Ан, Бауэр

Степанов

Предыстория математического анализа. Значение производной в различных областях науки

Актуальность

- Проблема
 Непонимание математического смысла производной => неполноценность значения в различных областях наук.
- Гипотеза

 Использование дифференциальных уравнений лежит в основе физических законов.

План

- Цели и задачи
- Определение
- История создания
- Разбор темы
- Применение в жизни
- Задачи и вопросы

Цели и задачи

- Цели:
  Объяснить значение и смысл производных на конкретных примерах использования в различных науках.
- Задачи:
  Изучить основы математического анализа.
  Понять и научиться применять производную функций.
  Найти и изучить примеры использования в разных науках.

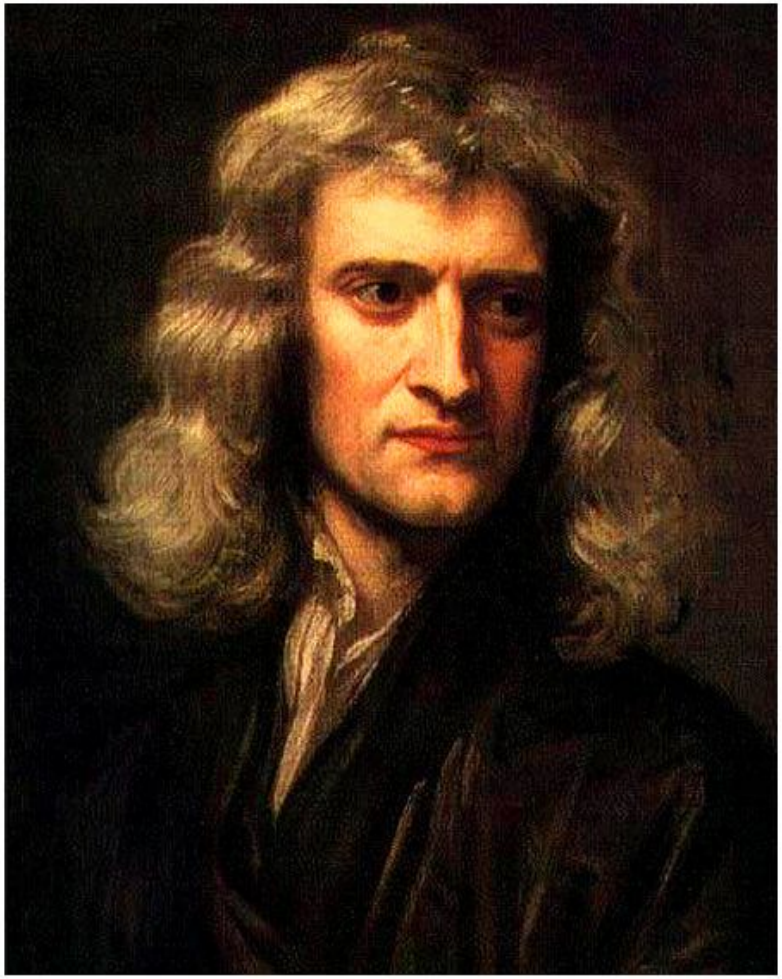
Определение

- ***Математический анализ*** – совокупность разделов математики, соответствующих историческому разделу под наименованием «анализ бесконечно малых», объединяет дифференциальное и интегральное исчисления.

История

- Производная - одно из фундаментальных понятий математики. Оно возникло в XVII веке в связи с необходимостью решения ряда задач из физики, механики и математики, но в первую очередь следующих двух: определение скорости прямолинейного движения и построения касательной к прямой.
- В частности, используя методы дифференциального исчисления, ученые предсказали возвращение кометы Галлея, что было большим триумфом науки XVIII в. С помощью тех же методов математики изучали в XVII и XVIII вв. различные кривые.

История



Понятие о производной

- **Производная** (функции в точке) — основное понятие дифференциального исчисления, характеризующее скорость изменения функции (в данной точке).
- Производной функции f в точке x_0 называется число, к которому стремится разностное отношение

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}.$$

  при Δx, стремящемся к нулю
- Процесс вычисления производной называется ***дифференцированием***. Обратный процесс — нахождение первообразной — ***интегрирование***.

