прием. Тело разбивают на бесконечно малые элементы и определяют напряженность поля создаваемого каждым элементом, затем интегрируют по всему телу:

$$\vec{E} = \int d\vec{E},$$

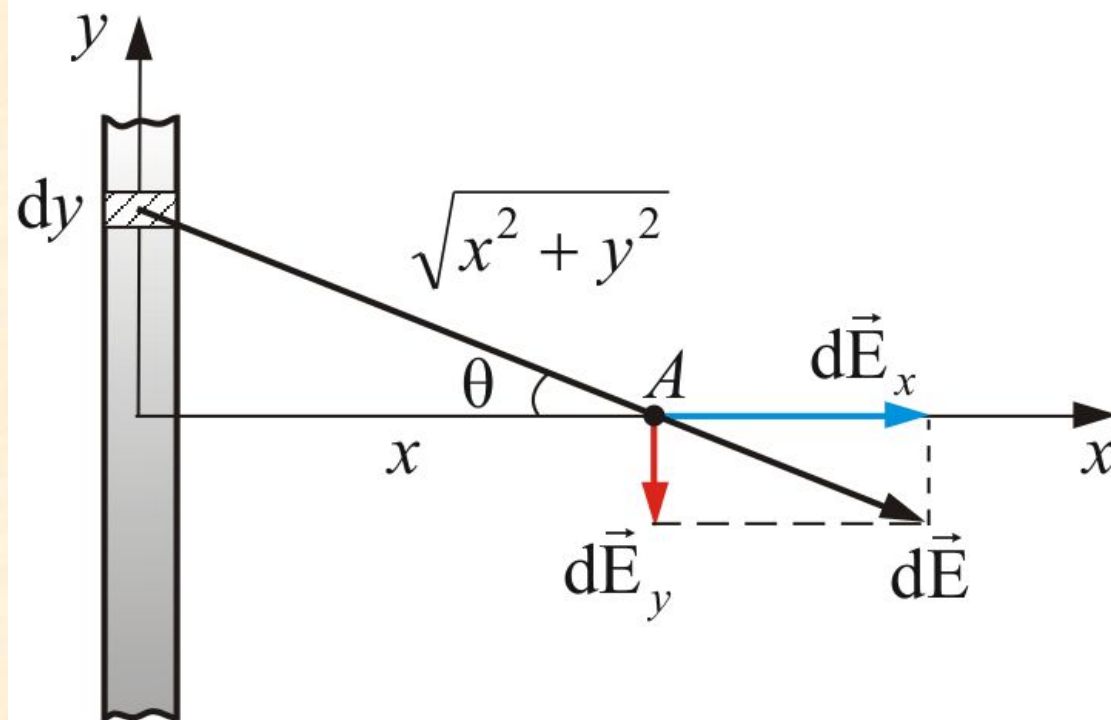
- где $d\vec{E}$ – напряженность поля, обусловленная заряженным элементом. Интеграл может быть линейным, по площади или по объему в зависимости от формы тела.

