

# Основы программирования

## Лабораторная работа №13

Рекурсия - 2

Власенко О.Ф.

# Факториал – рекурсивная реализация

## Рекуррентная формула

Факториал может быть задан следующей рекуррентной формулой:

$$n! = \begin{cases} 1 & n = 0, \\ n \cdot (n - 1)! & n > 0. \end{cases}$$

```
long fuct2(int n) {  
    if (n == 0) {  
        return 1;  
    }  
  
    long res = fuct2(n - 1) * n;  
    return res;  
}  
  
void main() {  
    int n = 4;  
    long f = fuct2(n);  
  
    printf("%d! = %ld", n, f);  
}
```

# Факториал – трассировка

```
long fuct2(int n) {  
    if (n == 0) {  
        return 1;  
    }  
    long res = fuct2(n - 1) * n;  
    return res;  
}
```

```
void main() {  
    int n = 4;  
    long f = fuct2(n);  
    printf("%d! = %ld", n, f);  
}
```

main():        f = fuct2(4)

---

**РЕКУРСИВНЫЙ СПУСК**

# Факториал – трассировка

```
long fuct2(int n) {  
    if (n == 0) {  
        return 1;  
    }  
    long res = fuct2(n - 1) * n;  
    return res;  
}
```

```
void main() {  
    int n = 4;  
    long f = fuct2(n);  
    printf("%d! = %ld", n, f);  
}
```

main():        f = fuct2(4)

---

fuct2(4):      n = 4  
              res = fuct2(3)\*4

---

**РЕКУРСИВНЫЙ СПУСК**

# Факториал – трассировка

```
long fuct2(int n) {  
    if (n == 0) {  
        return 1;  
    }  
    long res = fuct2(n - 1) * n;  
    return res;  
}
```

```
void main() {  
    int n = 4;  
    long f = fuct2(n);  
    printf("%d! = %ld", n, f);  
}
```

main():        f = fuct2(4)

---

fuct2(4):      n = 4  
              res = fuct2(3)\*4

---

fuct2(3):      n = 3  
              res = fuct2(2)\*3

---

**РЕКУРСИВНЫЙ СПУСК**

# Факториал – трассировка

```
long fuct2(int n) {  
    if (n == 0) {  
        return 1;  
    }  
    long res = fuct2(n - 1) * n;  
    return res;  
}
```

```
void main() {  
    int n = 4;  
    long f = fuct2(n);  
    printf("%d! = %ld", n, f);  
}
```

main():        f = fuct2(4)

---

fuct2(4):      n = 4  
              res = fuct2(3)\*4

---

fuct2(3):      n = 3  
              res = fuct2(2)\*3

---

fuct2(2):      n = 2  
              res = fuct2(1)\*2

---

**РЕКУРСИВНЫЙ СПУСК**

# Факториал – трассировка

```
long fuct2(int n) {  
    if (n == 0) {  
        return 1;  
    }  
    long res = fuct2(n - 1) * n;  
    return res;  
}
```

```
void main() {  
    int n = 4;  
    long f = fuct2(n);  
    printf("%d! = %ld", n, f);  
}
```

main():        f = fuct2(4)

---

fuct2(4):      n = 4  
              res = fuct2(3)\*4

---

fuct2(3):      n = 3  
              res = fuct2(2)\*3

---

fuct2(2):      n = 2  
              res = fuct2(1)\*2

---

fuct2(1):      n = 1  
              res = fuct2(0)\*1

---

**РЕКУРСИВНЫЙ СПУСК**

# Факториал – трассировка

```
long fuct2(int n) {  
    if (n == 0) {  
        return 1;  
    }  
    long res = fuct2(n - 1) * n;  
    return res;  
}
```

```
void main() {  
    int n = 4;  
    long f = fuct2(n);  
    printf("%d! = %ld", n, f);  
}
```

main():        f = fuct2(4)

