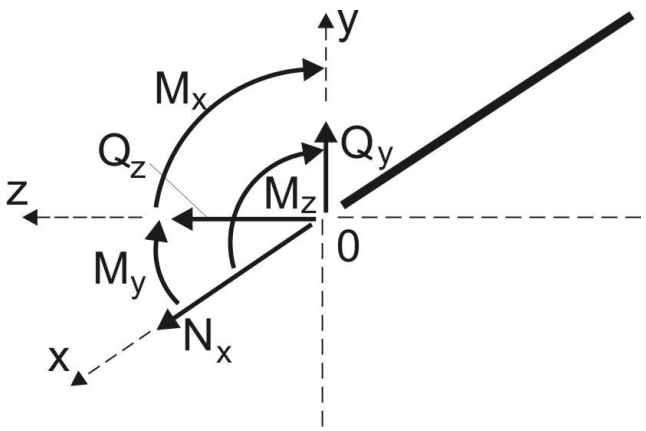
2. ОСЕВОЕ РАСТЯЖЕНИЕ И СЖАТИЕ СТЕРЖНЕЙ

2.1. Осевое растяжение и сжатие призматических стержней



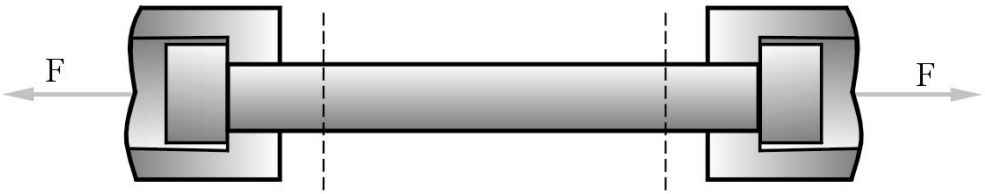
Растяжением или сжатием называют такой вид деформации стержня, при котором в поперечных сечениях его возникает лишь одно из внутренних усилий

$$N_x = N$$

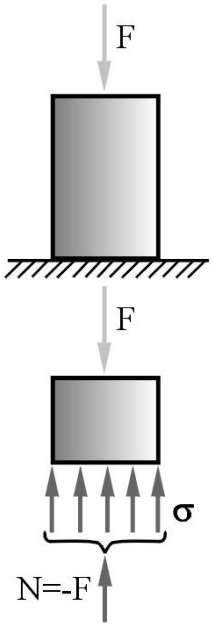
***Усилие* N *будем считать положительным**, если оно вызывает растяжение стержня*.

Величину N в произвольном сечении стержня определяют из условия равновесия его отсеченной части. При этом, согласно закону Ньютона (аксиоме) о равенстве действия и противодействия, не важно равновесие какой из двух частей стержня рассматривать.

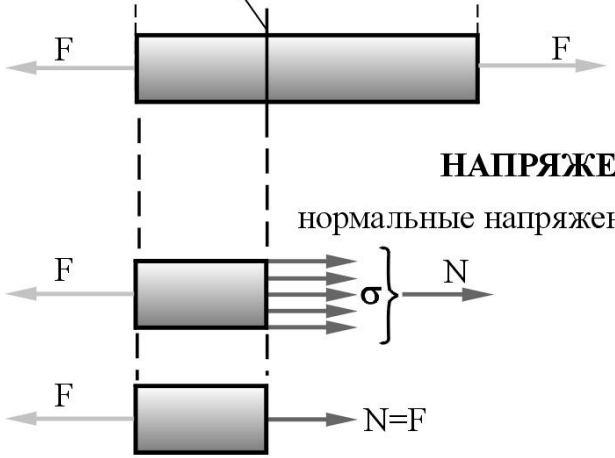
РАСТЯЖЕНИЕ



СЖАТИЕ



СХЕМА



НАПРЯЖЕНИЯ

нормальные напряжения

$$N = \sigma \cdot A$$

$$\sigma = \frac{N}{A}$$

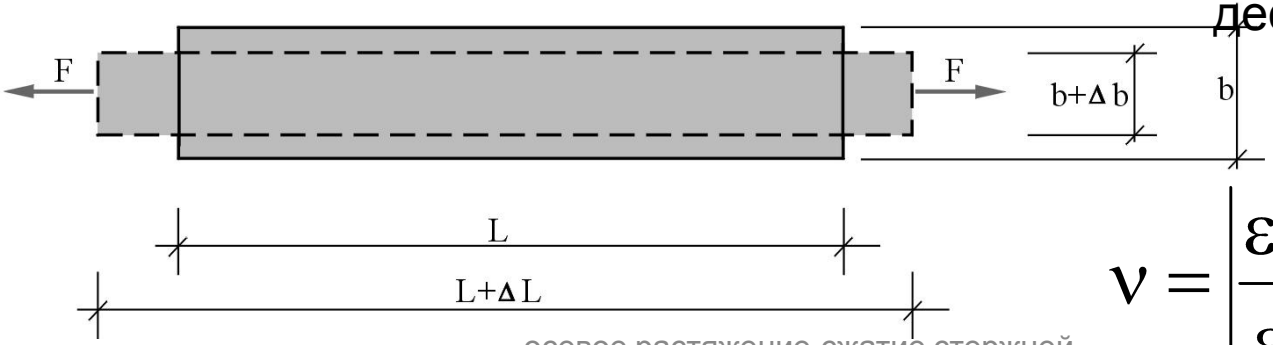
Продольная деформация

$$\varepsilon = \Delta L / L$$

ДЕФОРМАЦИЯ

Поперечная деформация

$$\varepsilon' = \Delta b / b$$



$$\nu = \left| \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \right|$$

Коэффициент Пуассона

2.2. Закон Гука

Между σ и ε (двумя разнородными факторами одного явления) существует связь, называемая **законом Гука**, который является экспериментальным фактом и на современном языке может быть сформулирован так: *малые упругие деформации материала, не зависящие от времени деформирования, пропорциональны соответствующим им напряжениям.* В случае линейного напряженного состояния закон Гука определен зависимостью

