

Ан, Бауэр

Степанов

Предыстория
математическ
ого анализа.
Значение
производной в
различных
областях
науки

- Проблема
Непонимание математического смысла производной => неполноценность значения в различных областях наук.
- Гипотеза
Использование дифференциальных уравнений лежит в основе физических законов.

- Цели и задачи
- Определение
- История создания
- Разбор темы
- Применение в жизни
- Задачи и вопросы

- Цели:

Объяснить значение и смысл производных на конкретных примерах использования в различных науках.

- Задачи:

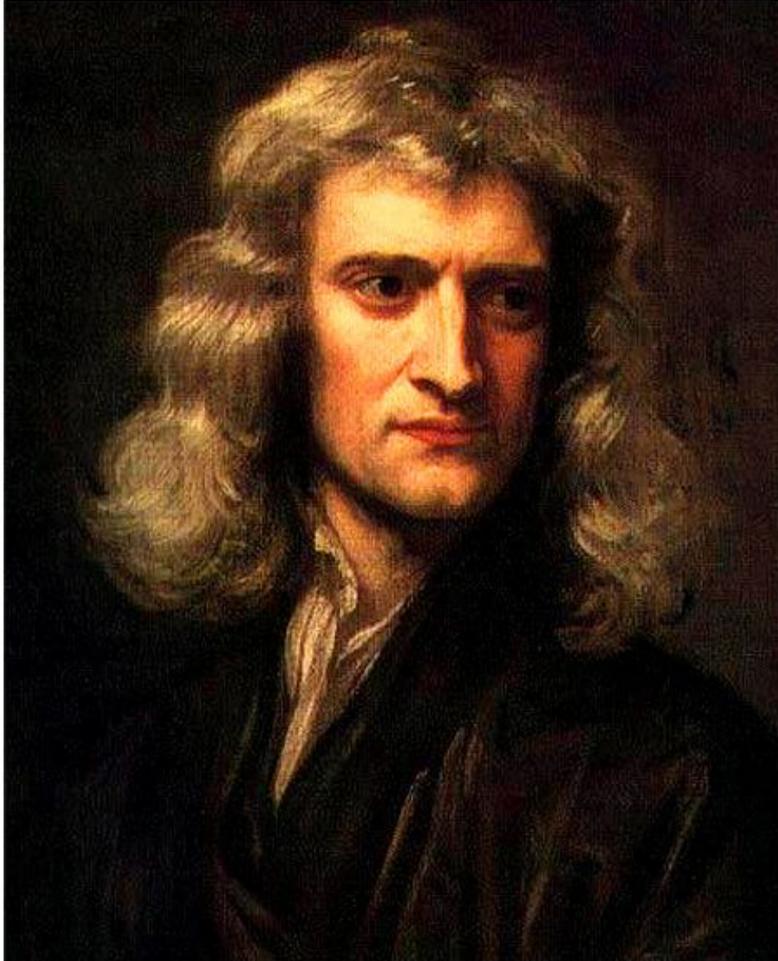
Изучить основы математического анализа.

Понять и научиться применять производную функций.

Найти и изучить примеры использования в разных науках.

▣ **Математический анализ** – совокупность разделов математики, соответствующих историческому разделу под наименованием «анализ бесконечно малых», объединяет дифференциальное и интегральное исчисления.

- Производная - одно из фундаментальных понятий математики. Оно возникло в XVII веке в связи с необходимостью решения ряда задач из физики, механики и математики, но в первую очередь следующих двух: определение скорости прямолинейного движения и построения касательной к прямой.
- В частности, используя методы дифференциального исчисления, ученые предсказали возвращение кометы Галлея, что было большим триумфом науки XVIII в. С помощью тех же методов математики изучали в XVII и XVIII вв. различные кривые.



- **Производная** (функции в точке) — основное понятие дифференциального исчисления, характеризующее скорость изменения функции (в данной точке).
- Производной функции f в точке x_0 называется число, к которому стремится разностное отношение

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}.$$

при Δx , стремящемся к нулю

- Процесс вычисления производной называется **дифференцированием**. Обратный процесс — нахождение первообразной — **интегрирование**.