---

fuct2(4):      n = 4  
              res = fuct2(3)\*4

---

fuct2(3):      n = 3  
              res = fuct2(2)\*3

---

fuct2(2):      n = 2  
              res = fuct2(1)\*2

---

fuct2(1):      n = 1  
              res = fuct2(0)\*1

---

fuct2(0):      n = 0

**РЕКУРСИВНЫЙ СПУСК**



# Факториал – трассировка

```
long fuct2(int n) {  
    if (n == 0) {  
        return 1;  
    }  
    long res = fuct2(n - 1) * n;  
    return res;  
}
```

```
void main() {  
    int n = 4;  
    long f = fuct2(n);  
    printf("%d! = %ld", n, f);  
}
```

main():        f = fuct2(4)

-----  
fuct2(4):       n = 4  
              res = fuct2(3)\*4

-----  
fuct2(3):       n = 3  
              res = fuct2(2)\*3

-----  
fuct2(2):       n = 2  
              res = fuct2(1)\*2

-----  
fuct2(1):       n = 1  
              res = fuct2(0)\*1

-----  
fuct2(0):       n = 0

**РЕКУРСИВНЫЙ СПУСК**

**РЕКУРСИВНЫЙ ВОЗВРАТ**

# Факториал – трассировка

```
long fuct2(int n) {  
    if (n == 0) {  
        return 1;  
    }  
    long res = fuct2(n - 1) * n;  
    return res;  
}
```

```
void main() {  
    int n = 4;  
    long f = fuct2(n);  
    printf("%d! = %ld", n, f);  
}
```

main():        f = fuct2(4)

-----  
fuct2(4):      n = 4  
              res = fuct2(3)\*4

-----  
fuct2(3):      n = 3  
              res = fuct2(2)\*3

-----  
fuct2(2):      n = 2  
              res = fuct2(1)\*2

-----  
fuct2(1):      n = 1  
              res = fuct2(0)\*1

-----  
fuct2(0):      n = 0

**РЕКУРСИВНЫЙ СПУСК**

return 1

**РЕКУРСИВНЫЙ ВОЗВРАТ**

# Факториал – трассировка

```
long fuct2(int n) {  
    if (n == 0) {  
        return 1;  
    }  
    long res = fuct2(n - 1) * n;  
    return res;  
}
```

```
void main() {  
    int n = 4;  
    long f = fuct2(n);  
    printf("%d! = %ld", n, f);  
}
```

main():      f = fuct2(4)

-----  
fuct2(4):      n = 4  
              res = fuct2(3)\*4  
-----

fuct2(3):      n = 3  
              res = fuct2(2)\*3  
-----

fuct2(2):      n = 2  
              res = fuct2(1)\*2  
-----

fuct2(1):      n = 1  
              res = fuct2(0)\*1      = 1 \* 1 = 1      return 1  
-----

fuct2(0):      n = 0  
**РЕКУРСИВНЫЙ СПУСК**

return 1  
**РЕКУРСИВНЫЙ ВОЗВРАТ**

# Факториал – трассировка

```
long fuct2(int n) {  
    if (n == 0) {  
        return 1;  
    }  
    long res = fuct2(n - 1) * n;  
    return res;  
}
```

```
void main() {  
    int n = 4;  
    long f = fuct2(n);  
    printf("%d! = %ld", n, f);  
}
```

main():      f = fuct2(4)

---

fuct2(4):      n = 4  
              res = fuct2(3)\*4

---

fuct2(3):      n = 3  
              res = fuct2(2)\*3

---

fuct2(2):      n = 2  
              res = fuct2(1)\*2      = 1 \* 2 = 2      return 2

---

fuct2(1):      n = 1  
              res = fuct2(0)\*1      = 1 \* 1 = 1      return 1

---

fuct2(0):      n = 0      return 1

---

**РЕКУРСИВНЫЙ СПУСК**

**РЕКУРСИВНЫЙ ВОЗВРАТ**

# Факториал – трассировка

```
long fuct2(int n) {  
    if (n == 0) {  
        return 1;  
    }  
    long res = fuct2(n - 1) * n;  
    return res;  
}
```

```
void main() {  
    int n = 4;  
    long f = fuct2(n);  
    printf("%d! = %ld", n, f);  
}
```

main():      f = fuct2(4)

