

ЛЕКЦІЯ. ЗГИНАННЯ СТАТИЧНО ВИЗНАЧЕНИХ БАЛОК

План:

1. Загальні поняття про деформацію згинання.
2. Типи опор балок. Визначення реакцій опор.
3. Внутрішні силові фактори при згинанні.
4. Правило знаків для поперечної сили та згинального моменту.
5. Диференціальні залежності між інтенсивністю розподіленого навантаження, поперечною силою і згинальним моментом.

1. Загальні поняття про деформацію згинання.

2

Коли на стержень діють зовнішні поперечні сили або пари сил (моменти) (рис. 1), його вісь згинається.

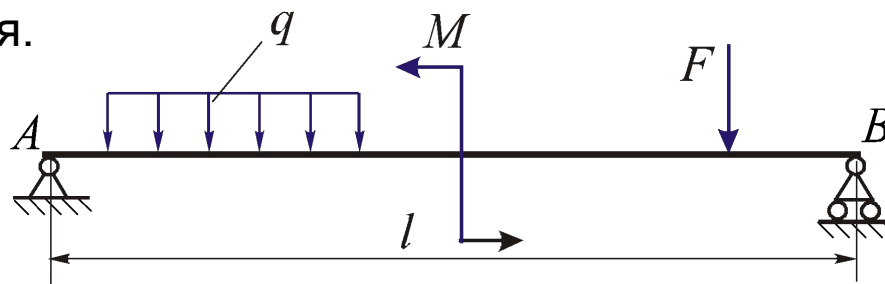


Рис. 1

Згинання – такий вид деформації, коли відбувається викривлення або зміна кривизни осі стержня. Стержень, що працює на згинання, називають **балкою**. При згинанні в поперечних перерізах балки виникають два внутрішні силові фактори: згинальні моменти $M_{зг}$ і поперечні сили Q . Розрізняють згинання: 1) *чисте*; 2) *поперечне*; 3) *пряме (плоске)*; 4) *косе*.

При **чистому** згинанні виникають тільки згинальні моменти, площина дії яких перпендикулярна до площини поперечного перерізу балки. У разі **поперечного згинання** в перерізах балки виникають поперечні сили та згинальні моменти.

Якщо площина дії згинальних моментів (силова площина) проходить через одну з головних центральних осей перерізу балки, таке згинання називають **плоским** або **прямим** згинанням. Якщо площина дії згинальних моментів не збігається з жодною з центральних осей, то таке згинання називають **косим**.

При згинанні плоскі поперечні перерізи балки згідно з гіпотезою плоских перерізів нахилиються один до одного, залишаючись плоскими та перпендикулярними до викривленої осі балки. Волокна балки з випуклої сторони *видовжуються*, з увігнутої сторони – *вкорочуються*. Припускають, що окремі волокна не тиснуть одне на одне, тобто кожне з них перебуває в умовах чистого розтягання-стискання.

Волокна балки, які викривляючись, не змінюють своєї довжини, утворюють *нейтральний шар*. Перетин нейтрального шару поперечним перерізом називають *нейтральною лінією (нейтральною віссю)*. У випадку плоского (прямого) згинання перетин силової площини з поперечним перерізом називають *силовою лінією*.

2. Типи опор балок. Визначення реакцій опор.

Балка, сприймаючи зовнішні активні сили, передає їх тим елементам конструкцій, на які вона опирається – опорам. Опори фіксують положення балки відносно корпусу, плити, фундаменту (рис. 2). Відповідно, в опорах виникають реактивні сили – реакції в'язей. Зовнішні активні сили та реакції в'язей утворюють навантаження балки.