- **Плотности заряда:**

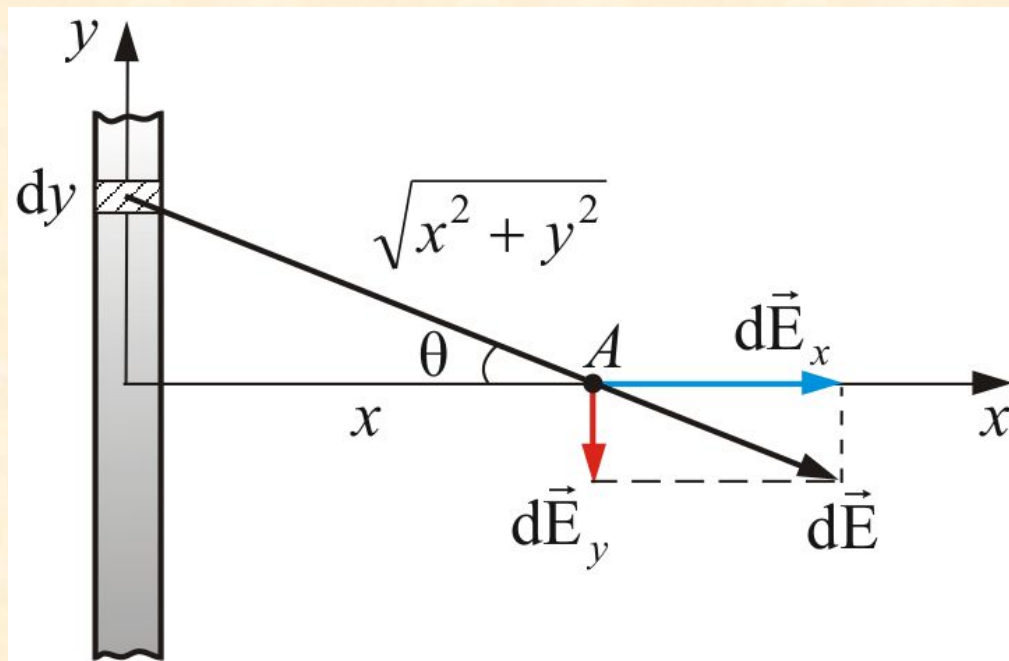
- $\lambda = dq / dl$ – линейная плотность заряда, измеряется в Кл/м;

- $\sigma = dq / dS$ - поверхностная плотность заряда измеряется в Кл/м²;

- $\rho = dq / dV$ – объемная плотность заряда, измеряется в Кл/м³.

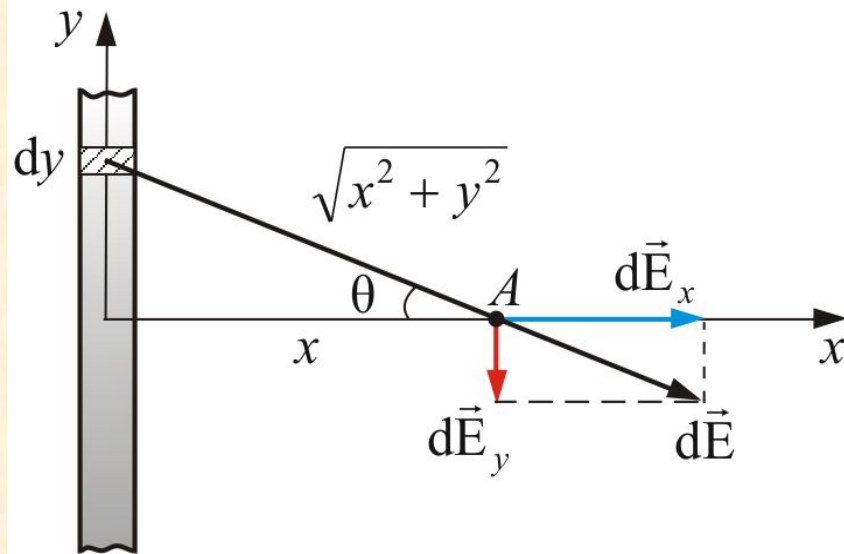


- Определим напряженность электрического поля в точке A на расстоянии x от бесконечно длинного, линейного, равномерно распределенного заряда.
- λ – заряд, приходящийся на единицу длины.



- Считаем, что x – мало по сравнению с длиной проводника. Элемент длины dy , несет заряд $dq = dy \lambda$. Создаваемая этим элементом напряженность электрического поля в точке A:

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dy}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$$



- Вектор $d\vec{E}$ имеет проекции dE_x и dE_y причем

$$dE_x = dE \cos \theta; \quad dE_y = dE \sin \theta.$$

- Т.к. проводник бесконечно длинный, а задача симметричная, то y – компонента вектора обратится в ноль (скомпенсирруется), т.е. .