□ Пример 1

Найти производную функции $f(x)=x^3$ в точке x_0 .

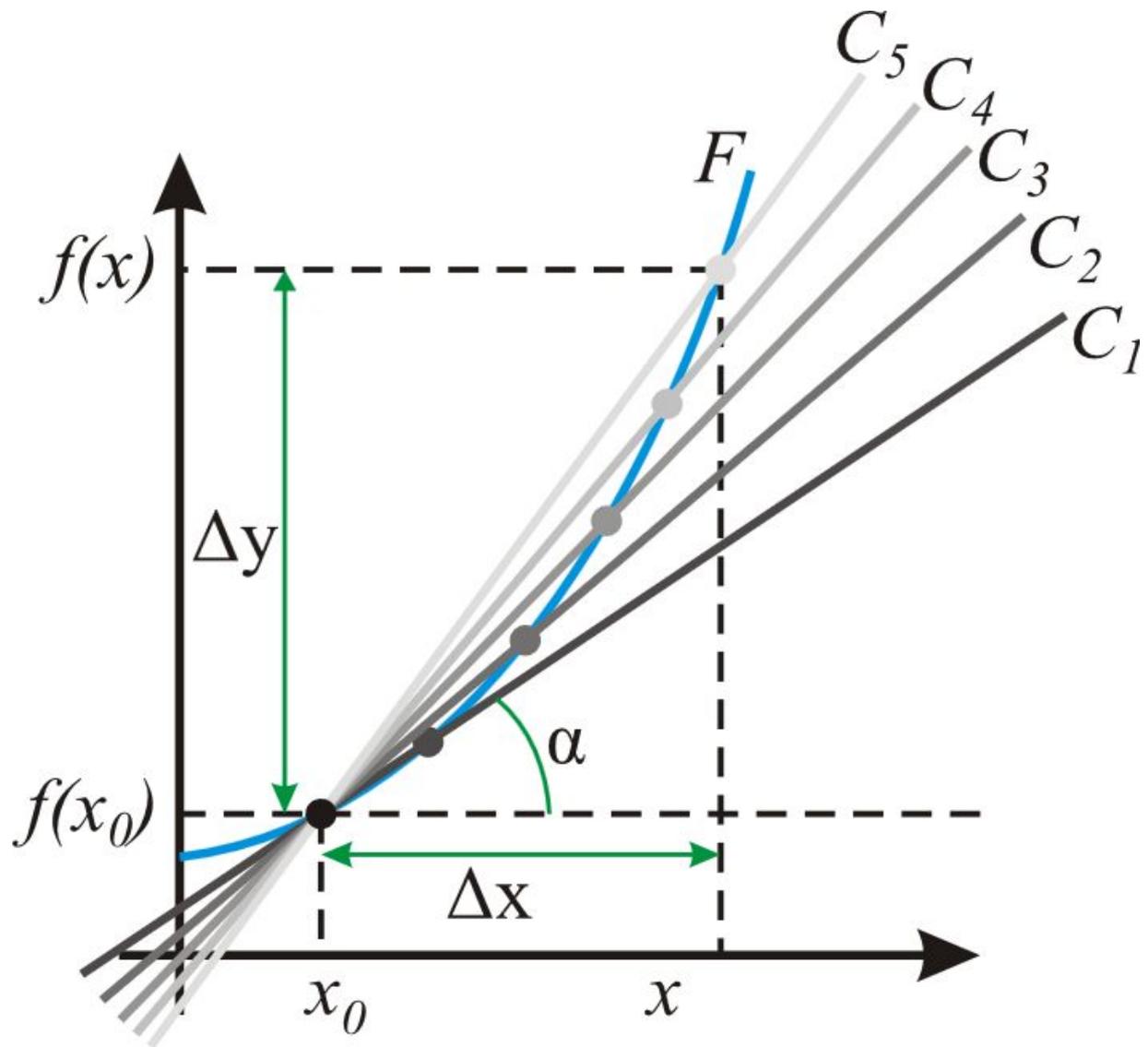
$$1) \Delta f = (x_0 + \Delta x)^3 - x_0^3 = 3x_0^2 \Delta x + 3x_0 (\Delta x)^2 + (\Delta x)^3$$

$$2) \Delta f / \Delta x = 3x_0^2 + 3x_0 \Delta x + (\Delta x)^2 ; (\Delta x \neq 0).$$

