

Случайные величины



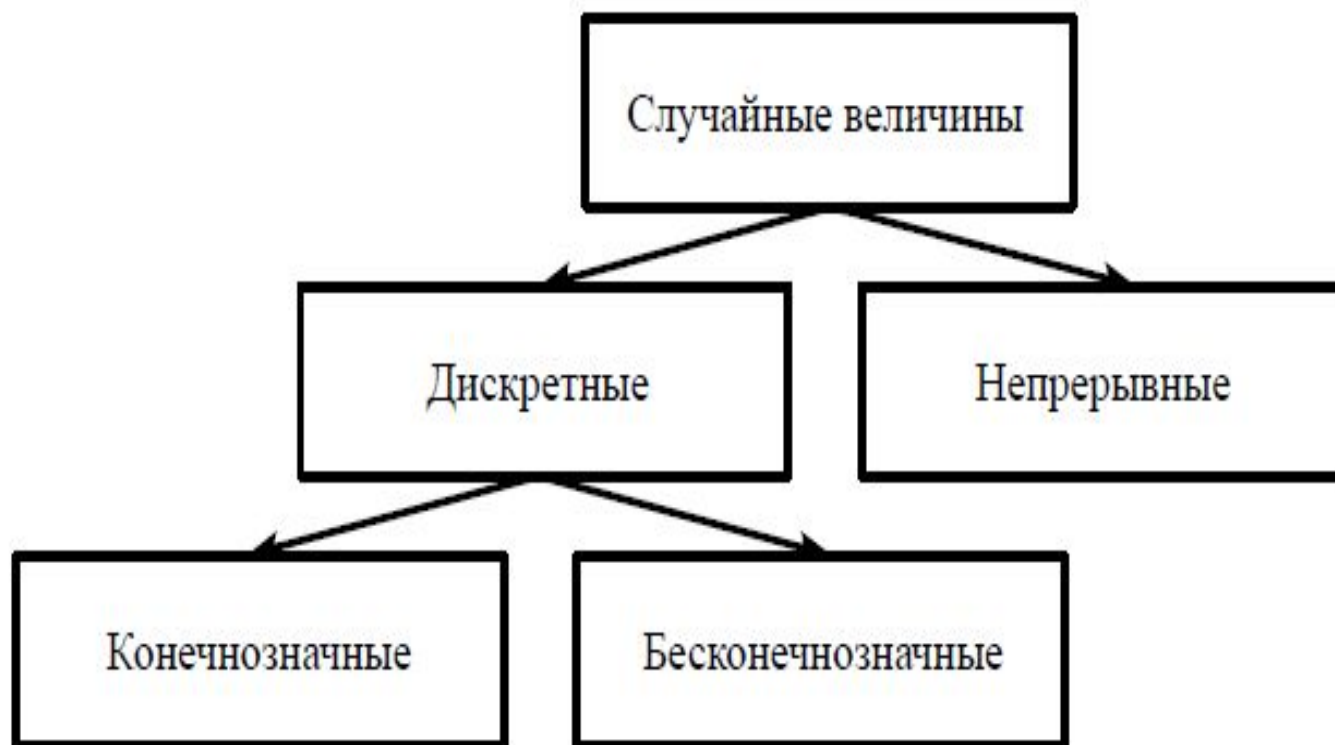
Виды случайных величин

- **Определение 3.1.** *Случайной величиной* называется величина, которая в результате опыта принимает то или иное случайное значение.
- Обычно случайная величина обозначается большой буквой, а её возможные значения – такой же маленькой (может быть, с индексом) или числами. Вот некоторые примеры.
 - Число на верхней грани кости при её бросании X . Возможные значения X : 1, 2, ..., 6. Эти числа можно обозначить x_1, x_2, \dots, x_6 . Всего у данной величины 6 возможных значений.
 - Число покупателей в магазине в течение дня X . Возможные значения этой величины: 0, 1, 2, Здесь верхний предел неизвестен. В теоретических исследованиях удобно считать, что возможные значения X – все целые неотрицательные числа (бесконечное множество значений $x_0, x_1, x_2, \dots, x_n, \dots$).
 - Время работы изделия до отказа T . Здесь возможные значения – неотрицательные действительные числа. Мы не знаем максимального значения, поэтому также считаем, что $t \in [0; \infty)$.

Виды случайных величин

- **Определение 3.2.** Случайная величина называется *дискретной*, если множество её возможных значений конечно или является бесконечным счётным множеством.
- **Определение 3.3.** Случайная величина называется *непрерывной*, если множество её возможных значений целиком заполняет некоторый промежуток или систему промежутков.
- **Определение 3.4.** Дискретная случайная величина называется *конечнозначной*, если множество её возможных значений конечно.
- **Определение 3.5.** Дискретная случайная величина называется *бесконечнозначной*, если множество её возможных значений является бесконечным счётным множеством.

Виды случайных величин



Виды случайных величин

- Другая классификация, независимая от приведенной на рис. 3.1 – это разделение случайных величин на одномерные (скалярные) и многомерные (векторные).
- Все те величины, которые мы выше рассматривали – это одномерные, или скалярные случайные величины.
- **Определение 3.6.** *Многомерной случайной величиной, или системой случайных величин, или случайным вектором* называется совокупность нескольких рассматриваемых совместно случайных величин.

Дискретные случайные величины

- Обозначив $p_k = P(X = x_k)$, получим основное правило, которому подчиняются вероятности принятия дискретной случайной величиной её возможных значений:

$$\sum_{k=1}^n p_k = 1 \quad (3.1)$$

- для конечнозначной величины и

$$\sum_{k=1}^{\infty} p_k = 1 \quad (3.2)$$

- для бесконечнозначной.

