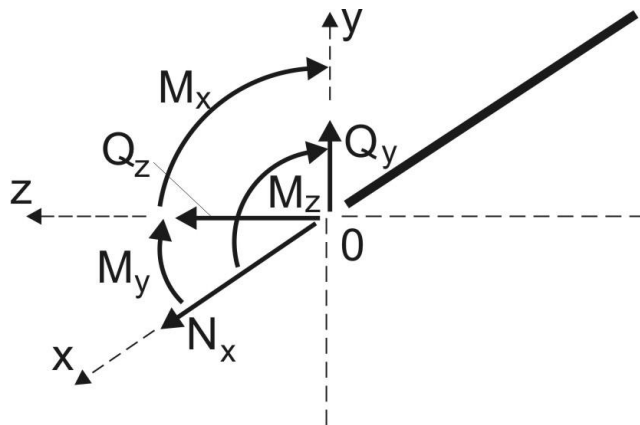


2. ОСЕВОЕ РАСТЯЖЕНИЕ И СЖАТИЕ

СТЕРЖНЕЙ

2.1. Осевое растяжение и сжатие призматических стержней

Растяжением или сжатием называют такой вид деформации стержня, при котором в поперечных сечениях его возникает лишь одно из внутренних усилий

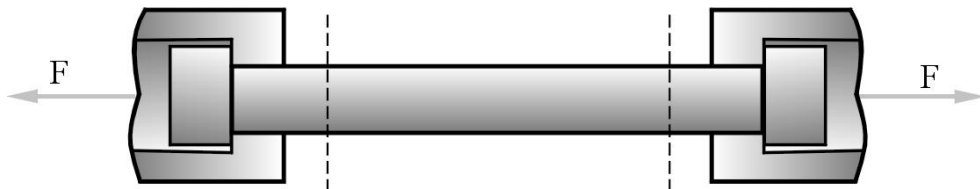


$$N_x = N$$

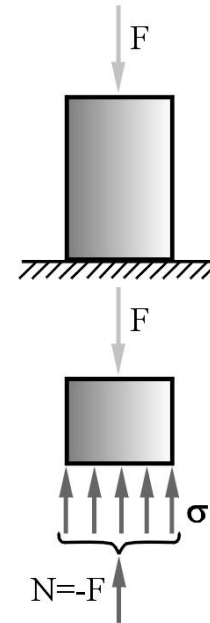
Усилие N будем считать положительным, если оно вызывает растяжение стержня.

Величину N в произвольном сечении стержня определяют из условия равновесия его отсеченной части. При этом, согласно закону Ньютона (аксиоме) о равенстве действия и противодействия, не важно равновесие какой из двух частей стержня рассматривать.

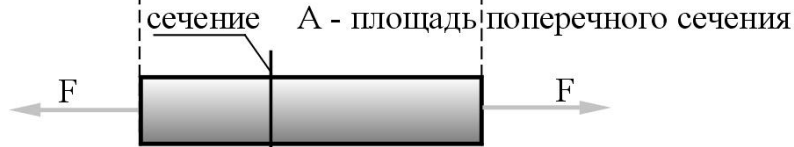
РАСТЯЖЕНИЕ



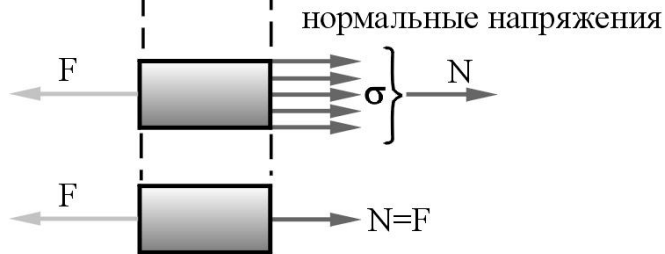
СЖАТИЕ



СХЕМА



НАПРЯЖЕНИЯ



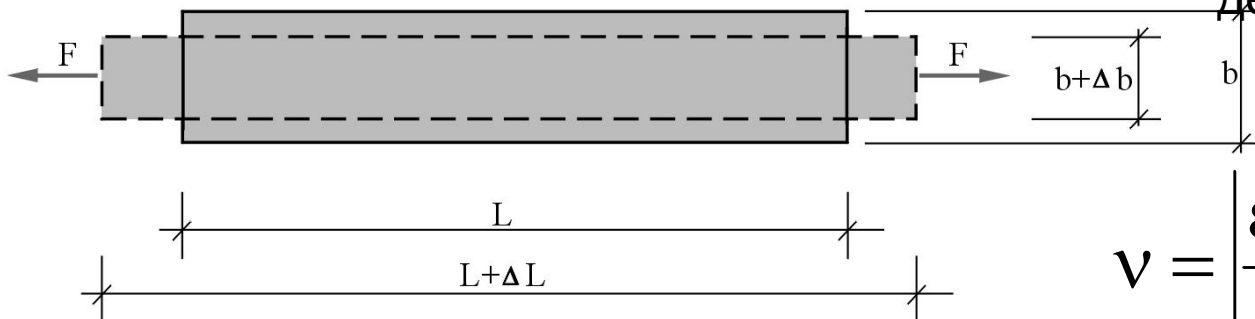
$$N = \sigma \cdot A$$

$$\sigma = \frac{N}{A}$$

Продольная деформация

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L}$$

ДЕФОРМАЦИЯ



Поперечная деформация

$$\varepsilon' = \frac{\Delta b}{b}$$

$$\nu = \left| \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \right|$$

Коэффициент Пуассона

осевое растяжение-сжатие стержней

2.2. Закон Гука

Между σ и ε (двумя разнородными факторами одного явления) существует связь, называемая **законом Гука**, который является экспериментальным фактом и на современном языке может быть сформулирован так: *малые упругие деформации материала, не зависящие от времени деформирования, пропорциональны соответствующим им напряжениям.* В случае линейного напряженного состояния закон Гука определен зависимостью