3) $3x_0^2$ постоянно, а при $\Delta x \rightarrow 0$,

$$3x_0 \Delta x \rightarrow 0 \text{ и } (\Delta x)^2 \rightarrow 0 \Rightarrow 3x_0 \Delta x + (\Delta x)^2 \rightarrow 0 ;$$

$$\Delta f / \Delta x \rightarrow 3x_0^2 \text{ при } \Delta x \rightarrow 0 \Rightarrow f'(x_0) = 3x_0^2$$



- ▣ **Предел функции** (предельное значение **функции**) в заданной точке, предельной для области определения **функции**, — такая величина, к которой стремится значение рассматриваемой **функции** при стремлении ее аргумента к данной точке

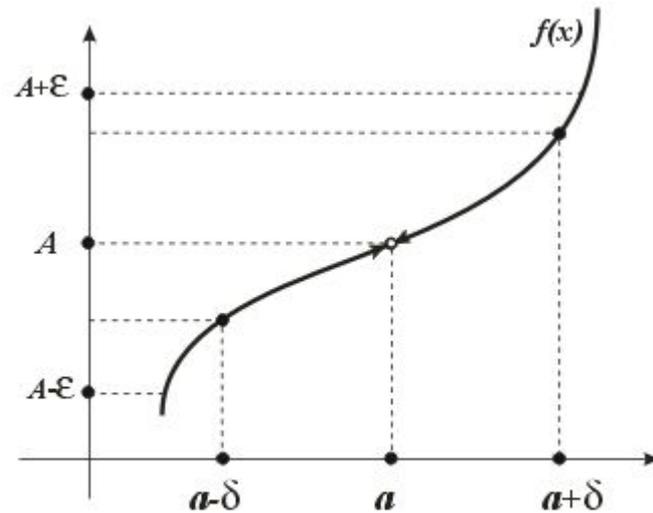
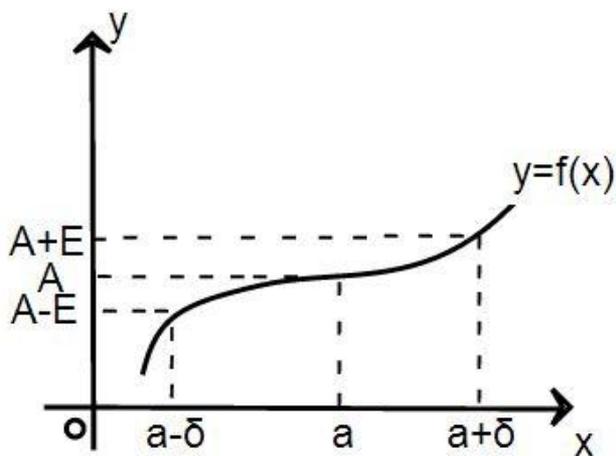


Рис.14

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (c x_n) = c \lim_{n \rightarrow \infty} x_n \quad (c - \text{число});$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (x_n \pm y_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} x_n \pm \lim_{n \rightarrow \infty} y_n;$$