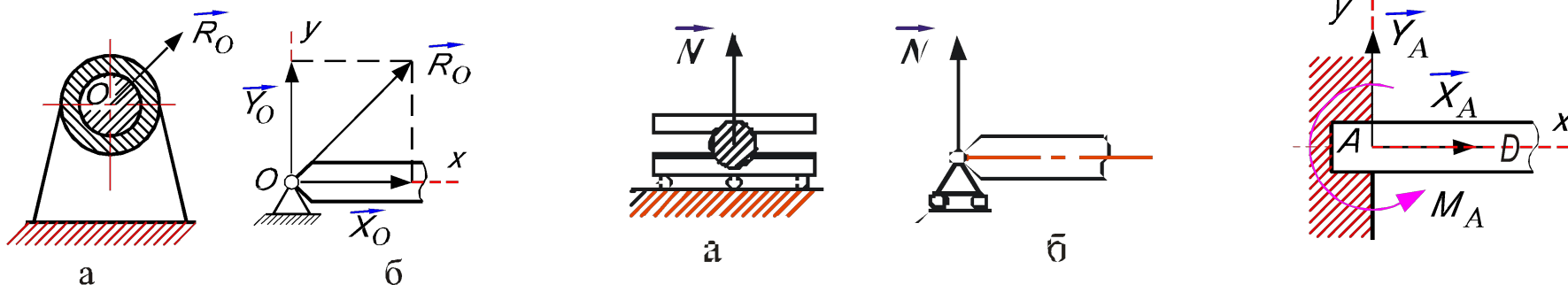


Рис. 2

Для плоскої системи сил можна скласти три незалежних рівняння статки для визначення невідомих реакцій. Коли закріплення балки таке, що реакції в опорах можна визначити з рівнянь статки, балку називають *статично визначеною*, а якщо реакцій більше ніж рівнянь статки – *статично невизначеною*.

3. Внутрішні силові фактори при згині.

5

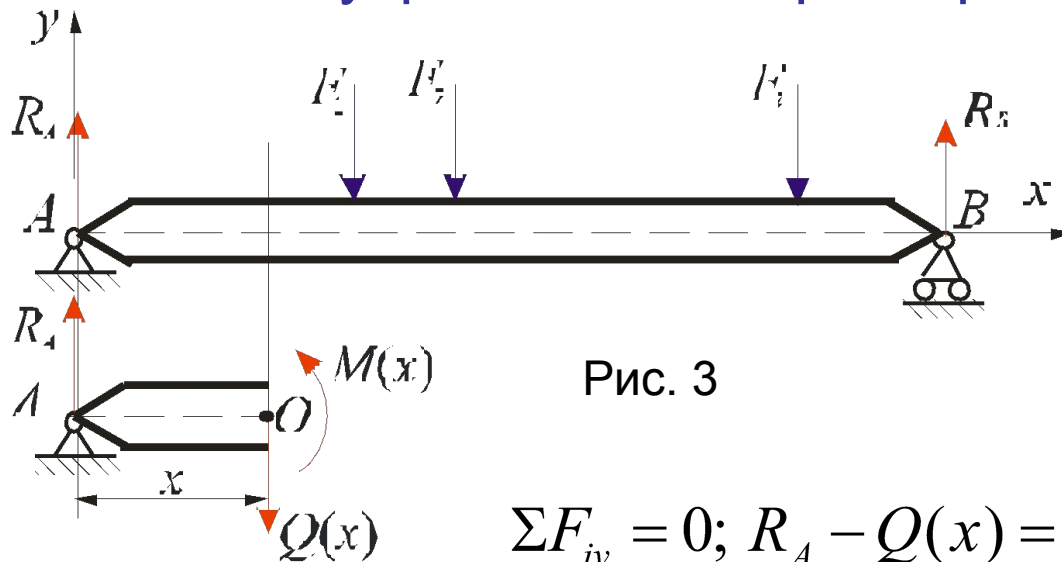


Рис. 3

Записуємо рівняння рівноваги для вирізаної частини балки:

$$\Sigma F_{iy} = 0; R_A - Q(x) = 0; Q(x) = R_A$$

$$\Sigma M_{iO} = 0; -R_A \cdot x + M(x) = 0; M(x) = R_A \cdot x$$

Для обчислення поперечної сили та згинального моменту у даному перерізі використовують такі правила:

- *поперечна сила* $Q(x)$ у даному поперечному перерізі чисельно дорівнює алгебраїчній сумі проекцій усіх зовнішніх сил, що діють з одного боку від перерізу, на вісь, перпендикулярну до поздовжньої осі балки;

- *згинальний момент* $M(x)$ у даному поперечному перерізі чисельно дорівнює алгебраїчній сумі моментів усіх зовнішніх сил, що діють з одного боку від перерізу, відносно центра ваги перерізу.