$$E_y = \int dE \sin \theta = 0$$

• Тогда
$$E = E_x = \int dE \cos \theta = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\cos \theta dy}{x^2 + y^2}$$

• Теперь выразим y через θ . Т.к. $y = x \operatorname{tg} \theta,$

• То $dy = x d\theta / \cos^2 \theta$ и $(x^2 + y^2) = x^2 / \cos^2 \theta$
тогда

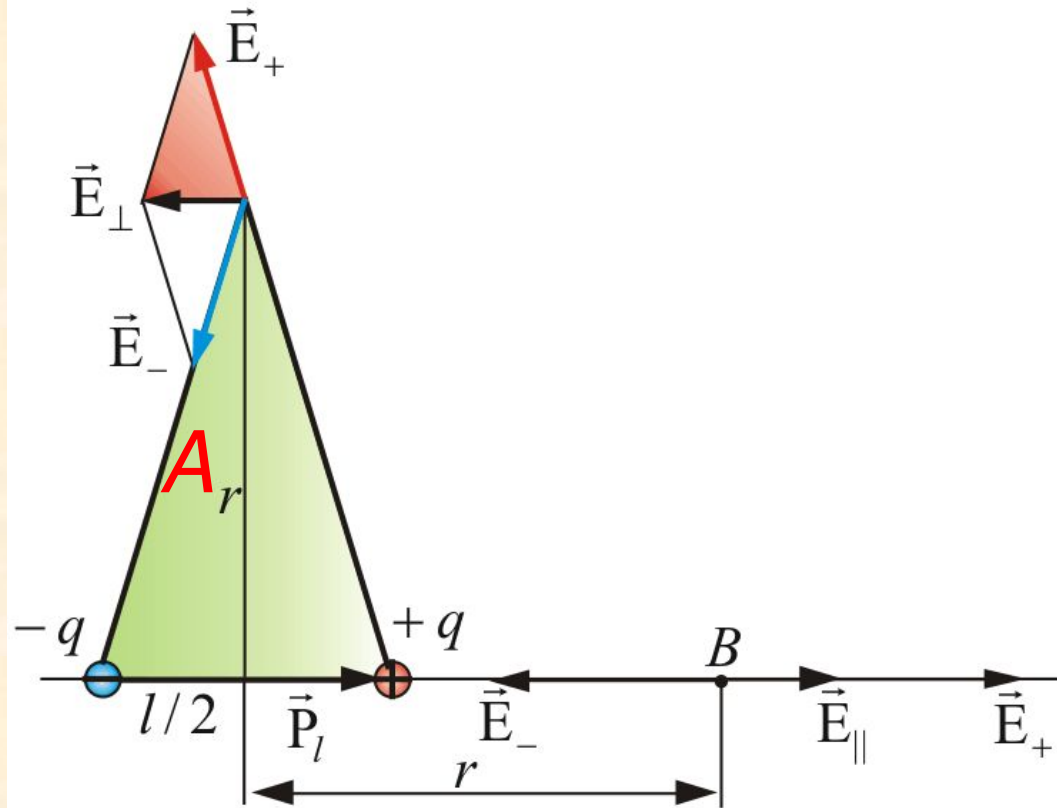
$$E = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{x} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos \theta d\theta = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 x}.$$

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 x}.$$

- Напряженность электрического поля линейно распределенных зарядов изменяется обратно пропорционально расстоянию до заряда.

