



Математический анализ
2 семестр
Занятие №2

Неопределенный интеграл

Занятие 2. Замена переменных

$$\int x^2 \sqrt[3]{1-x} dx = \left\langle \begin{array}{l} 1-x=t \\ dx=-dt \end{array} \right\rangle = -\int (1-t)^2 \sqrt[3]{t} dt = -\int (t^{1/3} - 2t^{4/3} + t^{7/3}) dt =$$
$$= -\frac{3}{4} t^{4/3} + 2\frac{3}{7} t^{7/3} - \frac{3}{10} t^{10/3} + C = -\frac{3}{4} (1-x)^{4/3} + 2\frac{3}{7} (1-x)^{7/3} - \frac{3}{10} (1-x)^{10/3} + C$$

1. $\int x^3 \sqrt{1+5x^2} dx = \langle 1+5x^2 = t \rangle$

6. $\int \frac{\ln x}{x\sqrt{1+\ln x}} dx = \langle 1+\ln x \rangle$

2. $\int \frac{x^5}{\sqrt{1-x^2}} dx = \langle 1-x^2 = t \rangle$

7. $\int \frac{\operatorname{arctg} \sqrt{x}}{\sqrt{x}} \cdot \frac{dx}{1+x} = \langle \operatorname{arctg} \sqrt{x} = t \rangle$

3. $\int x^5 (2-5x^3)^{2/3} dx = \langle 2-5x^3 = t \rangle$

8. $\int \frac{dx}{(1-x^2)^{3/2}} = \langle x = \sin t \rangle$

4. $\int \cos^5 x \cdot \sqrt{\sin x} dx = \langle \sin x = t \rangle$

9. $\int \sqrt{a^2 - x^2} dx = \langle x = a \cdot \sin t \rangle$

5. $\int \frac{\sin x \cdot \cos^3 x}{1+\cos^2 x} dx = \langle 1+\cos^2 x = t \rangle$

10. $\int \frac{dx}{(x^2+a^2)^{3/2}} = \langle x = a \cdot \operatorname{tg} t \rangle$

Занятие 2. Интегрирование по частям

$$\int u(x)dv(x) = u(x)v(x) - \int v(x)du(x)$$

$$\int \ln x dx = x \cdot \ln x - \int x \cdot \frac{1}{x} dx = x \ln x - x + C$$

1. $\int x \cdot \cos x dx$

6. $\int x^2 e^x dx$

2. $\int x^2 \cdot \cos x dx$

7. $\int x^3 e^x dx$

3. $\int x \cdot \sin x dx$

8. $\int x \ln x dx$

4. $\int x^2 \sin x dx$

9. $\int x^2 \ln x dx$

5. $\int x e^x dx$

Занятие 2. Интегрирование по частям

$$1. \int \arcsin x \, dx = x \cdot \arcsin x + \sqrt{1-x^2} + C$$

$$2. \int \operatorname{arctg} x \, dx = x \cdot \operatorname{arctg} x - \frac{1}{2} \ln(1+x^2) + C$$

$$3. \int x \cdot \operatorname{arctg} x \, dx = \frac{1}{2} x^2 \operatorname{arctg} x - \frac{1}{2} x + \frac{1}{2} \operatorname{arctg} x + C$$

$$4. \int x^2 \cdot \arccos x \, dx = \frac{1}{3} x^3 \arccos x - \frac{1}{9} x^2 \sqrt{1-x^2} - \frac{2}{9} \sqrt{1-x^2} + C$$

$$5. \int e^x \cos x \, dx = \frac{1}{2} e^x \cos x + \frac{1}{2} e^x \sin x + C$$

$$6. \int e^x \sin x \, dx = -\frac{1}{2} e^x \cos x + \frac{1}{2} e^x \sin x + C$$

$$7. \int \ln(x + \sqrt{1+x^2}) \, dx = x \cdot \ln(x + \sqrt{1+x^2}) + \frac{x^3}{3} - \frac{1}{3} (1+x^2)^{3/2} + C$$



Спасибо за
внимание

Занятие окончено