Дискретные случайные величины

- **Определение 3.7.** *Законом распределения* дискретной случайной величины называется любое правило, по которому всем возможным значениям x_k случайной величины X ставятся в соответствие вероятности их появления p_k .
- Фактически закон распределения – это функциональная зависимость p_k от x_k . Её можно задавать разными способами. Во-первых, это может быть таблица. Она называется *рядом распределения*.
- **Пример 3.1.** В таблице 3.1 показан ряд распределения случайной величины X – суммы чисел на верхних гранях двух костей при их бросании. Возможные значения этой величины – целые числа от 2 до 12.
- **Таблица 3.1. Пример ряда распределения дискретной случайной величины**

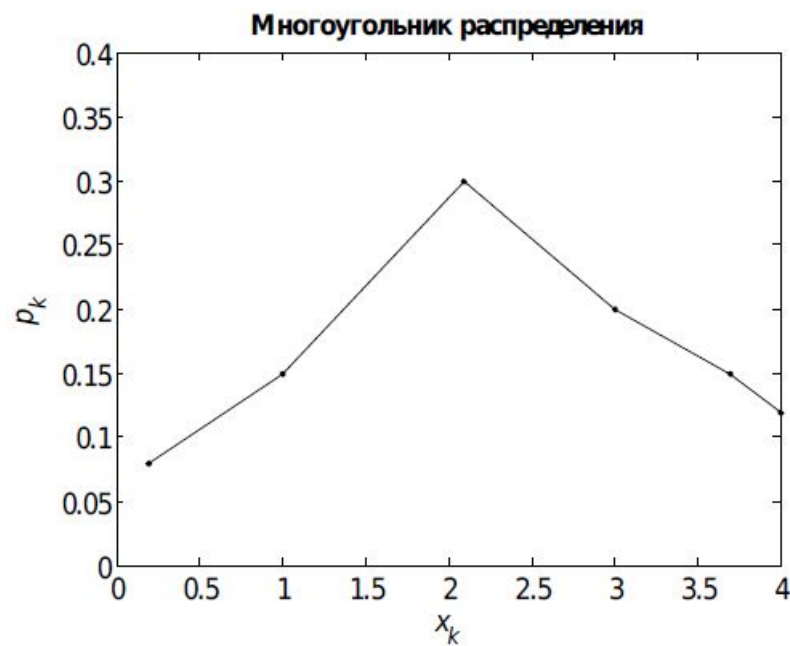
x_k	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
p_k	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$

Дискретные случайные величины

- **Пример 3.2.** Построим с помощью MATLAB многоугольник распределения. Предполагаем, что ряд распределения (таблица вида 3.1) задан.
- Результат – на рисунке.

```
x=[0.2 1 2.1 3 3.7 4]; % задали x(i)
p=[0.08 0.15 0.3 0.2 0.15 0.12]; % задали p(i)
p=p/sum(p); % нормировали до единичной суммы
plot(x,p,'k-',x,p,'k.') % многоугольник распределения
ylim([0 0.4])
set(get(gcf,'CurrentAxes'),...
'FontName','Times New Roman Cyr','FontSize',10) % шрифт
title('\bfМногоугольник распределения') % заголовок
xlabel('\itx_k') % метка оси OX
ylabel('\itp_k') % метка оси OY
```


Дискретные случайные величины



Дискретные случайные величины

- Пример 3.3 аналитического закона распределения для конечнозначной величины: вероятность появления различного количества гербов при 3 бросаниях монеты:

$$p_k = \begin{cases} \frac{C_3^k}{8}; & k \in [0, 1, 2, 3] \\ 0; & k \notin [0, 1, 2, 3] \end{cases}$$

- В этом распределении участвуют биномиальные коэффициенты, и оно называется биномиальным.

Дискретные случайные величины

- Следующая характеристика случайной величины – это функция распределения. Её другие названия: интегральная функция распределения, интегральный закон распределения. В англоязычной литературе применяется термин *the cumulative distribution function*. Эта характеристика годится и для дискретных, и для непрерывных величин.
- **Определение 3.8.** *Функцией распределения* случайной величины X называется вероятность принятия ею значений, меньших конкретного числа x , рассматриваемая как функция x :
$$F(x) = P(X < x). \quad (3.5)$$
- Функция распределения является вероятностью, поэтому она безразмерная.

Дискретные случайные величины

- **Свойство 3.1.** Функция распределения – это вероятность некоторого события, поэтому .
- **Свойство 3.2.** $F(-\infty) = P(X < -\infty) = 0$.
- **Свойство 3.3.** $F(\infty) = P(X < \infty) = 1$.
- **Свойство 3.4.** Функция распределения неубывающая: $x_2 > x_1$:
 $F(x_2) \geq F(x_1)$.
- **Свойство 3.5.** Вероятность попадания величины в полуинтервал равна разности значений функции распределения на его концах: $P(x_1 < X < x_2) = F(x_2) - F(x_1)$.

