

Основы программирования

Лабораторная работа №13

Рекурсия - 2

Власенко О.Ф.

Факториал – рекурсивная реализация

```
long fuct2(int n) {  
    if (n == 0) {  
        return 1;  
    }  
  
    long res = fuct2(n - 1) * n;  
    return res;  
}  
  
void main() {  
    int n = 4;  
    long f = fuct2(n);  
  
    printf("%d! = %ld", n, f);  
}
```

Рекуррентная формула

Факториал может быть задан следующей [рекуррентной формулой](#):

$$n! = \begin{cases} 1 & n = 0, \\ n \cdot (n - 1)! & n > 0. \end{cases}$$

Факториал – трассировка

```
long fuct2(int n) {
    if (n == 0) {
        return 1;
    }
    long res = fuct2(n - 1) * n;
    return res;
}
```

```
main():    f = fuct2(4)
```

```
void main() {
    int n = 4;
    long f = fuct2(n);
    printf("%d! = %ld", n, f);
}
```

РЕКУРСИВНЫЙ СПУСК

Факториал – трассировка

```
long fuct2(int n) {
    if (n == 0) {
        return 1;
    }
    long res = fuct2(n - 1) * n;
    return res;
}
```

main(): f = fuct2(4)

fuct2(4): n = 4
res = fuct2(3)*4

РЕКУРСИВНЫЙ СПУСК

```
void main() {
    int n = 4;
    long f = fuct2(n);
    printf("%d! = %ld", n, f);
}
```

Факториал – трассировка

```
long fuct2(int n) {
    if (n == 0) {
        return 1;
    }
    long res = fuct2(n - 1) * n;
    return res;
}
```

main(): f = fuct2(4)

fuct2(4): n = 4
res = fuct2(3)*4

fuct2(3): n = 3
res = fuct2(2)*3

РЕКУРСИВНЫЙ СПУСК

```
void main() {
    int n = 4;
    long f = fuct2(n);
    printf("%d! = %ld", n, f);
}
```

Факториал – трассировка

```
long fuct2(int n) {
    if (n == 0) {
        return 1;
    }
    long res = fuct2(n - 1) * n;
    return res;
}
```

main(): f = fuct2(4)

fuct2(4): n = 4
res = fuct2(3)*4

fuct2(3): n = 3
res = fuct2(2)*3

fuct2(2): n = 2
res = fuct2(1)*2

РЕКУРСИВНЫЙ СПУСК

```
void main() {
    int n = 4;
    long f = fuct2(n);
    printf("%d! = %ld", n, f);
}
```

Факториал – трассировка

```
long fuct2(int n) {
    if (n == 0) {
        return 1;
    }
    long res = fuct2(n - 1) * n;
    return res;
}
```

main(): f = fuct2(4)

fuct2(4): n = 4
res = fuct2(3)*4

fuct2(3): n = 3
res = fuct2(2)*3

fuct2(2): n = 2
res = fuct2(1)*2

fuct2(1): n = 1
res = fuct2(0)*1

```
void main() {
    int n = 4;
    long f = fuct2(n);
    printf("%d! = %ld", n, f);
}
```

РЕКУРСИВНЫЙ СПУСК

Факториал – трассировка

```
long fuct2(int n) {
    if (n == 0) {
        return 1;
    }
    long res = fuct2(n - 1) * n;
    return res;
}
```

main(): f = fuct2(4)

fuct2(4): n = 4
res = fuct2(3)*4

fuct2(3): n = 3
res = fuct2(2)*3

fuct2(2): n = 2
res = fuct2(1)*2

fuct2(1): n = 1
res = fuct2(0)*1

fuct2(0): n = 0

РЕКУРСИВНЫЙ СПУСК

```
void main() {
    int n = 4;
    long f = fuct2(n);
    printf("%d! = %ld", n, f);
}
```

