

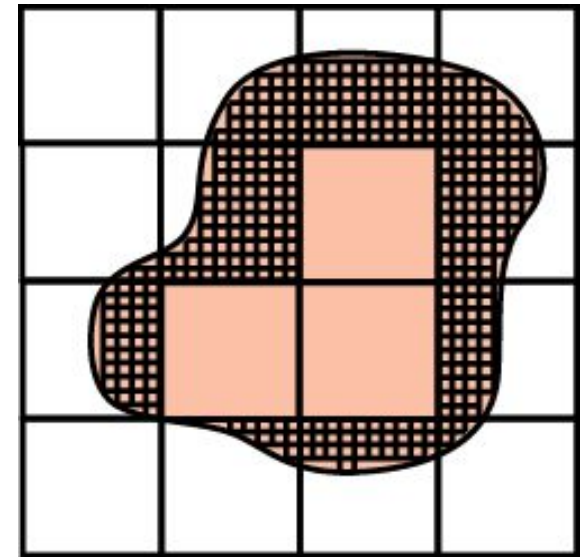
Измерение площадей. Площадь прямоугольника

Измерение площади фигуры, как и измерения длины отрезка, основано на сравнении этой фигуры с фигурой, площадь которой принимается за единицу.

За единицу измерения площади принимается квадрат со стороной, равной единице измерения длины. Он называется **единичным квадратом**.

Площадь фигуры — это число, показывающее сколько раз единичный квадрат и его части укладываются в данной фигуре.

Две фигуры называются **равновеликими**, если они имеют одинаковую площадь.



Свойства площади

Для площадей плоских фигур справедливы свойства, аналогичные свойствам длин отрезков.

Свойство 1. Площадь фигуры является неотрицательным числом.

Свойство 2. Равные фигуры имеют равные площади.

Свойство 3. Если фигура Φ составлена из двух неперекрывающихся фигур Φ_1 и Φ_2 , то площадь фигуры Φ равна сумме площадей фигур Φ_1 и Φ_2 , т.е. $S(\Phi) = S(\Phi_1) + S(\Phi_2)$.

Свойство 4. Площадь прямоугольника равна произведению двух его смежных сторон.

Вопрос 1

Что принимается за единицу измерения площади?

Ответ: За единицу измерения площади принимается квадрат со стороной, равной единице измерения длины.

Вопрос 2

Что такое площадь фигуры?

Ответ: Площадь фигуры – это число, показывающее сколько раз единичный квадрат и его части укладываются в данной фигуре.

Вопрос 3

Какие фигуры называются равновеликими?

Ответ: Две фигуры называются равновеликими, если они имеют одинаковую площадь.

Вопрос 4

Сформулируйте свойства площади.

Ответ: 1. Площадь фигуры является неотрицательным числом.

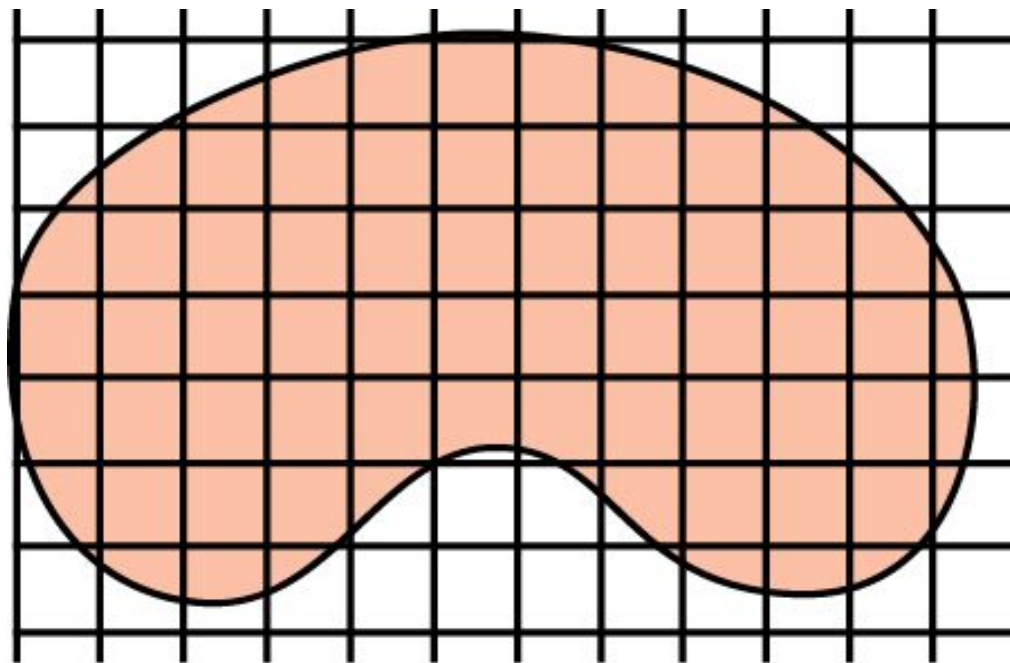
2. Равные фигуры имеют равные площади.

