1.7. Основные электромагнитные соотношения

ЭДС якоря. ЭДС якоря определяется

$$\mathbf{E = k \cdot \Phi \cdot \omega}$$

где $\mathbf{k = \frac{p \cdot N}{2 \cdot \pi \cdot a}}$ - конструктивный коэффициент машины.

Таким образом ЭДС пропорциональна основному магнитному потоку и частоте вращения и не зависит от формы кривой распределения индукции в воздушном зазоре.

Электромагнитный момент.

Электромагнитный момент определяется: **M = kФI.**

Таким образом, ***электромагнитный момент пропорционален основному магнитному потоку и току и также не зависит от формы кривой распределения индукции в воздушном зазоре.***

1.8. Уравнения электромеханического преобразования энергии

Рассмотрим двухфазную двухполюсную ЭМ, имеющую 2 ортогональные системы обмоток. Принята следующая индексация: 1 – статорные параметры, 2 – роторные параметры; **α, β** - система координат жестко связанная со статором; **d, q** - система координат, жестко связанная с ротором (рис. 1.23).

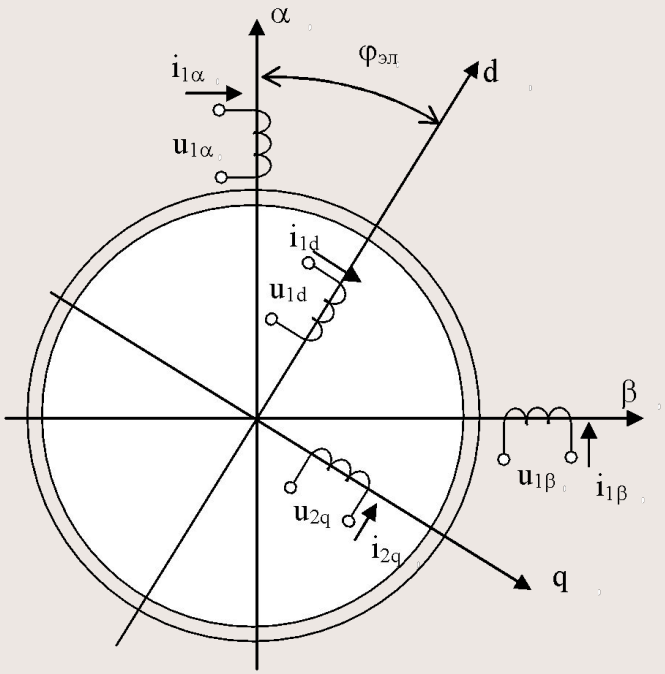

Рис. 1.23

Рис.1.23

Динамика обобщенной машины описывается 4 уравнениями электрического равновесия в цепях ее обмоток и уравнением электромеханического преобразования энергии, которое выражает электромагнитный момент ЭМ как функцию электрических и механических координат системы.

на основании второго закона Кирхгофа и закона Фарадея можно записать следующую систему координат для каждой из четырех пар зажимов

$$\begin{aligned}
U_{1\alpha} &= R_1 \cdot i_{1\alpha} + \frac{d\psi_{1\alpha}}{dt} \\
U_{1\beta} &= R_1 \cdot i_{1\beta} + \frac{d\psi_{1\beta}}{dt} \\
U_{2d} &= R_2 \cdot i_{2d} + \frac{d\psi_{2d}}{dt} \\
U_{2q} &= R_{2q} \cdot i_{2q} + \frac{d\psi_{2q}}{dt}
\end{aligned} \qquad (1.5)$$

где $\mathbf{d\psi/dt = E}$ - закон Фарадея (наведенная ЭДС прямо пропорциональна изменению потосцепления)

Уравнения (1.5) записаны для ***реальных напряжений, токов и параметров обобщенной машины*** , т.е. для обмоток статора в осях $\boldsymbol{\alpha,\beta,0}$, неподвижных относительно статора, а для ротора – в осях координат **d,q,0 ,** неподвижных относительно ротора.

Уравнения системы (1.5) однотипны и их можно записать в обобщенной форме:

$$\mathbf{U_i = R_i \cdot i_i + \frac{d\psi_i}{dt}}$$

Потокосцепление каждой обмотки в общем виде определяется результирующим действием токов всех обмоток ЭМ (система (1.6):

$$
\begin{aligned}
\psi_{1\alpha} &= L_{1\alpha,1\alpha} \cdot i_{1\alpha} + L_{1\alpha,1\beta} \cdot i_{1\beta} + L_{1\alpha,2d} \cdot i_{2d} + L_{1\alpha,2q} \cdot i_{2q} \\
\psi_{1\beta} &= L_{1\beta,1\alpha} \cdot i_{1\alpha} + L_{1\beta,1\beta} \cdot i_{1\beta} + L_{1\beta,2d} \cdot i_{2d} + L_{1\beta,2q} \cdot i_{2q} \\
\psi_{2d} &= L_{2d,1\alpha} \cdot i_{1\alpha} + L_{2d,1\beta} \cdot i_{1\beta} + L_{2d,2d} \cdot i_{2d} + L_{2d,2q} \cdot i_{2q} \\
\psi_{2q} &= L_{2q,1\alpha} \cdot i_{1\alpha} + L_{2q,1\beta} \cdot i_{1\beta} + L_{2q,2d} \cdot i_{2d} + L_{2q,2q} \cdot i_{2q}
\end{aligned}
\qquad (1.6)
$$

