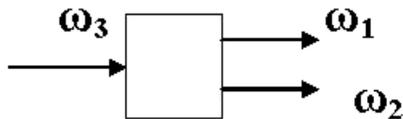


## ЛЕКЦИЯ 3

### Параметрический распад

Рассмотрим задачу, обратную той, которую мы рассмотрели на последней лекции: распад одного кванта на два (вместо суммирования).



Опять рассматриваем процесс трехволнового взаимодействия в средах с квадратичной нелинейностью. На входе мы имеем волну на частоте  $\omega_3$ , а на выходе две волны на частотах  $\omega_1$  и  $\omega_2$ . Мы хотим, чтобы один квант с большей энергией дал два кванта с меньшей энергией. Так как эта задача является обратной к задаче о генерации суммарной частоты, то мы можем пользоваться выше выведенными условиями эффективного взаимодействия, укороченными уравнениями, методами решения. Нужно только изменить граничные условия. Поэтому решим эту задачу при несколько других условиях, а именно в условиях неточного пространственного синхронизма:

$$\omega_3 = \omega_2 + \omega_1 \quad (1-3)$$

$k_3 - k_2 - k_1 = \delta k$  - пространственная расстройка при коллинеарном взаимодействии.

Укороченные уравнения при тех же самых приближениях имеют вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon_1}{\partial z} &= -i\gamma \frac{\omega_1}{n(\omega_1)} \varepsilon_3 \varepsilon_2^* e^{(i\delta kz)} & \frac{\partial \varepsilon_2}{\partial z} &= -i\gamma \frac{\omega_2}{n(\omega_2)} \varepsilon_3 \varepsilon_1^* e^{(i\delta kz)} \\ \frac{\partial \varepsilon_3}{\partial z} &= -i\gamma \frac{\omega_3}{n(\omega_3)} \varepsilon_1 \varepsilon_2 e^{(-i\delta kz)} & & \end{aligned} \quad (2-3)$$

Решать эту систему будем в приближении сильной падающей волны. Т.

е.  $\frac{\varepsilon_1(0)}{\varepsilon_3(0)} \ll 1, \frac{\varepsilon_2(0)}{\varepsilon_3(0)} \ll 1 \Rightarrow \varepsilon_3 = \text{const}$ , и тогда третье уравнение в

системе можно отбросить.

Решим полученную систему 2 линейных дифференциальных уравнений первого порядка. Сделаем замену:

$$\varepsilon_i = c_i e^{is z}$$

Решая характеристическое уравнение для параметра S получим его корни

$$s_i = \frac{1}{2}(\delta k \pm ig), g = (g_0^2 - (\delta k)^2)^{\frac{1}{2}} \quad (3-3)$$

Где

$$g_0^2 = \frac{4\omega_1^2 \omega_2^2}{c^2 k_1 k_2} \gamma^2 \varepsilon_3^2$$

$g$  - характеризует нелинейность.

При  $g_0 > \delta k$  имеем экспоненциальное возрастание (мнимый параметр  $g$ ).

Для того, чтобы решить задачу полностью нужно найти коэффициенты  $C_{ij}$  с помощью самих уравнений и граничных условий.

**Задача 1 -3.** Решить задачу параметрического распада при заданных значениях амплитуд исходной световой волны и волн (затравок) распада.

Если теперь учесть истощение сильной волны, то получим систему 3-х нелинейных дифференциальных уравнений, аналогичную системе уравнений в задаче о генерации суммарной частоты.

Следуя тому же пути решения, что в задаче о генерации суммарной гармоники при точном синхронизме (делая аналогичные замены), получим:

$$U_2^2(\xi) = (U_2^2(0) - U_1^2(0)) \operatorname{sn}^2 \left[ i \sqrt{U_3^2(0) + U_2^2(0)} \xi + \operatorname{sn}^{-1} \left( i \frac{U_2(0)}{\sqrt{U_1^2(0) - U_2^2(0)}}, d \right), d \right]$$

$$d^2 = (U_2^2(0) - U_1^2(0)) / (U_2^2(0) + U_3^2(0)) = \text{const}$$

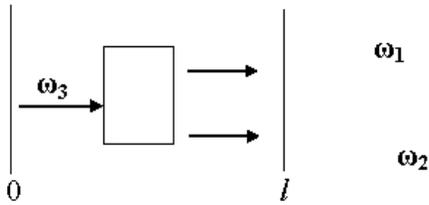
Если  $U_2(0) \neq 0, U_1(0) = 0$  (или наоборот), то это решение переходит в решение задачи о генерации разностной частоты.