3. Если фигура Φ составлена из двух неперекрывающихся фигур Φ_1 и Φ_2 , то площадь фигуры Φ равна сумме площадей фигур Φ_1 и Φ_2 , т.е. $S(\Phi) = S(\Phi_1) + S(\Phi_2)$.

4. Площадь прямоугольника равна произведению его смежных сторон.

Упражнение 1

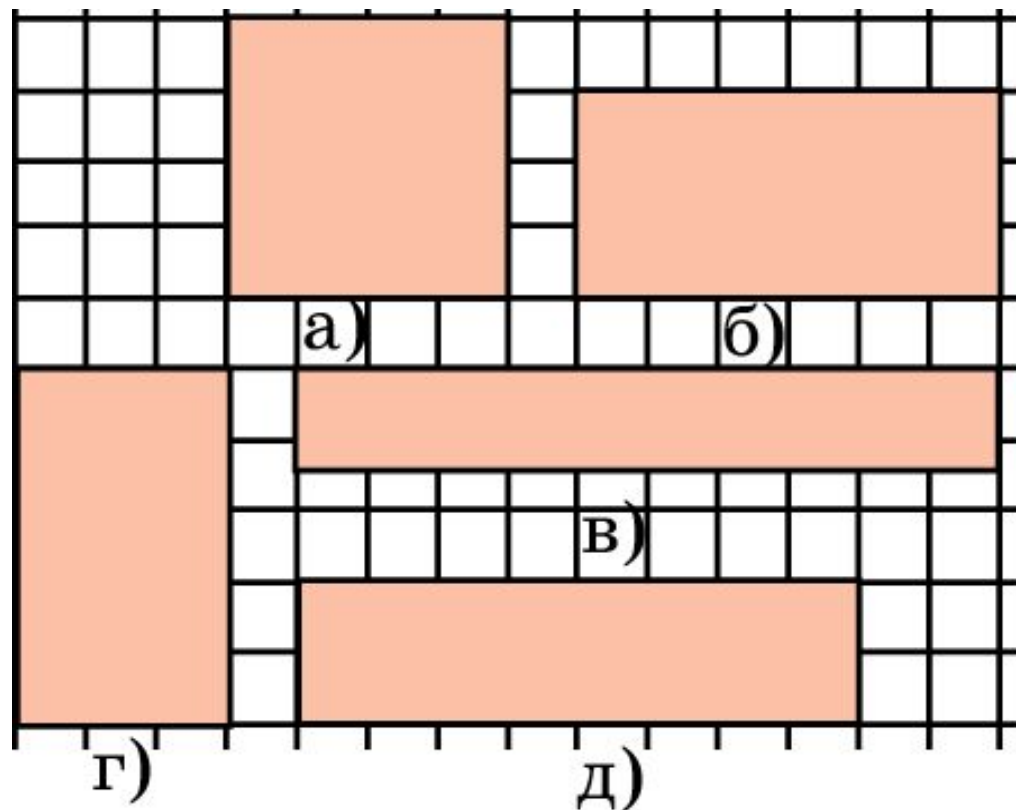
Сколько единичных квадратов целиком укладываются в фигуре, изображенной на рисунке?