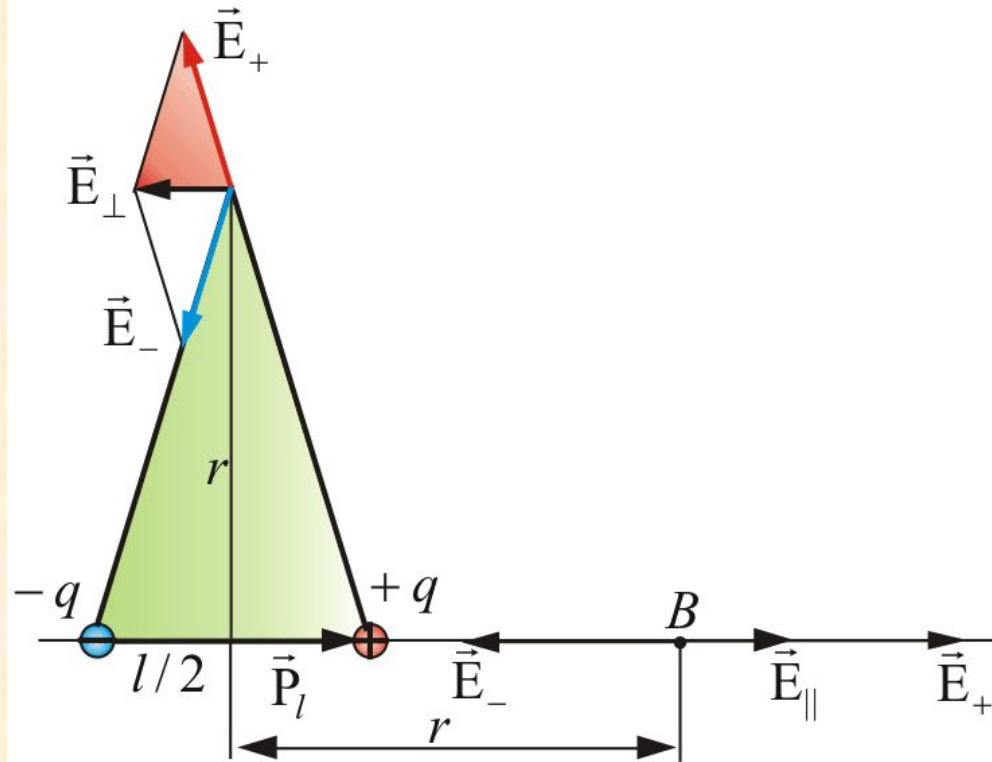
5. Электростатическое поле диполя

- Электрическим диполем называется система двух одинаковых по величине, но разноименных точечных зарядов, расстояние между которыми значительно меньше расстояния до тех точек, в которых определяется поле системы
- **Плечо диполя** – вектор, направленный от отрицательного заряда к положительному и численно равный расстоянию между зарядами.



- Пример 1. Найдем E_\perp в точке A на прямой, проходящей через центр диполя и перпендикулярной к оси.

$$E_+ = E_- = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2} \approx \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad \text{т.к. } l \ll r$$



- Из подобия заштрихованных треугольников можно записать:

$$\frac{E_\perp}{E_+} = \frac{l}{\left(r^2 + \frac{l^2}{4}\right)^{\frac{1}{2}}} \approx \frac{l}{r} \quad \text{ИЛИ}$$