$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$

E – модуль упругости (модуль Юнга, жесткость) материала

E, ν – физические характеристики материала

С учетом $\varepsilon = \frac{\Delta L}{L}, \quad \sigma = \frac{N}{A}$

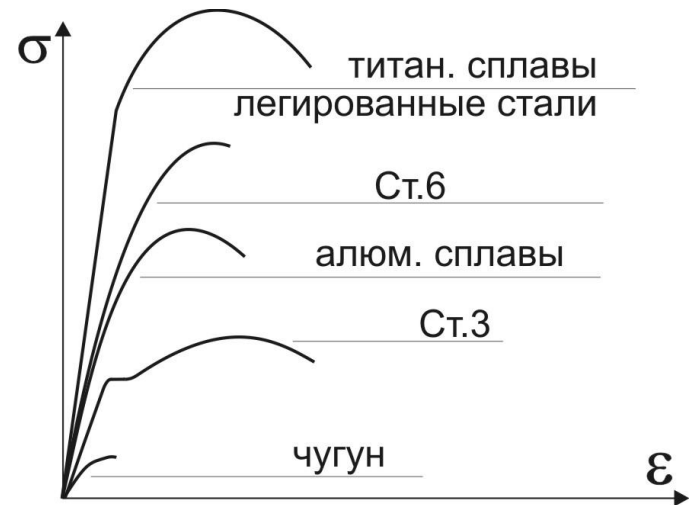
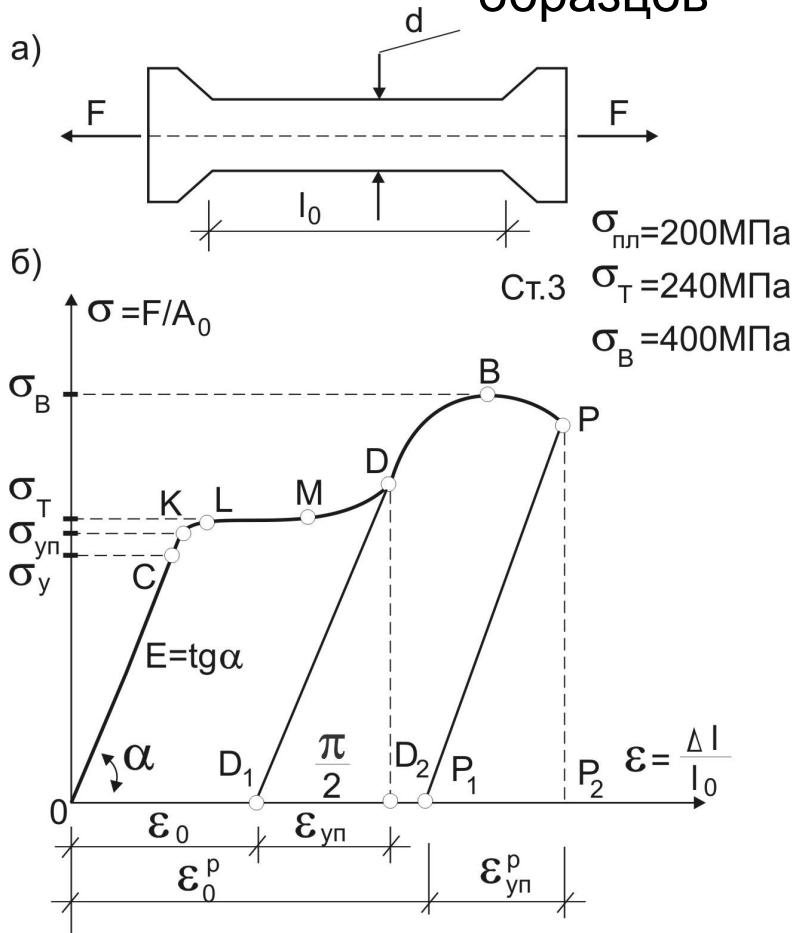
закон Гука можно представить в виде

$$\Delta L = \frac{NL}{EA}$$

EA – жесткость стержня при осевом растяжении или сжатии

2.3. Механические характеристики материала

Диаграммы растяжения образцов



2.4. Расчеты на прочность при растяжении или сжатии

условие прочности при растяжении
стержня

$$\sigma_{\text{расч}} \leq R$$

R – расчетное сопротивление материала

$$R = R_H / k$$

R_H – нормативное сопротивление материала, устанавливаемое нормами проектирования с учетом условий контроля и статистической изменчивости.

k – коэффициент безопасности (запаса прочности). В частности, может быть:

-- для пластичных материалов $R_H = \sigma_T$

– для хрупких $R_H = \sigma_B$

В зависимости от постановки задачи различают **три вида расчета на прочность**, которые для случая растяжения или сжатия стержня сводятся к необходимости удовлетворения следующих неравенств:

1) **проверочный**, когда известны нагрузки на стержень, его материал (расчетное сопротивление) и размеры поперечного сечения:

$$\sigma_{\text{расч}} = N / A \leq R$$

2) **подбор сечения**, когда известны нагрузки и материал:

$$A \geq N / R$$

3) **определение допускаемой нагрузки**, когда известны размеры стержня и его материал, а определению подлежит нагрузка. Из условия прочности стержня определяют $[N]$ – допускаемое значение усилия N :