Ответ: 40.

Упражнение 2

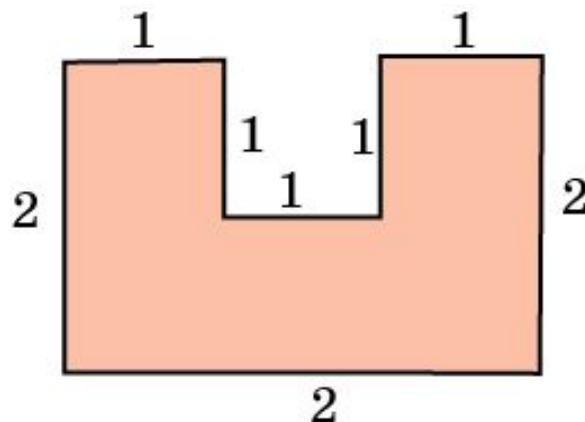
На рисунке укажите равновеликие фигуры.



Ответ: а) и д), в) и г).

Упражнение 3

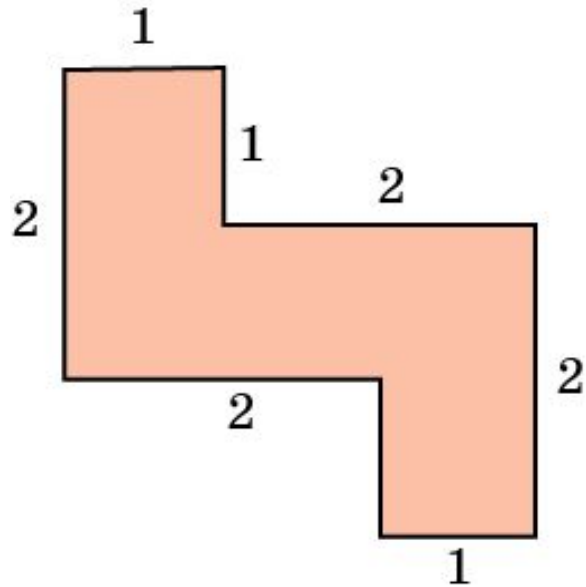
Найдите площадь многоугольника, изображенного на рисунке, все углы которого прямые.



Ответ: 5.

Упражнение 4

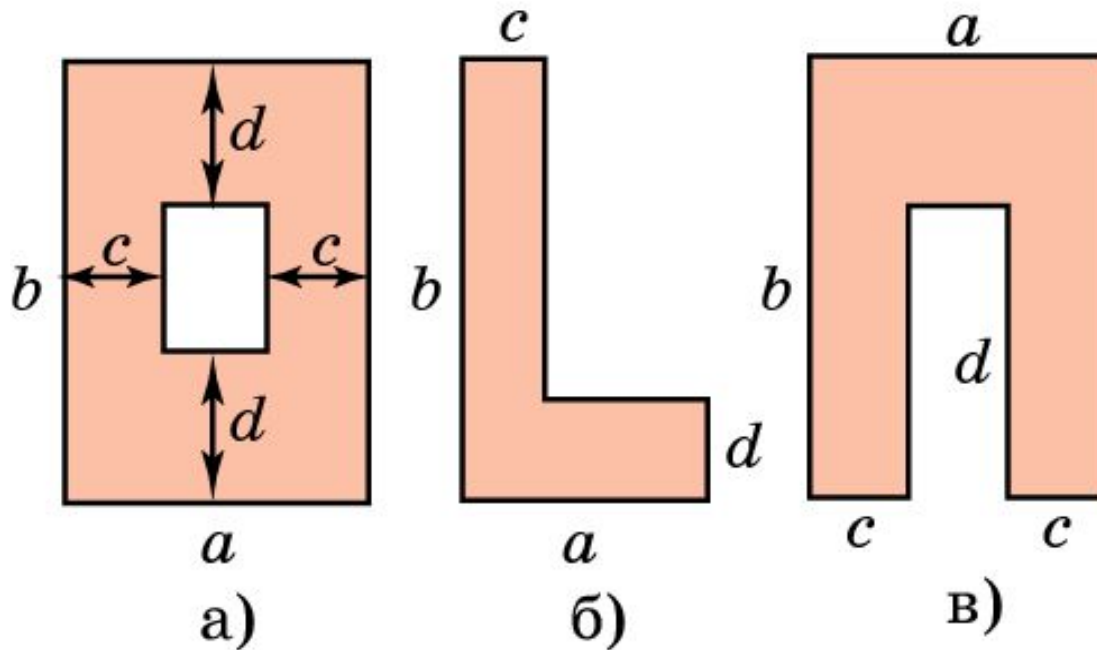
Найдите площадь многоугольника, изображенного на рисунке, все углы которого прямые.



