

ЛК-2

Модели на основе распределения непрерывных и дискретных случайных величин

1. Непрерывные и дискретные случайные величины.
2. Модели распределения непрерывных случайных величин.
3. Модели распределения дискретных случайных величин.
4. Классификация моделей возникновения отказов и неисправностей АТ.
5. Принципы статистического моделирования.

Основные понятия

- **Случайная величина** – принимает одно из множества значений; появление того или иного значения нельзя предсказать точно
- **Непрерывная случайная величина** – может принимать все значения на некотором промежутке; множество возможных значений бесконечно
- **Дискретная случайная величина** – принимает отдельные, изолированные значения с определенной вероятностью; их число может быть конечно или бесконечно

№ п/п	Наименование ФС	Факторы, влияющие на работоспособность ФС	Типовые отказы и неисправности
	Шасси	<ul style="list-style-type: none"> - вибрации, упругие деформации; - нагрев элементов конструкции; - климатические условия. 	изменение технического состояния <u>пневматиков</u> , <u>уплотнительных элементов тормозов</u> , амортизаторов
	Система управления	<ul style="list-style-type: none"> - внешние климатические условия; - нарушение правил <u>погрузочно-разгрузочных работ</u>; - аэродинамические нагрузки 	замерзание влаги, отказы электроприводов, изменение натяжения тросовой проводки, выработка шарнирных соединений (износ)
	<u>Гидрогазовые системы</u> и системы жизнеобеспечения	<ul style="list-style-type: none"> - <u>стационарные случайные вибронапряжения</u> в трубопроводах - изменение давления в магистралях -изменение температуры рабочей жидкости - аэродинамические нагрузки 	внешние и внутренние утечки, повреждения элементов гидроприводов, выход из строя уплотнений, коррозия, попадание воздуха в систему
	Топливная	<ul style="list-style-type: none"> - вибрационные нагрузки - температурные нагрузки - коррозия - загрязнения 	засорение топливных фильтров, наличие воды в топливе, нарушение регулировки топливных насосов, <u>негерметичность баков</u>

Порядок выбора ВСМ

1. Наблюдается случайная величина (статистика).
2. Обрабатывается статистика методами статистического анализа.
3. Выбирается ВСМ с учетом физической сущности исследуемого процесса.
4. Доказывается правомерность выбранной ВСМ по критериям согласия.
5. Определяются характеристики (параметры) ВСМ и по ним выполняют прогноз.

Задачи статистического анализа

1. Обработка экспериментальных данных
2. Определение вида закона распределения
3. Определение параметров закона распределения
4. Прогнозирование поведения случайной величины

Статистические характеристики случайной величины

- n – объем выборки (количество наблюдений)
- N – объем генеральной совокупности
- $n=N$ (полная выборка), $n<N$ (усеченная выборка)

Интервальная оценка

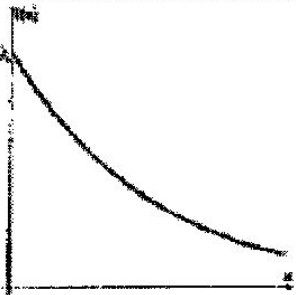
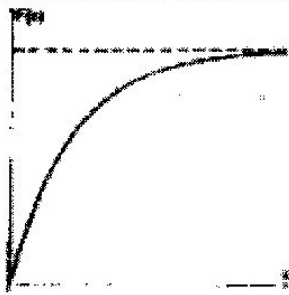
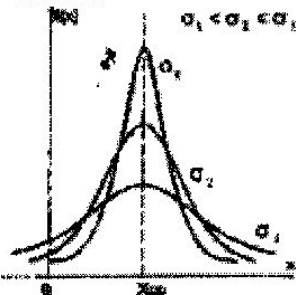
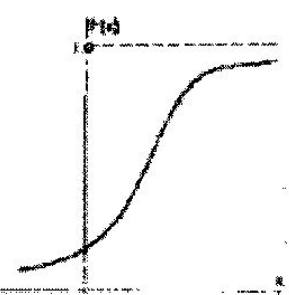
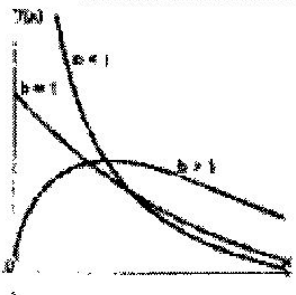
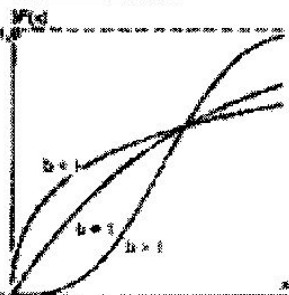
- $f_i^*(x) = \Delta n_i / n \Delta x$
- $P_i^* = \Delta n_i / n$
- $F_i^*(x) = n_i(x) / n$
- Δn_i – количество наблюдений на интервале
- Δx – величина интервала
- $n_i(x)$ - количество наблюдений на начало интервала