Факториал – трассировка

```
long fuct2(int n) {
    if (n == 0) {
        return 1;
    }
    long res = fuct2(n - 1) * n;
    return res;
}
```

main(): f = fuct2(4)

fuct2(4): n = 4
res = fuct2(3)*4

fuct2(3): n = 3
res = fuct2(2)*3

fuct2(2): n = 2
res = fuct2(1)*2

fuct2(1): n = 1
res = fuct2(0)*1

fuct2(0): n = 0

РЕКУРСИВНЫЙ СПУСК

```
void main() {
    int n = 4;
    long f = fuct2(n);
    printf("%d! = %ld", n, f);
}
```

РЕКУРСИВНЫЙ ВОЗВРАТ

Факториал – трассировка

```
long fuct2(int n) {
    if (n == 0) {
        return 1;
    }
    long res = fuct2(n - 1) * n;
    return res;
}
```

main(): f = fuct2(4)

fuct2(4): n = 4
res = fuct2(3)*4

fuct2(3): n = 3
res = fuct2(2)*3

fuct2(2): n = 2
res = fuct2(1)*2

fuct2(1): n = 1
res = fuct2(0)*1

fuct2(0): n = 0
РЕКУРСИВНЫЙ СПУСК

```
void main() {
    int n = 4;
    long f = fuct2(n);
    printf("%d! = %ld", n, f);
}
```

return 1
РЕКУРСИВНЫЙ ВОЗВРАТ

Факториал – трассировка

```
long fuct2(int n) {
    if (n == 0) {
        return 1;
    }
    long res = fuct2(n - 1) * n;
    return res;
}
```

main(): f = fuct2(4)

fuct2(4): n = 4
 res = fuct2(3)*4

fuct2(3): n = 3
 res = fuct2(2)*3

fuct2(2): n = 2
 res = fuct2(1)*2

fuct2(1): n = 1
 res = fuct2(0)*1

= 1 * 1 = 1

fuct2(0): n = 0
РЕКУРСИВНЫЙ СПУСК

```
void main() {
    int n = 4;
    long f = fuct2(n);
    printf("%d! = %ld", n, f);
}
```

return 1
РЕКУРСИВНЫЙ ВОЗВРАТ

Факториал – трассировка

```
long fuct2(int n) {  
    if (n == 0) {  
        return 1  
    }  
    long res = fuc  
    return res;  
}
```

main(): f = fact2(4)

```
fuct2(4):      n = 4  
              res = fuct2(3)*4
```

```
fuct2(3):      n = 3  
               res = fuct2(2)*3
```

```
fuct2(2):      n = 2  
                  res = fuct2(1)*2          = 1 * 2 = 2  return 2
```

```
fuct2(1):      n = 1  
              res = fuct2(0)*1          = 1 * 1 = 1  return 1
```

fuct2(0): n = 0 return 1
РЕКУРСИВНЫЙ СПУСК **РЕКУРСИВНЫЙ ВОЗВРАТ**

РЕКУРСИВНЫЙ СПУСК

Факториал – трассировка

```
long fuct2(int n) {
    if (n == 0) {
        return 1;
    }
    long res = fuct2(n - 1) * n;
    return res;
}
```

main(): f = fuct2(4)

fuct2(4): n = 4
res = fuct2(3)*4

fuct2(3): n = 3
res = fuct2(2)*3 = 2 * 3 = 6 return 6

fuct2(2): n = 2
res = fuct2(1)*2 = 1 * 2 = 2 return 2

fuct2(1): n = 1
res = fuct2(0)*1 = 1 * 1 = 1 return 1

fuct2(0): n = 0 return 1
РЕКУРСИВНЫЙ СПУСК **РЕКУРСИВНЫЙ ВОЗВРАТ**

```
void main() {
    int n = 4;
    long f = fuct2(n);
    printf("%d! = %ld", n, f);
}
```