Характерные величины: при  $I_3 = 2,5 \text{ МВт/см}^2$  и  $\delta k = 0$   $g \sim 0,9 \text{ см}^{-1}$  в кристалле  $\text{LiNbO}_3$  т. е. величина усиления волн распада небольшая.

Поэтому, для увеличения эффекта нужно перейти от усилителя к генератору.

## ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ ГЕНЕРАТОРЫ СВЕТА

Для получения генерации используют резонаторы с зеркалами на волны с частотами  $\omega_1$  и  $\omega_2$ . Это - двухрезонаторный параметрический генератор света (ПГС). Если резонатор с зеркалами на одну из волн, то это однорезонаторный ПГС.



При использовании зеркал в резонаторе появляются дополнительные граничные условия (на зеркалах или в пересчёте на торцах нелинейного элемента):

$$k_j = \frac{\omega_j}{c} n(\omega_j) = \frac{m\pi + \Phi}{l}$$
, где  $l$  - длина резонатора (равна длине самого кристалла, если зеркала на его торцах), а  $\Phi$  - фазовый набег, получающийся на границе кристалла, а также при отражении о зеркал.

Для описания ПГС можно пользоваться уравнениями для параметрического распада, которые мы писали ранее. Однако теперь мы уже не можем пользоваться приближением медленно изменяющихся амплитуд во времени – свет много раз проходит через нелинейную среду. Следовательно, в укороченных уравнениях следует произвести замену:

$$\frac{\partial}{\partial z} \rightarrow \left( \frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t} \pm \frac{\partial}{\partial z} \right)$$
, знак выбирается в зависимости от того, в какую сторону бежит волна. Поскольку есть резонатор для одной или двух волн распада, то для них надо учесть двойной пробег по нелинейной среде. Если есть отражение и для накачки  $E_3$ , то для неё тоже надо учесть 2 прохода, преобразование за счёт нелинейного взаимодействия идёт за оба прохода. Если нет отражения накачки, то преобразование за 1 проход.

$$\begin{aligned} \frac{1}{v} \frac{\partial \varepsilon_1^\pm}{\partial t} \pm \frac{\partial \varepsilon_1^\pm}{\partial z} &= -i\gamma_1 \frac{\omega_1}{n(\omega_1)} \varepsilon_2^* \varepsilon_3 e^{i\delta\omega t - i\delta k z}, & \frac{1}{v} \frac{\partial \varepsilon_2^\pm}{\partial t} \pm \frac{\partial \varepsilon_2^\pm}{\partial z} &= -i\gamma_1 \frac{\omega_1}{n(\omega_1)} \varepsilon_1^* \varepsilon_3 e^{i\delta\omega t - i\delta k z}, \\ \frac{1}{v} \frac{\partial \varepsilon_3^\pm}{\partial t} \pm \frac{\partial \varepsilon_3^\pm}{\partial z} &= -i\gamma_1 \frac{\omega_1}{n(\omega_1)} \varepsilon_1 \varepsilon_2 e^{-i\delta\omega t + i\delta k z} \end{aligned} \quad (4-3)$$

В этой системе уравнений учтена также расстройка частот  $\delta\omega = \omega_3 - \omega_2 - \omega_1$  и волновая расстройка  $\delta k = k_3 - k_2 - k_1$ .

Для ПГС наличие частотной и волновой расстройки имеет особое значение, поскольку есть резонатор, а значит и собственный продольные моды. Эти продольные моды накладывают ограничение на выполнение условий синхронизма трёхволнового взаимодействия.

Чаще всего нет обратного прохода для волны накачки (исходной сильной волны). Поэтому для неё уравнение только на первом проходе, а взаимодействия волн распада с ней на обратном проходе нет.

Как правило, мощность и интенсивность волны накачки  $I_3$  – ограничена разными факторами (например, условием пробоя поверхностей нелинейного элемента). Поэтому для повышения эффективности преобразования желательно иметь много проходов в резонаторе. При этом, однако, надо иметь в виду ограниченность импульса накачки во времени.