$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$

E – модуль упругости (модуль Юнга, жесткость) материала

$$E, \nu \quad - \textit{физические характеристики материала}$$

С учетом $\varepsilon = \Delta L / L, \quad \sigma = N / A$

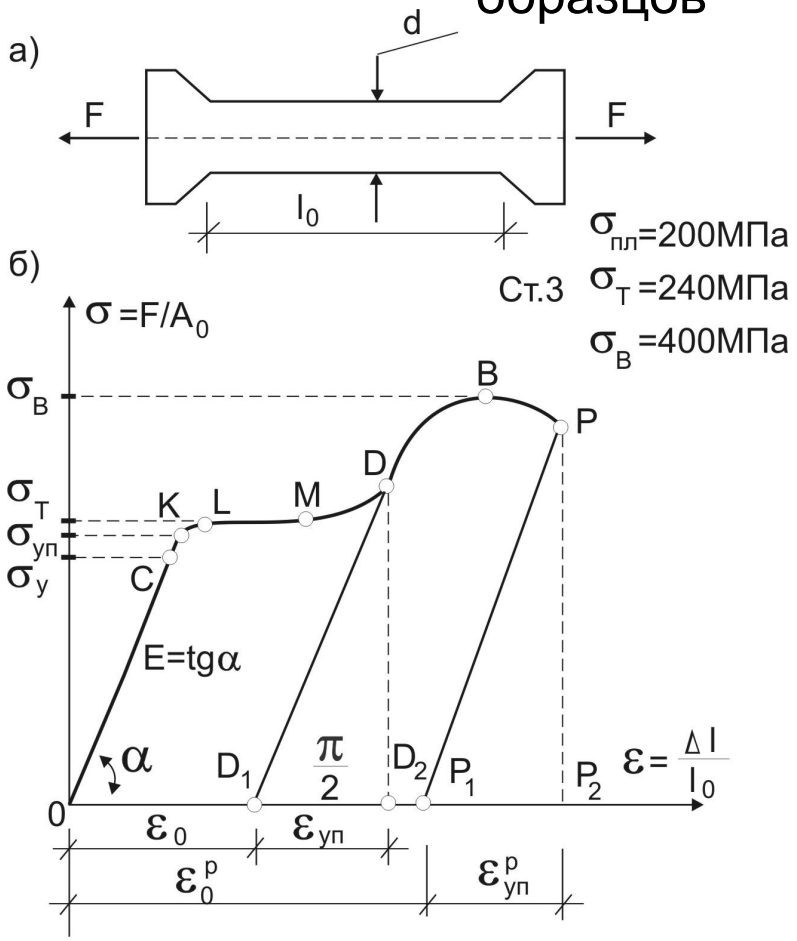
закон Гука можно представить в виде

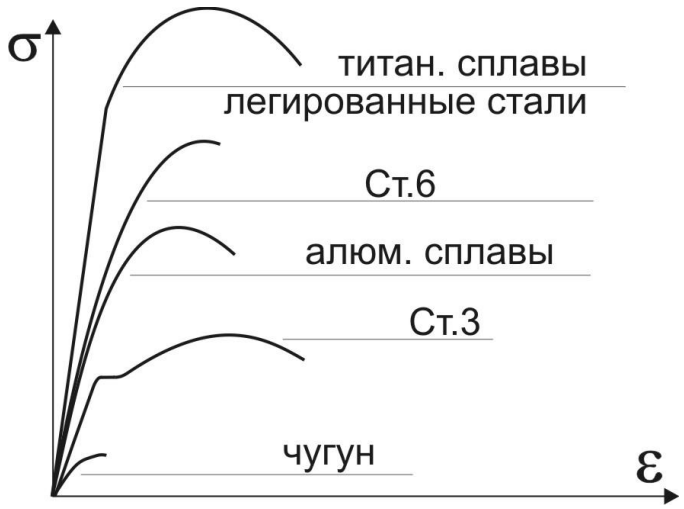
$$\Delta L = \frac{NL}{EA}$$

EA – жесткость стержня при осевом растяжении или сжатии

2.3. Механические характеристики материала

Диаграммы растяжения образцов





2.4. Расчеты на прочность при растяжении или сжатии

Условие прочности при растяжении стержня

$$\sigma_{расч} \leq R$$

R – **расчетное сопротивление материала**

$$R = R_н / k$$

$R_н$ – **нормативное сопротивление материала**, устанавливаемое нормами проектирования с учетом условий контроля и статистической изменчивости.
k – **коэффициент безопасности (запаса прочности)**. В частности, может быть:

-- для пластичных материалов $R_н = \sigma_т$

– для хрупких $R_н = \sigma_в$

В зависимости от постановки задачи различают **три вида расчета на прочность,** которые для случая растяжения или сжатия стержня сводятся к необходимости удовлетворения следующих неравенств:

1) **проверочный**, когда известны нагрузки на стержень, его материал (расчетное сопротивление) и размеры поперечного сечения:

$$\sigma_{расч} = N/A \leq R$$

2) **подбор сечения**, когда известны нагрузки и материал:

$$A \geq N/R$$

3) **определение допускаемой нагрузки**, когда известны размеры стержня и го материал, а определению подлежит нагрузка. Из условия прочности стержня определяют [N] – допускаемое значение усилия N:

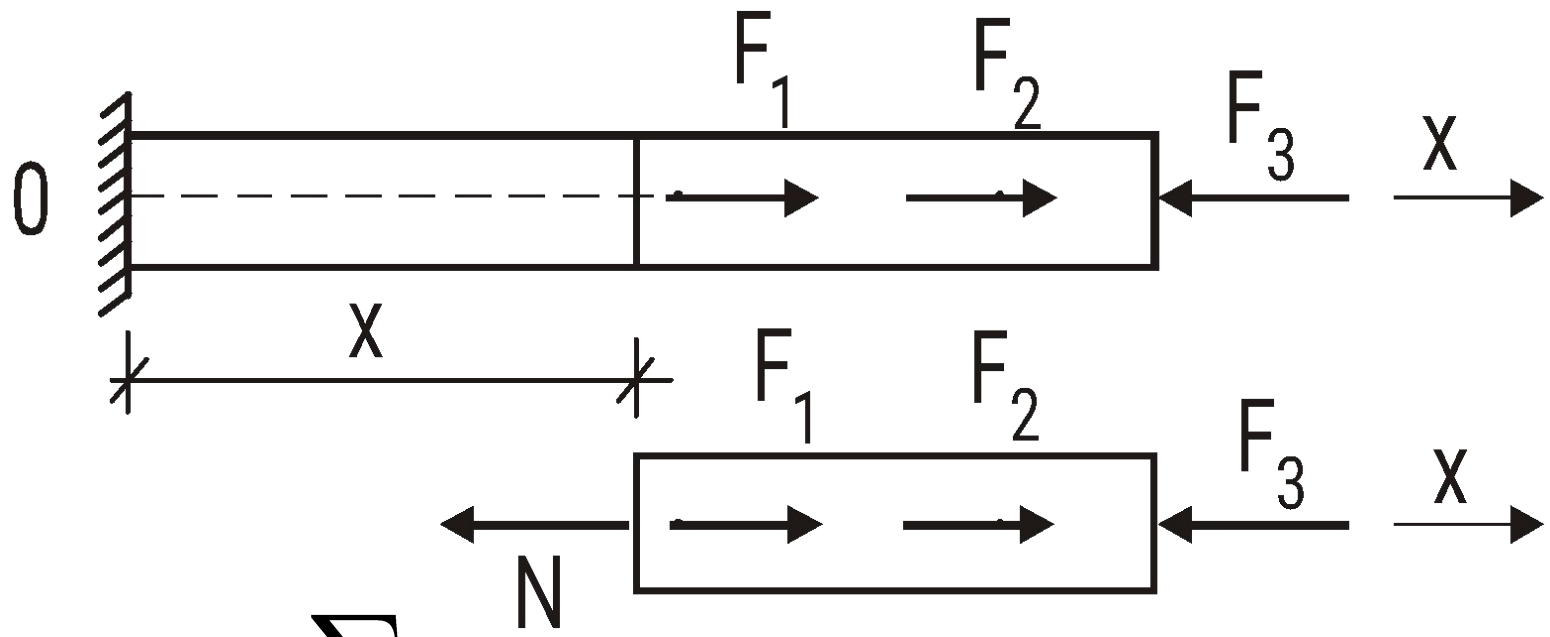
$$N \leq AR = [N]$$

По [N] находят соответствующее ему допускаемое значение внешних усилий.

2.5. Построение эпюры продольного усилия N

Условие статического равновесия отсеченной части, как условие равенства нулю суммы проекций на ось всех сил, действующих на рассматриваемую часть стержня, приводит к равенству $N = \sum F_{kx}$

Например:



$$\sum X = 0: \quad -N + F_1 + F_2 - F_3 = 0$$

$$N(x) = F_1 + F_2 - F_3$$

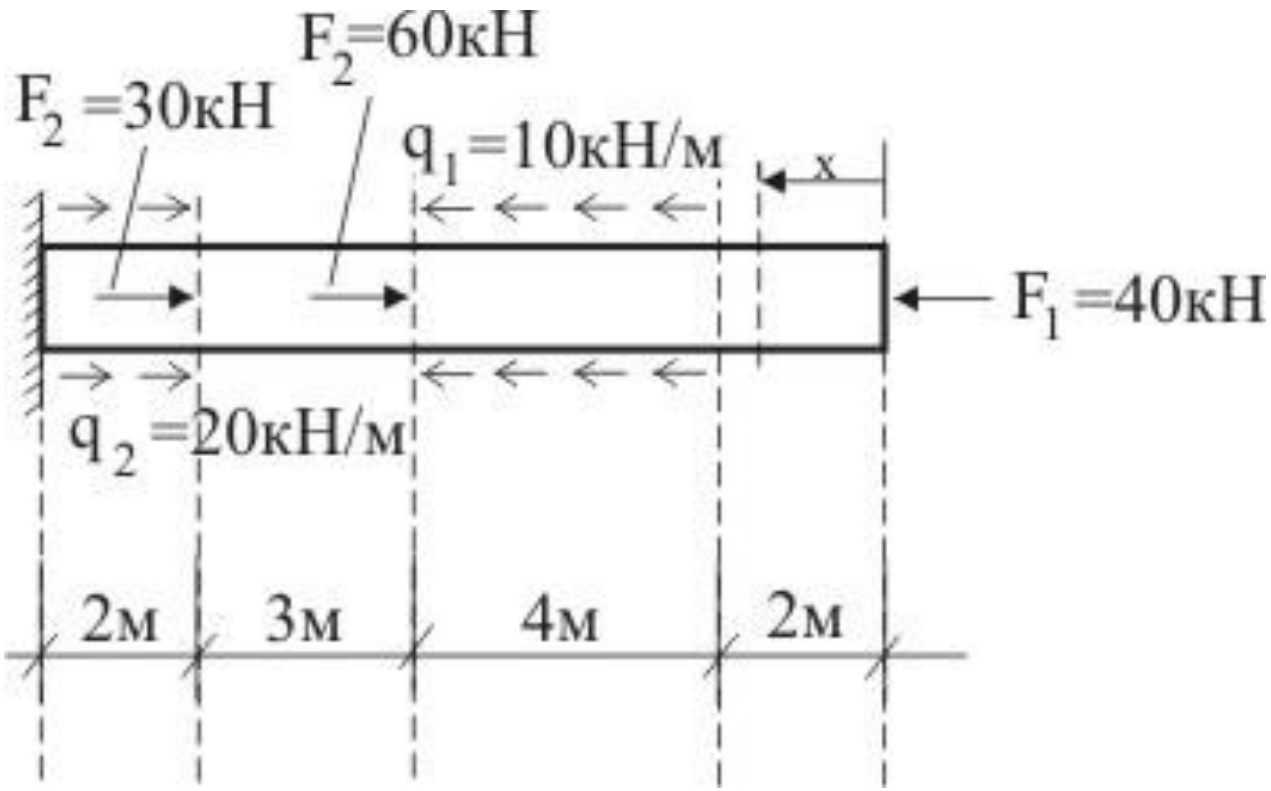
При исследовании прочности стержня возникает необходимость в знании законов изменения N по его длине. Графические изображения этого закона называют **эпюрой** продольного усилия.