Характеристики ВСМ на основе непрерывных случайных величин

Для случайной величины x :

- $F(x)$ - функция распределения
- $f(x)$ - плотность распределения
- $M.O.[x]$ – математическое ожидание
- $D[x]$ – дисперсия
- $\sigma_x = \sqrt{D[x]}$ - средне-квадратическое отклонение
- $v = \sigma_x / M.O.[x]$ – коэффициент вариации

Таблица 1.1. Характеристики некоторых законов распределения

Наименование закона распределения	Параметры	Математические выражения		График	
		плотности распределения	функции распределения	плотности распределения	функции распределения
Экспоненциальный	λ	$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$	$F(x) = 1 - e^{-\lambda x}$		
Нормальный	x_{cp} σ	$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \frac{(t-x_{cp})^2}{2\sigma^2} dt$	$F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(t-x_{cp})^2}{2\sigma^2}} dt$		
Вейбулла	a b	$f(x) = \frac{b}{a} x^{b-1} e^{-\frac{x^b}{a}}$	$F(x) = 1 - e^{-\frac{x^b}{a}}$		

Законы распределения наработки до отказа

- **Экспоненциальный** – внезапные отказы (вмятины, забоины, попадание в грозу, ошибки при ТО, АиРЭО)

параметр – $\lambda = \text{const}$

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t} \quad P(t) = e^{-\lambda t} \quad f(t) = \lambda e^{-\lambda t} \quad m_t = \sigma_t = \frac{1}{\lambda}$$

- **Нормальный** – постепенные отказы (износ, старение материалов, накопление повреждений)

параметры - m_t ; σ_t

$$F(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_0^T e^{-\frac{(t-m_t)^2}{2\sigma^2}} dt \quad f(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-m_t)^2}{2\sigma^2}}$$

при $m_t=0$, $\sigma_t = 1$ - центрированное,
нормированное нормальное распределение

$$f(t) = \varphi_0(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} \quad F(t) = F_0(t) = \int_{-\infty}^t \varphi_0(t) dt$$

$\varphi_0(t)$ и $F_0(t)$ – по таблицам от величины $S = \frac{t - m_t}{\sigma_t}$

$$\varphi_0(-s) = \varphi_0(s) \quad F_0(-s) = 1 - F_0(s)$$

- **Усеченное нормальное распределение**

при ограничении интервала значений случайной величины

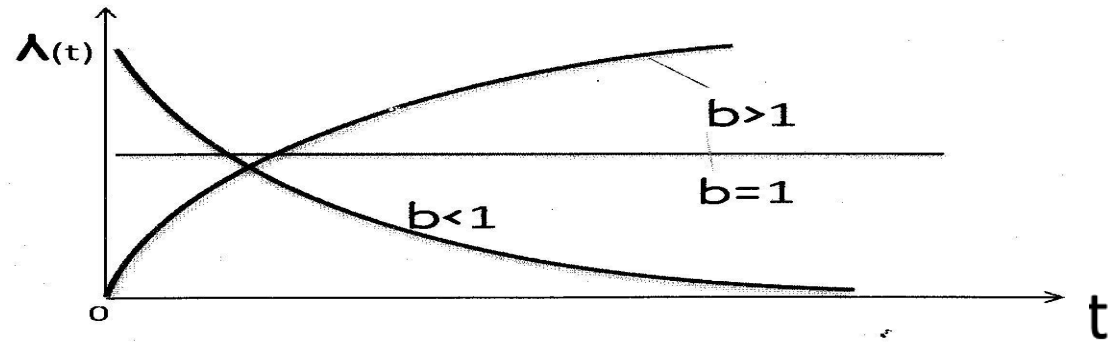
- **Логарифмически-нормальное распределение**

