ЛК-2

Модели на основе распределения непрерывных и дискретных случайных величин

1. Непрерывные и дискретные случайные величины.
2. Модели распределения непрерывных случайных величин.
3. Модели распределения дискретных случайных величин.
4. Классификация моделей возникновения отказов и неисправностей АТ.
5. Принципы статистического моделирования.

Основные понятия

- Случайная величина – принимает одно из множества значений; появление того или иного значения нельзя предсказать точно
- Непрерывная случайная величина – может принимать все значения на некотором промежутке; множество возможных значений бесконечно
- Дискретная случайная величина – принимает отдельные, изолированные значения с определенной вероятностью; их число может быть конечно или бесконечно

№ п/п	Наименование ФС	Факторы, влияющие на работоспособность ФС	Типовые отказы и неисправности
1	Шасси	- вибрации, упругие деформации; - нагрев элементов конструкции; - климатические условия.	изменение технического состояния пневматиков, уплотнительных элементов тормозов, амортизаторов
2	Система управления	- внешние климатические условия; - нарушение правил погрузочно-разгрузочных работ; - аэродинамические нагрузки	замерзание влаги, отказы электроприводов, изменение натяжения тросовой проводки, выработка шарнирных соединений (износ)
3	Гидрогазовые системы и системы жизнеобеспечения	- стационарные случайные вибронапряжения в трубопроводах - изменение давления в магистралях -изменение температуры рабочей жидкости - аэродинамические нагрузки	внешние и внутренние утечки, повреждения элементов гидроприводов, выход из строя уплотнений, коррозия, попадание воздуха в систему
4	Топливная	- вибрационные нагрузки - температурные нагрузки - коррозия - загрязнения	засорение топливных фильтров, наличие воды в топливе, нарушение регулировки топливных насосов, негерметичность баков

Во весь экран
Вернуть обычный режим

Порядок выбора ВСМ

1. Наблюдается случайная величина (статистика).
2. Обрабатывается статистика методами статистического анализа.
3. Выбирается ВСМ с учетом физической сущности исследуемого процесса.
4. Доказывается правомерность выбранной ВСМ по критериям согласия.
5. Определяются характеристики (параметры) ВСМ и по ним выполняют прогноз.

Задачи статистического анализа

1. Обработка экспериментальных данных
2. Определение вида закона распределения
3. Определение параметров закона распределения
4. Прогнозирование поведения случайной величины

Статистические характеристики случайной величины

- n – объем выборки (количество наблюдений)
  N – объем генеральной совокупности
  n=N(полная выборка), n<N(усеченная выборка)

Интервальная оценка

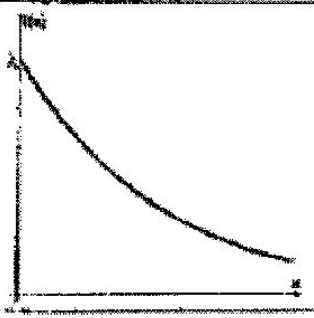
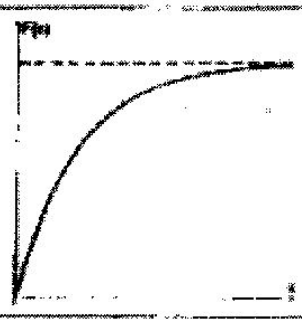
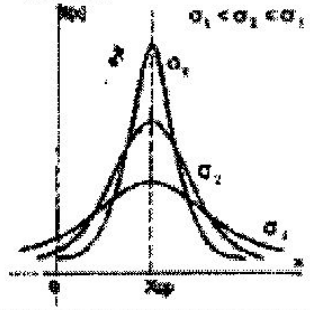
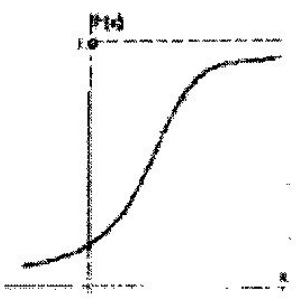
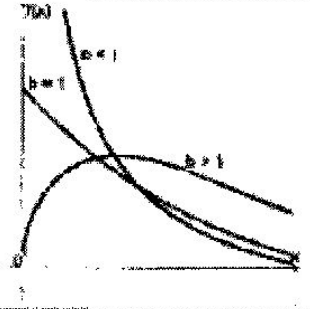
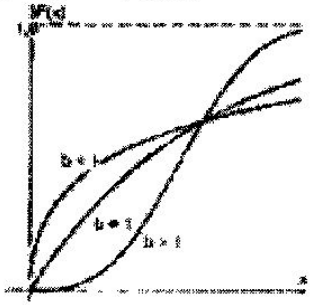
- $f_i^*(x)=\Delta n_i/n\,\Delta x$
- $P_i^* = \Delta n_i/n$
- $F_i^*(x)=n_i(x)/n$
- Δn_i – количество наблюдений на интервале
- Δx – величина интервала
- $n_i(x)$ - количество наблюдений на начало интервала