Факториал – трассировка

```
long fuct2(int n) {
    if (n == 0) {
        return 1;
    }
    long res = fuct2(n - 1) * n;
    return res;
}
```

main(): f = fuct2(4)

fuct2(4): n = 4
res = fuct2(3)*4 = 6 * 4 = 24 return 24

fuct2(3): n = 3
res = fuct2(2)*3 = 2 * 3 = 6 return 6

fuct2(2): n = 2
res = fuct2(1)*2 = 1 * 2 = 2 return 2

fuct2(1): n = 1
res = fuct2(0)*1 = 1 * 1 = 1 return 1

fuct2(0): n = 0 return 1
РЕКУРСИВНЫЙ СПУСК **РЕКУРСИВНЫЙ ВОЗВРАТ**

```
void main() {
    int n = 4;
    long f = fuct2(n);
    printf("%d! = %ld", n, f);
}
```

Факториал – трассировка

```
long fuct2(int n) {
    if (n == 0) {
        return 1;
    }
    long res = fuct2(n - 1) * n;
    return res;
}

void main() {
    int n = 4;
    long f = fuct2(n);
    printf("%d! = %ld", n, f);
}
```

```
main():      f = funct2(4)      = 24      printf("%d! = %ld", 4, 24);
```

```
fuct2(4):      n = 4
                  res = fuct2(3)*4          = 6 * 4 = 24  return 24
```

```
fuct2(3):      n = 3
                  res = fuct2(2)*3          = 2 * 3 = 6    return 6
```

```
fuct2(2):      n = 2
                  res = fuct2(1)*2          = 1 * 2 = 2    return 2
```

```
fuct2(1):      n = 1  
              res = fuct2(0)*1          = 1 * 1 = 1  return 1
```

fuct2(0): n = 0 return 1
РЕКУРСИВНЫЙ СПУСК **РЕКУРСИВНЫЙ ВОЗВРАТ**

Задача 1

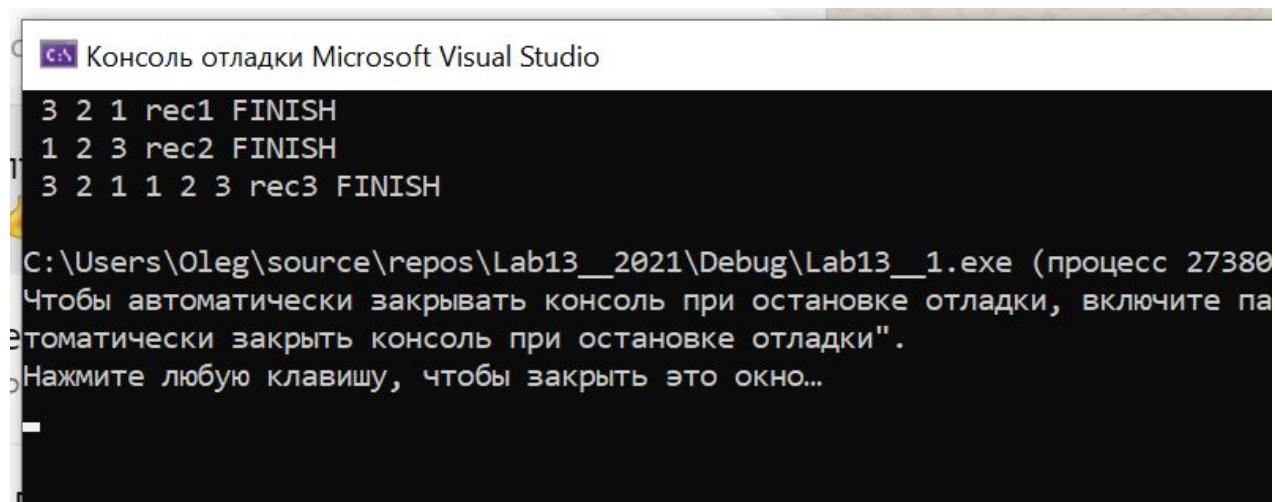
Собрать и отладить (т.е. заставить работать) код рекурсивного вычисления факториала.