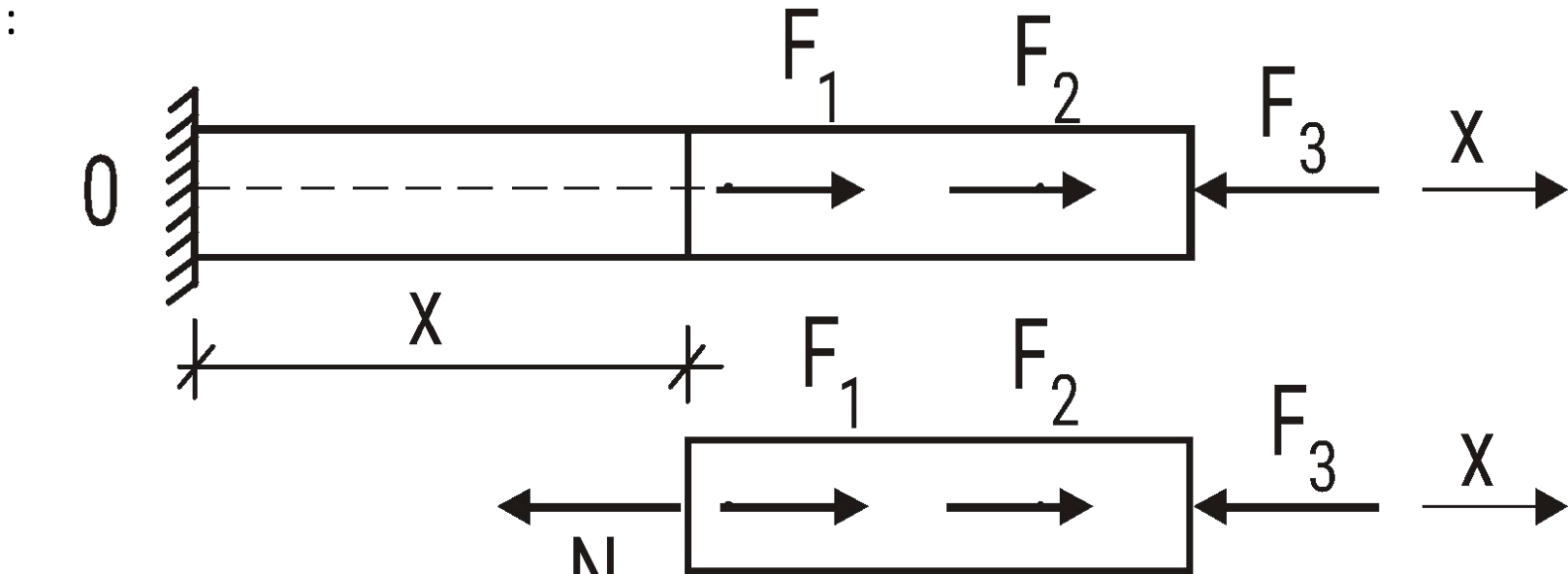
$$N \leq AR = [N]$$

По $[N]$ находят соответствующее ему допускаемое значение внешних усилий.

2.5. Построение эпюры продольного усилия N

Условие статического равновесия отсеченной части, как условие равенства нулю суммы проекций на ось всех сил, действующих на рассматриваемую часть стержня, приводит к равенству $N = \sum F_{kx}$

Например



$$\sum X = 0: -N + F_1 + F_2 - F_3 = 0$$

$$N(x) = F_1 + F_2 - F_3$$

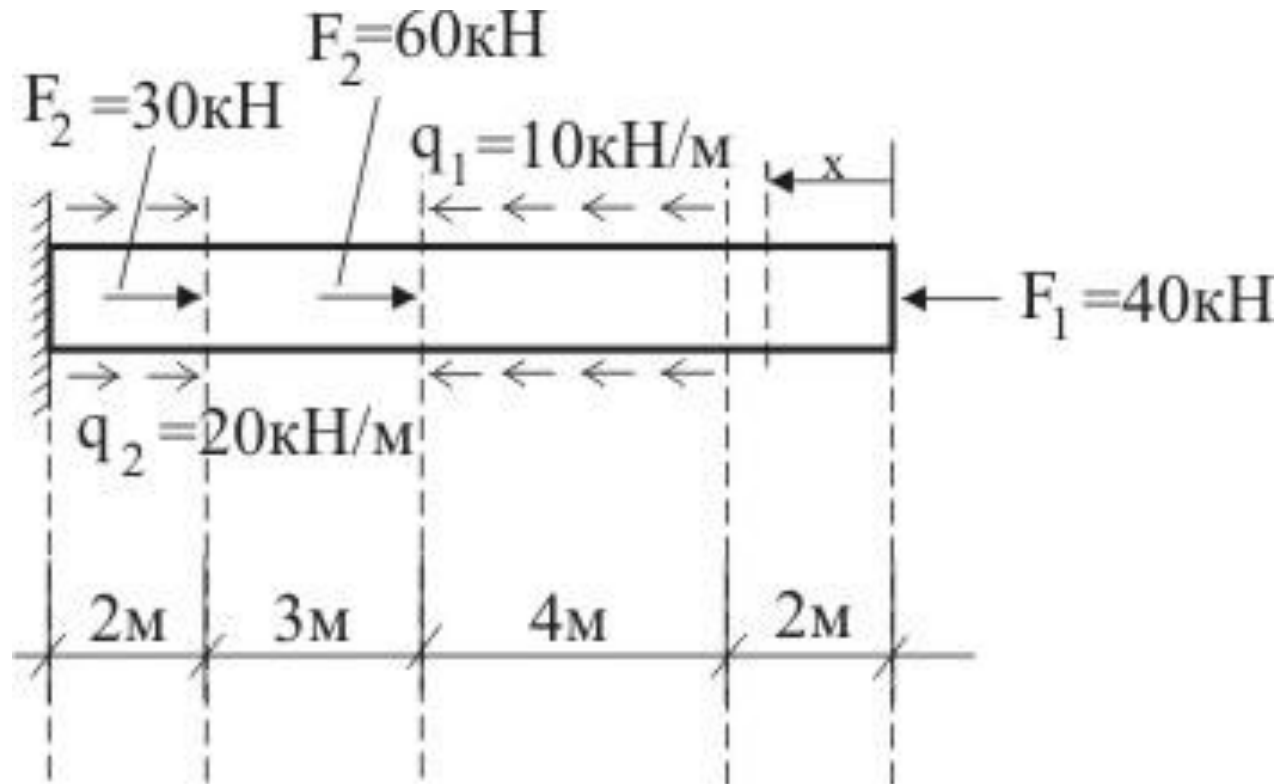
При исследовании прочности стержня возникает необходимость в знании законов изменения N по его длине. Графические изображения этого закона называют **эпюрой** продольного усилия.