Характеристики ВСМ на основе непрерывных случайных величин

Для случайной величины x:

- F(x) - функция распределения
- f(x) - плотность распределения
- М.О.[x] – математическое ожидание
- Д[x] – дисперсия
- σx= $\sqrt{Д[x]}$ - средне-квадратическое отклонение
- v= σx/М.О.[x] – коэффициент вариации

Таблица 1.1. Характеристики некоторых законов распределения

Наименование закона распределения	Параметры	Математические выражения		График	
		плотности распределения	функции распределения	плотности распределения	функции распределения
Экспоненциальный	λ	$f(x)=\lambda e^{-\lambda x}$	$F(x)=1-e^{-\lambda x}$		
Нормальный	$X_{ср}$ σ	$f(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{(t-x_{ср})^2}{2\sigma^2}}dt$	$F(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{(t-x_{ср})^2}{2\sigma^2}}dt$		
Вейбулла	a b	$f(x)=\frac{b}{a}x^{b-1}e^{-\frac{1}{a}x^b}$	$F(x)=1-e^{-\frac{1}{a}x^b}$		

Законы распределения наработки до отказа

- **Экспоненциальный** – внезапные отказы (вмятины, забоины, попадание в грозу, ошибки при ТО, АиРЭО)

параметр – λ=const

$F(t)=1-e^{-\lambda t}$ $P(t)=e^{-\lambda t}$ $f(t)=\lambda e^{-\lambda t}$ $m_t = \sigma_t = \frac{1}{\lambda}$

- **Нормальный** – постепенные отказы (износ, старение материалов, накопление повреждений)

параметры - $\mathbf{m_t}$; $\boldsymbol{\sigma_t}$

$$F(t)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int_0^T e^{-\frac{(t-m_t)^2}{2\sigma^2}}dt \qquad f(t)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{(t-m_t)^2}{2\sigma^2}}$$

при m_t=0, $\sigma_t = 1$ - центрированное, нормированное нормальное распределение

$$f(t)=\varphi_0(t)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{t^2}{2}} \qquad F(t)=F_0(t)=\int_{\infty}^{T}\varphi_0(t)dt$$