4. Правило знаків для поперечної сили та згинального моменту.

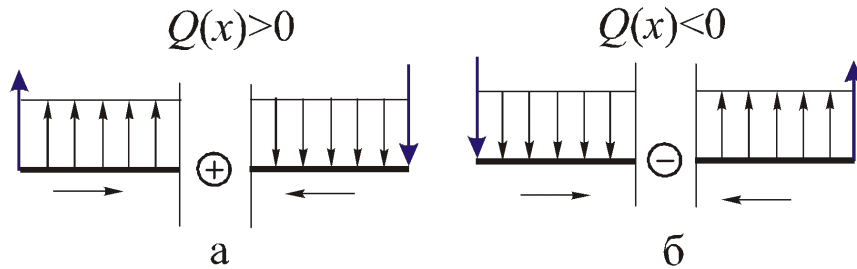


Рис. 4

Поперечну силу $Q(x)$ у перерізі балки вважають додатною, якщо рівнодійна зовнішніх сил справа від перерізу спрямована донизу, а зліва – догори (рис. 4, а). Поперечна сила від’ємна в протилежному випадку (рис. 4, б).

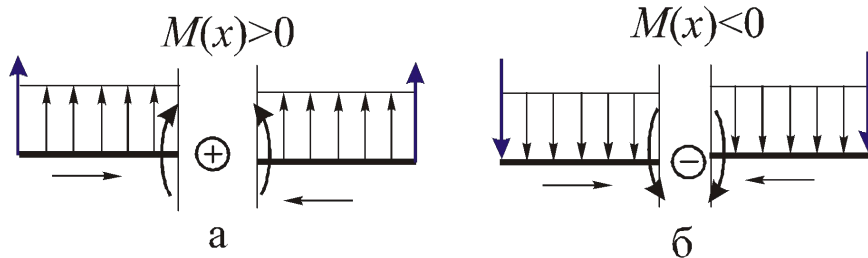


Рис. 5

Згинальний момент у перерізі балки вважають додатнім, якщо рівнодійний момент зовнішніх сил справа від перерізу балки спрямований проти ходу годинникової стрілки, а зліва – за ходом годинникової стрілки (рис. 5, а). Згинальний момент від’ємний у протилежному випадку (рис. 5, б).

Згинальний момент вважають додатнім, якщо в даному перерізі балка згинається випуклістю вниз. Волокна балки, розміщені у ввігнутій частині, будуть стискатися, а у випуклій – розтягуватись. Якщо додатні значення згинального моменту на епюрі відкладати догори від осі, то епюра буде побудована з боку стиснутих волокон.

розподіленого навантаження, поперечною силою і згинальним МОМЕНТОМ.