Закон изменения какого-либо усилия по длине стержня в виде графика называют **эпюрой** этого усилия. Грузовым участком стержня называют его часть, в пределах которой характер действующей нагрузки и его геометрия не меняются. Функциональная зависимость $N(x)$, меняясь от одного грузового участка к другому, на каждом из них сохраняет свой вид.

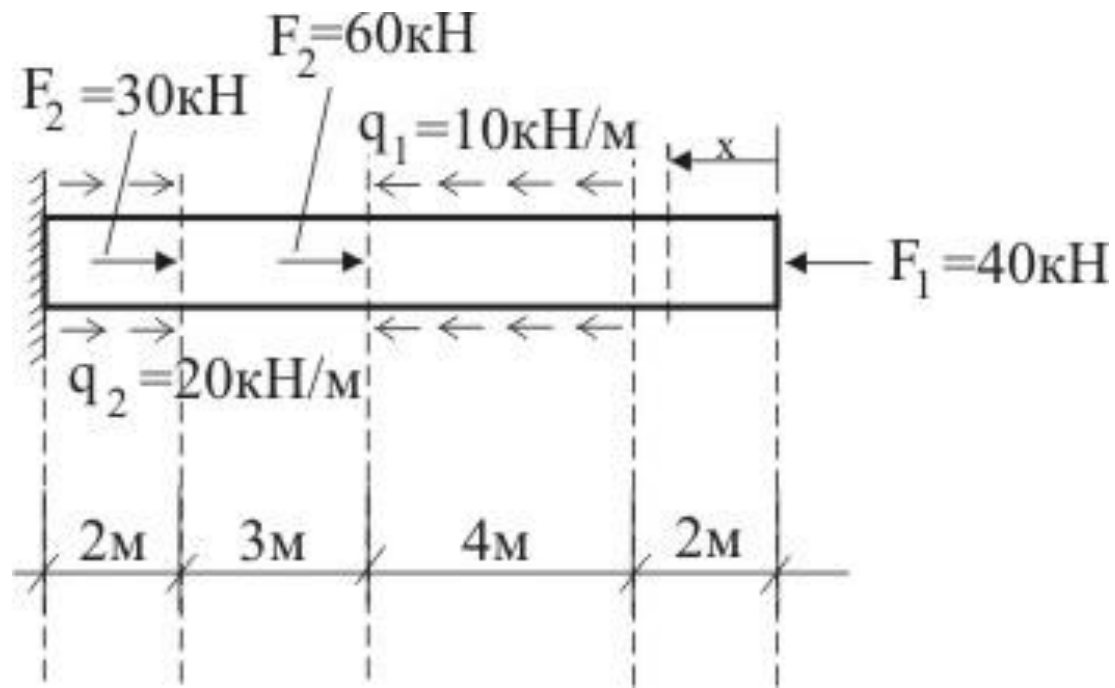
Величину N в произвольном сечении стержня определяют из условия равновесия его отсеченной части. При этом, согласно закону Ньютона (аксиоме) о равенстве действия и противодействия, не важно равновесие какой из двух частей стержня рассматривать.

N в произвольном сечении стержня численно равно алгебраической сумме проекций на его ось всех внешних сил, приложенных к рассматриваемой (любой из двух) отсеченной части.

Пример построения эпюры N



Для каждого из 4-х грузовых участков запишем выражения для продольного усилия $N(x)$.