$\varphi_0(t)$ и $F_0(t)$ – по таблицам от величины $S=\frac{t-m_t}{\sigma_t}$

$\varphi_0(-s)=\varphi_0(s)$ $\qquad F_0(-s)=1-F_0(s)$

- **Усеченное нормальное распределение**

при ограничении интервала значений случайной величины

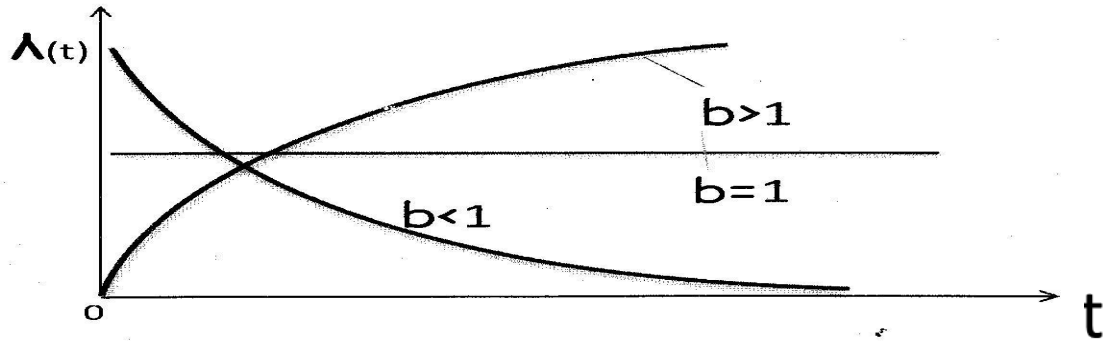
- **Логарифмически-нормальное распределение**

нормальный закон для величины $y=\ln t$

- **Закон распределения Вейбулла –** постепенные отказы при совместном действии многих независимых факторов (коррозия, отказы сложных приборов, усталость)

параметры – a(параметр масштаба), b(параметр формы)

$$F(t)=1-e^{-\frac{1}{a}t^b} \qquad f(t)=\frac{b}{a}t^{b-1}e^{-\frac{1}{a}t^b}$$



Интенсивность отказов

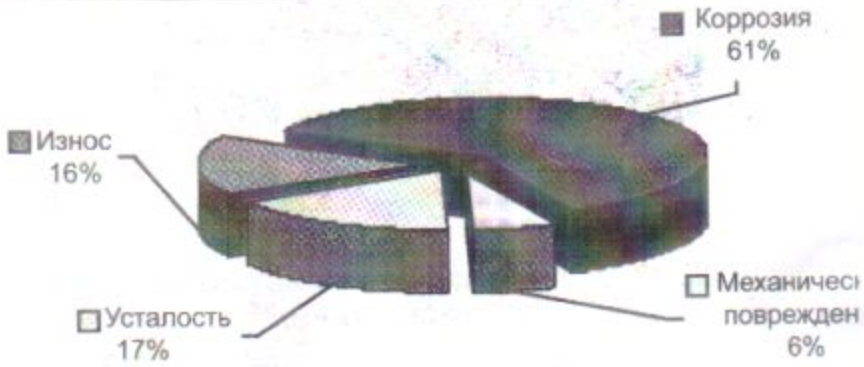
$$m_t=d_b a^{\frac{1}{b}}, \qquad \sigma_t=C_b a^{\frac{1}{b}},$$

где $d_b=\Gamma(\frac{1}{b}+1)$, $C_b=\Gamma(1+\frac{2}{b})-d_b^2$, Γ – гамма функция

Применение законов распределения непрерывной случайной величины

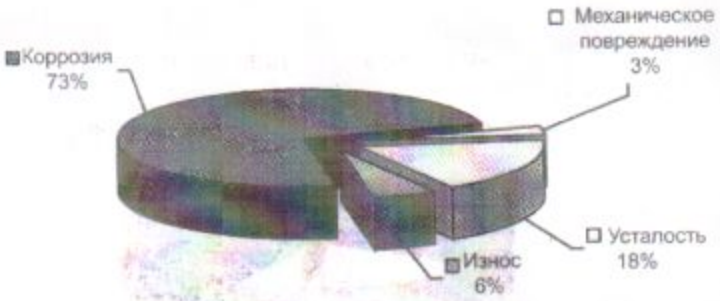
Фактор	Отклик (повреждение)	Закон распределения наработки	Частота повторяе-мости
Аэродинамические нагрузки	Усталостные трещины	Лог. нормальный	40%
Удары посторонними предметами	Вмятины, забоины	Экспоненциальный	20%
Воздействия окружающей среды	Коррозия	Вейбулла	10%
Трение при работе механических соединений	Износ (появление люфтов и зазоров)	Нормальный	30%