И выполнить трассировку его для $n=5$ используя встроенный отладчик VS

Простейшие рекурсивные функции

```
void rec1(int n) {  
    printf(" %d", n);  
    if (n > 1) {  
        rec1(n - 1);  
    }  
}  
  
void rec2(int n) {  
    if (n > 1) {  
        rec2(n - 1);  
    }  
    printf(" %d", n);  
}  
  
void rec3(int n) {  
    printf(" %d", n);  
    if (n > 1) {  
        rec3(n - 1);  
    }  
    printf(" %d", n);  
}
```

```
void main() {  
    rec1(3);  
    printf(" rec1 FINISH\n");  
  
    rec2(3);  
    printf(" rec2 FINISH\n");  
  
    rec3(3);  
    printf(" rec3 FINISH\n");  
}
```



Консоль отладки Microsoft Visual Studio

```
3 2 1 rec1 FINISH  
1 2 3 rec2 FINISH  
3 2 1 1 2 3 rec3 FINISH
```

C:\Users\Oleg\source\repos\Lab13_2021\Debug\Lab13_1.exe (процесс 27380)
Чтобы автоматически закрывать консоль при остановке отладки, включите па
Этотоматически закрыть консоль при остановке отладки".
Нажмите любую клавишу, чтобы закрыть это окно...

Задача 2

Используя простейшие рекурсивные функции с предыдущего слайда в качестве вдохновения и основы, сделайте собственные рекурсивные функции ($f1()$, $f2()$, $f3()$), которые выводят в консоль последовательность чисел:

Задача 2.1.

Вызов функции: $f1(11)$

Формируемый вывод: 11 9 7 5 3 1

Задача 2.2.

Вызов функции: $f2(11)$

Формируемый вывод: 1 3 5 7 9 11

Задача 2.3.

Вызов функции: $f3(11)$

Формируемый вывод: 11 9 7 5 3 1 3 5 7 9 11

Задача 3

Выполнить трассировку только что созданных функций

Задача 3.1.

Выполнить трассировку для $n=7$ используя встроенный отладчик VS. Выполнить трассировку по очереди для всех функций $f1()$, $f2()$, $f3()$

Задача 3.2.

Выполнить трассировку для $n=7$ используя встроенный бумагу и ручку/карандаш. Выполнить трассировку по очереди для всех функций $f1()$, $f2()$, $f3()$

Задача 4* (по мотивам ЕГЭ)

Нужно выполнить трассировку представленного кода в отладчике VS.

(Задачи, подобные этой, периодически встречаются в ЕГЭ по информатике.)

```
void recEGE1(int n) {  
    if (n >= 1) {  
        printf(" %d", n);  
        recEGE1(n - 1);  
        recEGE1(n - 1);  
    }  
}  
  
void main() {  
    recEGE1(3);  
}
```

Задача 5* (по мотивам ЕГЭ)

Нужно выполнить трассировку представленного кода в отладчике VS.

(Крайне желательно) выполнить ручную трассировку – на бумаге!

```
// ЕГЭ 2017 Демо -  
// Задача 11: Чему равна сумма напечатанных на экране чисел при выполнении вызова F(10) ?  
F1(10);
```

```
|void F1(int n) {  
|    if (n > 2) {  
|        printf("%d\n", n);  
|        F1(n - 3);  
|        F1(n - 4);  
|    }  
|}
```

Задача 6* (по мотивам ЕГЭ)

Нужно выполнить трассировку представленного кода в отладчике VS.