Определение производной

- Пример1

Найти производную функции $f(x)=x^3$ в точке x_0 .

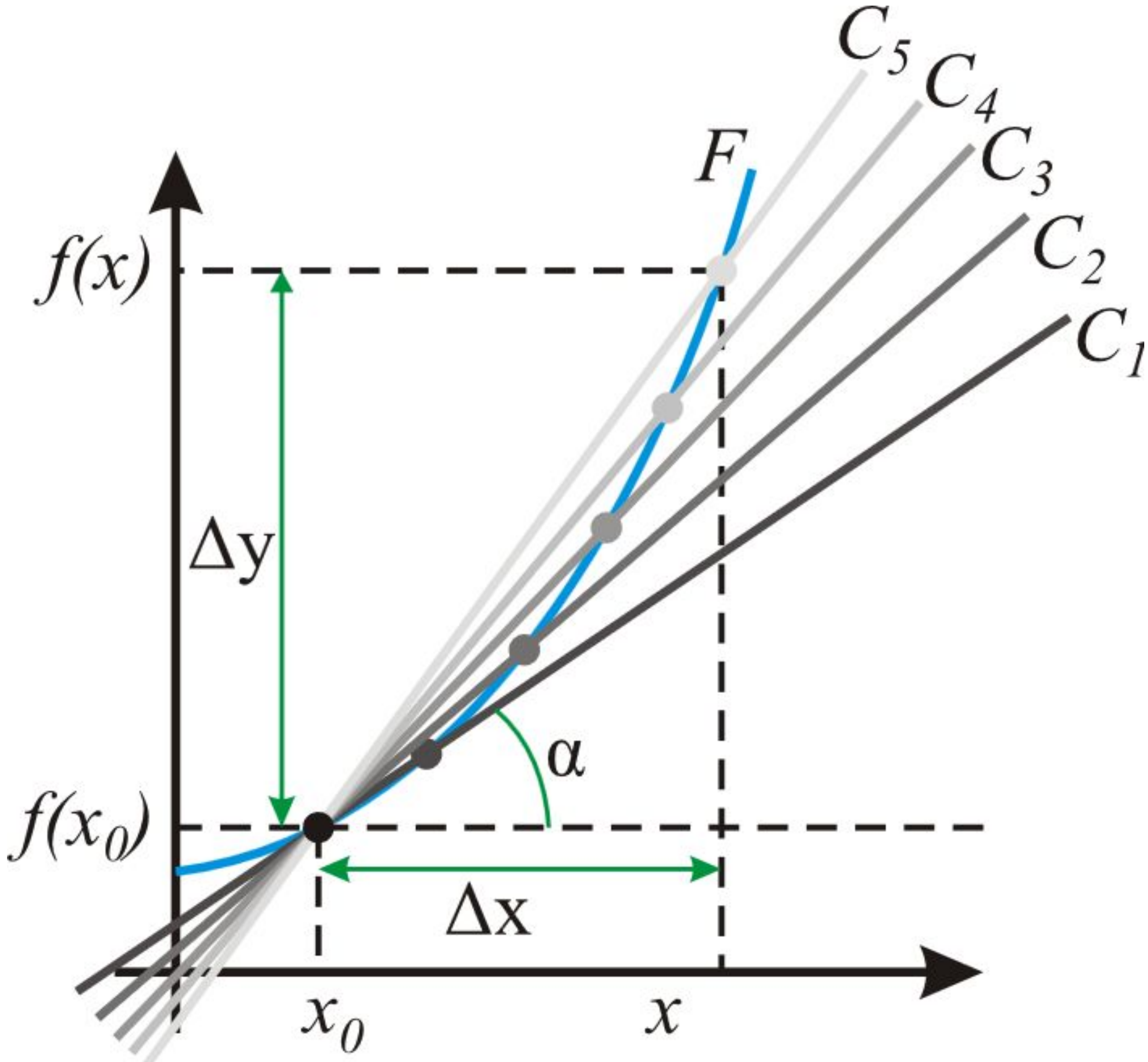
1) $\Delta f = (x_0+ \Delta x)^3-x_0{}^3 = 3x_0{}^2\Delta x + 3x_0(\Delta x)^2 +(\Delta x)^3$

2) $\Delta f/ \Delta x = 3x_0{}^2 + 3x_0\Delta x + (\Delta x)^2 ;(\Delta x \neq 0)$.