---

fuct2(4):      n = 4  
              res = fuct2(3)\*4

---

fuct2(3):      n = 3  
              res = fuct2(2)\*3      = 2 \* 3 = 6      return 6

---

fuct2(2):      n = 2  
              res = fuct2(1)\*2      = 1 \* 2 = 2      return 2

---

fuct2(1):      n = 1  
              res = fuct2(0)\*1      = 1 \* 1 = 1      return 1

---

fuct2(0):      n = 0

---

**РЕКУРСИВНЫЙ СПУСК**

return 1

**РЕКУРСИВНЫЙ ВОЗВРАТ**

# Факториал – трассировка

```
long fuct2(int n) {  
    if (n == 0) {  
        return 1;  
    }  
    long res = fuct2(n - 1) * n;  
    return res;  
}
```

```
void main() {  
    int n = 4;  
    long f = fuct2(n);  
    printf("%d! = %ld", n, f);  
}
```

main(): f = fuct2(4)

fuct2(4): n = 4  
res = fuct2(3)\*4 = 6 \* 4 = 24 return 24

fuct2(3): n = 3  
res = fuct2(2)\*3 = 2 \* 3 = 6 return 6

fuct2(2): n = 2  
res = fuct2(1)\*2 = 1 \* 2 = 2 return 2

fuct2(1): n = 1  
res = fuct2(0)\*1 = 1 \* 1 = 1 return 1

fuct2(0): n = 0 return 1

**РЕКУРСИВНЫЙ СПУСК**

**РЕКУРСИВНЫЙ ВОЗВРАТ**

# Факториал – трассировка

```
long fuct2(int n) {  
    if (n == 0) {  
        return 1;  
    }  
    long res = fuct2(n - 1) * n;  
    return res;  
}
```

```
void main() {  
    int n = 4;  
    long f = fuct2(n);  
    printf("%d! = %ld", n, f);  
}
```

```
main():      f = fuct2(4)          = 24      printf("%d! = %ld", 4, 24);
```

---

```
fuct2(4):    n = 4  
            res = fuct2(3)*4      = 6 * 4 = 24  return 24
```

---

```
fuct2(3):    n = 3  
            res = fuct2(2)*3      = 2 * 3 = 6   return 6
```

---

```
fuct2(2):    n = 2  
            res = fuct2(1)*2      = 1 * 2 = 2   return 2
```

---

```
fuct2(1):    n = 1  
            res = fuct2(0)*1      = 1 * 1 = 1   return 1
```

---

```
fuct2(0):    n = 0  
            return 1
```

**РЕКУРСИВНЫЙ СПУСК**

**РЕКУРСИВНЫЙ ВОЗВРАТ**

# Задача 1

Собрать и отладить (т.е. заставить работать) код рекурсивного вычисления факториала.