Ответ: 5.

Упражнение 5

Найдите площади фигур, изображенных на рисунках а) – в).



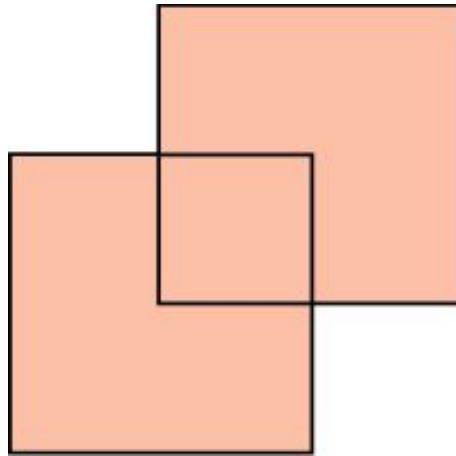
Ответ: а) $2ad + 2bc - 4cd$;

б) $ad + bc - cd$;

в) $ab + 2cd - ad$.

Упражнение 6

Найдите площадь фигуры, составленной из двух единичных квадратов, вершина одного из которых расположена в центре другого, как показано на рисунке.



Ответ: 1,75.

Упражнение 7

Как изменится площадь прямоугольника, если его стороны: а) увеличатся в 2 раза; б) уменьшатся в 3 раза; в) изменятся в k раз?



Ответ: а) Увеличится в 4 раза;
б) уменьшится в 9 раз;
в) изменится в k^2 раз.

Упражнение 8

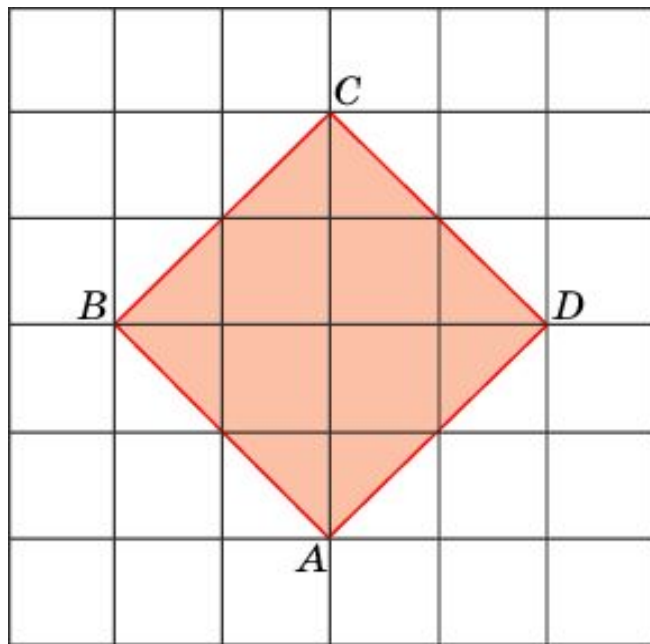
Найдите сторону квадрата, площадь которого равна площади прямоугольника со сторонами 8 м и 18 м.



Ответ: 12 м.