Дискретные случайные величины

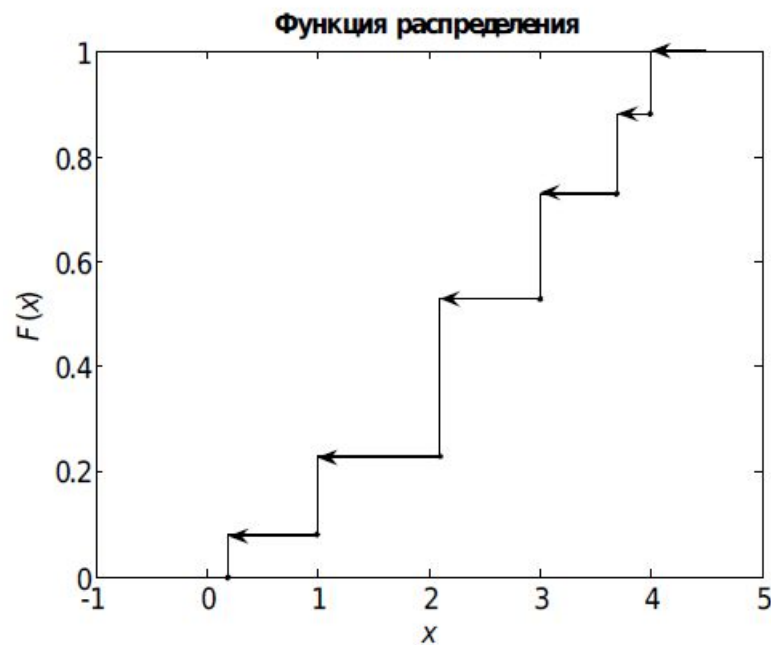
- **Пример 3.2 (продолжение).** Найти функцию распределения случайной величины, многоугольник распределения которой мы построили.
- **Решение.** Для вычисления функции распределения применяем определение (3.5) и правило (3.6).
- График функции распределения дискретной величины представляет ступенчатую ломаную. Нарисуем её средствами MATLAB.

```
F=cumsum(p); % значения функции распределения  
x1=[x(1)-0.5 x(end)+0.5]; % добавки слева и справа  
F1=[0 F 1];  
figure; % новая фигура  
stairs(x1,F1,'k-'); % ломаная  
xl=xlim; % границы рисунка  
yl=ylim;  
hold on
```

Дискретные случайные величины

```
plot(x,F1(1:end-2),'k.') % добавили точки
hh=get(gca);
hp=hh.Position; % положение осей на фигуре
for i=1:length(F),
xi=x1(2+i:-1:1+i); % координаты стрелок
Fi=[F(i) F(i)];
xi=(xi-xl(1))/(xl(2)-xl(1))*hp(3)+hp(1); % нормализуем
Fi=(Fi-yl(1))/(yl(2)-yl(1))*hp(4)+hp(2); % стрелки
annotation('arrow',xi,Fi); % добавляем стрелки
end
hold off
set(get(gcf,'CurrentAxes'),...
'FontName','Times New Roman Cyr','FontSize',10) % шрифт
title('\bfФункция распределения') % заголовок
xlabel('\itx') % метка оси OX
ylabel('\itF\rm(\itx\rm)') % метка оси OY
```

Дискретные случайные величины



Непрерывные случайные величины

- **Определение 3.9.** Случайная величина X называется *непрерывной*, если её функция распределения $F(x)$ непрерывна.
- Все остальные свойства $F(x)$ остаются в силе: это функция неубывающая, меняется от 0 при $x \rightarrow -$ до 1 при $x \rightarrow +$. Но при вычислении вероятности попадания в промежуток мы можем свободно добавлять или отбрасывать концы промежутка, т. к. в непрерывной величине учёт или неучёт конечного (или даже счётного) числа точек не влияет на вероятность:

$$\begin{aligned} P(x_1 \leq X \leq x_2) &= P(x_1 < X \leq x_2) = P(x_1 \leq X < x_2) = \\ &= P(x_1 < X < x_2) = F(x_2) - F(x_1). \end{aligned} \quad (3.8)$$

- **Определение 3.10.** *Плотностью распределения* непрерывной случайной величины X называется предел отношения вероятности её попадания в малый интервал шириной Δx вблизи точки x к ширине интервала Δx при $\Delta x \rightarrow 0$:

$$f(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{P(x \leq X, x + \Delta x)}{\Delta x}. \quad (3.9)$$

Непрерывные случайные величины

- Другие названия: плотность вероятностей, дифференциальная функция распределения, дифференциальный закон распределения. Английское название: *the partial distribution function*.
- **Свойство 3.6.** Плотность распределения есть производная от функции распределения:

$$(3.1) f(x) = \frac{dF(x)}{dx}.$$

- **Свойство 3.7.** Так как $F(x)$ неубывающая, то $f(x) \geq 0$.
- **Свойство 3.8** – обратное к свойству 3.6:

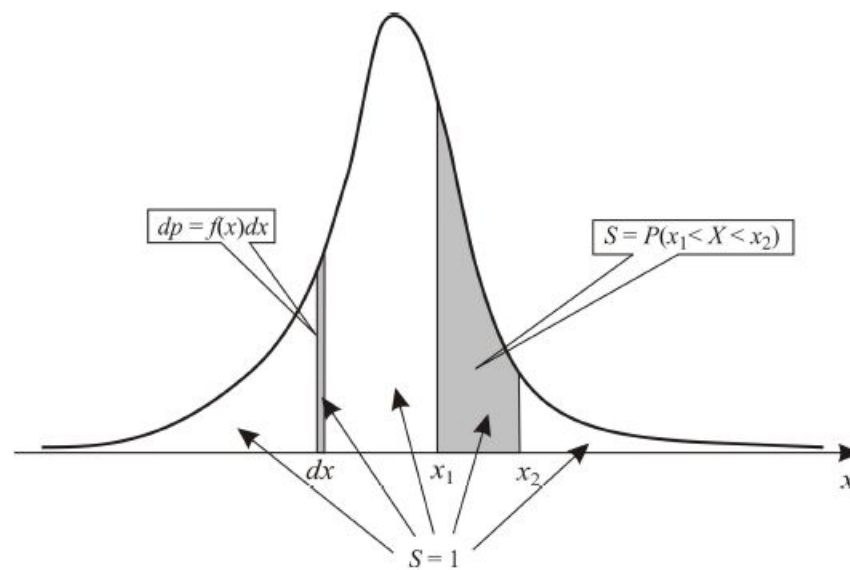
$$(3.11) F_x(x) = \int_{-\infty}^x f_x(t) dt$$

- Здесь аргумент плотности распределения обозначен через t , т. к. x – верхний предел интегрирования.
- **Свойство 3.9.** Из предыдущего свойства имеем:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1$$

Это условие называется условием нормировки плотности распределения.