Рассмотрим сначала задачу в приближении заданной амплитуды сильной входной волны (то есть пренебрежём её истощением). Тогда получим систему 2-х линейных дифференциальных уравнений в частных производных, которую по-прежнему довольно сложно анализировать.

Для упрощения анализа используют различные приближения. В частности, если преобразование (усиление и потери) энергии для волн распада мало за один проход, то можно пренебречь изменениями амплитуд волн распада по  $z$  (то есть считать, что внутри резонатора - стоячая волна). Тогда решение для волн 1 и 2 можно найти в виде стоячих волн:

$$\varepsilon_{1,2} = \varepsilon_{1,2}^+ + \varepsilon_{1,2}^- = A_{1,2}(t) \sin(k_{1,2}z) e^{(i\omega_{1,2}t)} \quad (5-3)$$

Это решение учитывает оба прохода для волн 1 и 2.

Уравнения для амплитуд стоячих световых волн после укорочения в новых переменных будут выглядеть следующим образом:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \Gamma_1\right) A_1 = \frac{i}{2} \omega_1 \frac{c}{n^2(\omega_1)} \gamma A_3 A_2^* \frac{\sin\left(\frac{\delta kl}{2}\right) e^{-\frac{i\delta kl}{2} + i\delta\omega t}}{\frac{\delta kl}{2}} \quad (6-3)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \Gamma_2\right) A_2 = \frac{i}{2} \omega_2 \frac{c}{n^2(\omega_2)} \gamma A_3 A_1^* \frac{\sin\left(\frac{\delta kl}{2}\right) e^{-\frac{i\delta kl}{2} + i\delta\omega t}}{\frac{\delta kl}{2}}$$

$\Gamma_{1,2} = \frac{c}{2n(\omega_{1,2})} \left( \alpha_{1,2} - \frac{1}{l} \ln R_{1,2} \right)$ , где  $\alpha$  - коэффициент затухания, обусловленного поглощением; а  $R$  - потери при отражении.

Наиболее просто эту систему решать, когда  $\Gamma_1 = \Gamma_2$ .

В этом случае решение можно найти с помощью подстановки:

$$\varepsilon_1 = (D_{11} e^{S_+ t} + D_{12} e^{S_- t}) e^{-i\delta\alpha t/2}$$

$$\varepsilon_2 = (D_{21} e^{S_+ t} + D_{22} e^{S_- t}) e^{-i\delta\alpha t/2}$$

Каноническое решение характеристического уравнения даёт:

$$S_{\pm} = \frac{1}{2}(-\Gamma \pm G), \quad G = (G_0^2 - (\delta\omega)^2)^{\frac{1}{2}}, \quad G_0^2 = \frac{\omega_1\omega_2}{n(\omega_1)^2 n(\omega_2)^2} \frac{\sin^2\left(\frac{\delta kl}{2}\right)}{\left(\frac{\delta kl}{2}\right)^2}$$

**Задача 2- 3.** Решить задачу о двухрезонаторном ПГС в приближении заданной амплитуды сильной волны.

Таким образом, отстройка частоты  $\delta\omega$  и потери на зеркалах (и в объёме) обеспечивают наличие физического порога генерации.

Общее выражение для порогового инкремента (в отсутствие частотной и волновой расстройку) можно записать в следующем виде:

$$ch(G_{th}nl / 2c) = 1 + \frac{(1-R_1)(1-R_2)}{R_1 + R_2}, \quad (7-3)$$

для малого аргумента  $ch$  можно получить следующую оценку:

$$(G_{th}nl / 2c)^2 \approx \frac{(1-R_1)(1-R_2)}{R_1 + R_2}, \quad (8-3)$$

Оценка порога в виде (8-3) справедлива как для однорезонаторного, так и для двухрезонаторного ПГС. Для однорезонаторного ПГС  $R_1=0$ . Сравнивая пороги однорезонаторного и двухрезонаторного ПГС, получим:

$$\frac{(G_{th}^2)_{одн}}{(G_{th}^2)_{двух}} \approx \frac{R_1 + R_2}{(1-R_1)R_2}. \quad (9-3)$$

При  $R_1 \rightarrow 0,98; R_2 \rightarrow 1 \Rightarrow (G_0^2)_{одн} = 100(G_0^2)_{двух}$ .