3) $3x_0{}^2$ постояно, а при $\Delta x \to 0$,

$3x_0 \Delta x \to 0$ и $(\Delta x)^2 \to 0 \Rightarrow 3x_0 \Delta x + (\Delta x)^2 \to 0$;

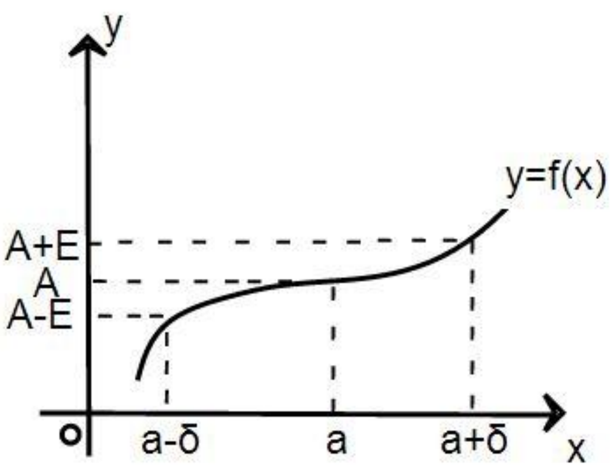
$\Delta f/ \Delta x \to 3x_0{}^2$ при $\Delta x \to 0 \Rightarrow f'(x_0)= 3x_0{}^2$



C5
C4
C3
C2
C1
F
f(x)
Δy
α
f(x0)
Δx
x0
x

предел

- **Преде́л фу́нкции** (предельное значение **функции**) в заданной точке, предельной для области определения **функции**, — такая величина, к которой стремится значение рассматриваемой **функции** при стремлении ее аргумента к данной точке



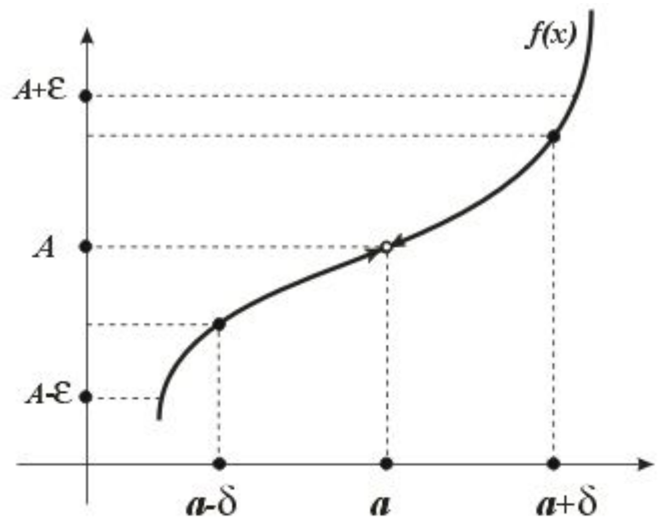


Рис. 14

предел

$$\lim_{n\to\infty}(cx_n) = c\lim_{n\to\infty} x_n \qquad (c \text{ – число});$$

$$\lim_{n\to\infty}(x_n \pm y_n) = \lim_{n\to\infty} x_n \pm \lim_{n\to\infty} y_n;$$