Закон изменения какого-либо усилия по длине стержня в виде графика называют **эпюрой** этого усилия. **Грузовым участком стержня** называют его часть, в пределах которой характер действующей нагрузки и его геометрия не меняются. Функциональная зависимость N(x), меняясь от одного грузового участка к другому, на каждом из них сохраняет свой вид.

Величину N в произвольном сечении стержня определяют из условия равновесия его отсеченной части. При этом, согласно закону Ньютона (аксиоме) о равенстве действия и противодействия, не важно равновесие какой из двух частей стержня рассматривать.

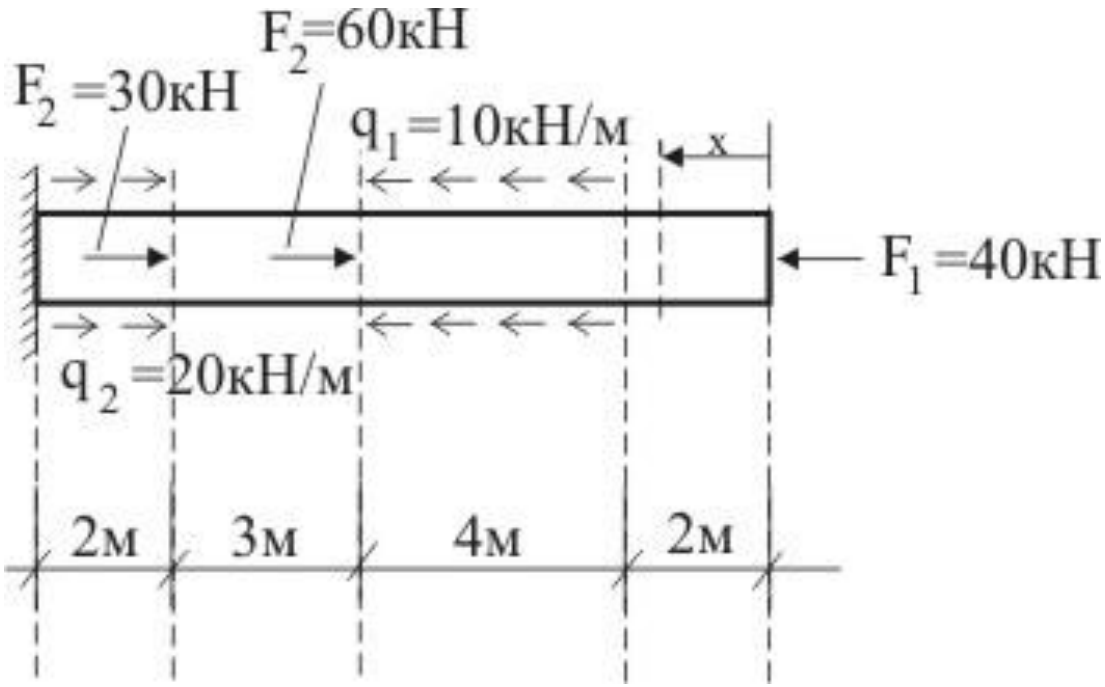
N в произвольном сечении стержня численно равно алгебраической сумме проекций на его ось всех внешних сил, приложенных к рассматриваемой (любой из двух) отсеченной части.

Пример построения эпюры N



Для каждого из 4-х грузовых участков запишем выражения для продольного усилия N(x).

:



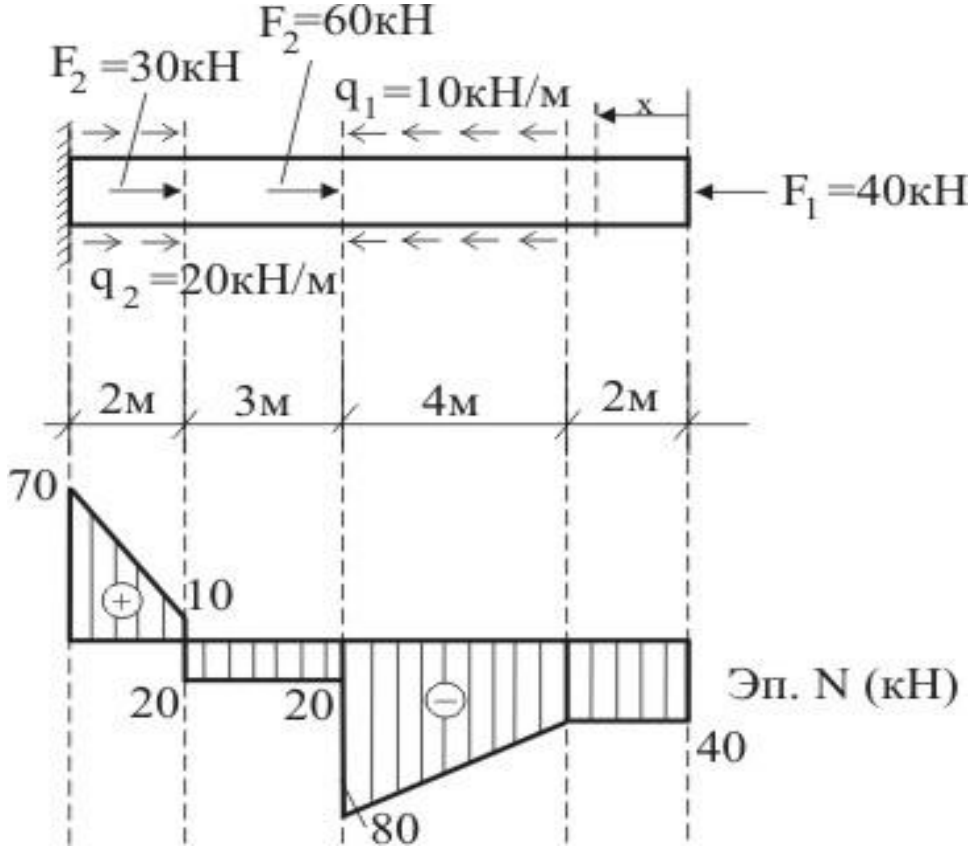
$0 \le x \le 2$: $\quad N = -F_1 = -40;$