(Крайне желательно) выполнить ручную трассировку – на бумаге!

```
// ЕГЭ 2015 Демо -  
// Задача 11: Чему равна сумма всех чисел, напечатанных на экране при выполнении вызова F(1)?  
F2(1);
```

```
|void F2(int n)  
{  
|    printf("%d\n", n);  
|    if (n < 5) {  
|        F2(n + 1);  
|        F2(n + 3);  
|    }  
|}
```

Задача 7** (по мотивам ЕГЭ)

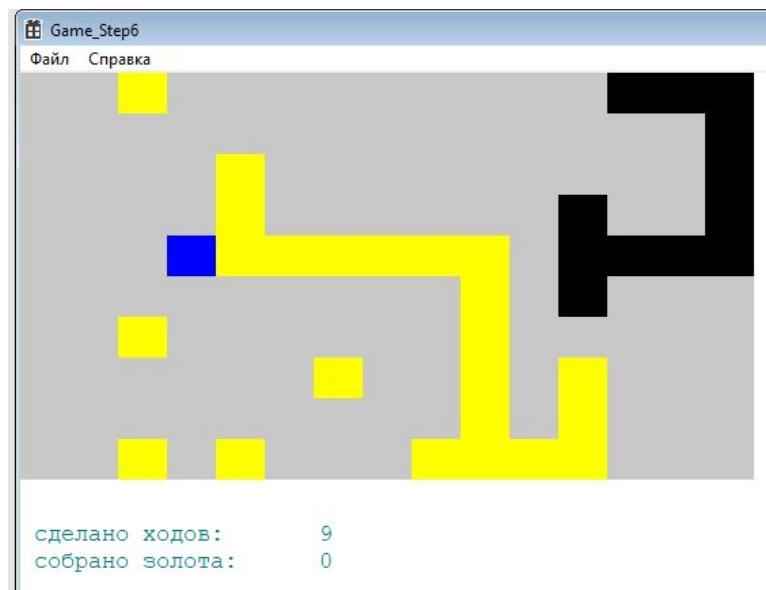
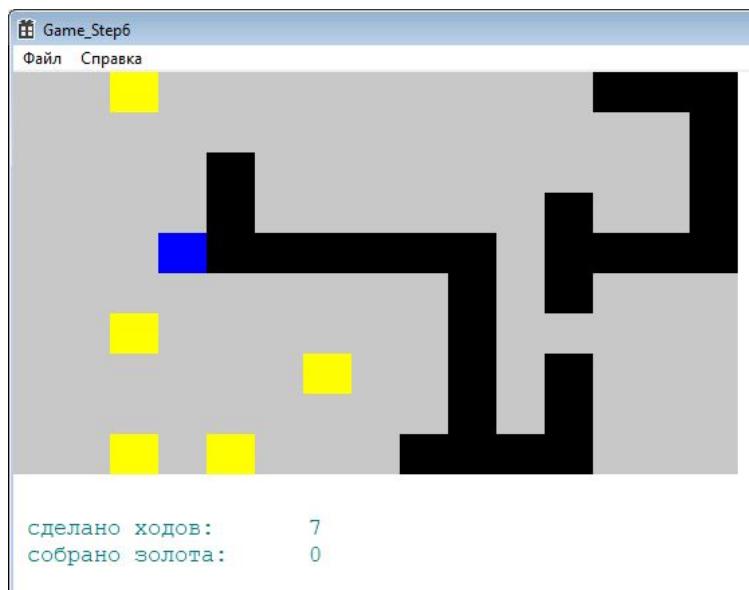
Нужно выполнить трассировку представленного кода в отладчике VS.

(желательно) выполнить ручную трассировку – на бумаге!

```
// ЕГЭ 2016 Демо -  
// Задача 11: записаны две рекурсивные функции : F и G.  
// Сколько символов «звёздочка» будет напечатано на экране при выполнении вызова F(11)?  
F3(11);  
  
void G3(int n);  
  
void F3(int n) {  
    if (n > 0)  
        G3(n - 1);  
}  
  
void G3(int n) {  
    printf("*");  
    if (n > 1)  
        F3(n - 3);  
}
```

Задача 8*

В игру, реализованную в лаб работах 8, 9 и т.д. добавить «руку Мидаса» - прикосновение к стене превращают всю стену в набор золотых элементов. В золото превращаются ВСЕ ЭЛЕМЕНТЫ связанные друг с другом – в не зависимости от конфигурации стены.



