Импульсная характеристика цепи

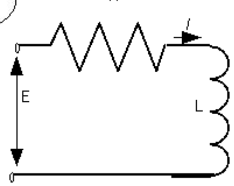
Практическое занятие

Задание: рассчитать импульсную характеристику цепи согласно варианту в списке журнала старосты.

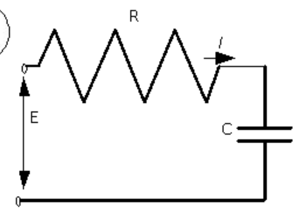
Вариант	Схема	Воздействие	Реакция
1.	1	E	I
1.	1	E	U_L
1.	1	I	U_L
1.	2	I	Uc
1.	3	E	U_{L2}
1.	3	E	I
1.	3	E	U_{RL1}
1.	4	E	I_2
1.	4	E	I_1
1.	4	I	$U(C_1)$
1.	4	I	$U(C_2)$
1.	5	E	I_2
1.	5	E	I_1
1.	5	E	I_3
1.	5	I_1	E
1.	6	E	I_2
1.	6	E	I_1
1.	6	E	I_3
1.	6	I_3	E
1.	7	E	I_1
1.	7	E	I_2
1.	7	E	I_3
1.	7	I_3	E
1.	8	E	I_1
1.	8	E	I_2
1.	8	E	I_3
1.	8	I_3	E
1.	8	E	U_{L1}
1.	8	E	U_{L2}

Схемы для вариантов

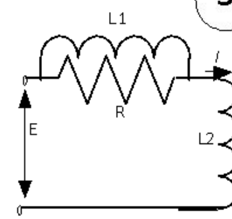
1



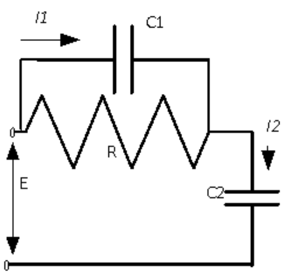
2



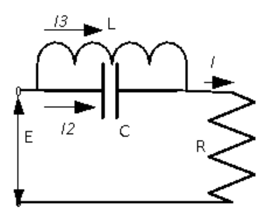
3



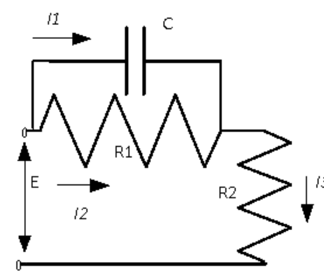
4



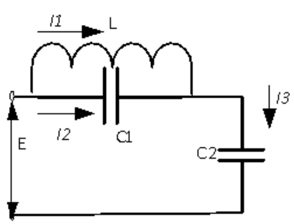
5



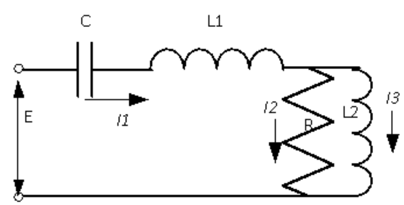
6



7



8



- ***Импульсной характеристикой h (t)*** цепи называется отношение реакции цепи на импульсное воздействие.
- Реакцией может быть ток или напряжение, воздействием- импульс тока или напряжения.
- Импульсные характеристики используются для расчета импульсных воздействий на линейные пассивные цепи.

- $$h(t) = \frac{f_2(t)}{S_U}$$
- $f_2(t)$ –реакция цепи на импульсное воздействие;
- S_U –площадь импульса воздействия.

По известной импульсной характеристике цепи можно найти реакцию цепи на заданное воздействие:

$$f_2(t) = h(t) * S_U$$

- В качестве функции воздействия часто используется единичное импульсное воздействие, называемое также дельта-функцией или функцией Дирака.

- Импульсная характеристика ***h(t)*** –это временная характеристика, она определяется в режиме покоя цепи, то есть при условии, что в момент воздействия запас энергии в индуктивных и ѐмкостных элементах цепи отсутствовал.
- ННУ означают, что напряжение на конденсаторе и ток в индуктивности равны нулю.