нормальный закон для величины $y = \ln t$

❖ **Закон распределения Вейбулла** – постепенные отказы при совместном действии многих независимых факторов (коррозия, отказы сложных приборов, усталость)

параметры – a(параметр масштаба), b(параметр формы)

$$F(t) = 1 - e^{-\frac{1}{a}t^b} \qquad f(t) = \frac{b}{a} t^{b-1} e^{-\frac{1}{a}t^b}$$



Интенсивность отказов

$$m_t = d_b a^{\frac{1}{b}}, \qquad \sigma_t = C_b a^{\frac{1}{b}},$$

где $d_b = \Gamma(\frac{1}{b} + 1)$, $C_b = \Gamma(1 + \frac{2}{b}) - d_b^2$, Γ – гамма функция

Применение законов распределения непрерывной случайной величины

Фактор	Отклик (повреждение)	Закон распределения наработки	Частота повторе-мости
Аэродинамические нагрузки	Усталостные трещины	Лог. нормальный	40%
Удары посторонними предметами	Вмятины, забоины	Экспоненциальный	20%
Воздействия окружающей среды	Коррозия	Вейбулла	10%
Трение при работе механических соединений	Износ (появление люфтов и зазоров)	Нормальный	30%



Рис. 2.1. Распределение повреждений по агрегатам



Рис. 2.13. Эксплуатационные повреждения фюзеляжа самолета типа Ил-86

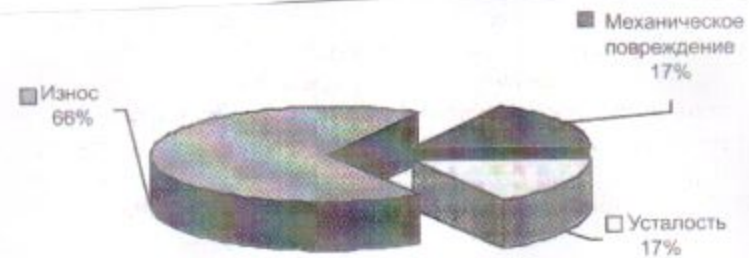


Рис. 2.14. Эксплуатационные повреждения крыла самолета типа Ил-86

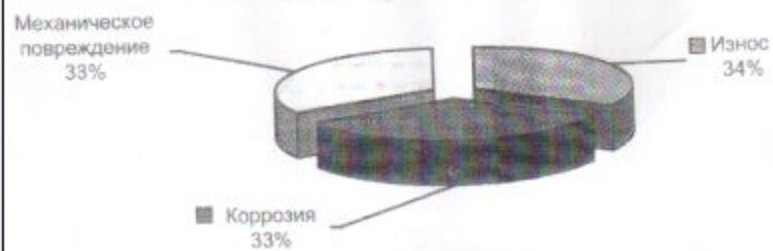


Рис. 2.15. Эксплуатационные повреждения хвостового оперения

Таблица 2.2.