Непрерывные случайные величины



Непрерывные случайные величины

- **Свойство 3.10.** Вероятность попадания непрерывной величины в интервал (или отрезок, или полуинтервал) равна интегралу от плотности распределения по этому интервалу:

$$P(x_1 < X < x_2) = \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx.$$

- **Пример 3.5.** Плотность распределения случайной величины задана с точностью до неизвестного множителя k :

$$f(x) = \begin{cases} k(x-1); & x \in [1; 3] \\ 0; & k \notin [1; 3] \end{cases} \quad (3.14)$$

Требуется вычислить этот множитель k , найти функцию распределения и построить графики $f(x)$ и $F(x)$.

Непрерывные случайные величины

- **Решение** выполняем с помощью MATLAB. Множитель k находим из условия нормировки (3.12). Вычисляем интеграл от $f(x)$ в заданных пределах, приравниваем его 1, и из этого уравнения находим k :

syms x k % описали символические переменные

x1=1; % границы интервала

x2=3;

f=k(x-1); % плотность распределения*

fprintf('f(x)=%s\n',char(f))

I1=int(f,x,x1,x2); % считаем интеграл

ks=solve(I1-1,k); % решаем уравнение I1=1

fprintf('Множитель k=%s\n',char(ks))

$f(x)=k*(x-1)$

Множитель $k=1/2$

Непрерывные случайные величины

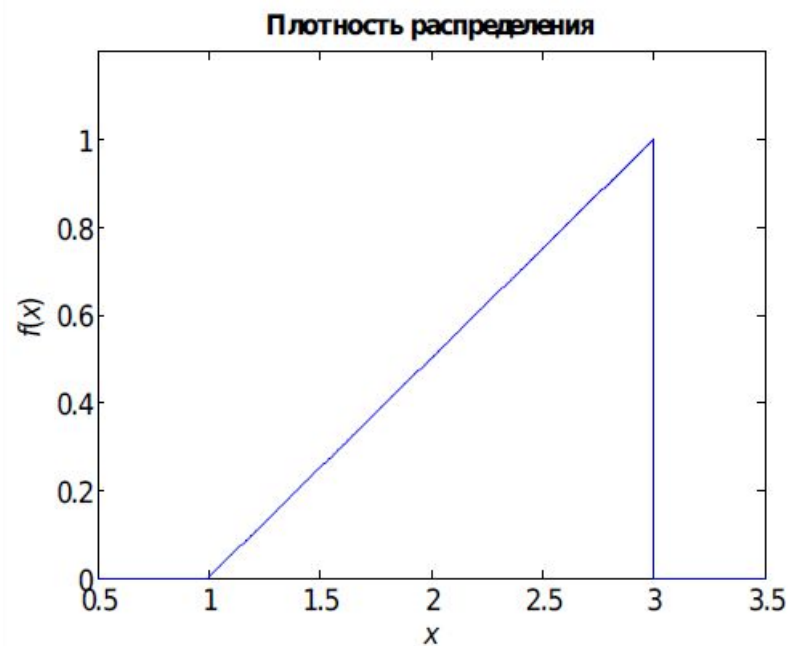
- Подставляем полученное значение k в выражение для $f(x)$ и строим её график. Он показан на рисунке.

```
fs=subs(f,k,ks); % подставили решение  
disp('Плотность распределения:')  
120  
fprintf(['f(x)=%s; %d<=x<=%d;\nf(x)=0 '...  
'вне этого отрезка.\n'],char(fs),x1,x2)  
xr1=x1-0.25*(x2-x1); % границы рисунка  
xr2=x2+0.25*(x2-x1);  
xr=linspace(xr1,xr2,1000); % абсциссы для графика  
fr=subs(fs,x,xr).*(xr>=x1).*(xr<=x2); % ординаты
```

Непрерывные случайные величины

```
plot(xp,fp) % рисуем график  
ylim([0 1.2*max(fp)]); % границы по вертикали  
set(get(gcf,'CurrentAxes'),...  
'FontName','Times New Roman Cyr','FontSize',10) % шрифт  
title('\bfПлотность распределения') % заголовок  
xlabel('\itx') % метка оси OX  
ylabel('\itf\rm(\itx\rm)') % метка оси OY  
Плотность распределения:  
 $f(x)=1/2*x-1/2; 1 \leq x \leq 3;$   
 $f(x)=0$  вне этого отрезка.
```

