

1.7. Основные электромагнитные соотношения

ЭДС якоря. ЭДС якоря определяется

$$E = k \cdot \Phi \cdot \omega$$

где $k = \frac{p \cdot N}{2 \cdot \pi \cdot a}$ - конструктивный коэффициент машины.

Таким образом ЭДС пропорциональна основному магнитному потоку и частоте вращения и не зависит от формы кривой распределения индукции в воздушном зазоре.

Электромагнитный момент.

Электромагнитный момент определяется: $M = k\Phi I$.

Таким образом, *электромагнитный момент пропорционален основному магнитному потоку и току и также не зависит от формы кривой распределения индукции в воздушном зазоре.*

1.8. Уравнения электрохимического

преобразования энергии ЭМ,
Рассмотрим двухфазную двухполюсную ЭМ,
имеющую 2 ортогональные системы
обмоток. Принята следующая индексация: 1
– статорные параметры, 2 – роторные
параметры; α, β - система координат
жестко связанная со статором; d, q - система
координат, жестко связанная с ротором (рис.
1.23).

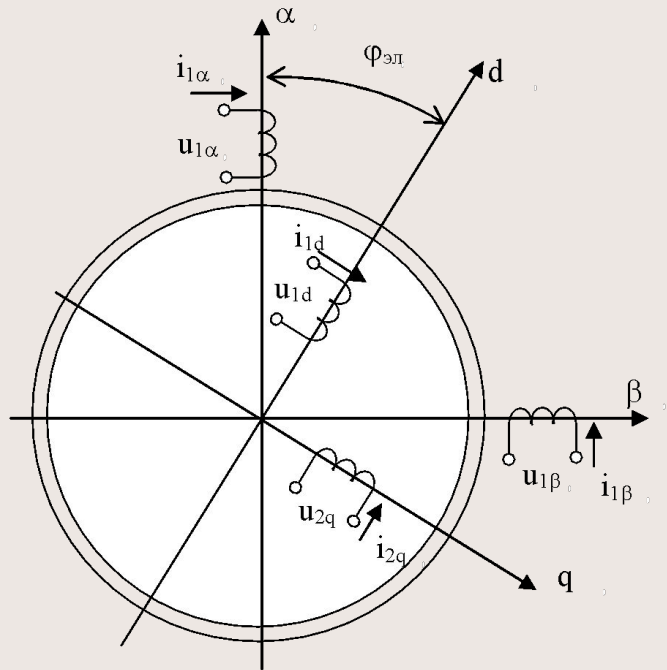


Рис. 1.23

Рис.1.23

Динамика обобщенной машины описывается 4 уравнениями электрического равновесия в цепях ее обмоток и уравнением электромеханического преобразования энергии, которое выражает электромагнитный момент ЭМ как функцию электрических и механических координат системы.

на основании второго закона Кирхгофа и закона Фарадея можно записать следующую систему координат для каждой из четырех пар зажимов

$$U_{1\alpha} = R_1 \cdot i_{1\alpha} + \frac{d\psi_{1\alpha}}{dt}$$

$$U_{1\beta} = R_1 \cdot i_{1\beta} + \frac{d\psi_{1\beta}}{dt}$$

$$U_{2d} = R_2 \cdot i_{2d} + \frac{d\psi_{2d}}{dt}$$

$$U_{2q} = R_{2q} \cdot i_{2q} + \frac{d\psi_{2q}}{dt}$$

(1.5)

где $d\psi/dt = E$ - закон Фарадея (наведенная ЭДС прямо пропорциональна изменению потокацепления)

Уравнения (1.5) записаны для *реальных напряжений, токов и параметров обобщенной машины*, т.е. для обмоток статора в осях $\alpha, \beta, 0$, неподвижных относительно статора, а для ротора – в осях координат $d, q, 0$, неподвижных относительно ротора.

Уравнения системы (1.5) однотипны и их можно записать в обобщенной форме:

$$U_i = R_i \cdot i_i + \frac{d\psi_i}{dt}$$

Потокосцепление каждой обмотки в общем виде определяется результирующим действием токов всех обмоток ЭМ (система (1.6):

$$\Psi_{1\alpha} = L_{1\alpha,1\alpha} \cdot i_{1\alpha} + L_{1\alpha,1\beta} \cdot i_{1\beta} + L_{1\alpha,2d} \cdot i_{2d} + L_{1\alpha,2q} \cdot i_{2q}$$

$$\Psi_{1\beta} = L_{1\beta,1\alpha} \cdot i_{1\alpha} + L_{1\beta,1\beta} \cdot i_{1\beta} + L_{1\beta,2d} \cdot i_{2d} + L_{1\beta,2q} \cdot i_{2q}$$

$$\Psi_{2d} = L_{2d,1\alpha} \cdot i_{1\alpha} + L_{2d,1\beta} \cdot i_{1\beta} + L_{2d,2d} \cdot i_{2d} + L_{2d,2q} \cdot i_{2q}$$

$$\Psi_{2q} = L_{2q,1\alpha} \cdot i_{1\alpha} + L_{2q,1\beta} \cdot i_{1\beta} + L_{2q,2d} \cdot i_{2d} + L_{2q,2q} \cdot i_{2q}$$