-

- **Импульсным воздействием напряжения** называется обобщённая функция напряжения:

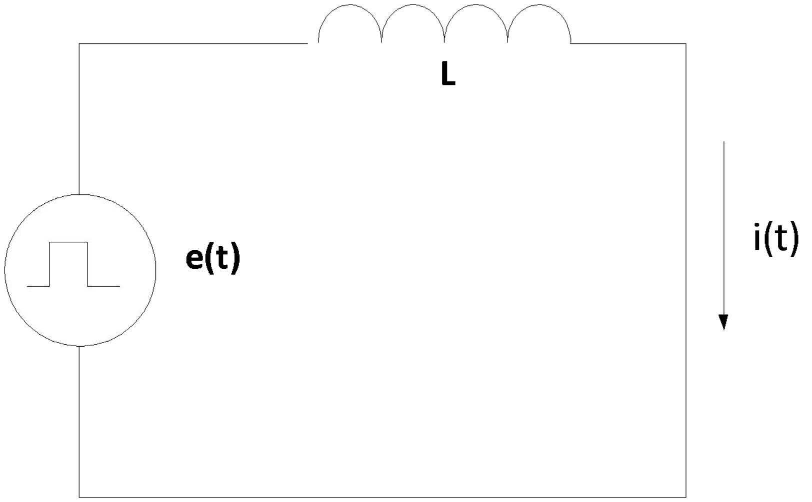
$$e(t) = U_m \delta(t), \text{где}$$

U_m -условно называют амплитудой $\boldsymbol{\delta}$**-импульса**

По известной импульсной характеристике цепи можно найти реакцию цепи на заданное воздействие.

Пример 1

-
- Пусть при ННУ к индуктивности подведено импульсное воздействие $e(t) = U_m \delta(t)$. Найдём ток в этой цепи.



РЕШЕНИЕ

Учитывая, что $e(t) = U_m\delta(t) \risingdotseq \mathrm{E(p)} = U_m$

Применим закон Ома в операторной форме:

$$I(p) = \frac{E(p)}{pL} = \frac{U_m}{pL}$$

Получим $I(p) \risingdotseq i(t) = 1(t)\frac{U_m}{pL}$

Следовательно,

$$\mathrm{i(t)} = \begin{cases} 0 & \text{при t<o} \\ \frac{U_m}{L} & \text{при } \mathrm{t} \geq 0 \end{cases}$$

Пример 2

- Пусть при ННУ к последовательной RC-цепи подведено импульсное воздействие напряжения $e(t) = U_m \delta(t)$. Найти импульсную характеристику цепи, воздействие - $e(t)$, реакция –напряжение на конденсаторе.

решение

- 1.Операторное изображение воздействия

$$e(t) = U_m\delta(t) \doteqdot \boldsymbol{U_m}$$

2.Найдём операторный ток в цепи

$$I(p) = \frac{U_m}{R + \frac{1}{pC}}$$

3. Операторное напряжение на ёмкости:

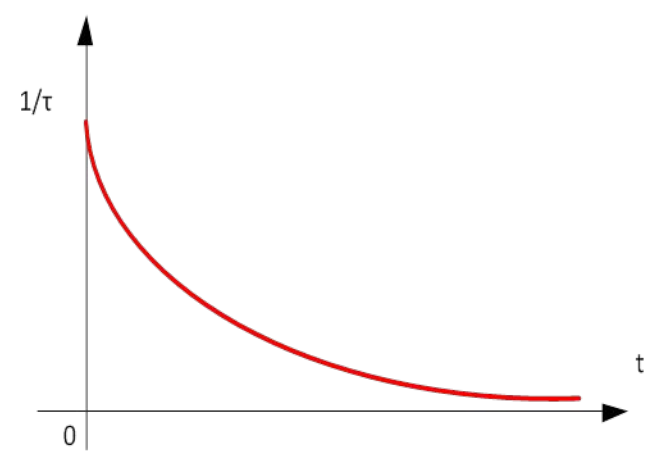
$$U_C(p) = I(p) * \frac{1}{pC} = \frac{U_m}{\left(R + \frac{1}{pC}\right)pC} = \frac{U_m}{C\left(Rp + \frac{1}{C}\right)}$$

$$= \frac{U_m}{RC} * \frac{1}{\left(p + \frac{1}{RC}\right)} = \frac{\boldsymbol{U_m}}{\boldsymbol{\tau}} * \frac{\mathbf{1}}{\left(\boldsymbol{p} + \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{\tau}}\right)}$$

- Следовательно, оригинал имеет вид:

$$u_C(t) = \frac{U_m}{\tau} * e^{-\frac{t}{\tau}}$$

- Импульсная характеристика по напряжению будет равна
- $h(t) = \frac{u_C(t)}{U_m} = \frac{U_m}{\tau\, U_m} e^{\frac{-t}{\tau}} = \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{\tau}} *\boldsymbol{e}^{-\frac{t}{\tau}}$
- Найдём изображение импульсной характеристики:
- $h(t) = \frac{1}{\tau} *e^{-\frac{t}{\tau}} \doteqdot \frac{1}{\tau p+1}$



- Найдём передаточную функцию цепи.