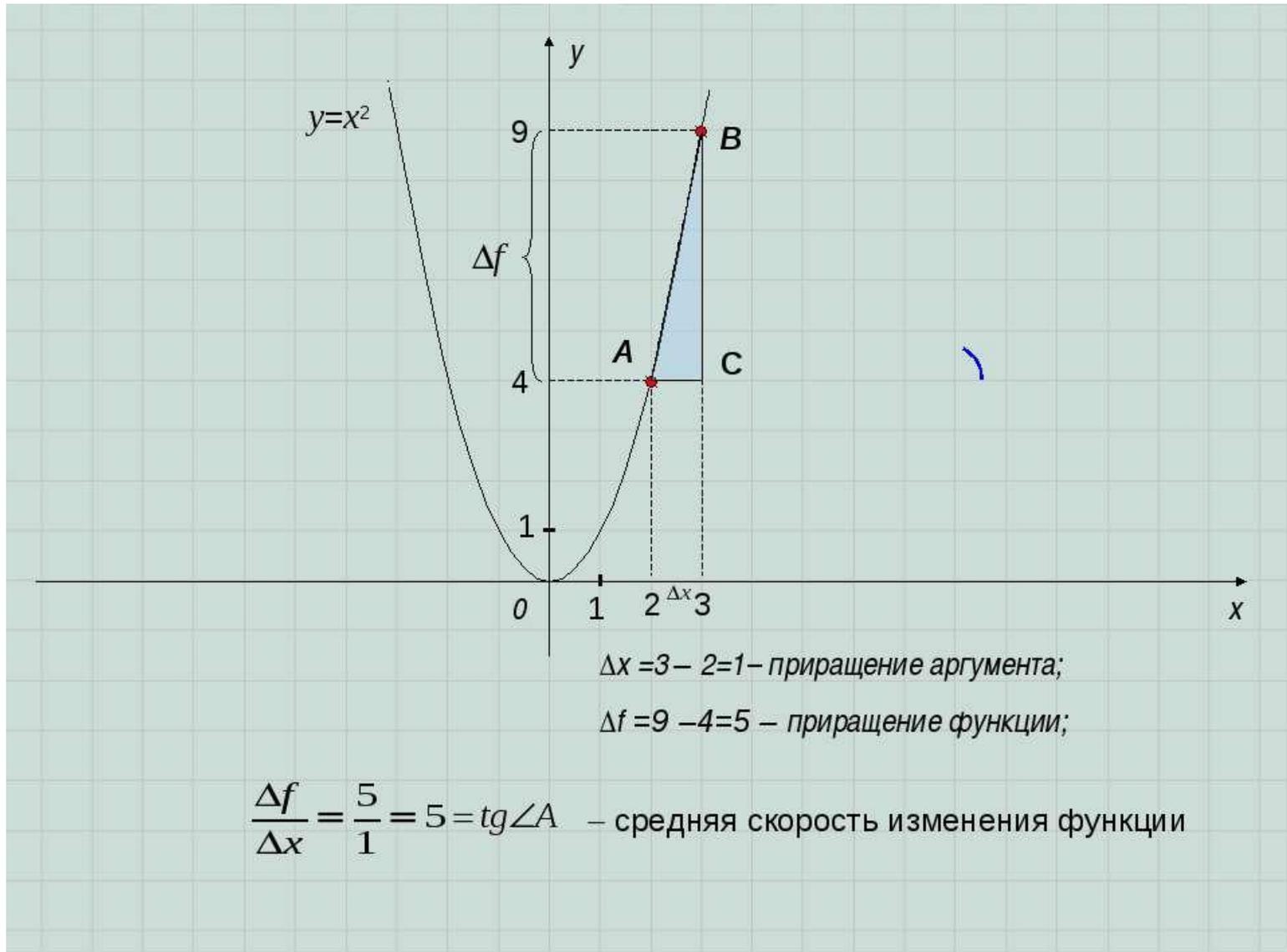
$$\lim_{n \rightarrow \infty} (x_n \cdot y_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} x_n \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} y_n;$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{y_n} = \frac{\lim_{n \rightarrow \infty} x_n}{\lim_{n \rightarrow \infty} y_n} \quad \text{при} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} y_n \neq 0;$$