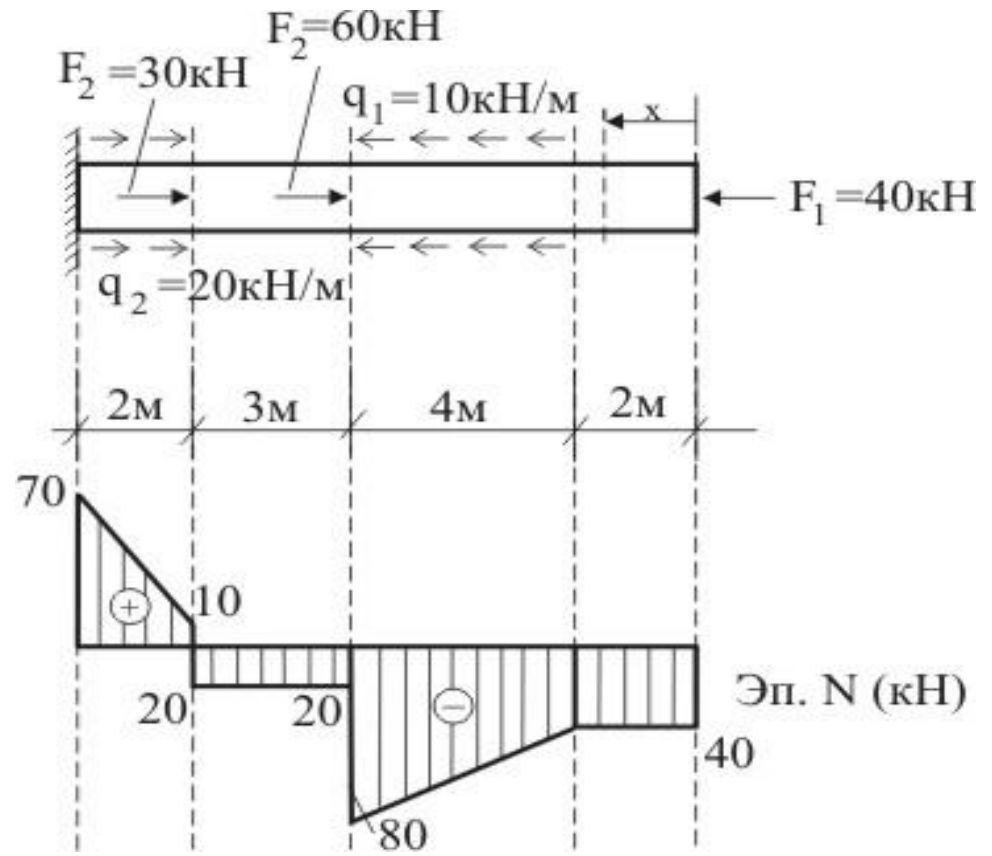


$$0 \leq x \leq 2: \quad N = -F_1 = -40;$$

$$2 \leq x \leq 6: \quad N = -F_1 - q_1(x - 2) = -40 - 10(x - 2);$$

$$6 \leq x \leq 9: \quad N = -F_1 - q_1 \cdot 4 + F_2 = -40 - 40 + 60 = -20;$$

$$9 \leq x \leq 11: \quad N = -F_1 - q_1 \cdot 4 + F_2 + F_3 + q_2(x - 9) = \\ = -20 + 30 + 30(x - 9) = 10 + 30(x - 9).$$



$$0 \leq x \leq 2:$$

$$N = -F_1 = -40;$$

$$2 \leq x \leq 6:$$

$$N = -F_1 - q_1(x - 2) = -40 - 10(x - 2);$$

$$6 \leq x \leq 9:$$

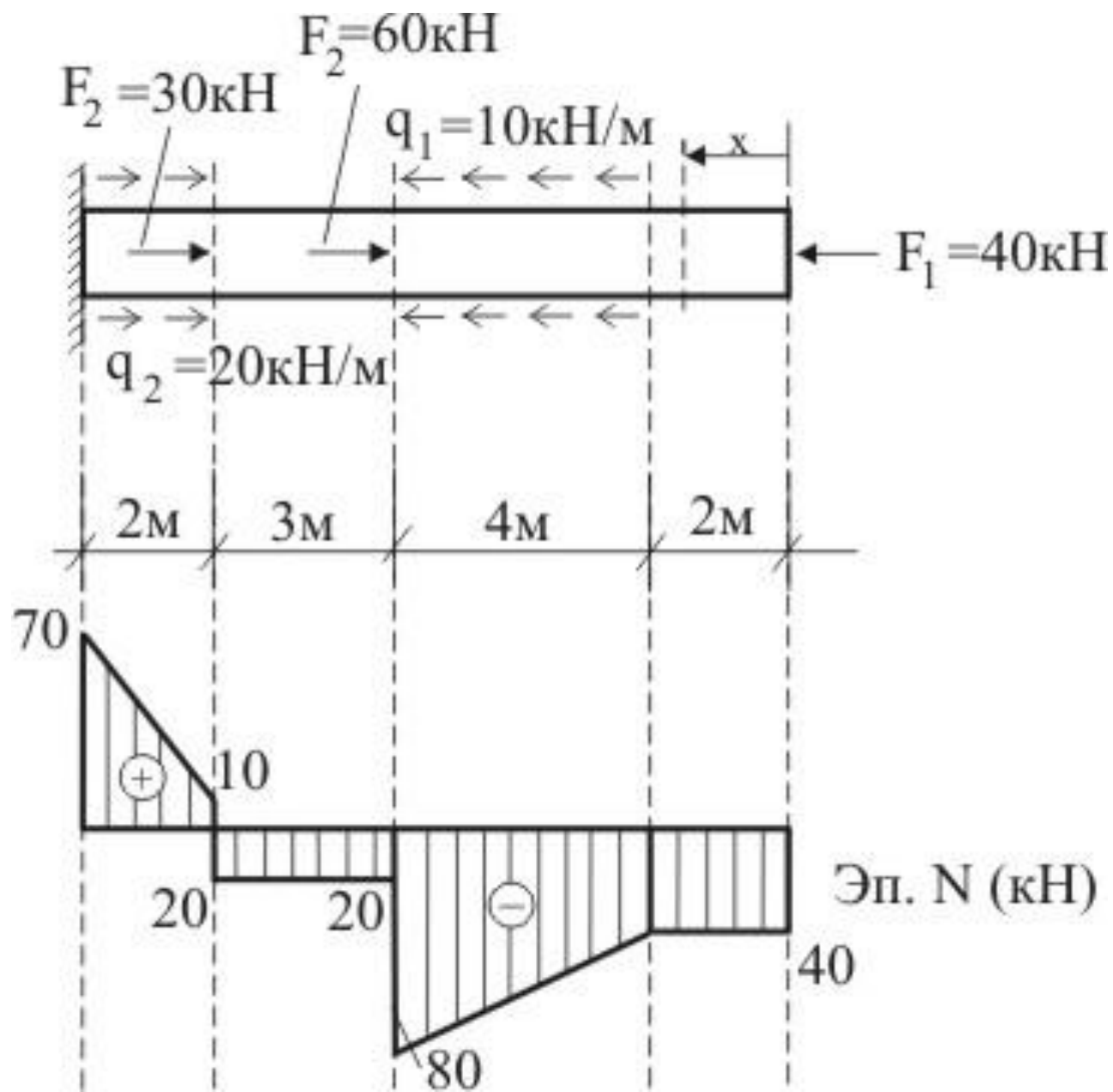
$$N = -F_1 - q_1 \cdot 4 + F_2 = -40 - 40 + 60 = -20;$$