В системе уравнений (1.6) первая часть индекса у индуктивности указывает в какой обмотке наводится ЭДС, а вторая – током какой обмотки она наводится. Например $\mathbf{L_{2d,2d}}$ – собственная индуктивность фазы **d** ротора, а $\mathbf{L_{2d,2q}}$ – взаимная индуктивность между фазами **d** и **q** ротора.

В более компактной форме уравнения (1.6) могут быть записаны:

$$\psi_i = \sum_{j=1\alpha}^{j=2q} L_{i,j} \cdot i_j \qquad (1.7)$$

При работе ЭМ взаимные индуктивности обмоток статора и ротора изменяются, поэтому собственные и взаимные индуктивности обмоток, в общем случае, являются функцией электрического угла поворота ротора

$$L_{i,j} = f\left(\varphi_{эл}\right)$$

При симметричной неявнополюсной ЭМ собственные индуктивности обмоток статора и ротора не зависят от положения ротора:

$$\mathbf{L_{1\alpha,1\alpha} = L_{1\beta,1\beta} = L_1 = const}$$

$$\mathbf{L_{2d,2d} = L_{2q,2q} = L_2 = const}$$

а взаимные индуктивности между обмотками статора и ротора равны нулю:

$$\mathbf{L_{1\alpha,1\beta} = L_{1\beta,1\alpha} = L_{2d,2q} = L_{2q,2d} = 0}$$

т.к. математические оси этих обмоток сдвинуты в пространстве относительно друг друга на 90^0.

Взаимные индуктивности обмоток статора и ротора проходят полный цикл изменения при повороте ротора на электрический угол 360^0, поэтому с учетом принятых на рис. 1.23 направлений токов и знака угла поворота ротора можно записать:

$$
\begin{aligned}
L_{1\alpha,2d} &= L_{2d,1\alpha} = L_{1,2} \cdot \cos\varphi_{эл} \\
L_{1\alpha,2q} &= L_{2q,1\alpha} = L_{1,2} \cdot \cos\left(\varphi_{эл} + 90^0\right) = -L_{1,2} \cdot \sin\varphi_{эл} \\
L_{1\beta,2q} &= L_{2q,1\beta} = L_{1,2} \cdot \cos\varphi_{эл} \\
L_{1\beta,2d} &= L_{2d,1\beta} = L_{1,2} \cdot \cos\left(90^0 - \varphi_{эл}\right) = L_{1,2} \cdot \sin\varphi_{эл}
\end{aligned}
\qquad (1.8)
$$

Таким образом для неявнополюсной обобщенной машины уравнения электрического равновесия с учетом (1.6) – (1.8):

$$
\begin{aligned}
U_{1\alpha} &= R_1 \cdot i_{1\alpha} + pL_1 \cdot i_{1\alpha} + pL_{1,2} \cdot (\cos\varphi_{эл}) \cdot i_{2d} - pL_{1,2} \cdot (\sin\varphi_{эл}) \cdot i_{2q} \\
U_{1\beta} &= R_1 \cdot i_{1\beta} + pL_1 \cdot i_{1\beta} + pL_{1,2} \cdot (\sin\varphi_{эл}) \cdot i_{2d} + pL_{1,2} \cdot (\cos\varphi_{эл}) \cdot i_{2q} \\
U_{2d} &= R_2 \cdot i_{2d} + pL_2 \cdot i_{2d} + pL_{1,2} \cdot (\cos\varphi_{эл}) \cdot i_{1\alpha} + pL_{1,2} \cdot (\sin\varphi_{эл}) \cdot i_{1\beta} \qquad (1.9) \\
U_{2q} &= R_2 \cdot i_{2q} + pL_2 \cdot i_{2q} - pL_{1,2} (\sin\varphi_{эл}) \cdot i_{1\alpha} + pL_{1,2} \cdot (\cos\varphi_{эл}) \cdot i_{1\beta}
\end{aligned}
$$

В более компактном виде уравнения (1.9):

$$\mathbf{U_i = R_i \cdot i_1 + \frac{d}{dt}\sum_{j=1\alpha}^{j=2q} L_{i,j} \cdot i_j} \qquad (1.10)$$

Обобщенная машина образует единую электромеханическую связь: механическое движение оказывает влияет на электрическую систему, а электрическое движение – на механическую систему. Влияние механического движения на электрическую систему автоматически включено в электрические уравнения движения в силу закона Фарадея в соответствии с которым $\mathbf{U = p\psi}$ **т.к.** $\mathbf{\psi = f(\varphi)}$

Таким образом выражение $\mathbf{p\psi}$ содержит напряжения, обусловленные механическим движением.