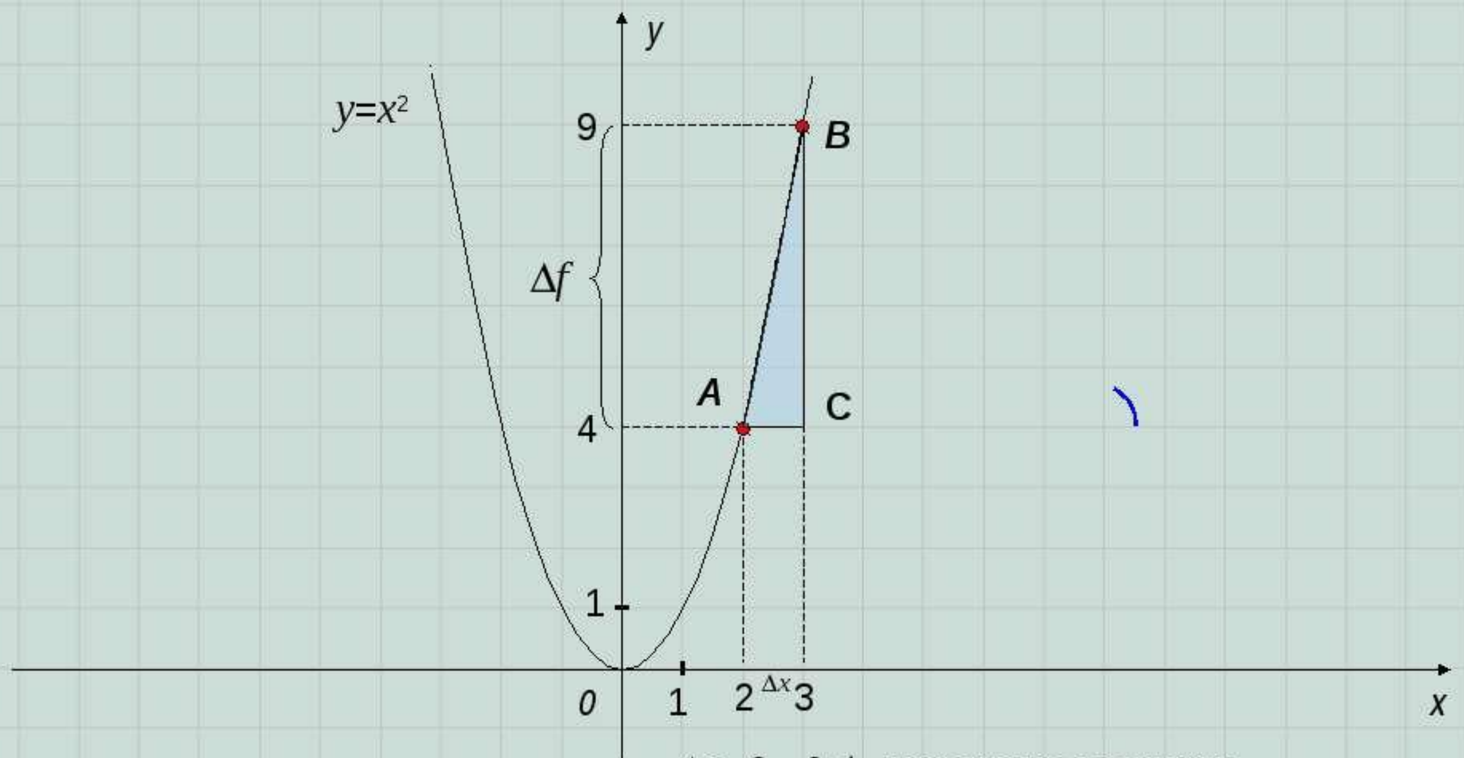
$$\lim_{n\to\infty}(x_n \cdot y_n) = \lim_{n\to\infty} x_n \cdot \lim_{n\to\infty} y_n;$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{x_n}{y_n} = \frac{\lim\limits_{n\to\infty} x_n}{\lim\limits_{n\to\infty} y_n} \quad \text{при} \quad \lim_{n\to\infty} y_n \neq 0;$$

$$\lim_{n\to\infty} x_n \leqslant \lim_{n\to\infty} y_n \quad \text{при} \quad x_n \leqslant y_n.$$