(1.6)

В системе уравнений (1.6) первая часть индекса у индуктивности указывает в какой обмотке наводится ЭДС, а вторая – током какой обмотки она наводится. Например $L_{2d,2d}$ – собственная индуктивность фазы **d** ротора, а $L_{2d,2q}$ – взаимная индуктивность между фазами **d** и **q** ротора.

В более компактной форме уравнения (1.6) могут быть записаны:

$$\Psi_i = \sum_{j=1}^{2q} L_{i,j} \cdot i_j \quad (1.7)$$

При работе ЭМ взаимные индуктивности обмоток статора и ротора изменяются, поэтому собственные и взаимные индуктивности обмоток, в общем случае, являются функцией электрического угла поворота ротора

$$L_{i,j} = f(\varphi_{эл})$$

При симметричной неявнополюсной ЭМ
собственные индуктивности обмоток статора и
ротора не зависят от положения ротора:

$$\mathbf{L}_{1\alpha,1\alpha} = \mathbf{L}_{1\beta,1\beta} = \mathbf{L}_1 = \mathbf{const}$$

$$\mathbf{L}_{2d,2d} = \mathbf{L}_{2q,2q} = \mathbf{L}_2 = \mathbf{const}$$

а взаимные индуктивности между обмотками статора
и ротора равны нулю:

$$\mathbf{L}_{1\alpha,1\beta} = \mathbf{L}_{1\beta,1\alpha} = \mathbf{L}_{2d,2q} = \mathbf{L}_{2q,2d} = \mathbf{0}$$

т.к. математические оси этих обмоток сдвинуты в
пространстве относительно друг друга на 90^0 .

Взаимные индуктивности обмоток статора и ротора проходят полный цикл изменения при повороте ротора на электрический угол 360° , поэтому с учетом принятых на рис. 1.23 направлений токов и знака угла поворота ротора можно записать:

$$\begin{aligned}L_{1\alpha,2d} &= L_{2d,1\alpha} = L_{1,2} \cdot \cos \varphi_{\text{эл}} \\L_{1\alpha,2q} &= L_{2q,1\alpha} = L_{1,2} \cdot \cos(\varphi_{\text{эл}} + 90^0) = -L_{1,2} \cdot \sin \varphi_{\text{эл}} \\L_{1\beta,2q} &= L_{2q,1\beta} = L_{1,2} \cdot \cos \varphi_{\text{эл}} \\L_{1\beta,2d} &= L_{2d,1\beta} = L_{1,2} \cdot \cos(90^0 - \varphi_{\text{эл}}) = L_{1,2} \cdot \sin \varphi_{\text{эл}}\end{aligned} \quad (1.8)$$

Таким образом для неявнополюсной обобщенной машины уравнения электрического равновесия с учетом (1.6) – (1.8):

$$\begin{aligned}U_{1\alpha} &= R_1 \cdot i_{1\alpha} + pL_1 \cdot i_{1\alpha} + pL_{1,2} \cdot (\cos \varphi_{\text{эл}}) \cdot i_{2d} - pL_{1,2} \cdot (\sin \varphi_{\text{эл}}) \cdot i_{2q} \\U_{1\beta} &= R_1 \cdot i_{1\beta} + pL_1 \cdot i_{1\beta} + pL_{1,2} \cdot (\sin \varphi_{\text{эл}}) \cdot i_{2d} + pL_{1,2} \cdot (\cos \varphi_{\text{эл}}) \cdot i_{2q} \\U_{2d} &= R_2 \cdot i_{2d} + pL_2 \cdot i_{2d} + pL_{1,2} \cdot (\cos \varphi_{\text{эл}}) \cdot i_{1\alpha} + pL_{1,2} \cdot (\sin \varphi_{\text{эл}}) \cdot i_{1\beta} \\U_{2q} &= R_2 \cdot i_{2q} + pL_2 \cdot i_{2q} - pL_{1,2} \cdot (\sin \varphi_{\text{эл}}) \cdot i_{1\alpha} + pL_{1,2} \cdot (\cos \varphi_{\text{эл}}) \cdot i_{1\beta}\end{aligned} \quad (1.9)$$

В более компактном виде уравнения (1.9):

$$U_i = R_i \cdot i_1 + \frac{d}{dt} \sum_{j=1}^{2q} L_{i,j} \cdot i_j \quad (1.10)$$

Обобщенная машина образует единую электромеханическую связь: механическое движение оказывает влияние на электрическую систему, а электрическое движение – на механическую систему. Влияние механического движения на электрическую систему автоматически включено в электрические уравнения движения в силу закона Фарадея в соответствии с которым $U = p\psi$ т.к. $\psi = f(\varphi)$

Таким образом выражение $r\psi$ поддерживает напряжения, обусловленные механическим движением.