И выполнить трассировку его для  $n=5$  используя встроенный отладчик VS



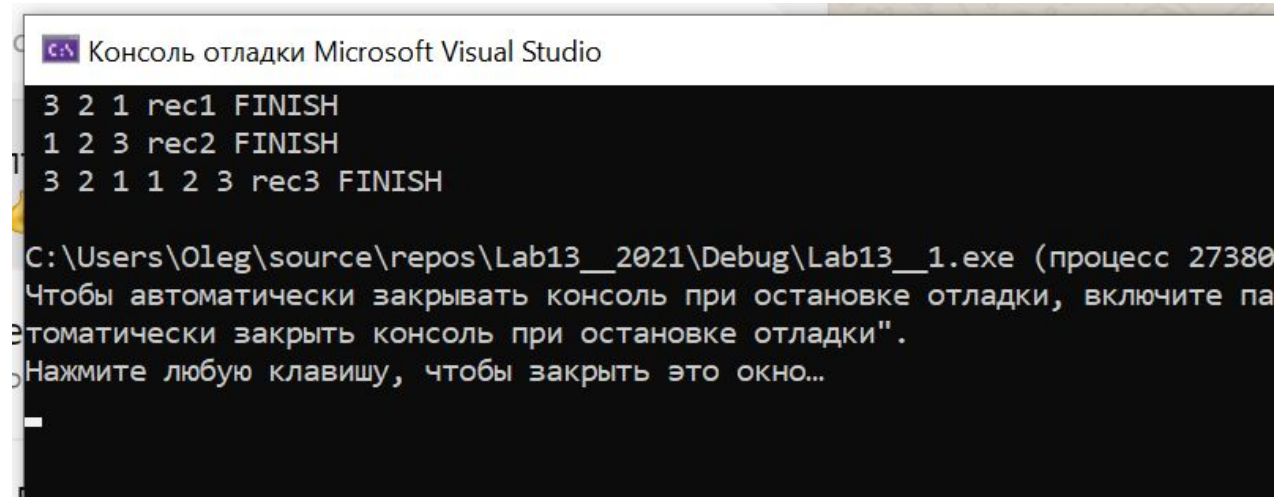
# Простейшие рекурсивные функции

```
void rec1(int n) {  
    printf(" %d", n);  
    if (n > 1) {  
        rec1(n - 1);  
    }  
}
```

```
void rec2(int n) {  
    if (n > 1) {  
        rec2(n - 1);  
    }  
    printf(" %d", n);  
}
```

```
void rec3(int n) {  
    printf(" %d", n);  
    if (n > 1) {  
        rec3(n - 1);  
    }  
    printf(" %d", n);  
}
```

```
void main() {  
    rec1(3);  
    printf(" rec1 FINISH\n");  
  
    rec2(3);  
    printf(" rec2 FINISH\n");  
  
    rec3(3);  
    printf(" rec3 FINISH\n");  
}
```



Консоль отладки Microsoft Visual Studio

```
3 2 1 rec1 FINISH  
1 2 3 rec2 FINISH  
3 2 1 1 2 3 rec3 FINISH  
  
C:\Users\Oleg\source\repos\Lab13__2021\Debug\Lab13__1.exe (процесс 27380)  
Чтобы автоматически закрывать консоль при остановке отладки, включите па  
Естественно закрыть консоль при остановке отладки".  
Нажмите любую клавишу, чтобы закрыть это окно...
```

# Задача 2

Используя простейшие рекурсивные функции с предыдущего слайда в качестве вдохновения и основы, сделайте собственные рекурсивные функции (f1(), f2(), f3()), которые выводят в консоль последовательность чисел:

## Задача 2.1.

Вызов функции: f1(11)

Формируемый вывод: 11 9 7 5 3 1

## Задача 2.2.

Вызов функции: f2(11)

Формируемый вывод: 1 3 5 7 9 11

## Задача 2.3.

Вызов функции: f3(11)

Формируемый вывод: 11 9 7 5 3 1 3 5 7 9 11

# Задача 3

Выполнить трассировку только что созданных функций

## Задача 3.1.

Выполнить трассировку для  $n=7$  используя встроенный отладчик VS. Выполнить трассировку по очереди для всех функций  $f1()$ ,  $f2()$ ,  $f3()$

## Задача 3.2.

Выполнить трассировку для  $n=7$  используя встроенный бумагу и ручку/карандаш. Выполнить трассировку по очереди для всех функций  $f1()$ ,  $f2()$ ,  $f3()$

# Задача 4\* (по мотивам ЕГЭ)

Нужно выполнить трассировку представленного кода в отладчике VS.

(Задачи, подобные этой, периодически встречаются в ЕГЭ по информатике. )

```
void recEGE1(int n) {  
    if (n >= 1) {  
        printf(" %d", n);  
        recEGE1(n - 1);  
        recEGE1(n - 1);  
    }  
}  
  
void main() {  
    recEGE1(3);  
}
```

# Задача 5\* (по мотивам ЕГЭ)

Нужно выполнить трассировку представленного кода в отладчике VS.

(Крайне желательно) выполнить ручную трассировку – на бумаге!

```
//  ЕГЭ 2017 Демо -  
//  Задача 11: Чему равна сумма напечатанных на экране чисел при выполнении вызова F(10) ?  
F1(10);
```

```
void F1(int n) {  
    if (n > 2) {  
        printf("%d\n", n);  
        F1(n - 3);  
        F1(n - 4);  
    }  
}
```

# Задача 6\* (по мотивам ЕГЭ)

Нужно выполнить трассировку представленного кода в отладчике VS.