Примеры и задачи по теме предел функции

Определение производной через понятие предела



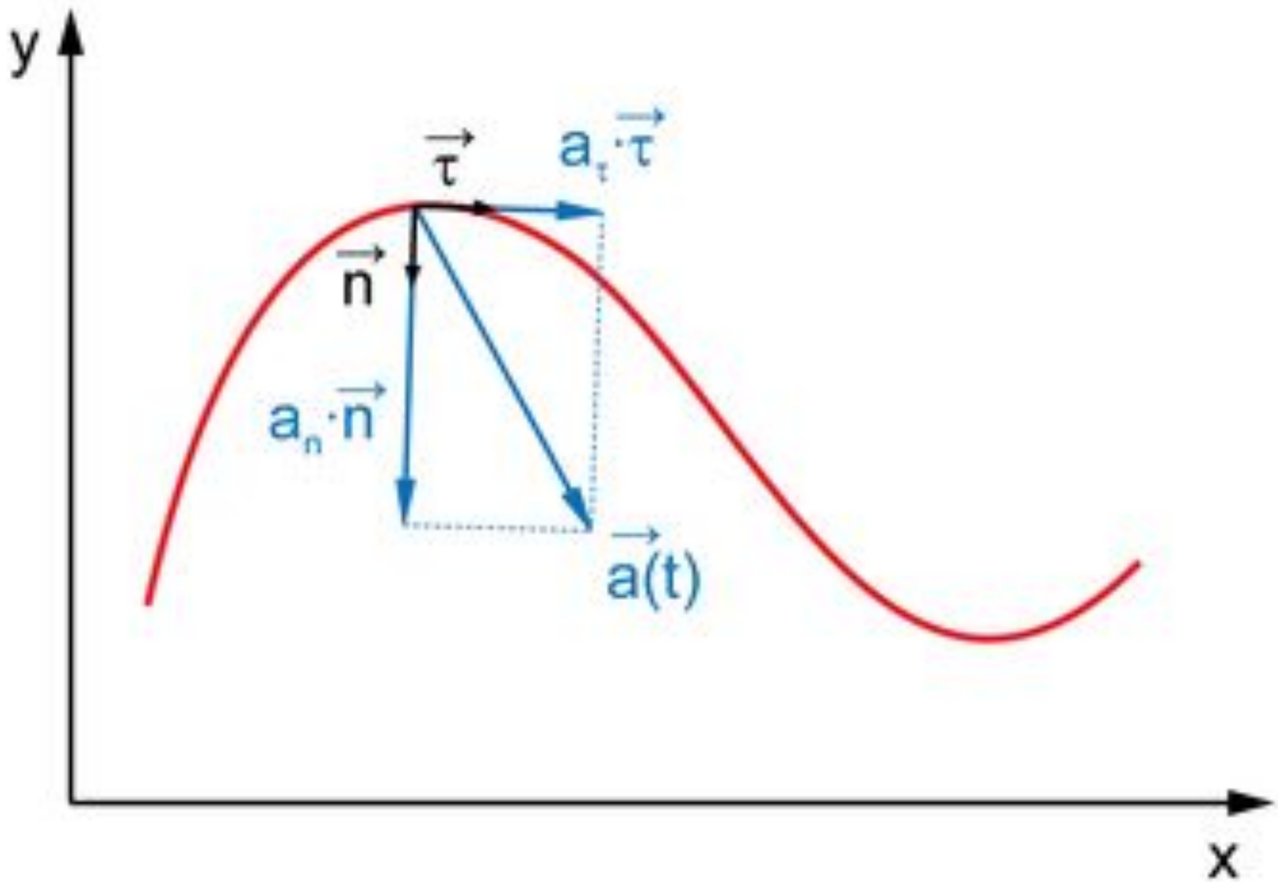
$\Delta x = 3 - 2 = 1$ – *приращение аргумента;*