Упражнение 9

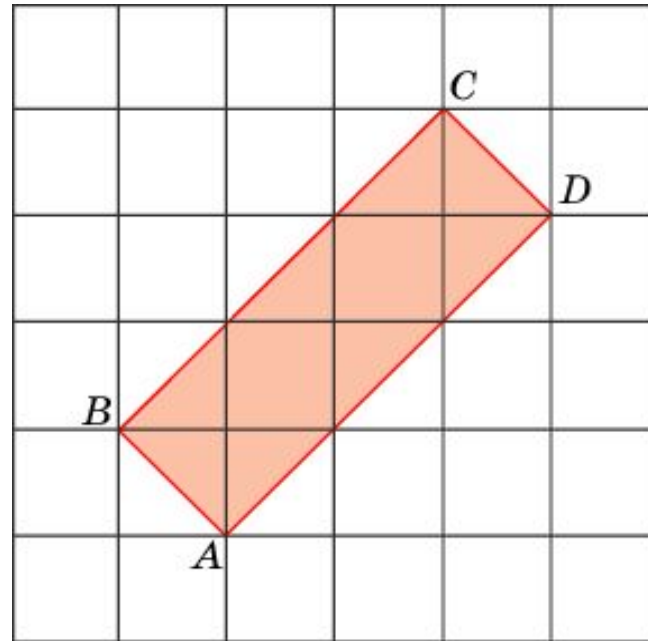
Найдите площадь квадрата, изображенного на клетчатой бумаге, клетками которой являются единичные квадраты.



Ответ: 8.

Упражнение 10

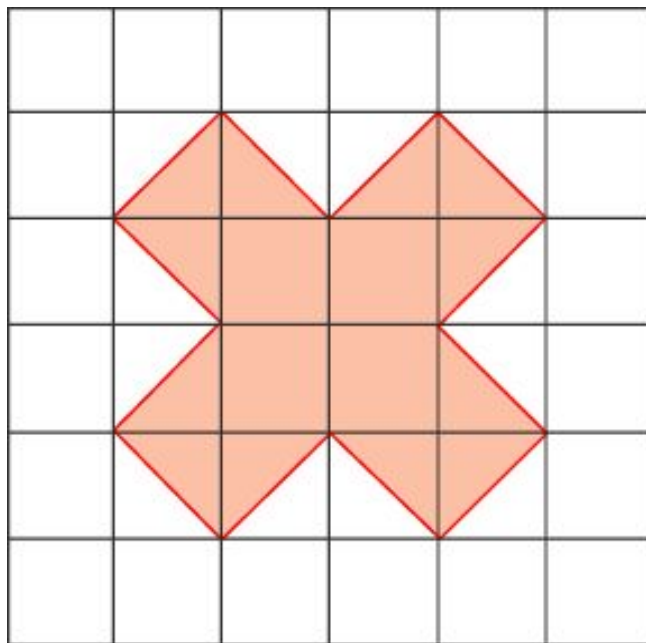
Найдите площадь прямоугольника, изображенного на клетчатой бумаге, клетками которой являются единичные квадраты.



Ответ: 6.

Упражнение 11

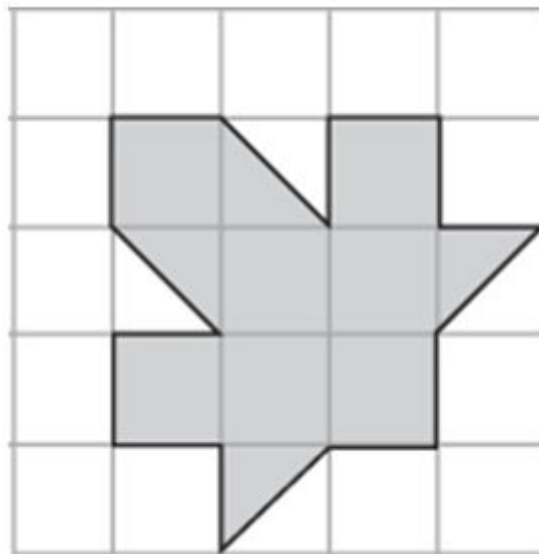
Найдите площадь фигуры, изображенной на клетчатой бумаге, клетками которой являются единичные квадраты.