$2 \le x \le 6$: $\quad N = -F_1 - q_1(x-2) = -40 - 10(x-2);$

$6 \le x \le 9$: $\quad N = -F_1 - q_1 \cdot 4 + F_2 = -40 - 40 + 60 = -20;$

$9 \le x \le 11$: $\quad N = -F_1 - q_1 \cdot 4 + F_2 + F_3 + q_2(x-9) =$

$$= -20 + 30 + 30(x-9) = 10 + 30(x-9).$$



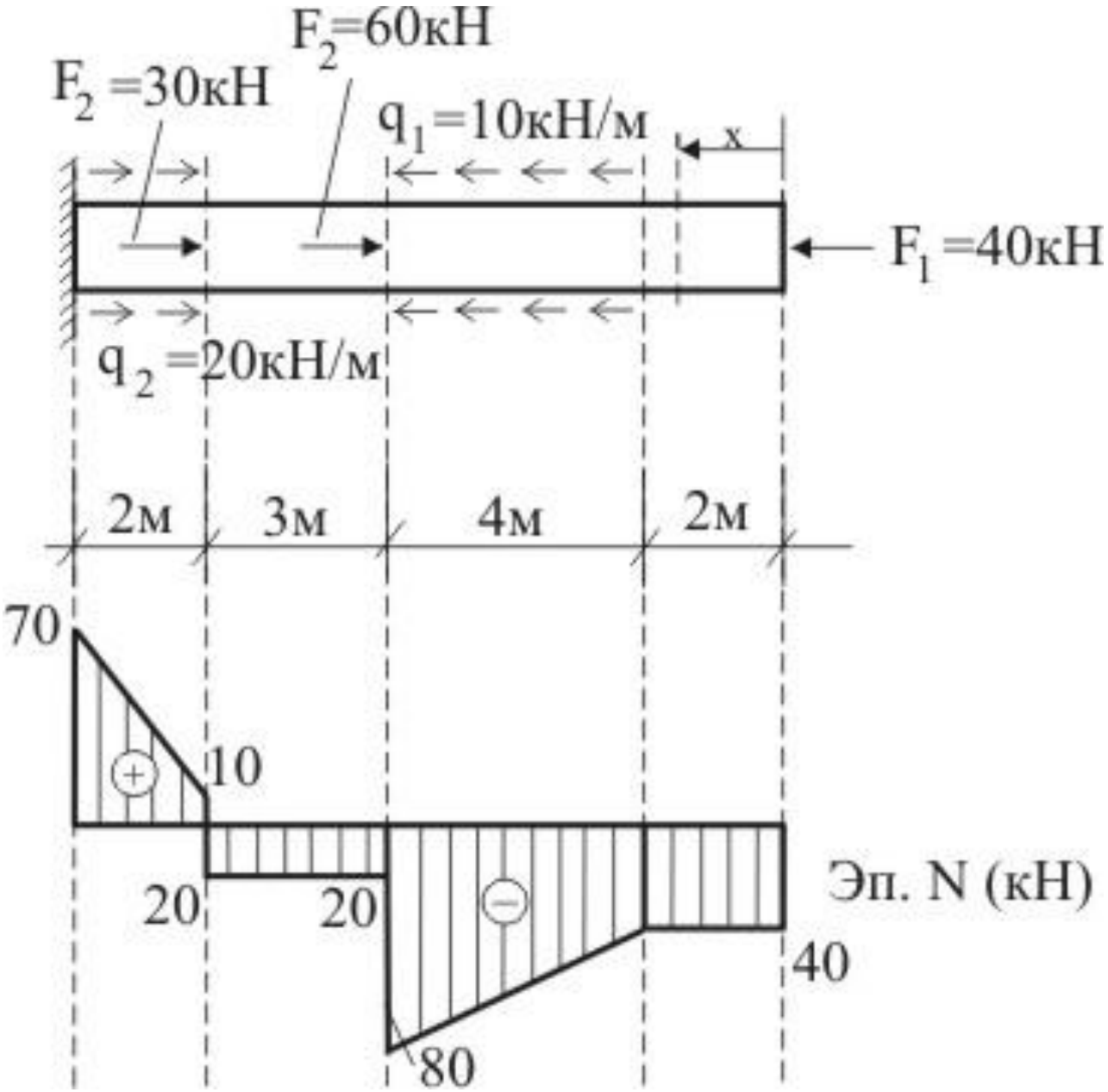
$0 \le x \le 2$: $\quad N = -F_1 = -40;$