Влияние электрического движения на механическое выражается в уравнении электромагнитного момента.

Выражение электромагнитного момента можно получить на основе принципа возможных перемещений и закона сохранения энергии.

Если валу ЭД сообщено произвольное перемещение $d\phi$ за время dt , то на основе закона сохранения энергии:

$$M \cdot d\phi + \sum_{j=1}^4 i_j \cdot \psi_j = dW_{\text{мех}} + dW_{\text{м}} + d(\phi)^2 \cdot dt$$

Или сообщенная механическая энергия + сообщенная электрическая энергия = изменения в сообщенной механической энергии + изменения в сообщенной электрической энергии + потери

После соответствующих преобразований последнего выражения уравнение электромагнитного момента:

$$\begin{aligned} M &= \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial W_m}{\partial \varphi} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial}{\partial \varphi} \sum_{i=1}^{2q} i_i \cdot \psi_i = \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^{2q} i_i \cdot \frac{\partial \psi_i}{\partial \varphi} \\ M &= \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^{2q} i_i \cdot \frac{\partial \psi_i}{\partial \varphi} \end{aligned} \quad (1.11)$$

Преобразовав выражение (1.11) с помощью выражения (1.7)

$$\mathbf{M} = \frac{1}{2} \cdot 2q \sum_{i=1}^{\alpha} \mathbf{i}_i \cdot \sum_{i=1}^{2q} \frac{\partial L_{i,j}}{\partial \varphi} \cdot \mathbf{i}_j \quad (1.12)$$

Таким образом уравнения (1.11) и (1.12) полностью характеризуют обобщенный вращающийся электромеханический преобразователь энергии относительно его четырех пар электрических зажимов и пары механических зажимов:

$$U_i = R_i \cdot i_i + \frac{d}{dt} \sum_{i=1}^{2q} L_{i,j} \cdot i_j \quad (1.13)$$

$$M = \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^{2q} i_i \cdot \sum \frac{\partial L_{i,j}}{\partial \varphi} \cdot i_j$$

Эти уравнения, записанные через действительные переменные двухфазной модели, представляют собой развернутое математическое описание динамического процесса электромеханического преобразования энергии, которое может быть конкретизировано для различных ЭД: АД, СМ, ДПТ, МДП и т.д.

Уравнения (1.13) образуют систему из 5 уравнений, устанавливающую взаимосвязь между процессами в механической и электрической частях ЭМС. Проявление такой взаимосвязи называется в теории ЭП – **электро-механической связью.**

Выполнив дифференцирование первого уравнения системы (1.13):

$$U_i = R_i \cdot i_i + \sum_{i=1}^{2q} L_{i,j} \cdot \frac{di_{i,j}}{dt} + \sum_{i=1}^{2q} i_j \cdot \frac{dL_{i,j}}{dt}$$

из выражения $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$ $dt = \frac{d\varphi}{\omega}$

$$U_i = R_i \cdot i_i + \sum L_{i,j} \cdot \frac{di_{i,j}}{dt} + \omega \cdot \sum \frac{dL_{i,j}}{d\varphi} \cdot i_j$$

Рассмотрим все слагаемые последнего выражения.

$R_i i_i$ - представляет собой падение напряжения на активном сопротивлении данной цепи,

$$\sum_{i=1}^{2q} L_{i,j} \cdot \frac{di_j}{dt} \quad \text{результатирующая ЭДС}$$

самоиндукции и взаимной индукции, вызванные изменением токов в обмотках,

$$\omega \cdot \sum_{j=1}^{2q} \frac{\partial L_{i,j}}{\partial \varphi} \cdot i_j = e_i$$

- отражает

взаимодействие механической и электрической частей ЭМ, т.к. представляет собой результирующую ЭДС e_i , наведенную в обмотке в результате механического движения ротора ЭМ.

1.9. Параметры ЭМ

Параметры ЭМ – это коэффициенты перед независимыми переменными в уравнениях, описывающих электромеханическое преобразование энергии.

Обычно независимые переменные – это токи.

Уравнения могут быть как дифференциальные, так и комплексными и алгебраическими.

(Самостоятельно)

1.10. Система относительных единиц

Система о.е. широко используется как в теории ЭМ, так и в теории ЭП. В этой системе U , I , P и параметры выражаются в относительных единицах, т.е. в долях базисных значений этих величин. В качестве *базисных величин* принимаются номинальные значения.

Относительные величины обозначаются звездочкой.

(Самостоятельно).