Влияние электрического движения на механическое выражается в уравнении электромагнитного момента.

Выражение электромагнитного момента можно получить на основе принципа возможных перемещений и закона сохранения энергии.

Если валу ЭД сообщено произвольное перемещение $\mathbf{d\varphi}$ за время $\mathbf{dt}$, то на основе закона сохранения энергии:

$$\mathbf{M \cdot d\varphi + \sum_{j=1}^{4} i_j \cdot \psi_j = dW_{мех} + dW_m + d(\varphi)^2 \cdot dt}$$

Или *сообщенная механическая энергия* + *сообщенная электрическая энергия* = *изменения в сообщенной механической энергии* + *изменения в сообщенной электрической энергии* + *потери*

После соответствующих преобразований последнего выражения уравнение электромагнитного момента:

$$\mathbf{M} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial \mathbf{W}_m}{\partial \varphi} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial}{\partial \varphi} \sum_{i=1\alpha}^{2q} \mathbf{i}_i \cdot \psi_i = \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1\alpha}^{2q} \mathbf{i}_i \cdot \frac{\partial \psi_i}{\partial \varphi}$$

$$\mathbf{M} = \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1\alpha}^{2q} \mathbf{i}_i \cdot \frac{\partial \psi_i}{\partial \varphi} \qquad (1.11)$$

Преобразовав выражение (1.11) с помощью выражения (1.7)

$$\mathbf{M} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} \cdot \mathbf{2q} \sum_{\mathbf{i=1\alpha}} \mathbf{i_i} \cdot \sum_{\mathbf{i=1\alpha}}^{\mathbf{2q}} \frac{\partial \mathbf{L_{i,j}}}{\partial \varphi} \cdot \mathbf{i_j} \quad (1.12)$$

Таким образом уравнения (1.11) и (1.12) полностью характеризуют обобщенный вращающийся электромеханический преобразователь энергии относительно его четырех пар электрических зажимов и пары механических зажимов:

$$\mathbf{U_i = R_i \cdot i_i + \frac{d}{dt} \sum_{i=1\alpha}^{2q} L_{i,j} \cdot i_j} \qquad (1.13)$$

$$\mathbf{M = \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1\alpha}^{2q} i_i \cdot \sum \frac{\partial L_{i,j}}{\partial \varphi} \cdot i_j}$$

Эти уравнения, записанные через действительные переменные двухфазной модели, представляют собой развернутое математическое описание динамического процесса электромеханического преобразования энергии, которое может быть конкретизировано для различных ЭД: АД, СМ, ДПТ, МДП и т.д.

Уравнения (1.13) образуют систему из 5 уравнений, устанавливающую взаимосвязь между процессами в механической и электрической частями ЭМС. Проявление такой взаимосвязи называется в теории ЭП – **электромеханической связью.**

Выполнив дифференцирование первого уравнения системы (1.13):

$$U_i = R_i \cdot i_i + \sum_{i=1\alpha}^{2q} L_{i,j} \cdot \frac{di_{i,j}}{dt} + \sum_{i=1\alpha}^{2q} i_j \cdot \frac{dL_{i,j}}{dt}$$

из выражения $\omega = \frac{d\varphi}{dt} \quad dt = \frac{d\varphi}{\omega}$

$$U_i = R_i \cdot i_i + \sum L_{i,j} \cdot \frac{di_{i,j}}{dt} + \omega \cdot \sum \frac{dL_{i,j}}{d\varphi} \cdot i_j$$

Рассмотрим все слагаемые последнего выражения.

$\mathbf{R_i i_i}$ - представляет собой падение напряжение на активном сопротивлении данной цепи,

$$\sum_{i=1\alpha}^{2q} L_{i,j} \cdot \frac{di_j}{dt}$$ результирующая ЭДС самоиндукции и взаимной индукции, вызванные изменением токов в обмотках,

$$\omega \cdot \sum_{j=1\alpha}^{2q} \frac{\partial L_{i,j}}{\partial \varphi} \cdot i_j = e_i$$

- отражает взаимодействие механической и электрической частей ЭМ, т.к. представляет собой результирующую ЭДС $\mathbf{e_i}$, наведенную в обмотке в результате механического движения ротора ЭМ.

1.9. Параметры ЭМ

Параметры ЭМ – это коэффициенты перед независимыми переменными в уравнениях, описывающих электромеханическое преобразование энергии.

Обычно независимые переменные – это токи.

Уравнения могут быть как дифференциальные, так и комплексными и алгебраическими.

(Самостоятельно)

1.10. Система относительных единиц

Система о.е. широко используется как в теории ЭМ, так и в теории ЭП. В этой системе U, I, P и параметры выражаются в относительных единицах, т.е. в долях базисных значений этих величин. В качестве ***базисных величин*** принимаются номинальные значения.

Относительные величины обозначаются звездочкой.

(Самостоятельно).