$2 \le x \le 6$: $\quad N = -F_1 - q_1(x-2) = -40 - 10(x-2);$

$6 \le x \le 9$: $\quad N = -F_1 - q_1 \cdot 4 + F_2 = -40 - 40 + 60 = -20;$

$9 \le x \le 11$: $\quad N = -F_1 - q_1 \cdot 4 + F_2 + F_3 + q_2(x-9) =$

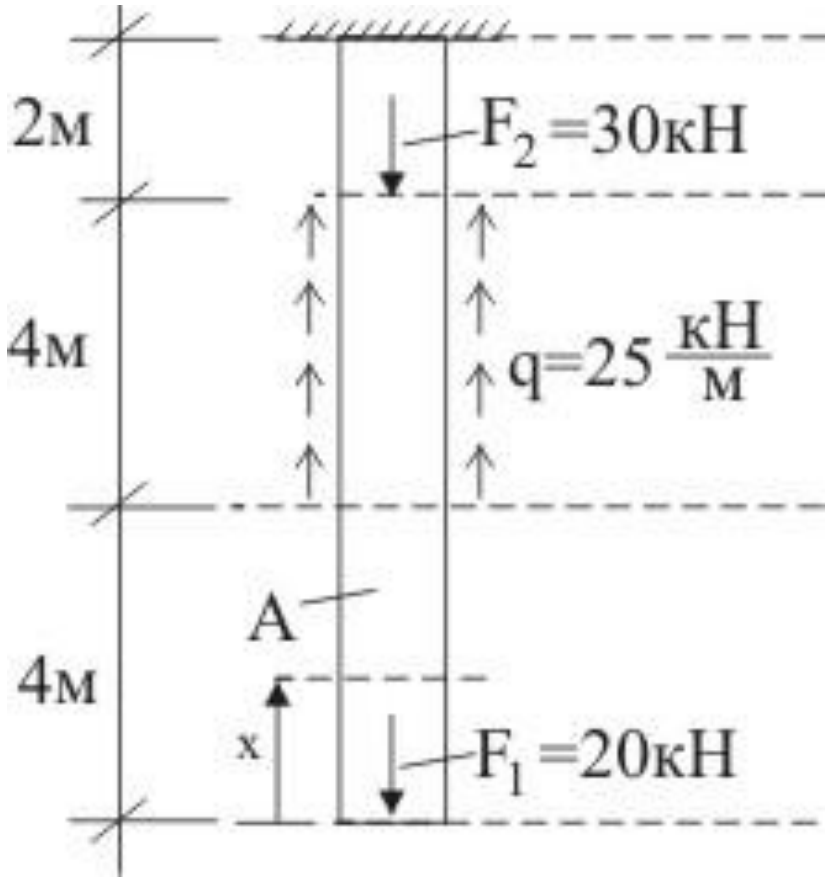
$$= -20 + 30 + 30(x-9) = 10 + 30(x-9).$$


F2=60кН
F2 =30кН
q1=10кН/м
x
F1 =40кН
q2 =20кН/м
2м
3м
4м
2м
70
10
20
20
80
40
Эп. N (кН)

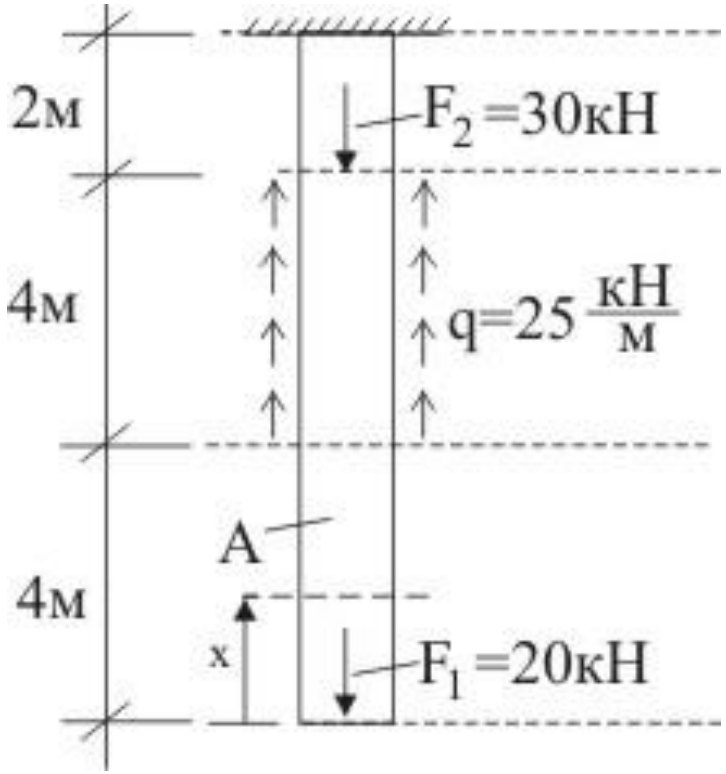
5.6. Пример расчета стержня на прочность и жесткость

Задача:

1. Построить эпюру N
2. Подобрать сечение (R_P=20*МПа*, R_C=60*МПа*)
3. Определить Δl стержня $\left(E = 3 \cdot 10^3\ МПа\right)$
4. Построить эпюру σ



1. Построение эпюры N.