Ответ: 10.

Упражнение 12

Найдите площадь фигуры. Стороны
квадратных клеток равны 1.



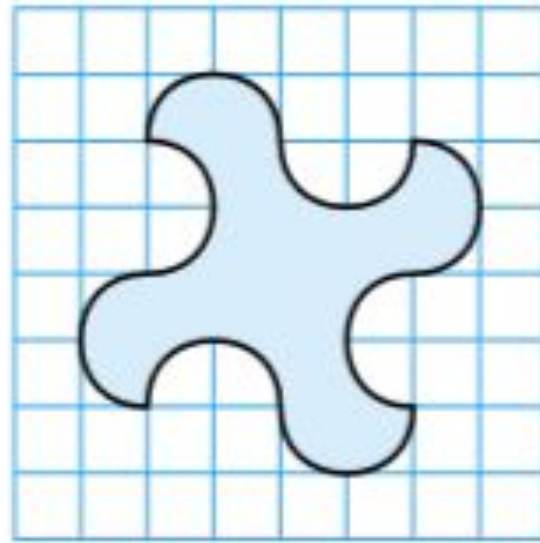
Ответ: 9.

Упражнение 13

Найдите площади фигур, изображенных на рисунках а), б).



а

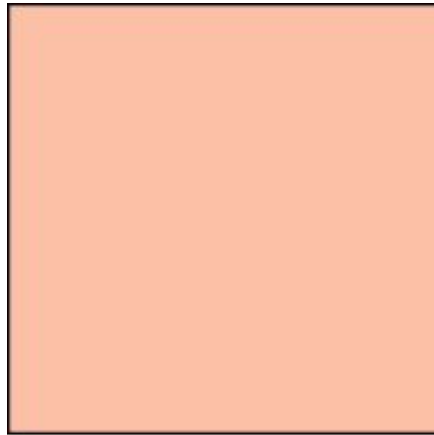


б

Ответ: а) 8; б) 16.

Упражнение 14

Найдите площадь квадрата, если его периметр равен 80 см.



Ответ: 400 см^2 .

Упражнение 15

Найдите периметр прямоугольника, если его площадь равна 72 см^2 , а отношение соседних сторон равно $1 : 2$.



Ответ: 36 см.

Упражнение 16

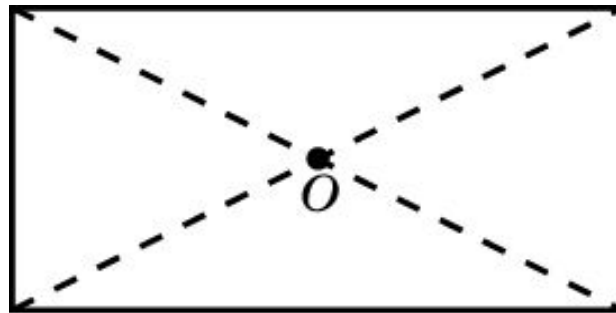
Найдите стороны прямоугольника, если его периметр 74 дм, а площадь 3 м²?



Ответ: 12 дм и 25 дм.

Упражнение 17

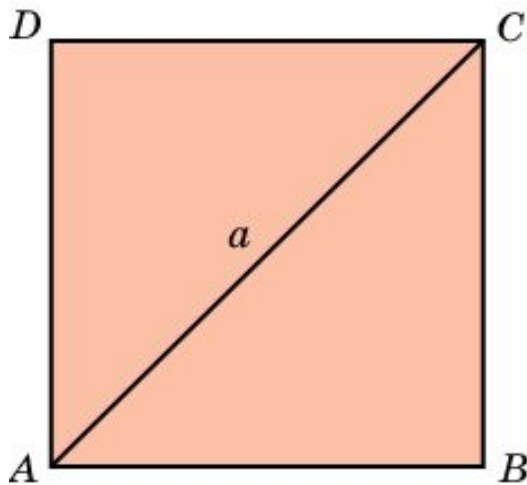
Прямоугольник со сторонами 2 и 4 повернут вокруг точки O пересечения его диагоналей на угол 90° . Найдите площадь общей части исходного прямоугольника и повернутого.