В реальных экспериментах  $R_1=R_2=0.98$ , В  $LiNbO_3$  пороговое значение интенсивности света  $I_3 = 2,2 \text{ кВт / см}^2$ . Это - очень низкий порог.

Проблема двухрезонаторных ПГС – нестабильность частоты генерации, которая обусловлена изменениями параметров системы.

Пусть изменяется длина резонатора -  $l$ . При этом происходит уход частоты. Выражение для ухода частоты при изменении длины резонатора на  $\delta l$  может быть записано в следующем виде

$$\delta\omega = \left(\frac{\delta l}{l}\right) \left(\omega_3 \frac{n(\omega_2)}{n(\omega_2) - n(\omega_1)} - \omega_1\right) \approx \left(\frac{\delta l}{l}\right) \omega_3 \frac{n(\omega_2)}{n(\omega_2) - n(\omega_1)}; \quad (10-3)$$

**Задача 3-3:** Получить выражение для отстройки  $\delta\omega$  в двухрезонаторном ПГС в зависимости от параметра изменения длины резонатора  $\delta l$ .

Нестабильность частоты сильно ограничивает возможные приложения ПГС. Поэтому используются часто однорезонаторные ПГС. В этом случае параметрическое усиление происходит только для одной волны и изменение длины резонатора на  $\delta l$  вызывает изменение частоты

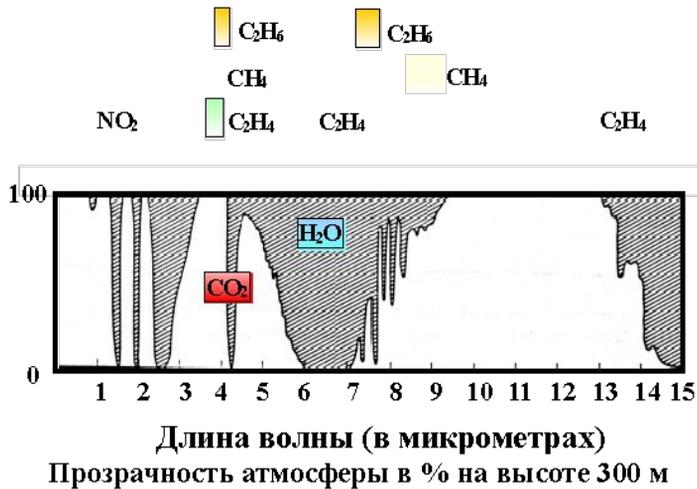
$\delta\omega = \omega_3 \left(\frac{\delta l}{l}\right)$ , что значительно меньше, чем в двухрезонаторном ПГС (т.к.  $\frac{n(\omega_2)}{n(\omega_2) - n(\omega_1)}$  - большая величина  $\sim 100$ ).

Однако, пороговая мощность однорезонаторного ПГС возрастает:

**Задача 4-3.** Рассмотреть однорезонаторный ПГС в приближении заданной интенсивности накачки (основные уравнения и их приближённое решение).