Задача 8* (Код обслуживающий)

```
case WM_KEYDOWN:  
    switch (wParam)  
    {  
        case 0x4d: // M - MidasHand  
            midasHandToRight();  
            InvalidateRect(hWnd, NULL, TRUE);  
            break;  
  
void midasHandToRight() {  
    for (int i = 0; i < N; ++i) {  
        for (int j = 0; j < M - 1; ++j) {  
            if (a[i][j] == 3 && a[i][j + 1] == 2) {  
                doMidasHand(i, j + 1);  
            }  
        }  
    }  
}
```

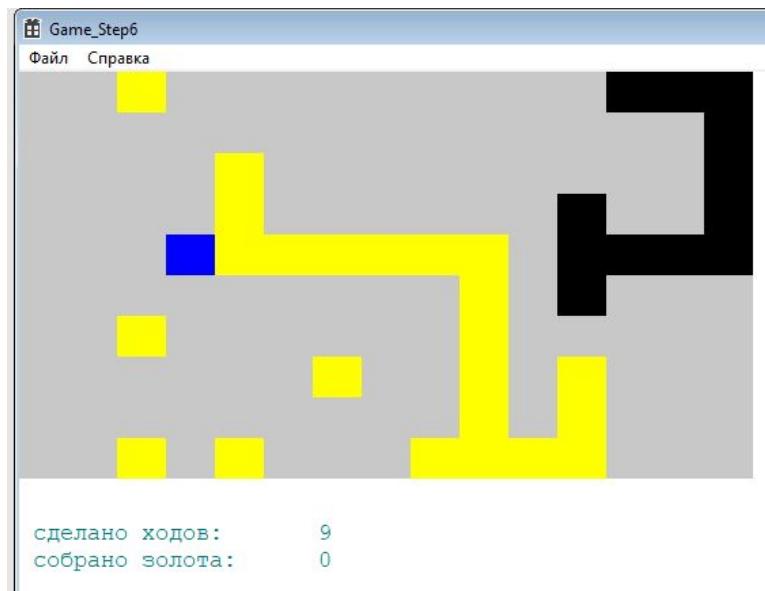
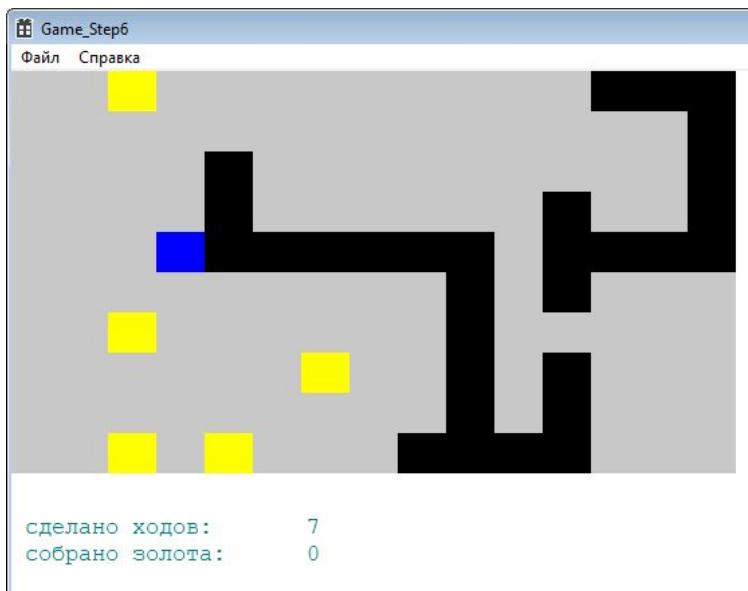
Задача 8* (Код превращения стены в золото)

```
void doMidasHand(int i, int j) {  
    if (a[i][j] == 2) { // 2 = стена  
        a[i][j] = 1; // 1 = золото  
        if (i > 0) doMidasHand(i - 1, j);  
        if (i < N - 1) doMidasHand(i + 1, j);  
        if (j > 0) doMidasHand(i, j - 1);  
        if (j < M - 1) doMidasHand(i, j + 1);  
    }  
}
```

