

Уравнения, содержащие знак модуля

Подготовила:
учитель математики
МОУ сош №30 имени А.И.Колдунова
Кутоманова Е.М.
2010-2011 учебный год



Алгоритм решения уравнений вида $|f(x)|=|g(x)|$

Решения уравнения $|f(x)|=|g(x)|$
равносильно решению двух
уравнений:

$$f(x)=g(x) \text{ или } f(x)=-g(x)$$





Например:

1. $|5x-4|=|3x+2|;$

$5x-4=3x+2$ или $5x-4=-3x-2;$

$2x=6$ или $8x=2;$

$x=3$ или $x=0,25.$

Ответ: 0,25; 3.



$$2. |x^2 - 3x| = |x - 3|;$$

$$x^2 - 3x = x - 3 \text{ или } x^2 - 3x = -x + 3;$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0 \text{ или } x^2 - 2x - 3 = 0;$$

$$D_1 = 4 - 3 = 1 \text{ или } D_1 = 1 + 3 = 4;$$

$$x = 2 \pm 1 \text{ или } x = 1 \pm 2;$$

$$x_1 = 3, x_2 = 1 \text{ или } x_1 = 3, x_2 = -1.$$

Ответ: $\pm 1; 3$.



Первый алгоритм решения уравнений вида $|f(x)|=g(x)$

Уравнение $|f(x)|=g(x)$ равносильно решению двух систем:

1)

$$\begin{cases} g(x) \geq 0, \\ f(x) = g(x); \end{cases}$$

2)

$$\begin{cases} g(x) \geq 0, \\ f(x) = -g(x). \end{cases}$$





Например: 1. $|x+2|=2(3-x)$.

$$\begin{cases} 3-x \geq 0, \\ x+2=2(3-x); \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} 3-x \geq 0, \\ x+2=-2(3-x); \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq 3, \\ x+2=6-2x; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq 3, \\ x+2=-6+2x; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq 3, \\ 3x=4; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq 3, \\ x=8; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq 3, \\ x=1\frac{1}{3}. \end{cases}$$

корней нет.

$$x=1\frac{1}{3}.$$

Ответ: $x=1\frac{1}{3}$.





$$2. |x^2 + x - 3| = x$$

$$1) \begin{cases} x \geq 0, \\ x^2 + x - 3 = x; \end{cases}$$
$$\begin{cases} x \geq 0, \\ x^2 - 3 = 0; \end{cases}$$
$$\begin{cases} x \geq 0, \\ x^2 = 3; \end{cases}$$
$$\begin{cases} x \geq 0, \\ x = \pm \sqrt{3}; \end{cases}$$
$$x = \sqrt{3}.$$

ИЛИ

$$2) \begin{cases} x \geq 0, \\ x^2 + x - 3 = -x; \end{cases}$$
$$\begin{cases} x \geq 0, \\ x^2 + 2x - 3 = 0; \end{cases}$$
$$D_1 = 1 + 3 = 4;$$
$$x = -1 \pm 2;$$
$$x_1 = -3 < 0,$$
$$x_2 = 1 > 0.$$

Ответ: 1; $\sqrt{3}$



Самостоятельная работа

1 вариант

1. $3|x|-5=4;$

2. $|x-2|-3=1;$

3. $|x+3|+6=0;$

4. $|x^2 - 3x| = -4;$

5. $|x^2 - 3x - 4| = 0;$

6. $|2x-3| = |x+1|;$

7. $|x^2 + 3x| = |x + 3|.$

2 вариант

1. $2|x|-3=1;$

2. $|x-5|-2=1;$

3. $|x-7|+1=0;$

4. $|x^2 + 3x| = -5;$

5. $|x^2 - 5x - 6| = 0;$

6. $|3x-2| = |x-1|;$

7. $|x^2 + 2x| = |x + 2|.$