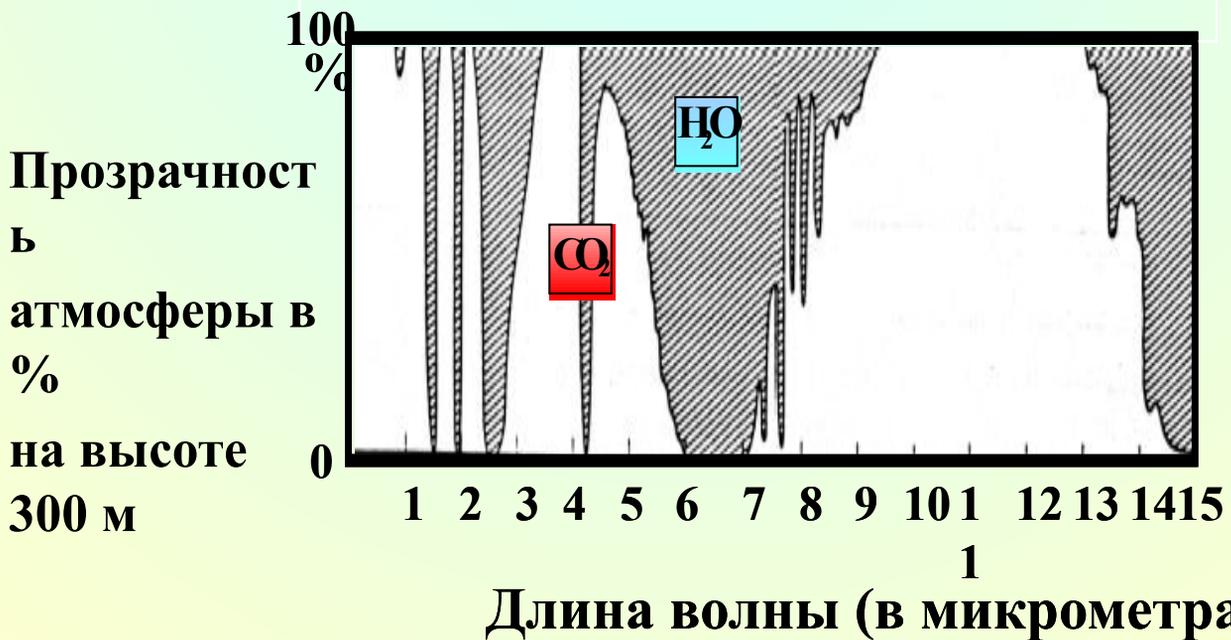
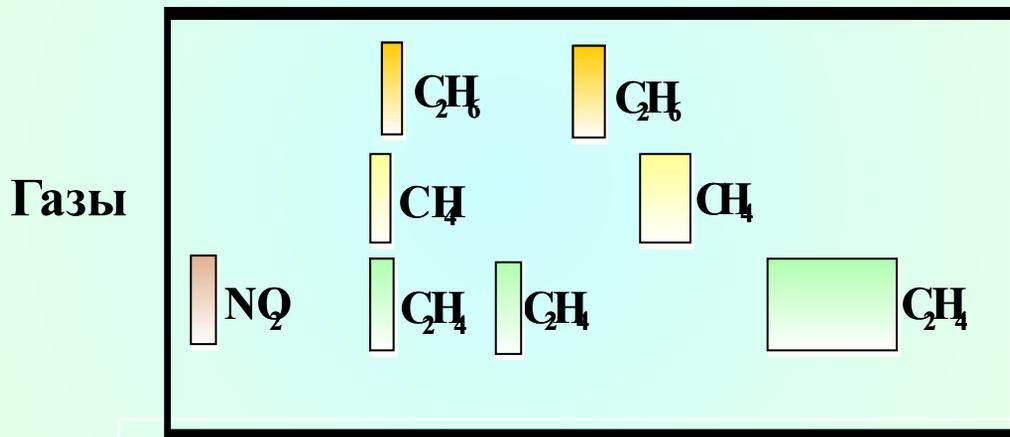
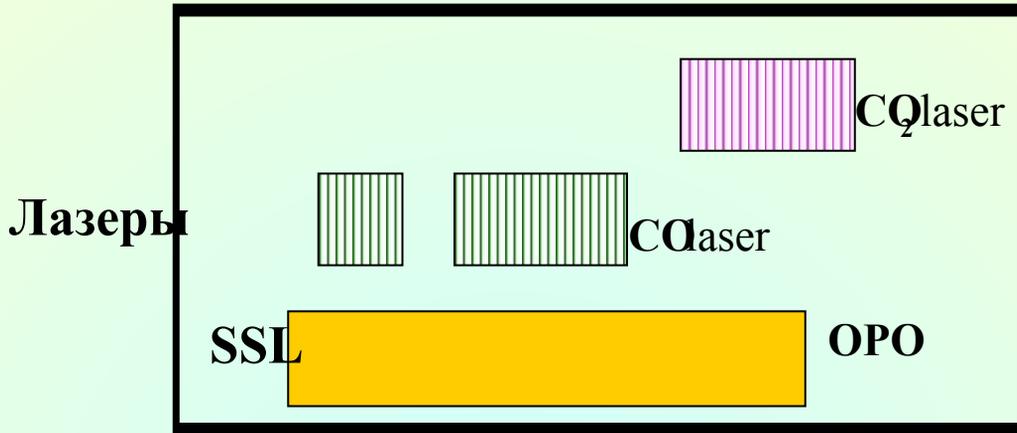
# ПРИМЕНЕНИЯ ПГС

Поскольку длины волн лазерной генерации ограничены линиями переходов резонансных сред, то ПГС открывают возможности создание источников излучения в тех диапазонах, где прямая лазерная генерация затруднена. Например, в среднем инфракрасном диапазоне.