Задача 8.2*

Выполнить трассировку в отладчике VS заливки небольшой стены при помощи добавленной функции

```
void doMidasHand(int i, int j)
```



Задача 9**

Реализовать бинарный поиск в отсортированном массиве.
Необходимо реализовать его двумя способами – итерационно и рекурсивно.

```
#define ...  
int array[NUM] = {1, 3, 4, 8, 9, 10, 11, 15, 16, 18};  
  
void printArray() {  
    for (int i = 0; i < NUM; i++) {  
        printf("%d ", array[i]);  
    }  
    printf("\n\n");  
}
```

Задача 9** (2)

```
void main() {
    printArray();

    printf("contains(1) = %d\n", contains(1));
    printf("contains(2) = %d\n", contains(2));
    printf("contains(3) = %d\n", contains(3));
    printf("contains(4) = %d\n", contains(4));
    printf("contains(5) = %d\n", contains(5));
    printf("contains(6) = %d\n", contains(6));
    printf("contains(10) = %d\n", contains(10));
    printf("contains(15) = %d\n", contains(15));
    printf("\n\n");

    printf("containsR(1) = %d\n", containsR(0, NUM - 1, 1));
    printf("containsR(2) = %d\n", containsR(0, NUM - 1, 2));
    printf("containsR(3) = %d\n", containsR(0, NUM - 1, 3));
    printf("containsR(4) = %d\n", containsR(0, NUM - 1, 4));
    printf("containsR(5) = %d\n", containsR(0, NUM - 1, 5));
    printf("containsR(6) = %d\n", containsR(0, NUM - 1, 6));
    printf("containsR(10) = %d\n", containsR(0, NUM - 1, 10));
    printf("containsR(15) = %d\n", containsR(0, NUM - 1, 15));
}
```

Задача 9*** (3)

```
// Бинарный поиск. Итерационная реализация
int contains(int value)
{
    int left = 0;
    int right = NUM - 1;

    while (left <= right) {
        int middle = (left + right) / 2;

        if (array[middle] == value) {
            return 1;
        }
        if (array[middle] < value) {
            left = middle + 1;
        } else { // if (array[middle] > value) {
            right = middle - 1;
        }
    }
    return 0;
}
```

Задача 9** (4)

```
// Бинарный поиск. Рекурсивная реализация
int containsR(int left, int right, int value)
{
    if (left > right) {
        return 0;
    }

    int middle = (left + right) / 2;

    if (array[middle] == value) {
        return 1;
    }

    if (array[middle] < value) {
        return containsR(middle + 1, right, value);
    } else { // if (array[middle] > value) {
        return containsR(left, middle - 1, value);
    }
}
```

Домашнее задание

1. Доделать задачи 1-9. (7** и 9** - необязательная задача)
2. Прорешать ВРУЧНУЮ задачи ЕГЭ - решение должно быть записано ОТ РУКИ в тетради/отчете. (задачи 4, 5, 6 и 7** (необязательная)).
3. Реализовать от двух до четырех рекурсивных функций не упомянутых в лекции и/или в лабораторной работе.
Можно использовать задания по рекурсивным функциям из ЕГЭ, математические вычисления, рекурсивные реализации алгоритмов в игре. Засчитываются рекурсивные реализации обработки списков (лаб работа №12) и рекурсивные алгоритмы в вашей собственной игре.
Фракталы – не засчитываются (это тема лабораторной работы №4).
4. Для двух рисунков, реализованных самостоятельно в рамках лаб работы №4 (тема «Фракталы») выполнить трассировку – в отладчике VS и вручную. Трассировку сделать на глубину трёх вызовов рекурсивных функций. В ручной трассировке необходимо