Ил -86

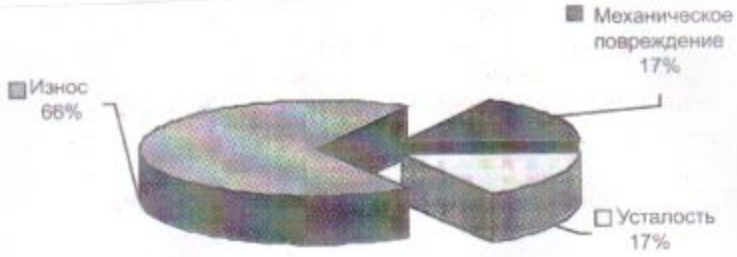


Эксплуатационные повреждения планера самолета типа Ил-86

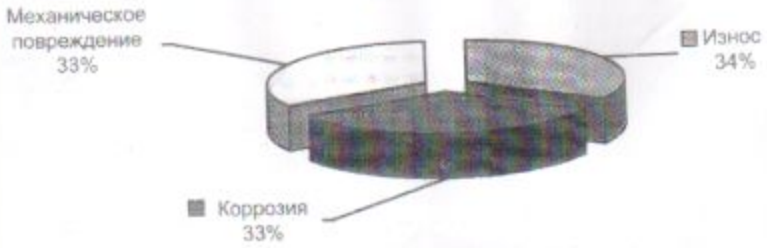
Распределение повреждений по агрегатам



Эксплуатационные повреждения фюзеляжа самолета типа Ил-86



Эксплуатационные повреждения крыла самолета типа Ил-86



Эксплуатационные повреждения хвостового оперения

Таблица 2.2.

Процентные соотношения повреждений планера самолетов типа Ил-86

Тип дефекта / Элемент конструкции	Коррозия		Усталость		Износ		Механическое повреждение		Всего дефектов	
	кол.	%	кол.	%	кол.	%	кол.	%	Кол.	%
Вся конструкция	53	60,92	15	17,24	14	16,09	5	5,75	87	100
Фюзеляж	52	73,24	13	18,31	4	5,63	2	2,82	71	81,61
Крыло	--	--	2	16,67	8	66,67	2	16,67	12	13,79
Хвостовое оперение	1	33,33	--	--	1	33,33	1	33,33	3	3,45
Шасси	--	--	--	--	1	100	--	--	1	1,15

По существующим нормам каждый тип ВС регулярно или по мер

Характеристики ВСМ на основе дискретных случайных величин

1. **Интервалы между событиями**:

наработки до отказа – **F(t), P(t), f(t), λ(t),** m_t, σ_t

времена восстановления – **F(**$t_в$ **), f(**$t_в$ **), λ(**$t_в$**)=μ,** $m_{tв}$, $\sigma_{tв}$

2. **Потоки событий:**

число отказов – **r(τ)**, число восстановлений – **r(**$\tau_в$**)**

(реализации дискретной случайной величины на интервале наблюдений (0, t))

Ω(t) – м.о. числа дискретных событий за время t(ведущая функция)

ω(t) – параметр потока дискретных событий

$$\omega(t) = lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Omega(t+\Delta t)-\Omega(t)}{\Delta t} = \frac{d\Omega(t)}{dt}, \quad \Omega(t)=\int_0^t \Omega(t)dt$$

Законы распределения дискретных случайных величин

- **Экспоненциальный** – внезапные отказы (вмятины, забоины, попадание в грозу, ошибки при ТО, АиРЭО)

параметр – λ=const

$F(t)=1-e^{-\lambda t}$ $P(t)=e^{-\lambda t}$ $f(t)=\lambda e^{-\lambda t}$ $m_t = \sigma_t = \frac{1}{\lambda}$