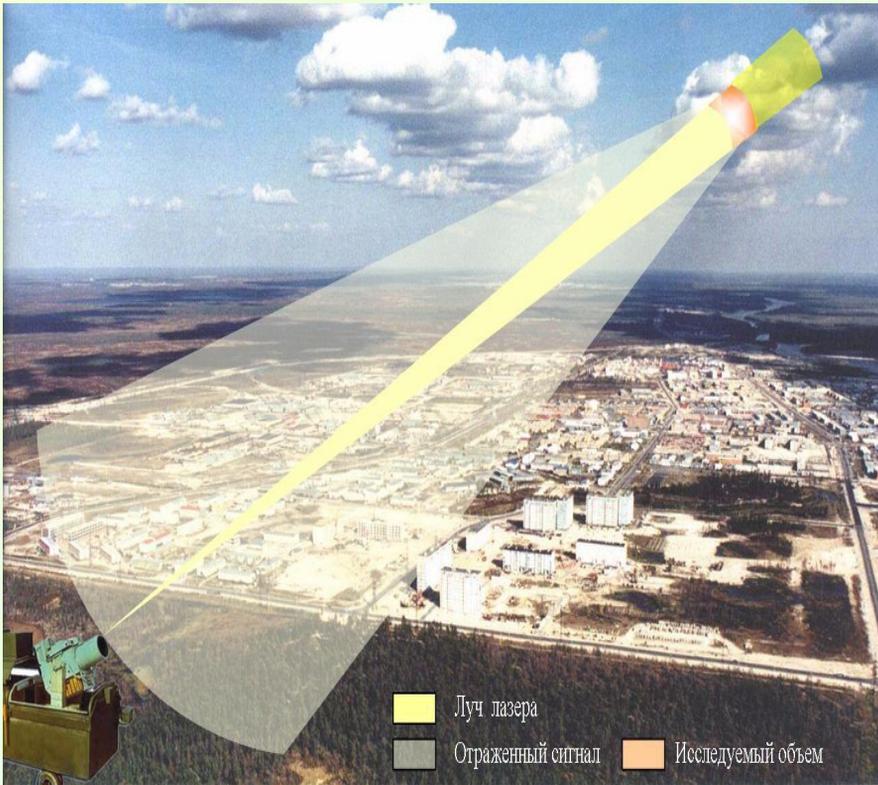


# Передача информации в атмосфере.

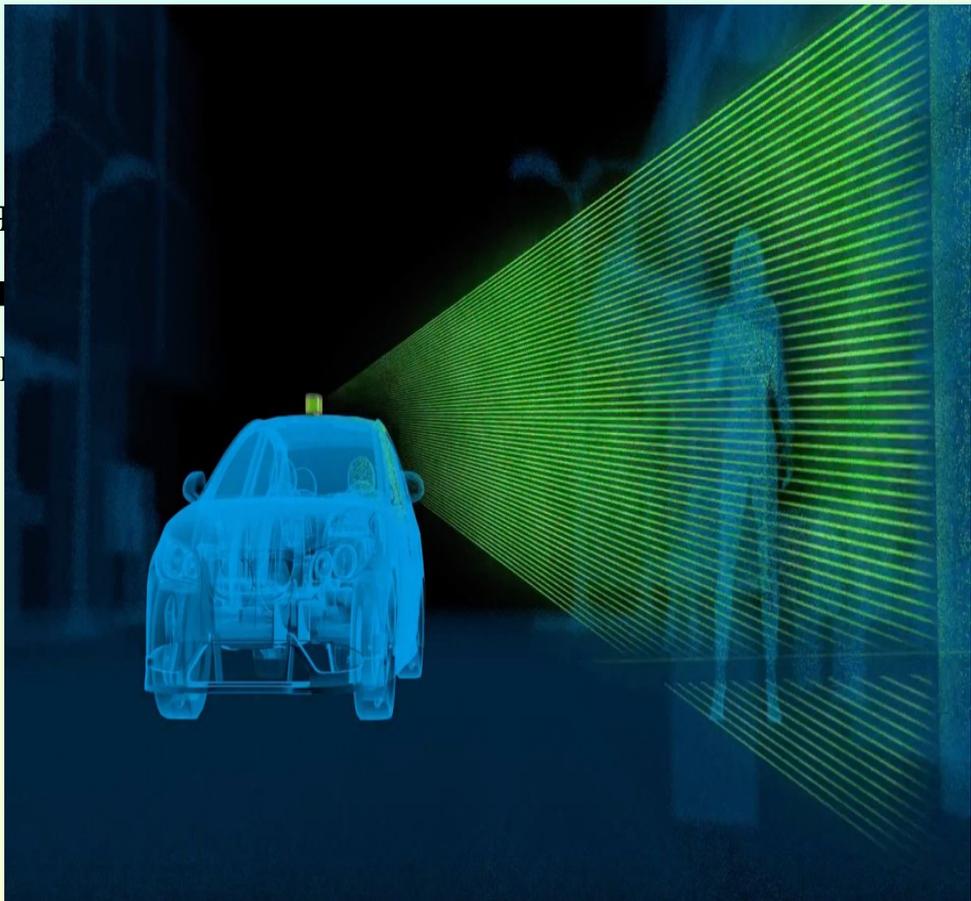
## Окна прозрачности атмосферы



# ЛИДАРЫ



Лидары для беспилотных автомобилей





Подготовка и запуск "Стингера".