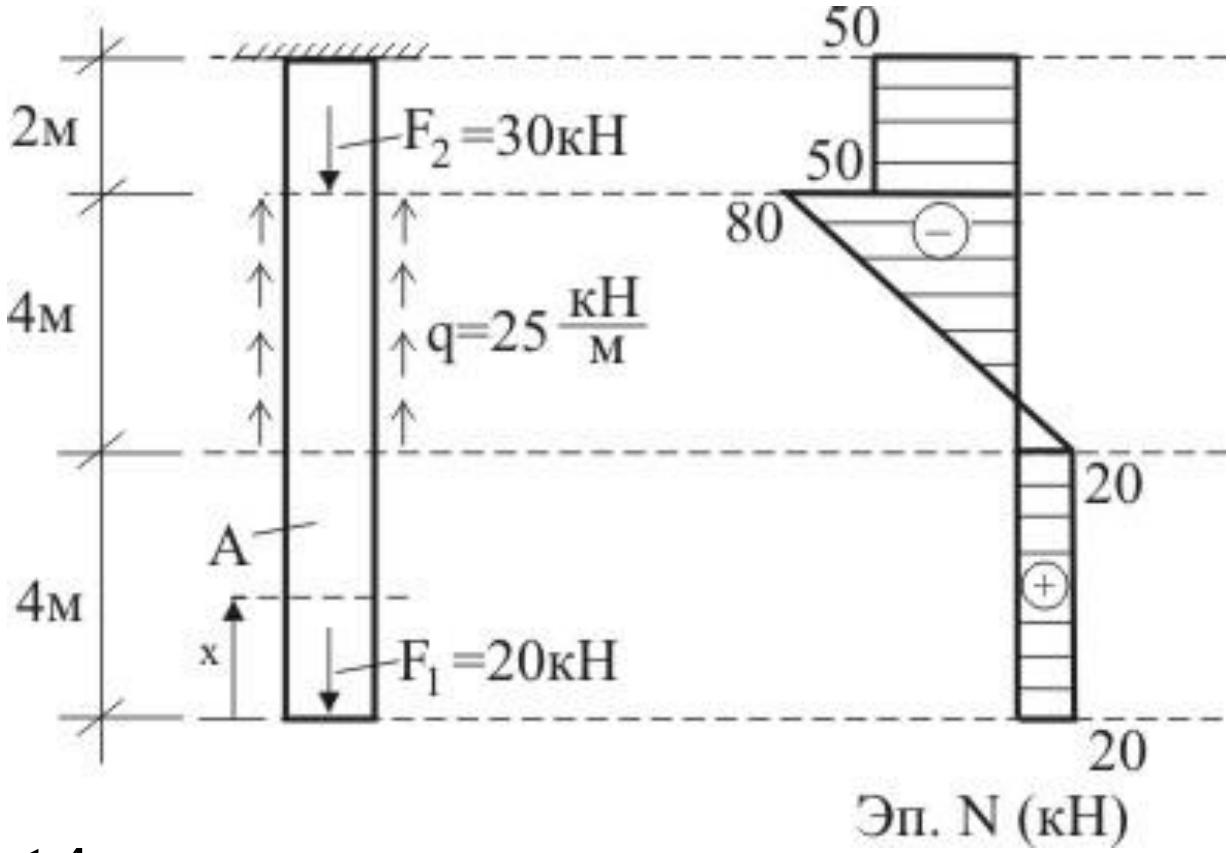


$0 \le x \le 4$ $\quad N = F_1 = 20кН$

$4 \le x \le 8$ $\quad N = F_1 - q(x-4) = 20 - 25(x-4)$

$8 \le x \le 10$ $\quad N = F_1 - q \cdot 4 + F_2 = 20 - 25 \cdot 4 + 30 = -50кН$

Построение эпюры N.

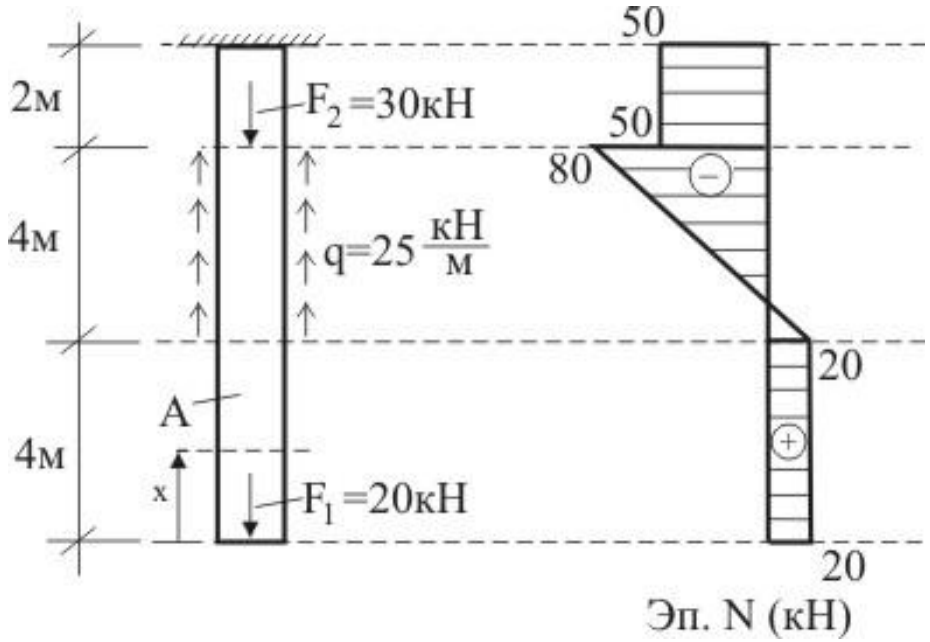


$0 \le x \le 4$ $\quad N = F_1 = 20кН$

$4 \le x \le 8$ $\quad N = F_1 - q(x-4) = 20 - 25(x-4)$

$8 \le x \le 10$ $\quad N = F_1 - q \cdot 4 + F_2 = 20 - 25 \cdot 4 + 30 = -50кН$

2. Подбор сечения: (1*МПа* =10^{-1} кН/см^2)



Из условий прочности **для опасных сечений** стержня следует:

$$\max\sigma_P = \frac{\max N_P}{A} \le R_P \to A \ge \frac{\max N_P}{R_P} = \frac{20}{2} = 10(\text{см}^2) = A_1$$