$\Delta f = 9 - 4 = 5$ – *приращение функции;*

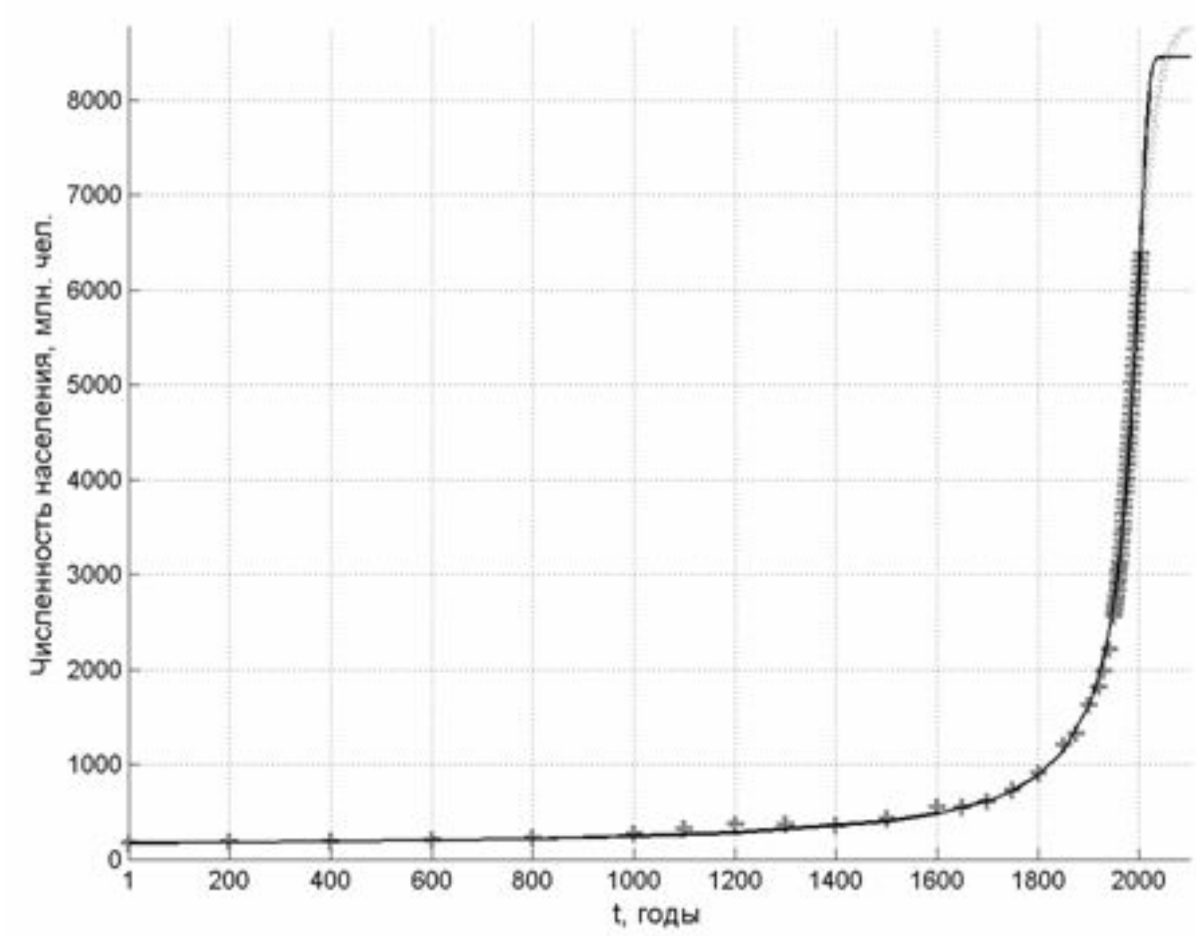
$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{5}{1} = 5 = tg\angle A$$ – средняя скорость изменения функции

Применение в жизни

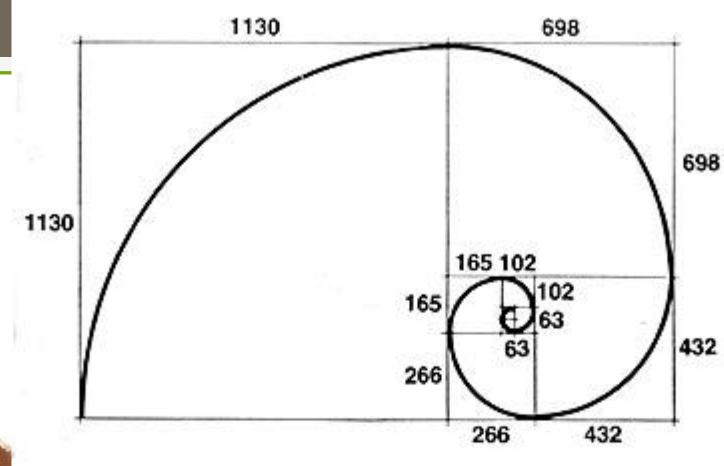
- Физика: Скорость, ускорение и др.



- Изменение численности населения Земли



- Золотое сечение



Примеры

задачи