- **Нормальный** – постепенные отказы (износ

Модель (вид закона распределения	Математическое выражение	Характеристики модели
Гипергеометрический		

при m_t=0, $\sigma_t = 1$ - центрированное, нормированное нормальное распределение

$$f(t)= \varphi_0\ (t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{t^2}{2}} \qquad F(t)= F_0\ (t)= \int_{\infty}^{T} \varphi_0\ (t)dt$$

φ_0 (t) и F_0 (t) – по таблицам от аргумента $t=\frac{t-m_t}{\sigma_t}$

φ_0 (

- **У**

при

- **Л** **е**

норм

Модель (вид закона распределения)	Математическое выражение	Характеристики модели
Биномиальный $n \geq 30$ $p \leq 0{,}9$	$P(k,n,p) = \frac{n!}{k!(n-k)!} \cdot p^k q^{n-k} = C_n^k \cdot p^k q^{n-k}$	$F(k) = \sum_{k=0}^{i} C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k}$ $M[k] = n \cdot p$ $\mathcal{D}[k] = n \cdot p \cdot q$

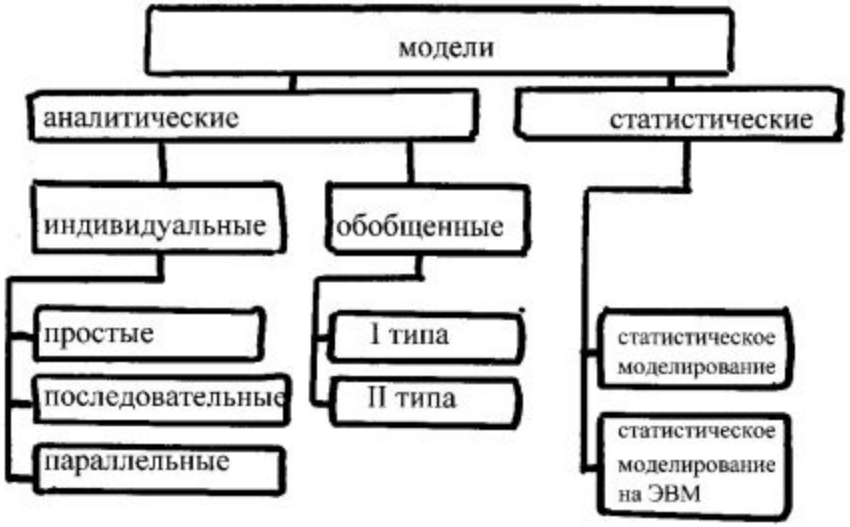
3. Закон Пуассона – для контроля надежности изделий АТ при **p ≤ 0,1, r=k, λ=np**

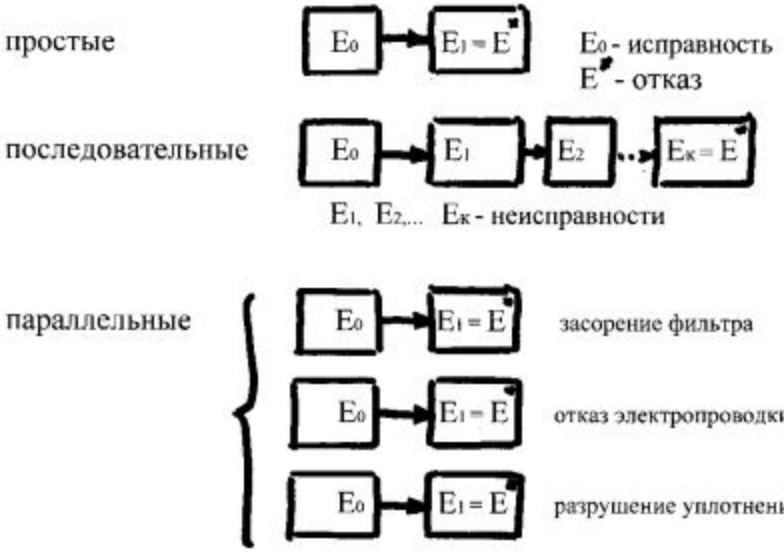
Вероятность появления **k** отказов - P_k