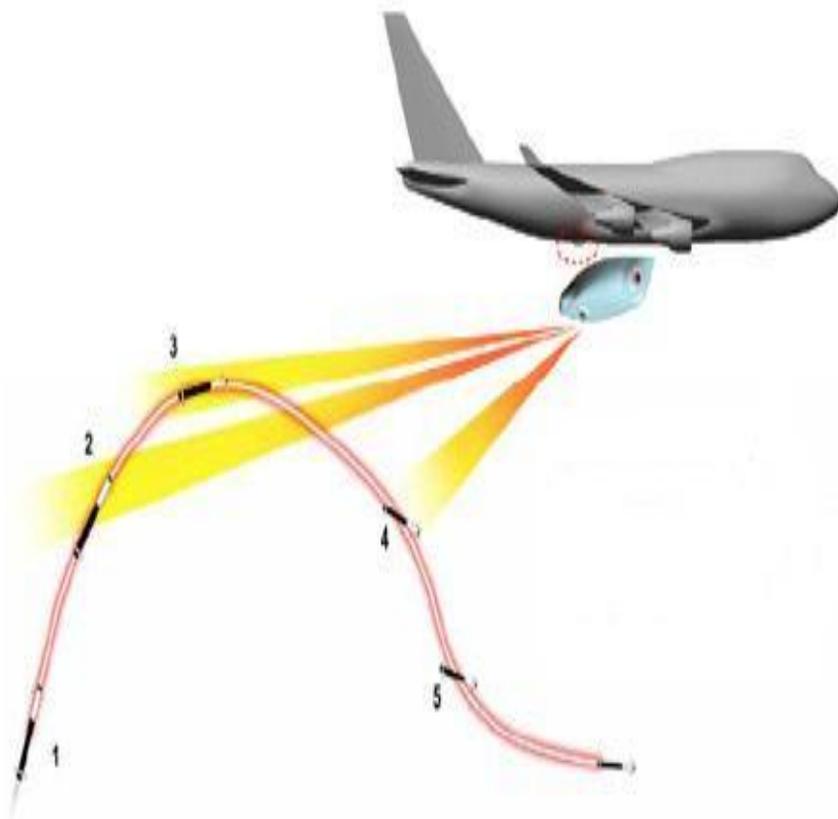
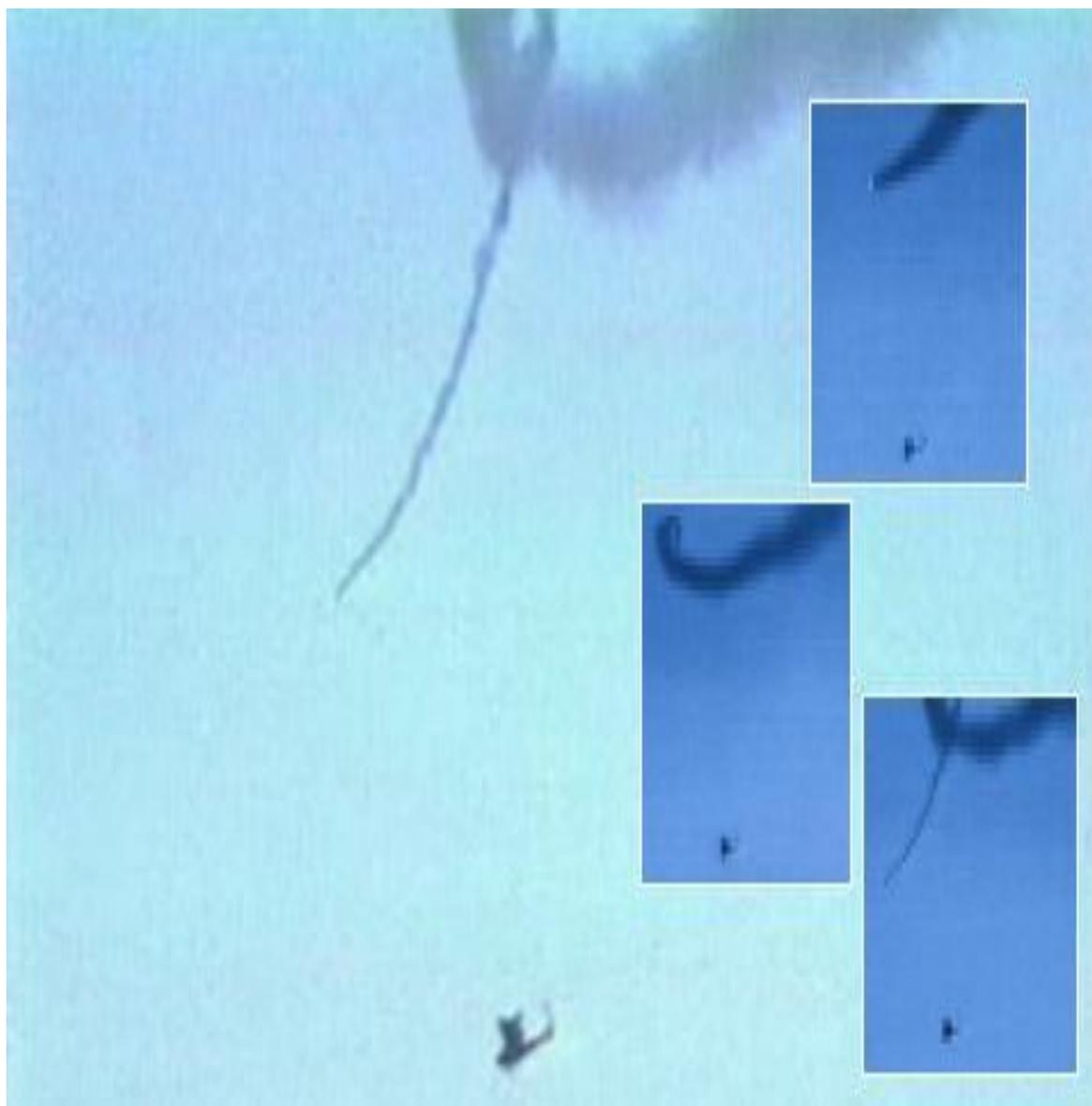


Схема работы системы. 1 – Guardian обнаруживает старт ракеты своими датчиками и начинает отслеживание полёта, 2 – цель захвачена в искатель системы наведения лазера, который включается и начинает сопровождать ракету, 3 – ГСН ракеты ослеплена, 4 – ГСН теряет самолёт, 5 – ракета уходит в сторону, атака остановлена.



Принципы и схемные решения, заложенные в гражданский Guardian, неоднократно проходили проверку на полигонах, а также в боевых условиях для самолётов и вертолётов ВВС США (на врезке — противодействие этой системе реальному пуску ракеты).