Непрерывные случайные величины



Непрерывные случайные величины

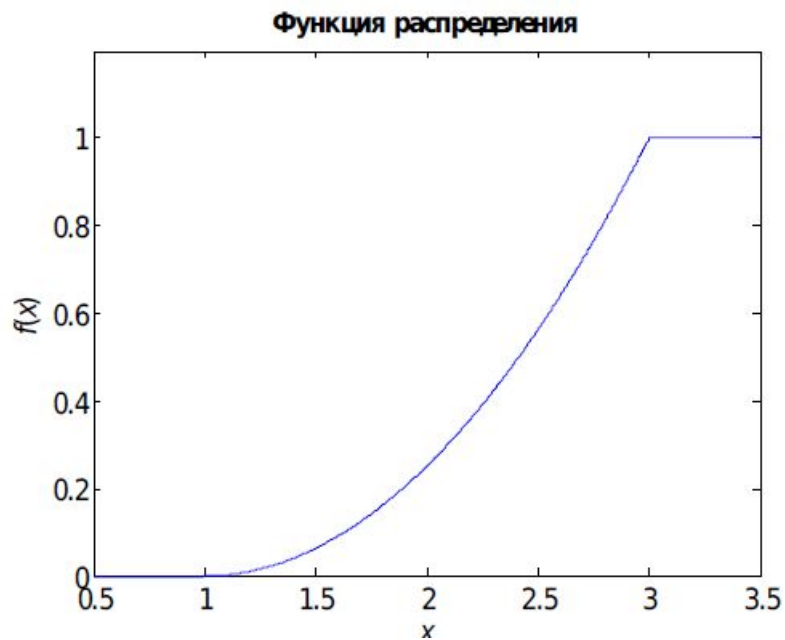
- Для вычисления функции распределения используем свойство 3.8.
- Как видим, на 1-м и 3-м участках функция распределения равна соответственно 0 и 1, и требуется вычислить её лишь на 2-м. Вычисляем и строим график (рисунок).

```
F=int(fs,x,x1,x); % ф-ция распределения на среднем участке  
disp('Функция распределения:')  
fprintf(['F(x)=0; x<%d; \nF(x)=%s; %d<=x<=%d; \n'...  
'F(x)=1; x>%d. \n'],x1,char(F),x1,x2,x2)  
Fp=subs(F,x,xp).*(xp>=x1).*(xp<=x2)+...  
ones(size(xp)).*(xp>x2); % ординаты  
figure; % новая фигура  
plot(xp,Fp) % рисуем график
```


Непрерывные случайные величины

```
ylim([0 1.2]); % границы по вертикали  
set(get(gcf, 'CurrentAxes'), ...  
'FontName', 'Times New Roman Cyr', 'FontSize', 10) % шрифт  
title(' \bfФункция распределения') % заголовок  
xlabel(' \itx') % метка оси OX  
ylabel(' \itF \rm( \itx \rm)') % метка оси OY  
ylabel(' \itf \rm( \itx \rm)') % метка оси OY  
Функция распределения:  
 $F(x)=0; x<1;$   
 $F(x)=1/4*x^2+1/4-1/2*x; 1\leq x\leq 3;$   
 $F(x)=1; x>3.$ 
```

Непрерывные случайные величины



Числовые характеристики случайных величин

- **Определение 3.11.** *Математическим ожиданием* или *средним* случайной величины X называется сумма произведений всех возможных значений величины X на вероятности их появления. При этом слово "сумма" должно пониматься обобщённо: для дискретной конечнозначной величины – это обычная сумма:

$$m_x = \sum_{k=1}^n x_k p_k; \quad (3.15)$$

- ...
- а для непрерывной – интеграл:

$$m_x = \sum_{k=1}^n x_k p_k; \quad (3.15)$$

Числовые характеристики случайных величин

- **Свойство 3.11.** МО детерминированной величины C (константы) равно ей самой.
- **Пример 3.6.** Рассмотрим непрерывную величину с плотностью распределения

$$f(x) = \frac{1}{\pi(x^2+1)}.$$

(3.18)

- Функция распределения вычисляется по формуле (3.11):

$$F(x) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dt}{t^2+1} = \frac{1}{\pi} \left(\operatorname{arctg} x + \frac{\pi}{2} \right)$$

- Но попытка вычислить МО по формуле (3.17) приводит к интегралу:

$$m_x = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{t dt}{t^2+1},$$

который расходится. Поэтому у этой величины математического ожидания нет.

Числовые характеристики случайных величин

- **Пример 3.2 (продолжение).** Найти МО дискретной конечнозначной величины, для которой мы уже построили многоугольник и функцию распределения.

- **Решение.** Вычисляем по формуле (3.15).

```
mx=sum(x.*p); % считаем МО
```

```
fprintf('Математическое ожидание Mx=%8.5f.\n',mx);
```

```
Математическое ожидание Mx= 2.43100.
```

- **Пример 3.5 (продолжение).** Найти МО непрерывной величины, для которой мы построили ранее плотность и функцию распределения.

- **Решение.** Вычисляем по формуле (3.17).

```
mx=int(x*fs,x,x1,x2); % вычисляем МО
```

```
fprintf('Математическое ожидание Mx=%s=%8.5f.\n',...
```

```
char(mx),eval(mx))
```

```
Математическое ожидание Mx=7/3= 2.33333.
```

Числовые характеристики случайных величин

- **Определение 3.12.** *Мода* случайной величины – это наиболее вероятное её значение (т. е. которое чаще всего встречается).
- В общем случае они не совпадают с математическими ожиданиями. В зависимости от вида многоугольника распределения или графика $f(x)$ распределения бывают унимодальными (один максимум – одна мода) и полимодальными (несколько мод). Бывают также распределения, у которых все возможные значения являются модами. Они называются равномерными.
- Например, случайная величина X – число на верхней грани игральной кости при её бросании имеет 6 возможных значений (1, 2, 3, 4, 5 и 6) с одинаковыми вероятностями $1/6$. Все они являются модами.

Числовые характеристики случайных величин

- **Пример 3.2 (продолжение).** Найти моду дискретной конечнозначной величины.
- **Решение.** Определяем то значение x_k , для которого p_k максимальна.
[pmax,ipmax]=max(p); % pmax и номер точки
modx=x(ipmax); % мода распределения
fprintf('Мода =%5.2f.\n',modx);
Мода = 2.10.
- **Пример 3.5 (продолжение).** Найти моду непрерывной величины.
Решение. Определяем то значение x , для которого $f(x)$ максимальна.