Ответ: 4.

Упражнение 18

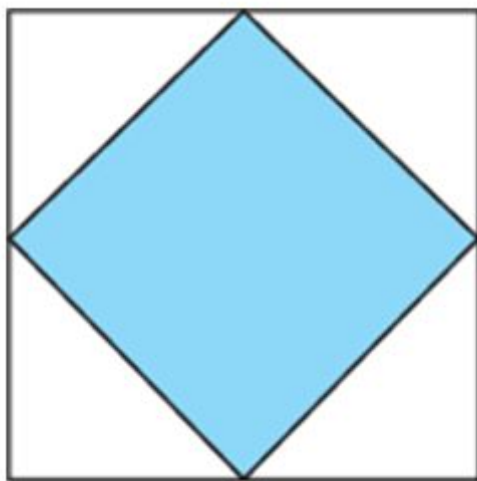
Найдите площадь S квадрата по его диагонали a .



Ответ: $\frac{a^2}{2}$.

Упражнение 19

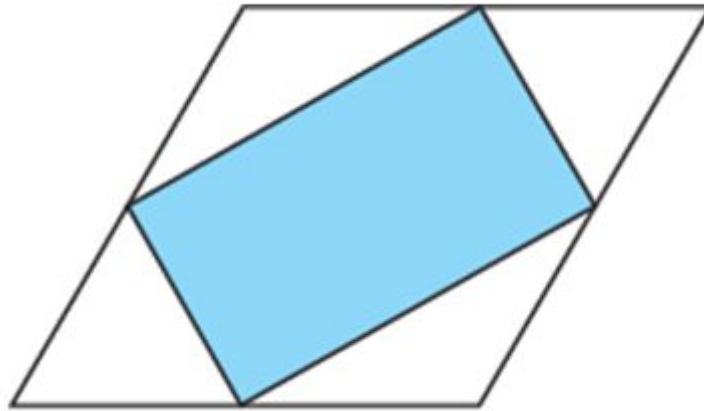
Площадь квадрата равна 10. Найдите площадь квадрата, вершинами которого являются середины сторон данного квадрата.



Ответ: 5.

Упражнение 20

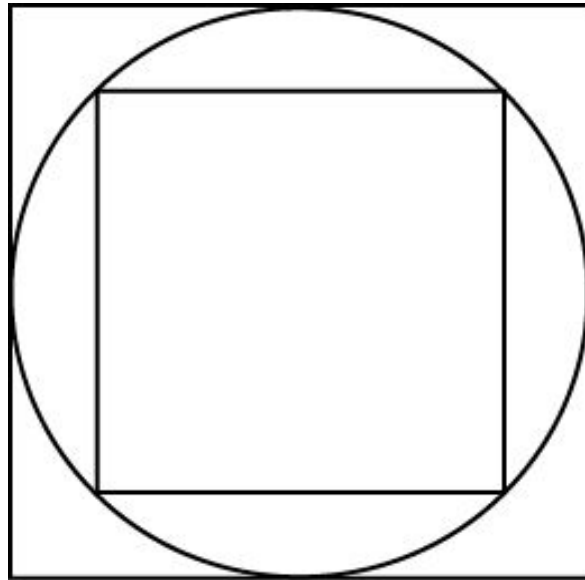
Диагонали ромба равны 6 и 8. Найдите площадь четырёхугольника, вершинами которого являются середины сторон этого ромба.



Ответ: 24.