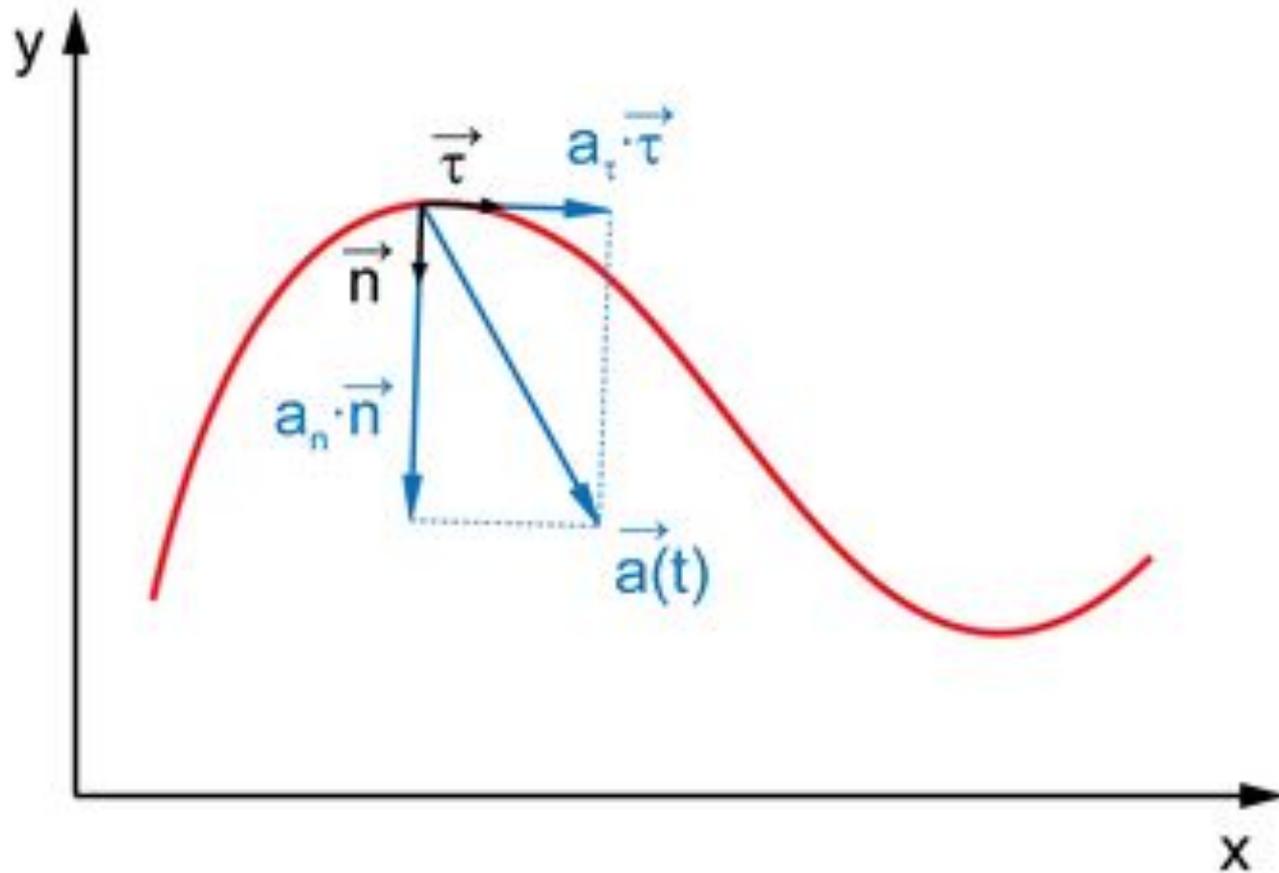
$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n \leq \lim_{n \rightarrow \infty} y_n \quad \text{при} \quad x_n \leq y_n.$$