$$9 \leq x \leq 11:$$

$$N = -F_1 - q_1 \cdot 4 + F_2 + F_3 + q_2(x - 9) =$$

$$= -20 + 30 + 30(x - 9) = 10 + 30(x - 9).$$

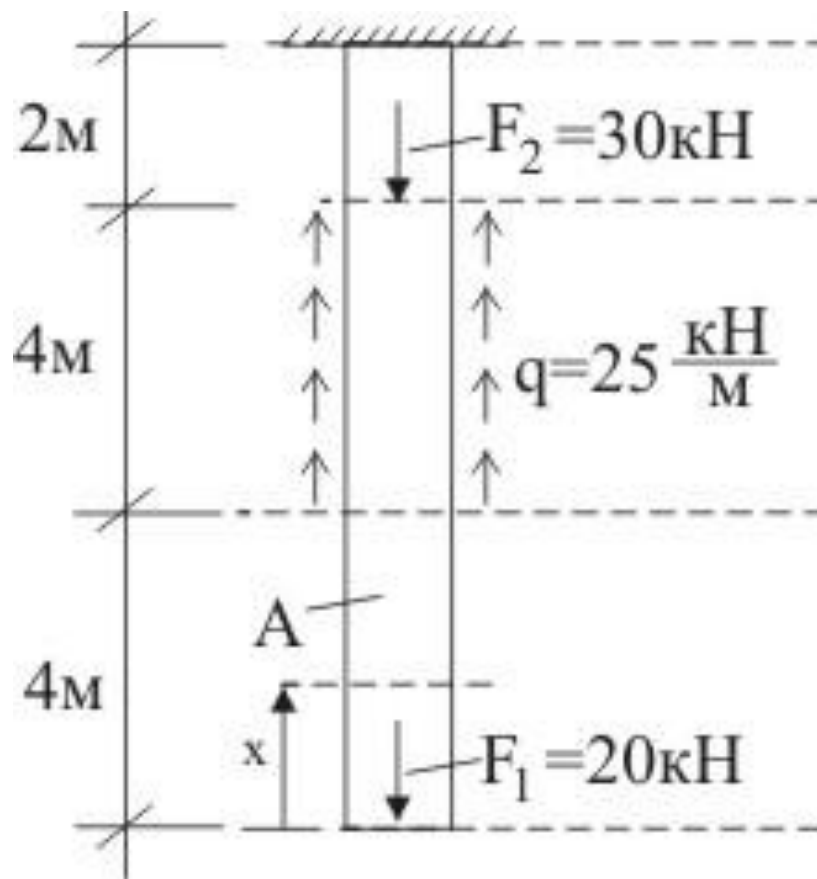
осевое растяжение-сжатие стержней



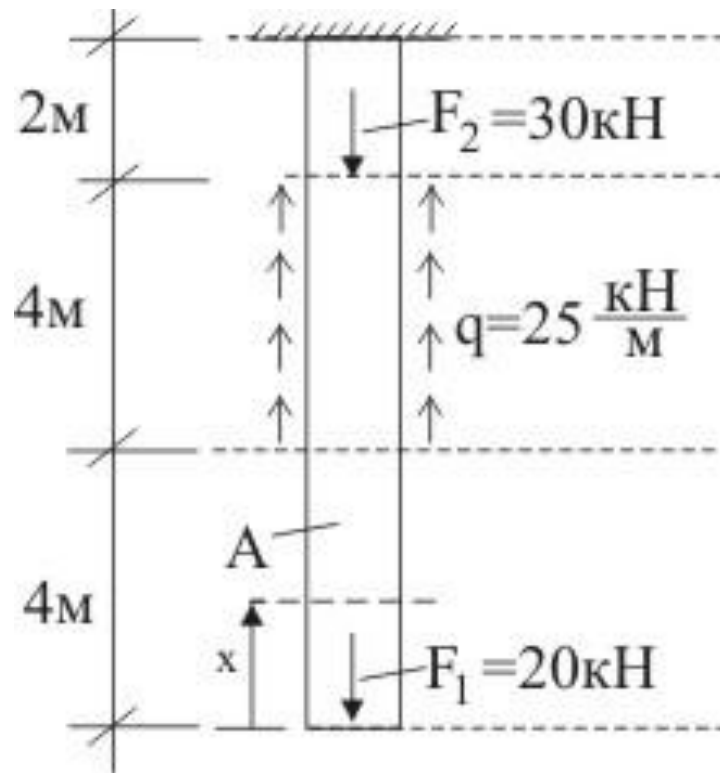
5.6. Пример расчета стержня на прочность и жесткость