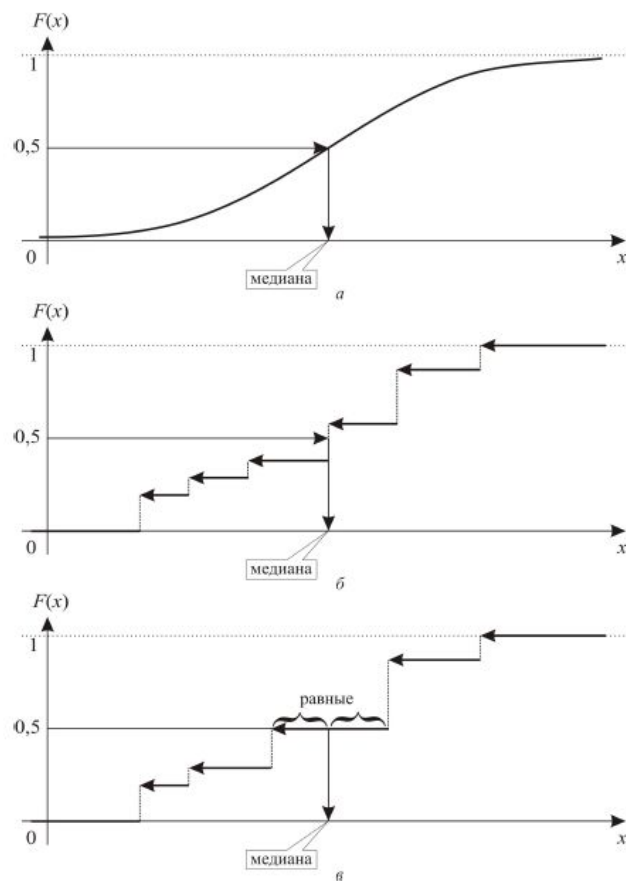
```
[fmax,ifmax]=max(fp); % максимальная f(x)  
modx=xp(ifmax); % мода распределения  
fprintf('Мода =%5.2f.\n',modx);  
Мода = 3.00.
```

Числовые характеристики случайных величин

- **Определение 3.13.** Медиана случайной величины – это такое значение x_m , при котором функция распределения $F(x_m) = 0,5$.
- **Пример 3.2 (продолжение).** Найти медиану дискретной конечнозначной величины.
- **Решение.** Для дискретной величины медиана может приходиться на горизонтальный участок графика $F(x)$ или на точку разрыва. Проверяем: если $F(x) = 0,5$ приходится на точку разрыва, то это и есть медиана. Если же $F(x) = 0,5$ достигается в двух точках, берём середину соединяющего их отрезка.

```
imed=find(F==0.5); % есть ли точки, где F(x)=0.5  
if isempty(imed), % нет таких точек  
imed=min(find(F>0.5)); % номер точки разрыва через 0.5  
medx=x(imed); % медиана  
else % есть такие точки  
medx=mean(x(imed:imed+1)); % середина отрезка с F(x)=0.5  
end  
fprintf('Медиана =%5.2f.\n',medx);  
Медиана = 2.10.
```


Числовые характеристики случайных величин



Числовые характеристики случайных величин

- **Пример 3.5 (продолжение).** Найти медиану непрерывной величины.
- **Решение.** У нас есть аналитическое выражение для $F(x)$. Приравниваем его 0,5 и решаем полученное уравнение.

```
medx=eval(solve(F-0.5)); % ищем медиану  
medx=medx(find((medx>=x1)&(medx<=x2)))); % нужное решение  
fprintf('Медиана =%8.5f.\n',medx);  
Медиана = 2.41421.
```

Числовые характеристики случайных величин

- **Определение 3.14.** Моментом (начальным моментом) m -го порядка случайной величины называется сумма произведений всех возможных значений величины X в m -й степени на вероятности их появления.
- Момент величины X обозначается $M(X^m)$ или a_m .
- Вычислим несколько первых начальных моментов для **примеров 3.2 и 3.5 (продолжение)**.

```
disp('Начальные моменты:');  
for i=1:5,  
    alpha=sum(x.^i.*p); % момент i-го порядка  
    fprintf('Alpha(%d)=%12.5f\n',i,alpha);  
end
```

Начальные моменты:

Alpha(1)= 2.43100

Alpha(2)= 7.24970

Alpha(3)= 23.60689

Alpha(4)= 81.01697

Alpha(5)= 287.89826

Числовые характеристики случайных величин

```
disp('Начальные моменты:');  
for i=1:5,  
    alpha=int(x^i*fs,x,x1,x2); % момент i-го порядка  
    fprintf('Alpha(%d)=%s=%12.5f\n',i,...  
        char(alpha),eval(alpha));  
end
```

Начальные моменты:

$$\mathbf{Alpha(1)=7/3= 2.33333}$$

$$\mathbf{Alpha(2)=17/3= 5.66667}$$

$$\mathbf{Alpha(3)=71/5= 14.20000}$$

$$\mathbf{Alpha(4)=547/15= 36.46667}$$

$$\mathbf{Alpha(5)=2005/21= 95.47619}$$

Числовые характеристики случайных величин

- **Определение 3.15.** *Центральным моментом m -го порядка* случайной величины называется сумма произведений всех возможных значений величины X , из которых вычтено её МО, в m -й степени на вероятности их появления.
- Формулы для вычисления центральных моментов отличаются от формул (3.21)-(3.23) для начальных моментов только тем, что из значений X вычитается МО.
- **Свойство 3.12.** Первый центральный момент всегда равен 0.