Параметр закона - λ

Модель (вид закона распределения)	Математическое выражение	Характеристики модели
Пуассона $n \geq 100$ $p \leq 0,1$	$P_k = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$	$F(k) = \sum_{k=0}^{i} \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$ $M[k] = \lambda$ $\mathfrak{D}[k] = \lambda$

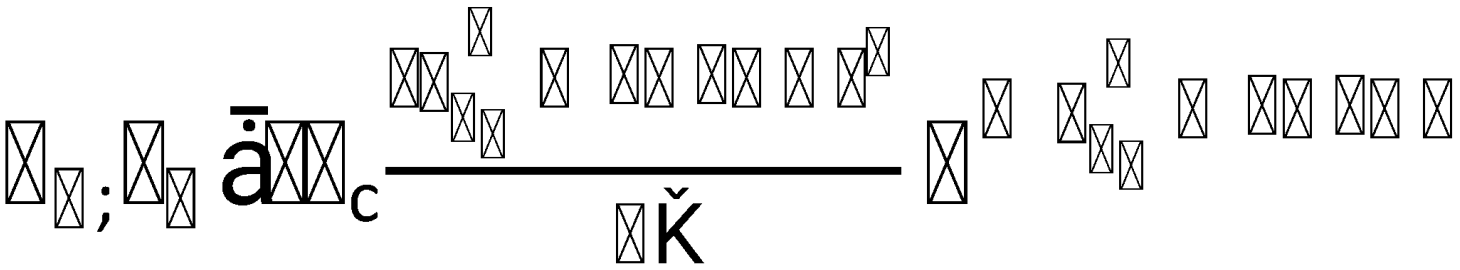
МОДЕЛИ ВОЗНИКНОВЕНИЯ И РАЗВИТИЯ ОТКАЗОВ И НЕИСПРАВНОСТЕЙ АВИАЦИОННОЙ ТЕХНИКИ





Обобщенные аналитические ВСМ

- **I-ый тип (пуассоновская)** – неисправности накапливаются и превращаются в отказ (процесс описывается потоком Пуассона)



ω(u) – параметр потока отказов

r – количество возникающих отказов

$P_r(t_0,t)$ – вероятность возникновения **r** отказов за период наработки (t_0,t)

- **II-ой тип** – каждая неисправность со временем превращается в отказ (неисправности независимы)

$$P(t_0,t)=e^{-\int_0^{t-t_0}\omega(t-x)G(x)dx}$$

$P(t_0,t)$ – вероятность безотказной работы в интервале (t_0,t)

X – время развития неисправности в отказ

ω(t) – параметр потока отказов

G(x) – функция распределения времени развития неисправностей в отказ

ω(t), G(x) – по результатам исследований

Метод статистического моделирования

Основа метода – моделирование R реализаций процесса эксплуатации ФС (искусственное формирование статистической базы по безотказности ФС)

Исходная информация – интервальная оценка безотказности ФС

$$\omega_{Н} \div \omega_{В} \longrightarrow P_{В}(t) \div P_{Н}(t)$$

	Θ – оценка безотказности ФС **t – наработка до отказа ФС (случайная величина)** **F(t) – функция распределения (характе-** **ризует закон распределения t)** **y(t) – функция, отражающая зависимость безотказности ФС от наработки**

Г

Результат – зависимость безотказности ФС от периодичности ТО (оценка при расширенной статистической базе для R реализаций процесса эксплуатации ФС)