Операторная передаточная функция –это отношение операторной реакции к операторному воздействию.

$$\mathrm{H}_{u_C}(p) = \frac{U_C(p)}{U_m} = \frac{U_m}{\tau\left(p + \frac{1}{\tau}\right)U_m} = \frac{1}{\tau\left(p + \frac{1}{\tau}\right)} =$$

$$= \frac{1}{\tau p + 1}$$

ВЫВОД

- Передаточная операторная функция является изображением импульсной функции по Лапласу:

$$\mathrm{H}(p) = \int_0^{\infty} h(t) e^{-pt} dt$$

- Передаточная функция для реакции-напряжение на резисторе

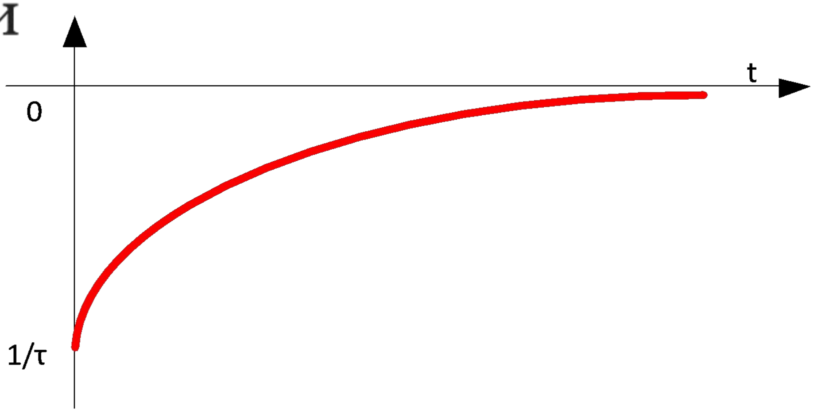
$\mathrm{Hu_r(p)} = \frac{U_R(p)}{E(p)} = \frac{E(p)R}{E(p)(R+\frac{1}{pC})} = \frac{pRC\ (:RC)}{(1+pRC)(:RC)} = \frac{p}{p+\frac{1}{RC}} = 1 - \frac{\frac{1}{RC}}{p+\frac{1}{RC}} =$

$h_{Ur}(p)$

Согласно таблице соответствий имеем:

$$h_{Ur}(t) = \delta(t) - \frac{1}{RC} e^{-\frac{1}{RC}} = \delta(t) - \frac{1}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

- График полученной функции

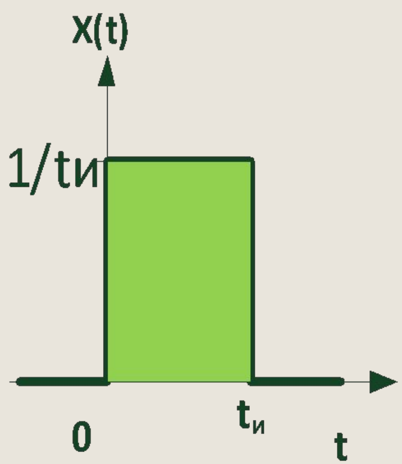


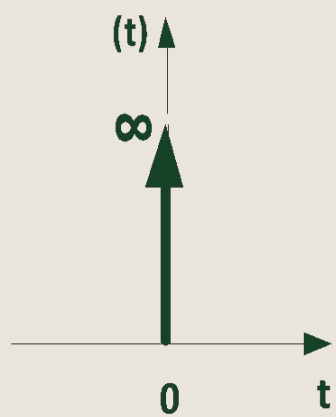
- **<u>Df:</u>** импульс бесконечно малой длительности ($t_и \to 0$) определяется функцией Дирака $\delta(t)$:

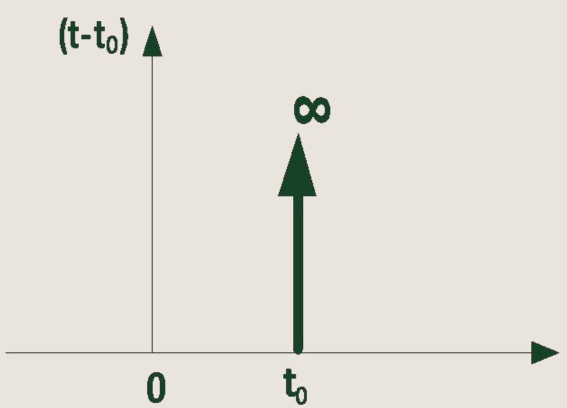
$$\delta(t)=\begin{cases}\infty \text{ при } t=0\\ 0 \text{ при } t\neq 0\end{cases}$$

Её задержанный вариант имеет вид:

$$\delta(t\text{-}\ t_0)=\begin{cases}\infty \text{ при } t=t_0\\ 0 \text{ при } t\neq t_0\end{cases}$$







δ-импульс –сигнал с бесконечно большой амплитудой и бесконечно малой длительностью; площадь его равна 1.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)dt = 1$$

<u>Фильтрующее свойство δ -импульса</u>

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t - t_0) f(t) dt = f(t_0)$$

Где $f(t_o)$ – непрерывная функция

- Дельта-импульс представляет собой производную от единичного ступенчатого сигнала.

$$\delta(t) = \frac{d1(t)}{dt}$$

Операторное изображение этих функций имеет вид:

$$1(t) \cdot\!=\!\cdot \frac{1}{p}; \qquad \delta(t) \cdot\!=\!\cdot 1$$

- Импульсная характеристика по физическому смыслу отражает собой процесс свободных колебаний и по этой причине можно утверждать, что в реальных цепях всегда должно выполняться условие $\lim_{t\to\infty} h(t) = 0$

Изображение по Лапласу

- Определение.
  - Изображением по Лапласу комплексно-значной функции f (t) называют функцию комплексного переменного p = s+iσ, определяемую как

$$\mathbf{F\ (p) = \int_0^{\infty} e^{\propto l} e^{-pt} dt}$$

Для преобразования (1) используют символическую запись f (t) .= · F (p) ·=. f (t).

Оригинал	Изображение	Оригинал	Изображение
1	$\frac{1}{p}$	$t\sin\omega t$	$\frac{2p\omega}{\left(p^2+\omega^2\right)^2}$
t	$\frac{1}{p^2}$	$t\cos\omega t$	$\frac{p^2-\omega^2}{\left(p^2+\omega^2\right)^2}$
t^2	$\frac{2}{p^3}$	$\mathrm{sh}\,\omega t$	$\frac{\omega}{p^2-\omega^2}$
$t^n,\ n\in N$	$\frac{n!}{p^{n+1}}$	$\mathrm{ch}\,\omega t$	$\frac{p}{p^2-\omega^2}$
$t^\alpha\left(\alpha>-1\right)$	$\frac{\Gamma\left(\alpha+1\right)}{p^{\alpha+1}}$	$e^{\lambda t}\sin\omega t$	$\frac{\omega}{(p-\lambda)^2+\omega^2}$
$e^{\lambda t}$	$\frac{1}{p-\lambda}$	$e^{\lambda t}\cos\omega t$	$\frac{p-\lambda}{(p-\lambda)^2+\omega^2}$
$te^{\lambda t}$	$\frac{1}{(p-\lambda)^2}$	$\frac{\sin t}{t}$	$\mathrm{arcctg}\, p$
$t^n e^{\lambda t},\ n\in N$	$\frac{n!}{(p-\lambda)^{n+1}}$	$\frac{1}{t}\left(1-e^{-t}\right)$	$\ln\left(1+\frac{1}{p}\right)$
$t^\alpha e^{\lambda t}, \alpha>-1$	$\frac{\Gamma\left(\alpha+1\right)}{(p-\lambda)^{\alpha+1}}$	$\delta(t)$	1
$\sin\omega t$	$\frac{\omega}{p^2+\omega^2}$	$\delta(t-a),\ a>0$	e^{-ap}
$\cos\omega t$	$\frac{p}{p^2+\omega^2}$		