Процентные соотношения повреждений планера самолетов типа Ил-86

Тип дефекта Элемент конструкции	Коррозия		Усталость		Износ		Механическое повреждение		Всего дефектов	
	кол.	%	кол.	%	кол.	%	кол.	%	Кол.	%
Вся конструкция	53	60,92	15	17,24	14	16,09	5	5,75	87	100
Фюзеляж	52	73,24	13	18,31	4	5,63	2	2,82	71	81,61
Крыло	--	--	2	16,67	8	66,67	2	16,67	12	13,79
Хвостовое оперение	1	33,33	--	--	1	33,33	1	33,33	3	3,45
Шасси	--	--	--	--	1	100	--	--	1	1,15

По существующим нормам каждый тип ВС регулярно или по мере

Характеристики ВСМ на основе дискретных случайных величин

1. Интервалы между событиями:

наработки до отказа – $F(t)$, $P(t)$, $f(t)$, $\lambda(t)$, m_t , σ_t

времена восстановления – $F(t_B)$, $f(t_B)$, $\lambda(t_B)=\mu$, m_{t_B} , σ_{t_B}

2. Потоки событий:

число отказов – $r(\tau)$, число восстановлений – $r(\tau_B)$

(реализации дискретной случайной величины на интервале наблюдений $(0, t)$)

$\Omega(t)$ – м.о. числа дискретных событий за время t (ведущая функция)

$\omega(t)$ – параметр потока дискретных событий

$$\omega(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Omega(t+\Delta t) - \Omega(t)}{\Delta t} = \frac{d\Omega(t)}{dt}, \quad \Omega(t) = \int_0^t \omega(t) dt$$

Законы распределения дискретных случайных величин

- **Экспоненциальный** – внезапные отказы (вмятины, забоины, попадание в грозу, ошибки при ТО, АиРЭО)
параметр – $\lambda = \text{const}$

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t} \quad P(t) = e^{-\lambda t} \quad f(t) = \lambda e^{-\lambda t} \quad m_t = \sigma_t = \frac{1}{\lambda}$$

- **Нормальный** – постепенные отказы (износ)

Модель (вид закона распределения)	Математическое выражение	Характеристики модели
Гипергеометрический		

при $m_t=0, \sigma_t = 1$ - центрированное, нормированное нормальное распределение

$$f(t) = \varphi_0(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} \quad F(t) = F_0(t) = \int_{-\infty}^t \varphi_0(t) dt$$

$\varphi_0(t) = \dots$ $e^{-\frac{t^2}{2}}$

φ_0	Модель (вид закона распределения)	Математическое выражение	Характеристики модели
<ul style="list-style-type: none"> • У при • Л норм 	Биномиальный $n \geq 30$ $p \leq 0,9$	$P(k, n, p) = \frac{n!}{k!(n-k)!} \cdot p^k \cdot q^{n-k}$ $= C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k}$	$F(k) = \sum_{k=0}^L C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k}$ $M[k] = n \cdot p$ $D[k] = n \cdot p \cdot q$

e

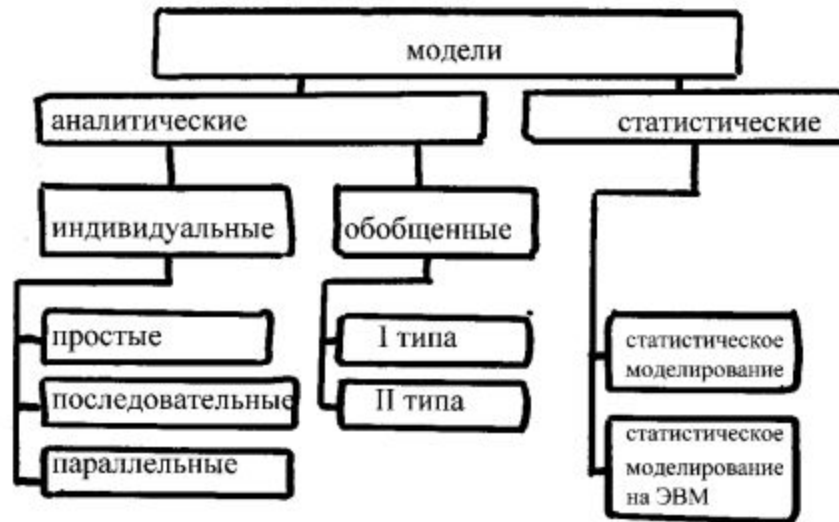
3. Закон Пуассона – для контроля надежности изделий АТ при $p \leq 0,1$, $r=k$, $\lambda=np$