(Крайне желательно) выполнить ручную трассировку – на бумаге!

```
//  ЕГЭ 2015 Демо -  
//  Задача 11: Чему равна сумма всех чисел, напечатанных на экране при выполнении вызова F(1)?  
F2(1);
```

```
void F2(int n)  
{  
    printf("%d\n", n);  
    if (n < 5) {  
        F2(n + 1);  
        F2(n + 3);  
    }  
}
```

# Задача 7\*\* (по мотивам ЕГЭ)

Нужно выполнить трассировку представленного кода в отладчике VS.

(желательно) выполнить ручную трассировку – на бумаге!

```
//  ЕГЭ 2016 Демо -  
//  Задача 11: записаны две рекурсивные функции : F и G.  
//  Сколько символов «звёздочка» будет напечатано на экране при выполнении вызова F(11)?  
F3(11);
```

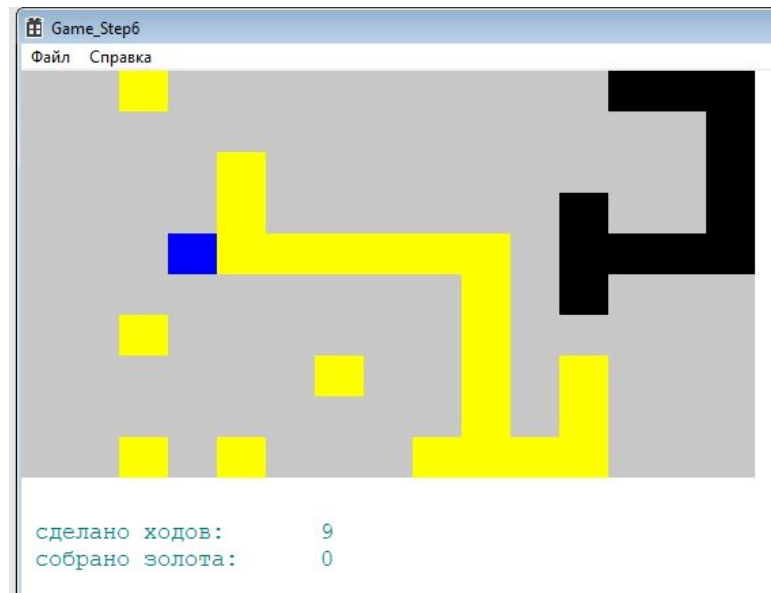
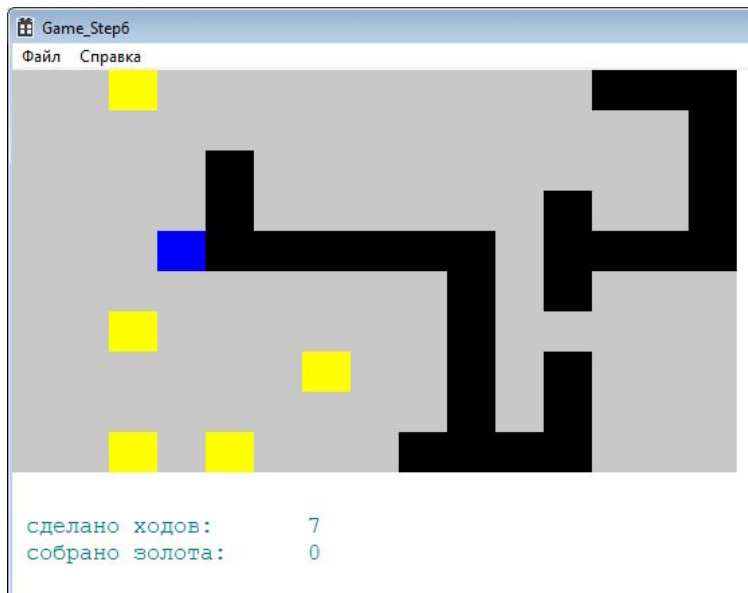
```
void G3(int n);
```

```
void F3(int n) {  
    if (n > 0)  
        G3(n - 1);  
}
```

```
void G3(int n) {  
    printf("*");  
    if (n > 1)  
        F3(n - 3);  
}
```

# Задача 8\*

В игру, реализованную в лаб работах 8, 9 и т.д. добавить «руку Мидаса» - прикосновение к стене превращают всю стену в набор золотых элементов. В золото превращаются ВСЕ ЭЛЕМЕНТЫ связанные друг с другом – в не зависимости от конфигурации стены.