Задача:

1. Построить эпюру N
2. Подобрать сечение ($R_p=20\text{МПа}$, $R_c=60\text{МПа}$)
3. Определить Δl стержня ($E = 3 \cdot 10^3 \text{МПа}$)
4. Построить эпюру σ



1. Построение эпюры N.



$$0 \leq x \leq 4$$

$$N = F_1 = 20 \text{ кН}$$

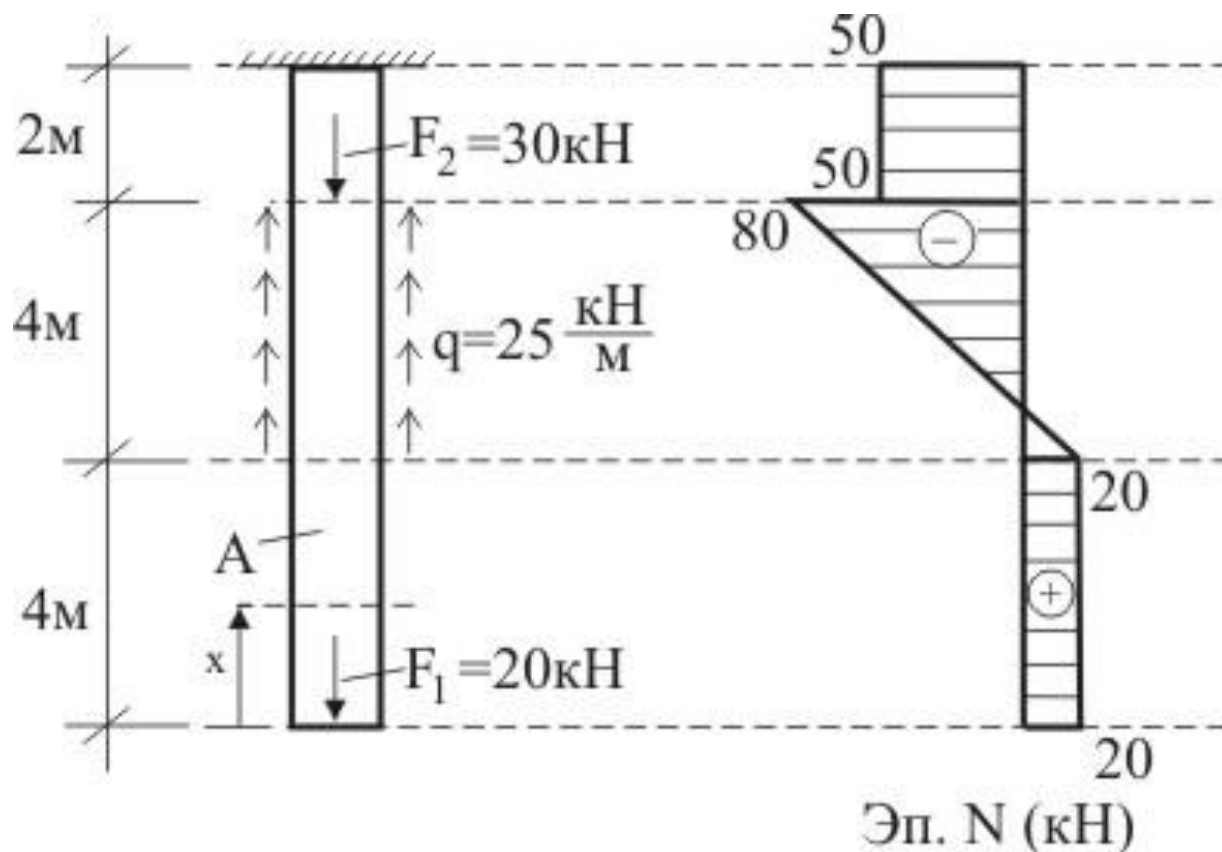
$$4 \leq x \leq 8$$

$$N = F_1 - q(x - 4) = 20 - 25(x - 4)$$

$$8 \leq x \leq 10$$

$$N = F_1 - q \cdot 4 + F_2 = 20 - 25 \cdot 4 + 30 = -50 \text{ кН}$$

Построение эпюры N.