Вероятность появления k отказов - P_k

Параметр закона - λ

Модель (вид закона распределения)	Математическое выражение	Характеристики модели
Пуассона $n \geq 100$ $p \leq 0,1$	$P_k = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$	$F(k) = \sum_{k=0}^l \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$ $M[k] = \lambda$ $\sigma[k] = \lambda$

МОДЕЛИ ВОЗНИКНОВЕНИЯ И РАЗВИТИЯ ОТКАЗОВ И НЕИСПРАВНОСТЕЙ АВИАЦИОННОЙ ТЕХНИКИ



простые



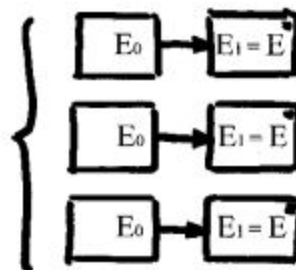
E_0 - исправность
 \bar{E} - отказ

последовательные



E_1, E_2, \dots, E_k - неисправности

параллельные



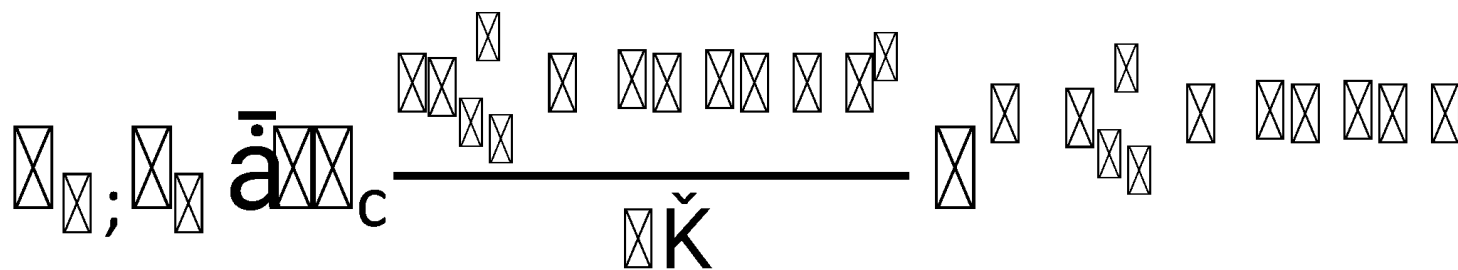
засорение фильтра

отказ электропроводки

разрушение уплотнений

Обобщенные аналитические ВСМ

- I-ый тип (пуассоновская) – неисправности накапливаются и превращаются в отказ (процесс описывается потоком Пуассона)



$\omega(u)$ – параметр потока отказов

r – количество возникающих отказов

$P_r(t_0, t)$ – вероятность возникновения r отказов за период наработки (t_0, t)

- **II-ой тип** – каждая неисправность со временем превращается в отказ (неисправности независимы)

$$P(t_0, t) = e^{-\int_0^{t-t_0} \omega(t-x)G(x)dx}$$

$P(t_0, t)$ – вероятность безотказной работы в интервале (t_0, t)

X – время развития неисправности в отказ

$\omega(t)$ – параметр потока отказов

$G(x)$ – функция распределения времени развития неисправностей в отказ

$\omega(t), G(x)$ – по результатам исследований

Метод статистического моделирования

Основа метода – моделирование R реализаций процесса эксплуатации ФС (искусственное формирование статистической базы по безотказности ФС)

Исходная информация – интервальная оценка безотказности ФС

$$\omega_H \div \omega_B \longrightarrow P_B(t) \div P_H(t)$$

Θ – оценка безотказности ФС
 t – наработка до отказа ФС (случайная величина)
 $F(t)$ – функция распределения (характеризует закон распределения t)
 $y(t)$ – функция, отражающая зависимость безотказности ФС от наработки

Г

Результат – зависимость безотказности ФС от периодичности ГО (оценка при расширенной статистической базе для R реализаций процесса эксплуатации ФС)