# Задача 8\* (Код обслуживающий)

```
case WM_KEYDOWN:
    switch (wParam)
    {
    case 0x4d: // M - MidasHand
        midasHandToRight();
        InvalidateRect(hWnd, NULL, TRUE);
        break;

void midasHandToRight() {
    for (int i = 0; i < N; ++i) {
        for (int j = 0; j < M - 1; ++j) {
            if (a[i][j] == 3 && a[i][j + 1] == 2) {
                doMidasHand(i, j + 1);
            }
        }
    }
}
```

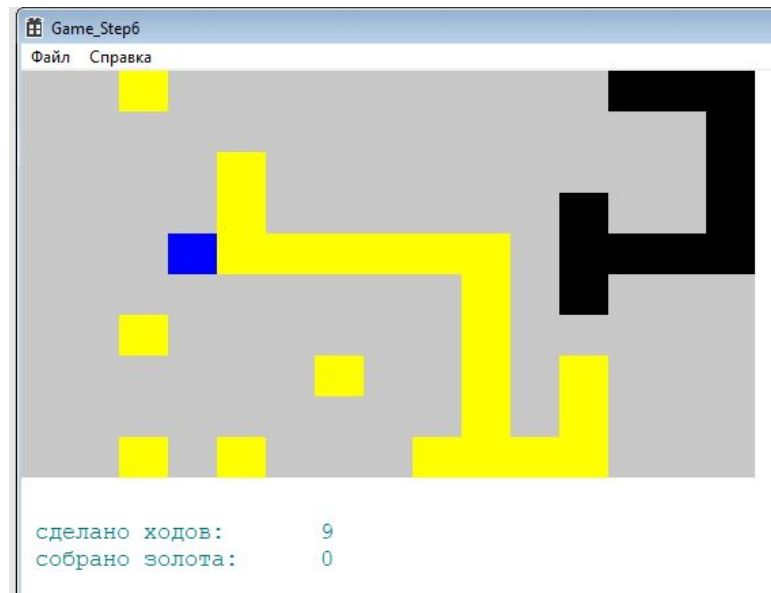
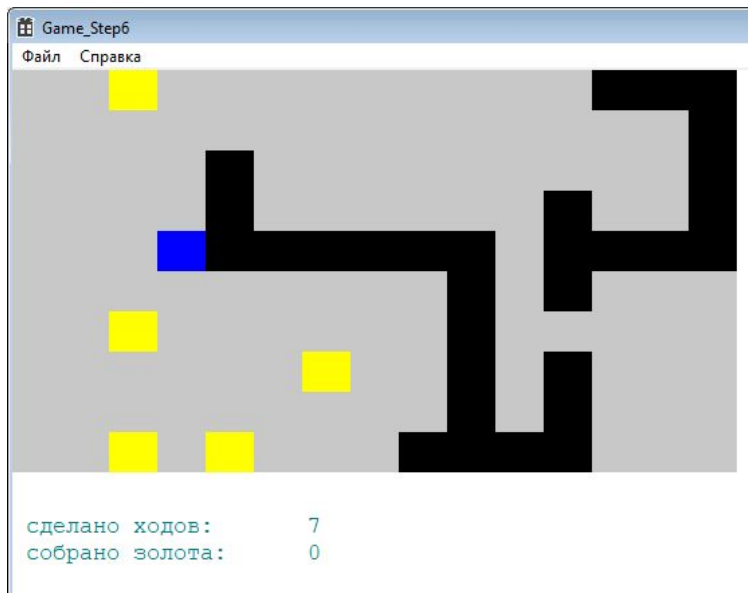
## Задача 8\* (Код превращения стены в золото)

```
void doMidasHand(int i, int j) {  
    if (a[i][j] == 2) { // 2 = стена  
        a[i][j] = 1;    // 1 = золото  
        if (i > 0) doMidasHand(i - 1, j);  
        if (i < N - 1) doMidasHand(i + 1, j);  
        if (j > 0) doMidasHand(i, j - 1);  
        if (j < M - 1) doMidasHand(i, j + 1);  
    }  
}
```

## Задача 8.2\*

Выполнить трассировку в отладчике VS заливки небольшой стены при помощи добавленной функции

```
void doMidasHand(int i, int j)
```



## Задача 9\*\*

Реализовать бинарный поиск в отсортированном массиве.