Числовые характеристики случайных величин

- Формулы вида (3.24) имеют место и здесь. Вот несколько первых центральных моментов для **примеров 3.2 и 3.5 (продолжения)**.

```
disp('Центральные моменты:');  
for i=1:5,  
    mu=sum((x-mx).^i.*p); % момент i-го порядка  
    fprintf('Mu(%d)=%12.5f\n',i,mu);  
end
```

Центральные моменты:

Mu(1)= 0.00000

Mu(2)= 1.33994

Mu(3)= -0.53191

Mu(4)= 3.75172

Mu(5)= -3.67639

Числовые характеристики случайных величин

```
disp('Центральные моменты:');  
for i=1:5,  
    mu=int((x-mx)^i*fs,x,x1,x2); % момент i-го порядка  
    fprintf('Mu(%d)=%s=%12.5f\n',i,char(mu),eval(mu));  
end
```

Центральные моменты:

$$\mathbf{Mu(1)=0=0.00000}$$

$$\mathbf{Mu(2)=2/9=0.22222}$$

$$\mathbf{Mu(3)=-8/135=-0.05926}$$

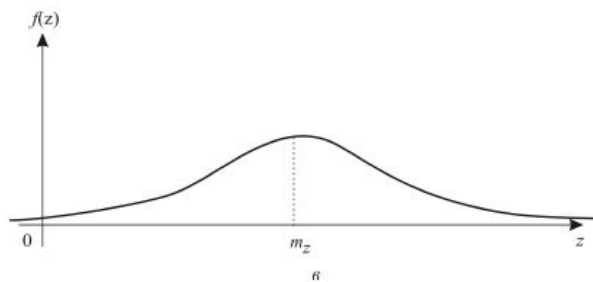
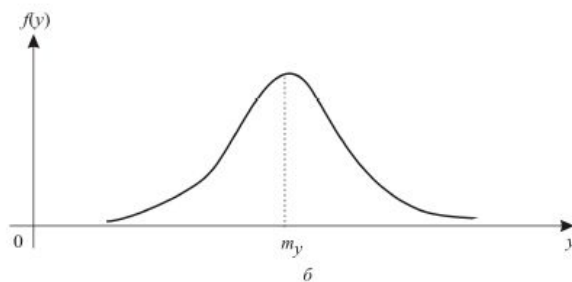
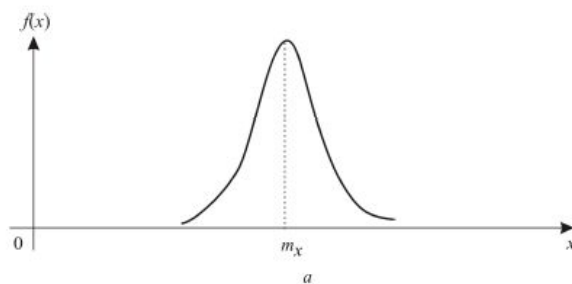
$$\mathbf{Mu(4)=16/135=0.11852}$$

$$\mathbf{Mu(5)=-128/1701=-0.07525}$$

Числовые характеристики случайных величин

- **Определение 3.16.** *Дисперсией* случайной величины называется её 2-й центральный момент.
- Обозначения дисперсии: $D(X)$, D_x , . Английский термин – *the variance*. Размерность дисперсии равна квадрату размерности X .
- **Свойство 3.13.** Для детерминированной величины C (константы) дисперсия равна 0.
- **Свойство 3.14.** Дисперсия случайной величины положительна.
- **Свойство 3.15.** Дисперсия равна второму начальному моменту минус квадрат первого начального момента. Или: дисперсия равна МО квадрата случайной величины минус квадрат её МО.
- **Определение 3.17.** *Среднеквадратичным отклонением (СКО)* случайной величины называется квадратный корень из её дисперсии.
- Другие названия: стандартное отклонение, стандарт. Англоязычные термины: *standard deviation, standard*. Обозначение: s_x .

Числовые характеристики случайных величин

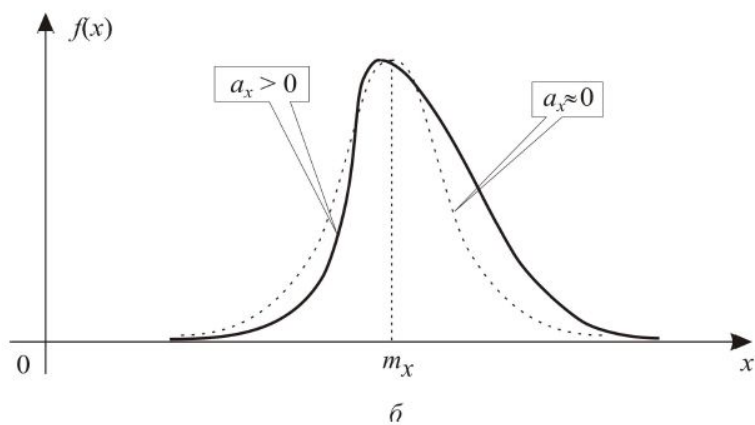
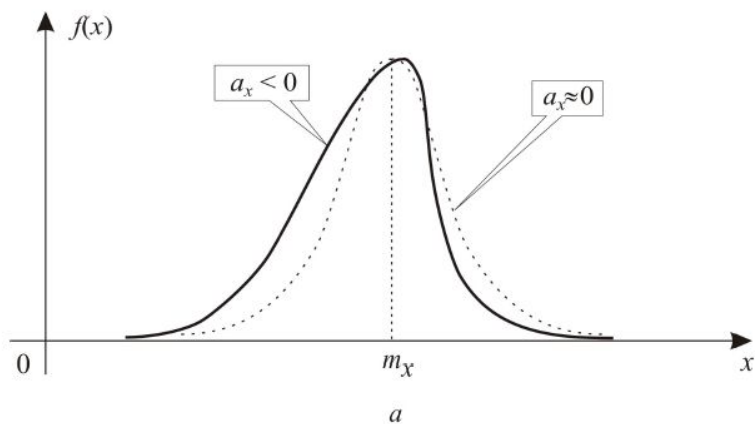