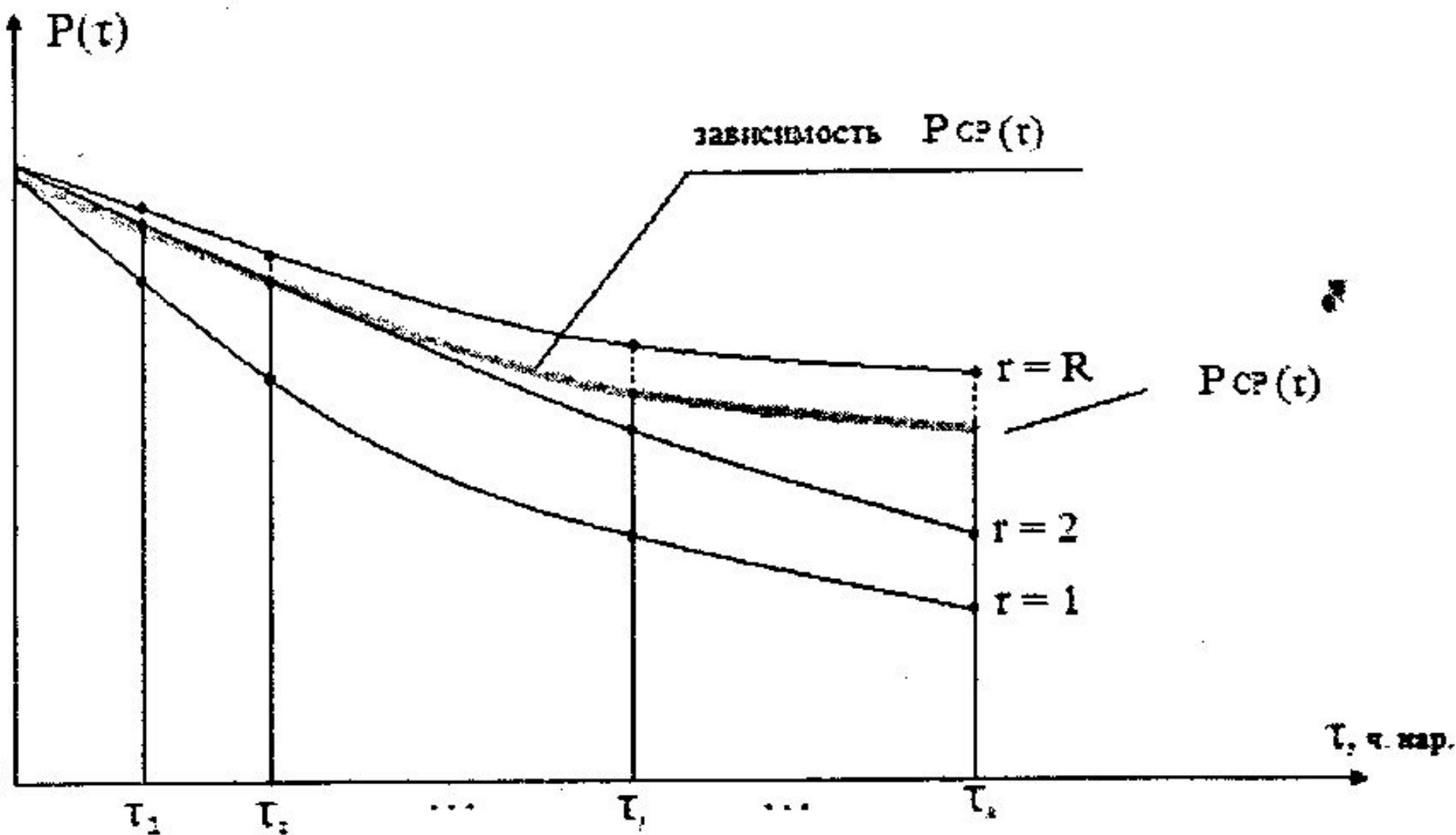


Рис.3 Результаты статистического моделирования для определения $P(t)$

Номограмма для прогнозирования K_t по значениям K_{1000} с учетом периодичности ТО