Необходимо реализовать его двумя способами – итерационно и рекурсивно.

```
#define NUM 10
int array[NUM] = {1, 3, 4, 8, 9, 10, 11, 15, 16, 18};

void printArray() {
    for (int i = 0; i < NUM; i++) {
        printf("%d ", array[i]);
    }
    printf("\n\n");
}
```

## Задача 9\*\* (2)

```
void main() {  
    printArray();  
  
    printf("contains(1) = %d\n", contains(1));  
    printf("contains(2) = %d\n", contains(2));  
    printf("contains(3) = %d\n", contains(3));  
    printf("contains(4) = %d\n", contains(4));  
    printf("contains(5) = %d\n", contains(5));  
    printf("contains(6) = %d\n", contains(6));  
    printf("contains(10) = %d\n", contains(10));  
    printf("contains(15) = %d\n", contains(15));  
    printf("\n\n");  
    printf("containsR(1) = %d\n", containsR(0, NUM - 1, 1));  
    printf("containsR(2) = %d\n", containsR(0, NUM - 1, 2));  
    printf("containsR(3) = %d\n", containsR(0, NUM - 1, 3));  
    printf("containsR(4) = %d\n", containsR(0, NUM - 1, 4));  
    printf("containsR(5) = %d\n", containsR(0, NUM - 1, 5));  
    printf("containsR(6) = %d\n", containsR(0, NUM - 1, 6));  
    printf("containsR(10) = %d\n", containsR(0, NUM - 1, 10));  
    printf("containsR(15) = %d\n", containsR(0, NUM - 1, 15));  
}
```

# Задача 9\*\* (3)

```
// Бинарный поиск. Итерационная реализация
int contains(int value)
{
    int left = 0;
    int right = NUM - 1;

    while (left <= right) {
        int middle = (left + right) / 2;

        if (array[middle] == value) {
            return 1;
        }
        if (array[middle] < value) {
            left = middle + 1;
        } else { // if (array[middle] > value) {
            right = middle - 1;
        }
    }
    return 0;
}
```

## Задача 9\*\* (4)

```
// Бинарный поиск. Рекурсивная реализация
int containsR(int left, int right, int value)
{
    if (left > right) {
        return 0;
    }

    int middle = (left + right) / 2;

    if (array[middle] == value) {
        return 1;
    }

    if (array[middle] < value) {
        return containsR(middle + 1, right, value);
    } else { // if (array[middle] > value) {
        return containsR(left, middle - 1, value);
    }
}
```



# Домашнее задание

1. Доделать задачи 1-9. (7\*\* и 9\*\* - необязательная задача )
2. Прорешать ВРУЧНУЮ задачи ЕГЭ - решение должно быть записано ОТ РУКИ в тетради/отчете. (задачи 4, 5, 6 и 7\*\* (необязательная)).
3. Реализовать от двух до четырех рекурсивных функций не упомянутых в лекции и/или в лабораторной работе.  
Можно использовать задания по рекурсивным функциям из ЕГЭ, математические вычисления, рекурсивные реализации алгоритмов в игре. Засчитываются рекурсивные реализации обработки списков (лаб работа №12) и рекурсивные алгоритмы в вашей собственной игре.  
Фракталы – не засчитываются (это тема лабораторной работы №4).
4. Для двух рисунков, реализованных самостоятельно в рамках лаб работы №4 (тема «Фракталы») выполнить трассировку – в отладчике VS и вручную. Трассировку сделать на глубину трёх вызовов рекурсивных функций. В ручной трассировке необходимо