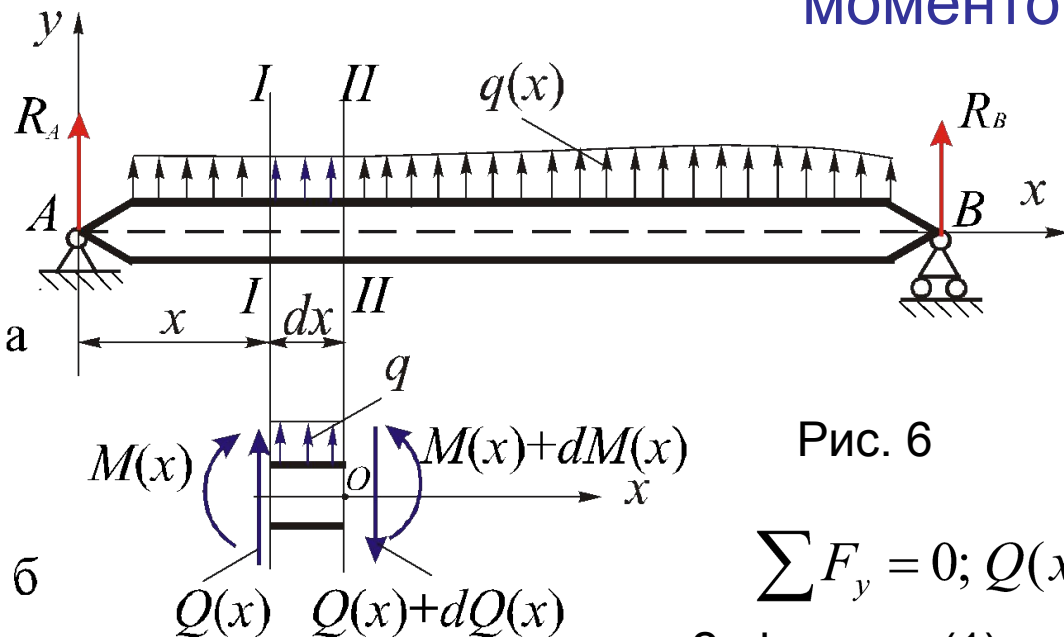


Рис. 6

Розглянемо балку, на яку діє нерівномірно розподілене навантаження $q(x)$ (рис. 6, а). Виділений двома перерізами на балці елемент dx перебуває під дією зовнішнього навантаження та внутрішніх силових факторів у перерізах у стані рівноваги (рис. 6, б). Проектуємо всі сили на вісь y :

$$\sum F_y = 0; Q(x) + q \cdot dx - (Q(x) + dQ(x)) = 0. \quad (1)$$

З рівняння (1) маємо:

$$q = \frac{dQ(x)}{dx}. \quad (2)$$

Запишемо суму моментів відносно точки O – центра ваги перерізу $II-II$:

$$\sum M_{iO} = 0; -M(x) - Q(x) \cdot dx - q \cdot dx \frac{dx}{2} + (M(x) + dM(x)) = 0. \quad (3)$$

Нехтуючи в (3) нескінченно малою величиною другого порядку $(dx)^2$, отримаємо:

$$Q(x) = \frac{dM(x)}{dx}. \quad (4)$$

Отже, перша похідна від поперечної сили по довжині балки є **інтенсивністю розподіленого навантаження** (формула (2)), перша похідна від згинального моменту по довжині балки дорівнює **поперечній силі** (формула (4)). Загалом:

$$q = \frac{dQ(x)}{dx} = \frac{d^2M(x)}{dx^2}. \quad (5)$$

Внутрішні силові фактори в перерізах балки – поперечна сила $Q(x)$ і згинальний момент $M(x)$ – залежать від зовнішнього навантаження та змінюються по довжині балки. Для наглядного подання характеру зміни внутрішніх силових факторів по довжині балки будують епюри поперечних сил та згинальних моментів. Вісь епюри проводять паралельно до осі балки.

При побудові епюр використовують правила, що ґрунтуються на диференціальних залежностях (2), (4), (5) і значно полегшують процес побудови.

Правила для перевірки правильності побудови епюр 9

1. На ділянках балки, де згинальний момент постійний, поперечна сила дорівнює нулю.
2. На ділянках балки, де не діє рівномірно розподілене навантаження, поперечна сила постійна, а згинальний момент змінюється за лінійним законом.
3. На ділянках, де діє рівномірно розподілене навантаження, поперечна сила змінюється за лінійним законом, а згинальний момент – за параболічним.
4. У точках прикладання зосереджених зовнішніх сил на епюрі поперечної сили мають місце стрибки на величини зовнішніх сил.
5. У точках прикладання зовнішніх моментів на епюрі згинального моменту мають місце стрибки на величини зовнішніх моментів.
6. У точках, де поперечна сила дорівнює нулю, згинальний момент набуває екстремальних значень (максимального або мінімального).
7. На ділянках, де $Q > 0$, згинальний момент зростає, а на ділянках, де $Q < 0$, згинальний момент спадає.