$$0 \leq x \leq 4$$

$$N = F_1 = 20 \text{ кН}$$

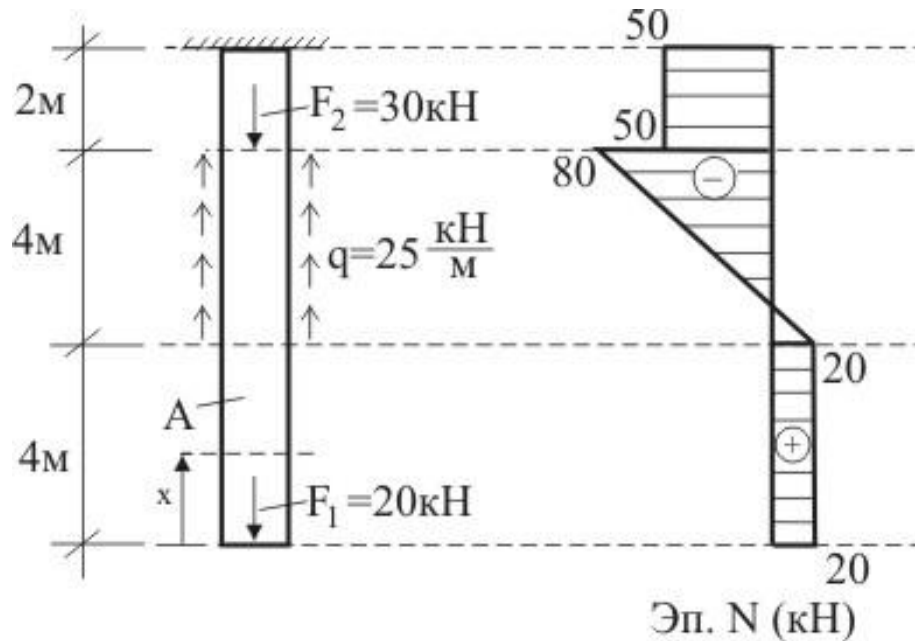
$$4 \leq x \leq 8$$

$$N = F_1 - q(x - 4) = 20 - 25(x - 4)$$

$$8 \leq x \leq 10$$

$$N = F_1 - q \cdot 4 + F_2 = 20 - 25 \cdot 4 + 30 = -50 \text{ кН}$$

2. Подбор сечения: ($1\text{МПа} = 10^{-1} \text{кН/см}^2$)



Из условий прочности **для опасных сечений** стержня следует:

$$\max \sigma_p = \frac{\max N_p}{A} \leq R_p \rightarrow A \geq \frac{\max N_p}{R_p} = \frac{20}{2} = 10(\text{см}^2) = A_1$$

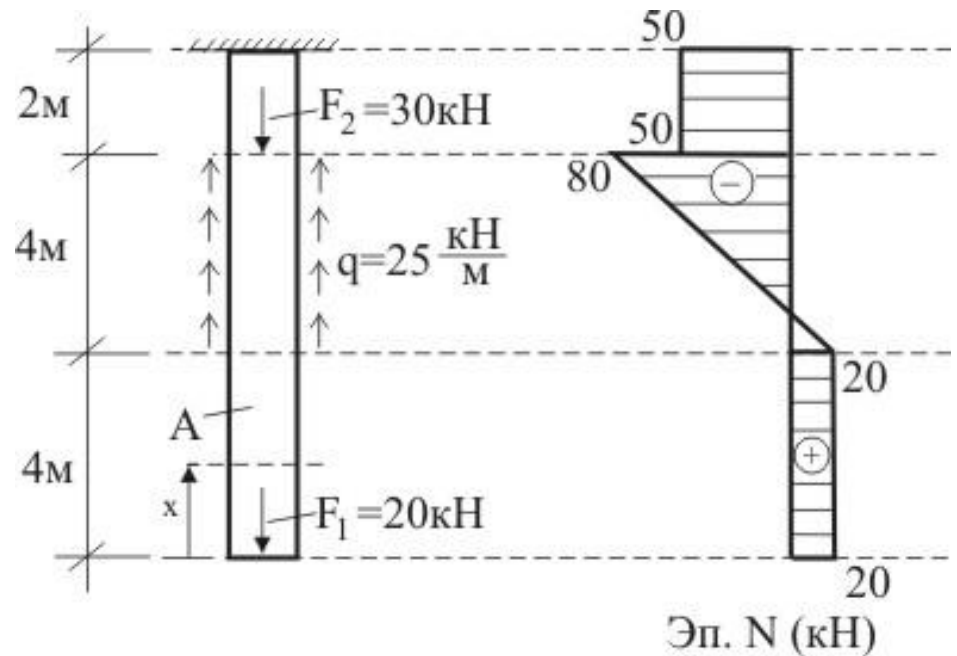
$$\max |\sigma_c| = \frac{\max |N_c|}{A} \leq R_c \rightarrow A \geq \frac{\max |N_c|}{R_c} = \frac{80}{6} \approx 13,3\text{см}^2 = A_2$$

$$A \geq \max(A_1, A_2) = A_2$$

Примем (в запас прочности
!)

осевое растяжение-сжатие стержня
 $A = 13,4\text{см}^2$

3. Определение Δl



$$E = 3 \cdot 10^3 \text{ МПа} = 3 \cdot 10^2 \text{ кН} / \text{см}^2$$

$$\Delta l = \sum_{i=1}^3 \frac{N_{i,cp} l_i}{EA} = \frac{1}{(3 \cdot 10^2) \cdot 13.4} \left[20 \cdot 400 + \frac{20 - 80}{2} \cdot 400 - 30 \cdot 200 \right] =$$

$$= \frac{1}{40.2} (80 - 120 - 60) = -2.48 (\text{см})$$

4. Построение эпюры σ $\left(\sigma = \frac{N}{A}\right)$

$$x=0: \quad \sigma = \frac{20(\text{кН})}{13,4(\text{см}^2)} \approx 1,49 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} = 14,9 \text{МПа}$$

$$x=8^-: \quad \sigma = \frac{-80}{13,4} \approx -5,97 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} = -59,7 \text{МПа}$$

$$x=8^+: \quad \sigma = \frac{-50}{13,4} \approx -3,73 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} = -37,3 \text{МПа}$$