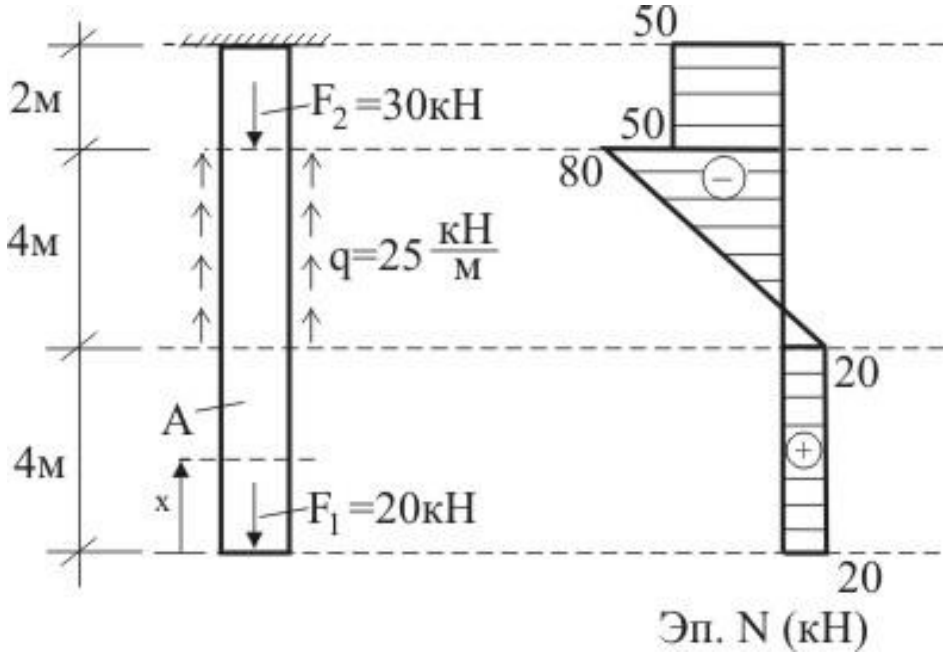
$$\max|\sigma_C| = \frac{\max|N_C|}{A} \le R_C \to A \ge \frac{\max|N_C|}{R_C} = \frac{80}{6} \approx 13{,}3\,\text{см}^2 = A_2$$

$$A \ge \max(A_1\ , A_2\ ) = A_2$$

Примем (в запас прочности !)

A=13,4см^2

3. Определение Δl



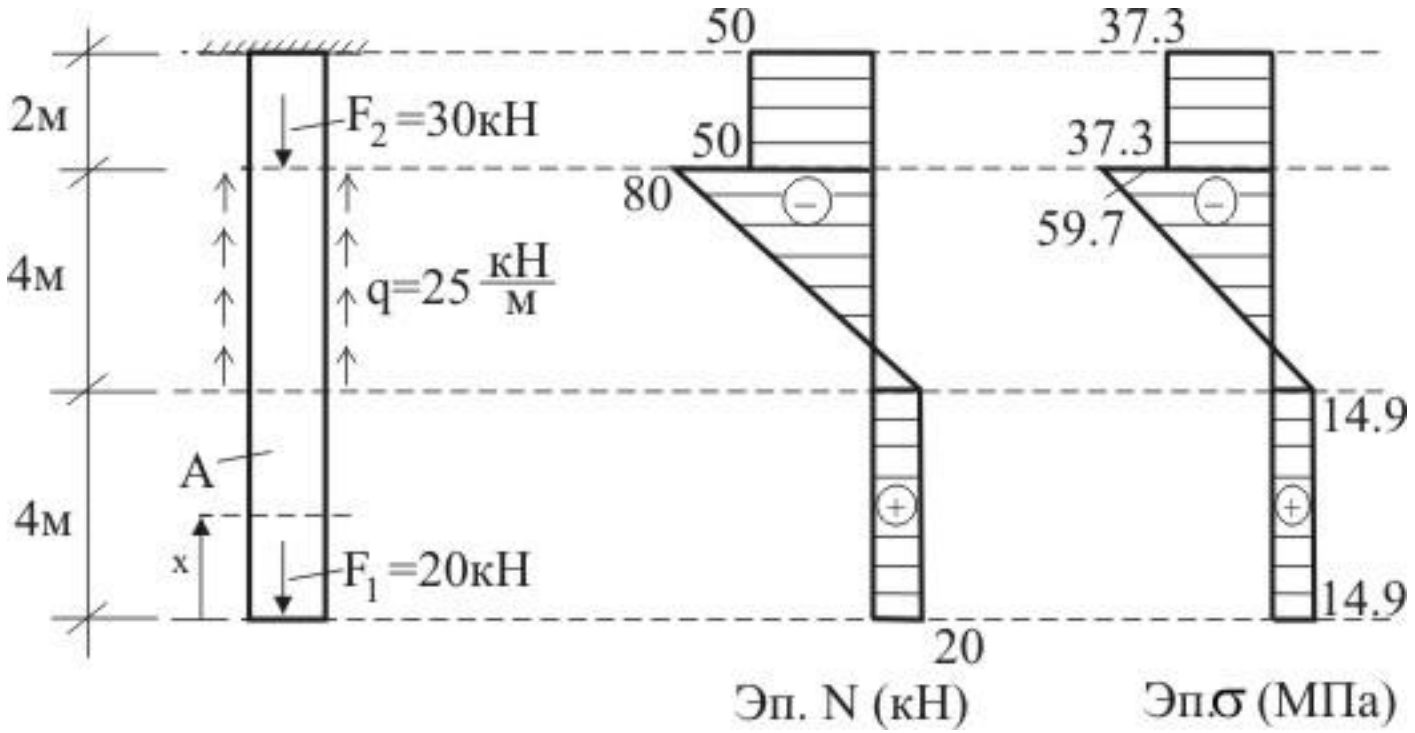
$$E = 3 \cdot 10^3\, МПа = 3 \cdot 10^2\, кН / см^2$$

$$\Delta l = \sum_{i=1}^{3} \frac{N_{i,cp} l_i}{EA} = \frac{1}{(3 \cdot 10^2) \cdot 13.4} \left[20 \cdot 400 + \frac{20 - 80}{2} \cdot 400 - 30 \cdot 200 \right] =$$

$$= \frac{1}{40.2}(80 - 120 - 60) = -2.48(\text{см})$$

4. Построение эпюры σ $\left(\sigma = \frac{N}{A}\right)$

x=0: $\sigma = \frac{20(кН)}{13{,}4(см^2)} \approx 1.49\frac{кН}{см^2} = 14.9 МПа$

$x = 8^- : \quad \sigma = \frac{-80}{13{,}4} \approx -5.97\frac{кН}{см^2} = -59.7 МПа$

$x = 8^+ : \quad \sigma = \frac{-50}{13{,}4} \approx -3.73\frac{кН}{см^2} = -37.3 МПа$