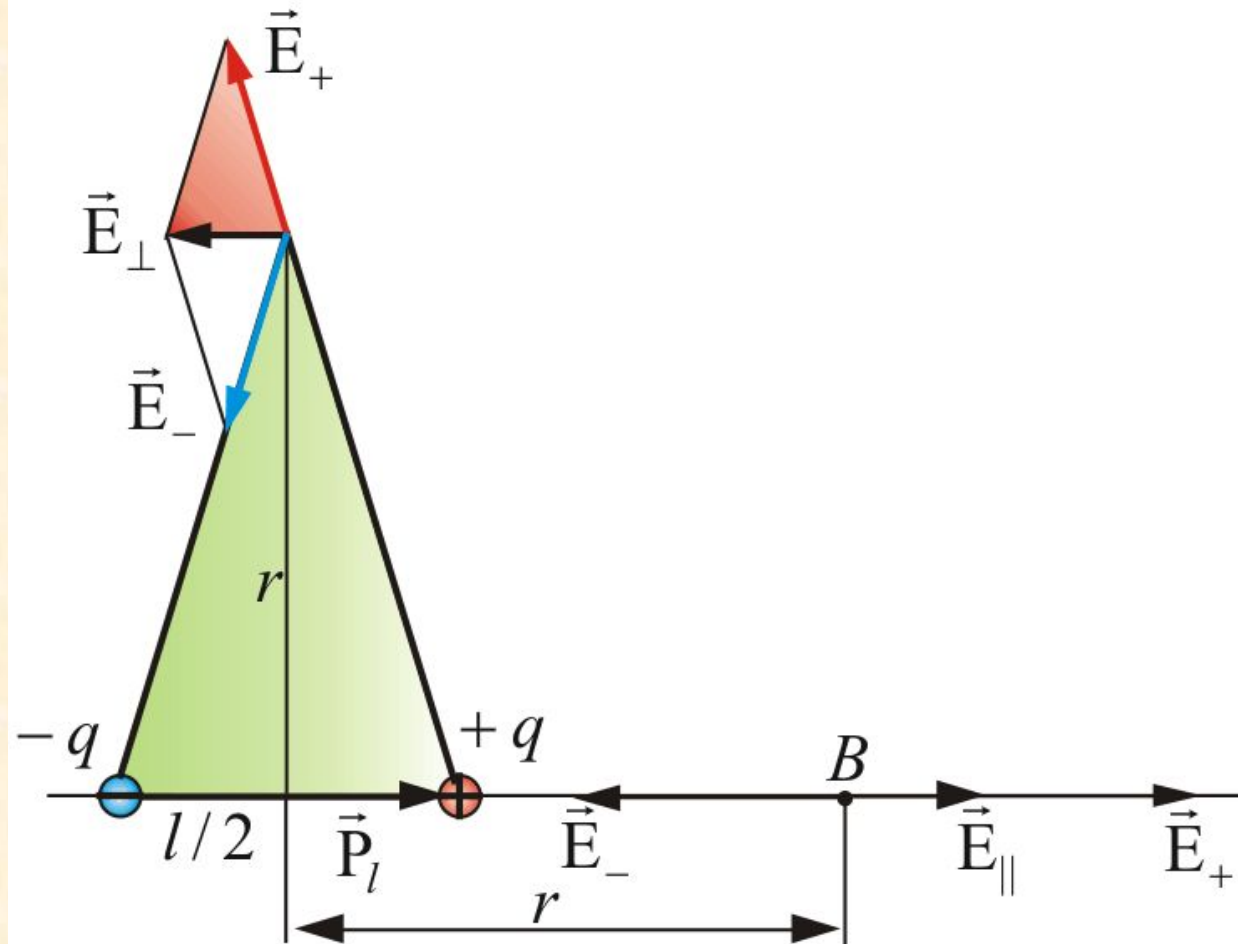
$$\frac{E_\perp}{E_+} = \frac{l}{r} = \frac{ql}{4\pi\epsilon_0 r^3}.$$

- **Электрический момент диполя (или дипольный момент)** – произведение положительного заряда диполя на плечо .
- Направление \vec{P} совпадает с направлением \vec{l} , т.е. от отрицательного заряда к положительному.
- Тогда, учитывая что $\vec{P} = q\vec{l}$, получим:

$$E_{\perp} = \frac{P}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

или

$$\vec{E}_{\perp} = \frac{-\vec{P}}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$



- Пример 2. На оси диполя, в точке B :

$$\vec{E}_{||} = \frac{2ql}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

или

$$\vec{E}_{||} = \frac{2\vec{P}}{4\pi\epsilon_0 r^3}.$$

- Пример 3. В произвольной точке C

$$E = \frac{P}{4\pi\epsilon_0 r^3} \sqrt{3 \cos^2 \phi + 1},$$

где $\phi \approx \phi_1 \approx \phi_2$

При :

$$\phi_1 = \phi_2 = \frac{\pi}{2}, \quad E_1 = \frac{P}{4\pi\epsilon_0 r^3};$$

$$\phi_1 = \phi_2 = 0, \quad E_2 = \frac{2P}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