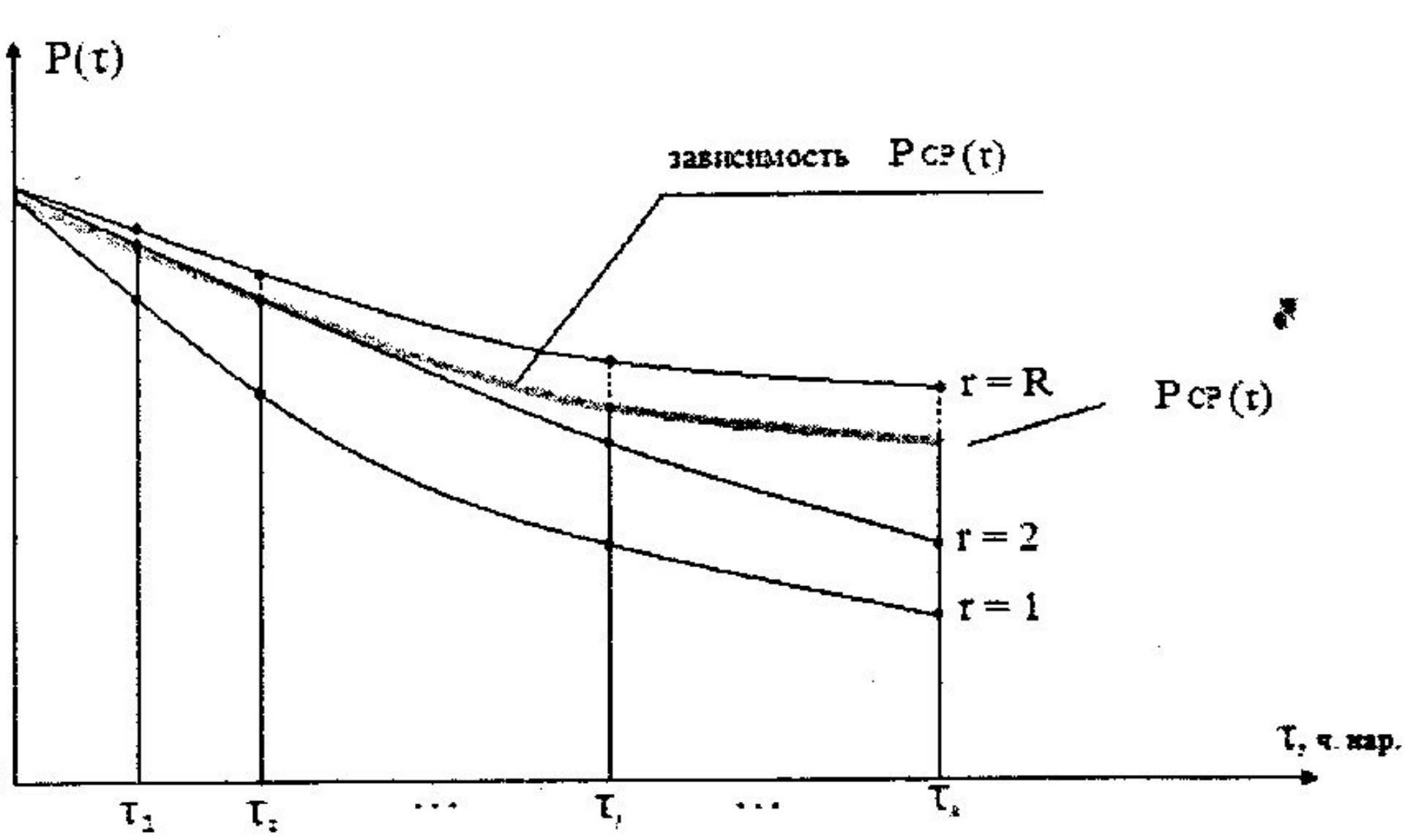
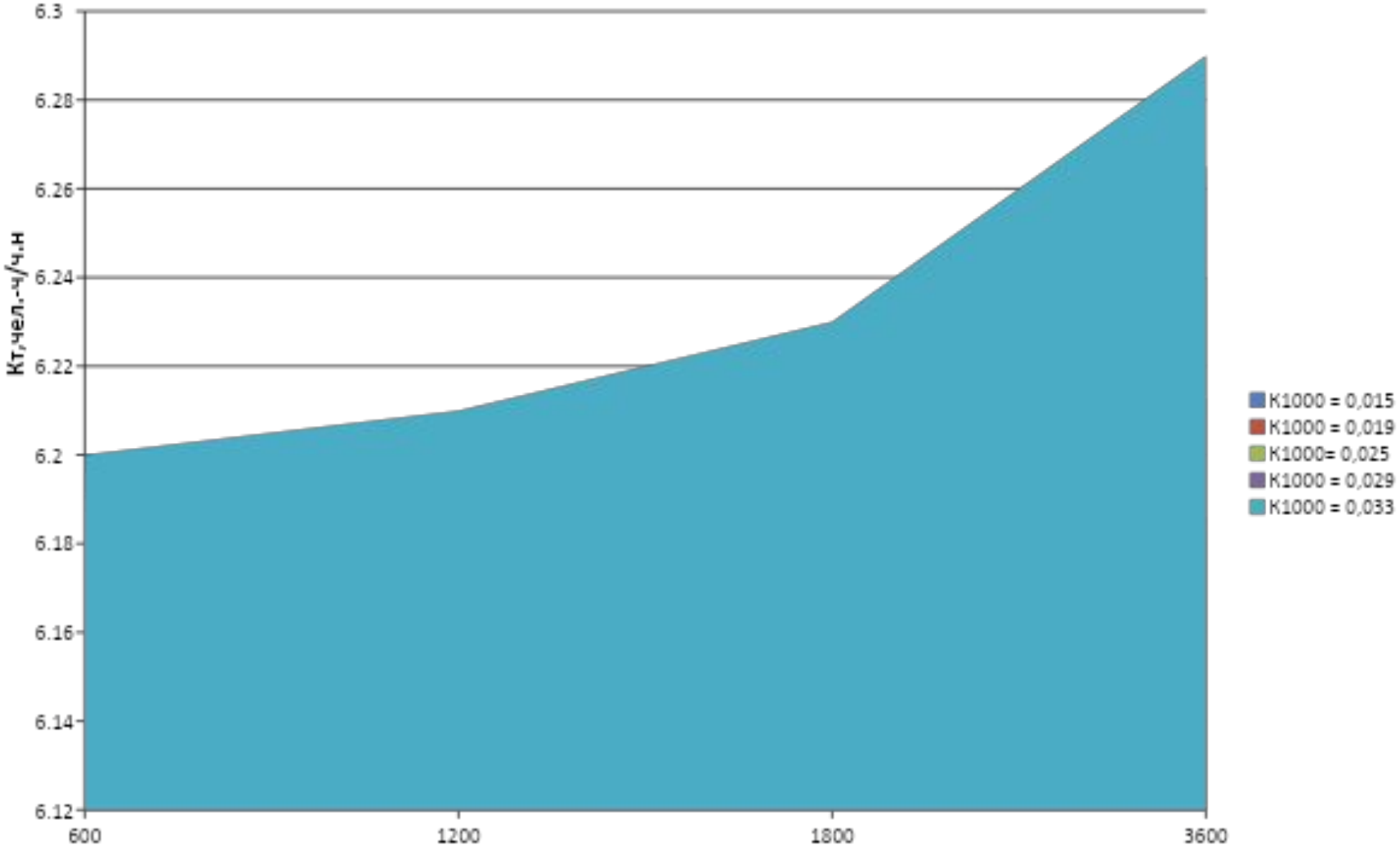


Рис.3 Результаты статистического моделирования для определения P(τ)

Номограмма для прогнозирования Кт по значениям К1000 с учетом периодичности ТО