Примеры и задачи по теме предел функции

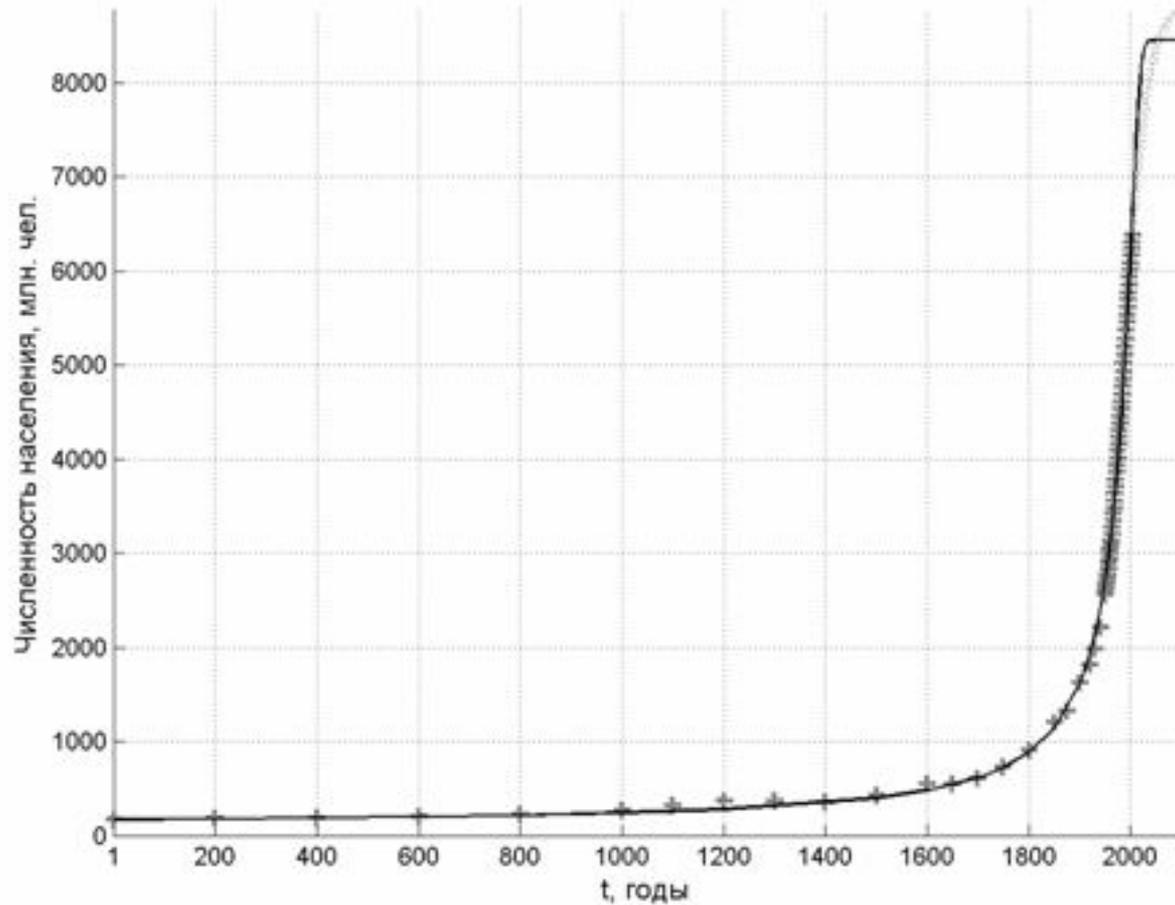
Определение производной через понятие предела



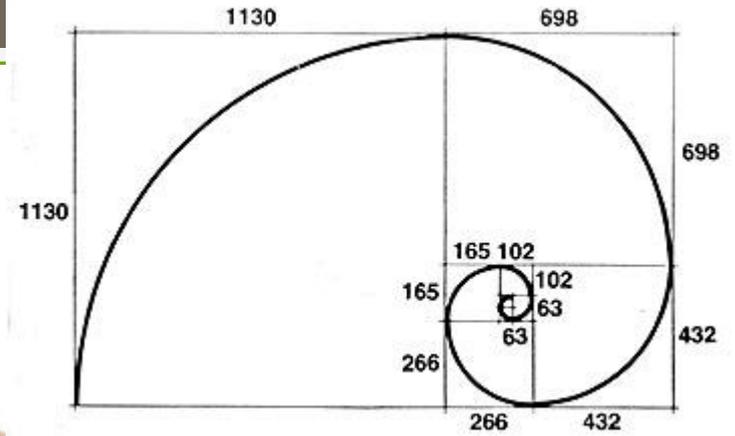
- Физика: Скорость, ускорение и др.



Изменение численности населения Земли



□ Золотое сечение



Примеры

ЗАДАЧИ