Числовые характеристики случайных величин

- **Определение 3.18.** Асимметрией случайной величины называется отношение 3-го центрального момента к кубу СКО.
- Английский термин: *the skewness*. Обозначения: $A(X)$ или a_x . Асимметрия является безразмерной величиной (она специально так введена).
- Формула для её вычисления:

$$(3.3) \quad a_x = \frac{\mu_3}{\sigma_x^3}.$$

Числовые характеристики случайных величин

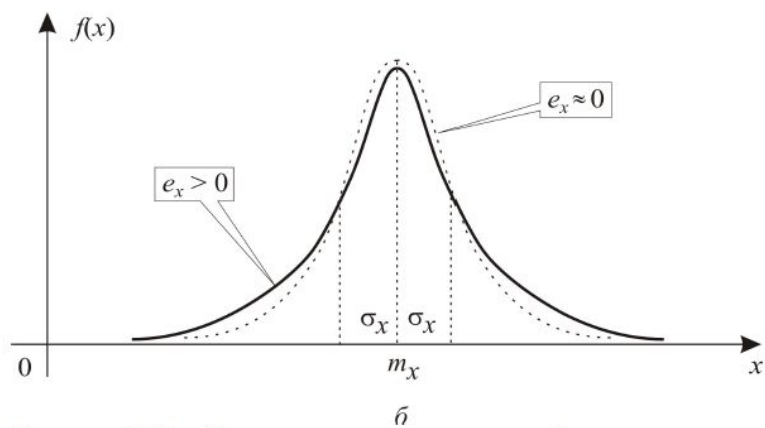
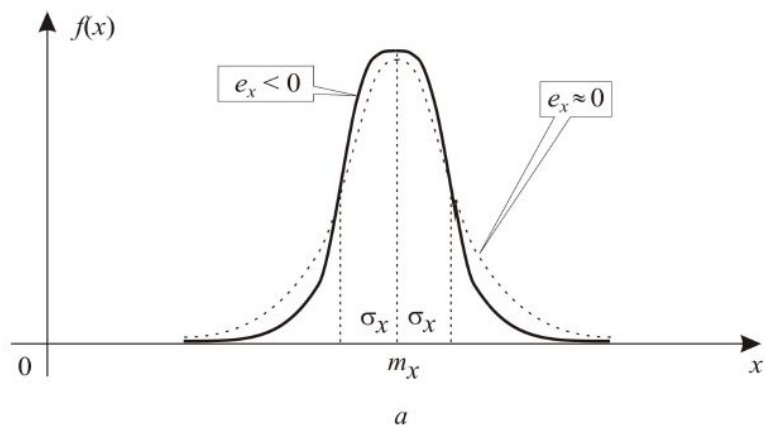


Числовые характеристики случайных величин

- **Определение 3.19.** *Эксцессом* случайной величины называется отношение 4-го центрального момента к 4-й степени СКО (квадрату дисперсии), из которого вычтено число 3.
- В англоязычной литературе используется термин *the kurtosis*. Обозначается эксцесс: $E(X)$ или e_x . Он является безразмерной величиной и вычисляется по формуле:

$$e_x = \frac{\mu_4}{\sigma_x^4} - 3.$$

Числовые характеристики случайных величин



Числовые характеристики случайных величин

- Закончим **примеры 3.2 и 3.5**: посчитаем дисперсию, СКО, асимметрию и эксцесс.

$Dx = \text{sum}((x - mx).^2 . p);$ % дисперсия*

$Sx = Dx^{0.5};$ % СКО

$Ax = \text{sum}((x - mx).^3 . p) / Sx^3;$ % асимметрия*

$Ex = \text{sum}((x - mx).^4 . p) / Dx^{2-3};$ % эксцесс*

$\text{fprintf}('Дисперсия Dx = \%8.5f; \backslash n', Dx);$

$\text{fprintf}('Среднеквадратичное отклонение $e_x = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3$ $Sx = \%8.5f; \backslash n', Sx);$$

$\text{fprintf}('Асимметрия Ax = \%8.5f; \backslash n', Ax);$

$\text{fprintf}('Эксцесс Ex = \%8.5f. \backslash n', Ex);$

Дисперсия $Dx = 1.33994;$

Среднеквадратичное отклонение $Sx = 1.15756;$

Асимметрия $Ax = -0.34294;$

Эксцесс $Ex = -0.91042.$

Числовые характеристики случайных величин

```
Dx=simple(int((x-mx)^2*fs,x,x1,x2)); % дисперсия  
Sx=simple(Dx^0.5); % СКО  
Ax=simple(int((x-mx)^3*fs,x,x1,x2)/Sx^3); % асимметрия  
Ex=simple(int((x-mx)^4*fs,x,x1,x2)/Dx^2-3); % эксцесс  
fprintf('Дисперсия Dx=%s=%8.5f;\n',char(Dx),eval(Dx));  
fprintf('Среднеквадратичное отклонение Sx=%s=%8.5f;\n',...  
char(Sx),eval(Sx));  
fprintf('Асимметрия Ax=%s=%8.5f;\n',char(Ax),eval(Ax));  
fprintf('Эксцесс Ex=%s=%8.5f.\n',char(Ex),eval(Ex));  
Дисперсия Dx=2/9= 0.22222;  
Среднеквадратичное отклонение Sx=1/3*2^(1/2)= 0.47140;  
Асимметрия Ax=-2/5*2^(1/2)=-0.56569;  
Эксцесс Ex=-3/5=-0.60000.
```