Упражнение 21

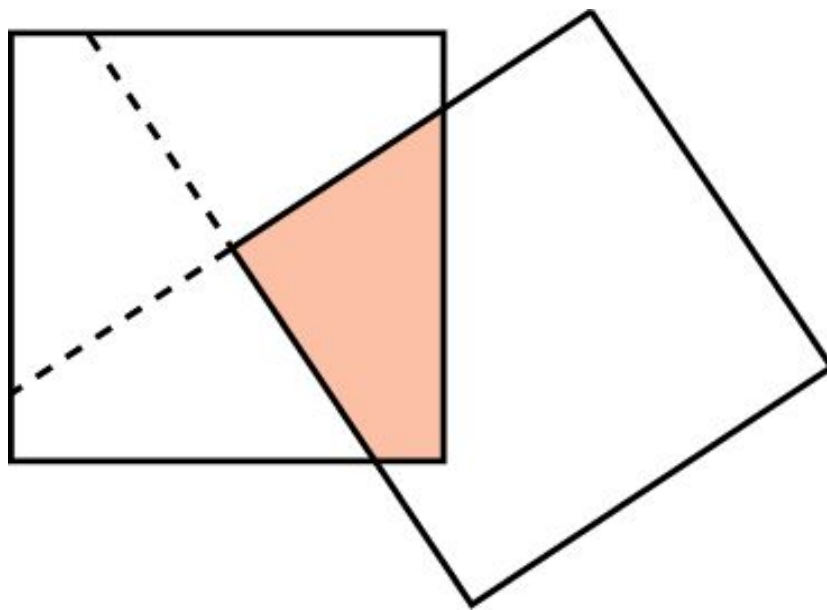
Во сколько раз площадь квадрата, описанного около окружности, больше площади квадрата, вписанного в эту окружность?



Ответ: В два раза.

Упражнение 22

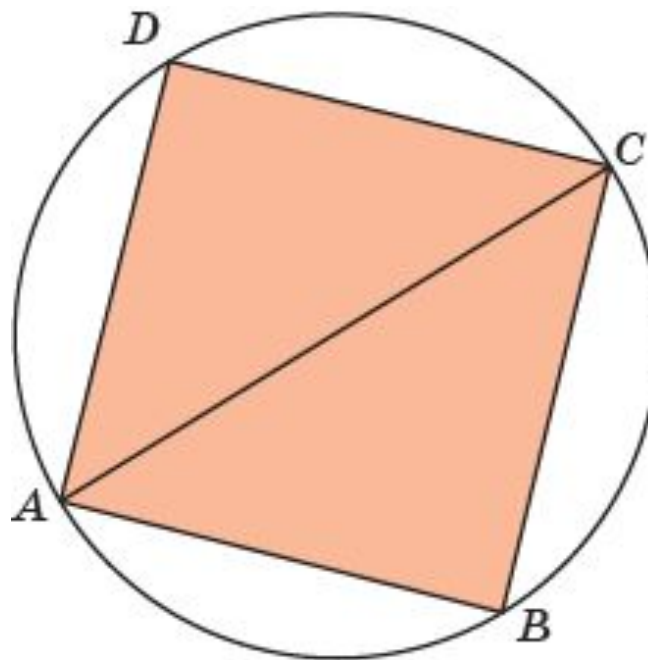
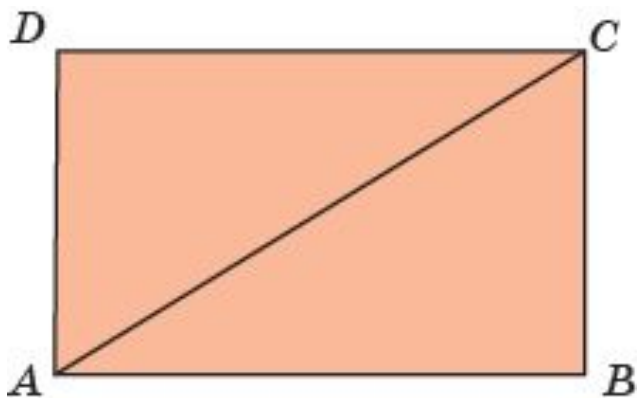
Вершина одного единичного квадрата находится в центре другого единичного квадрата. Найдите площадь их общей части.



Ответ: 0,25.

Упражнение 23

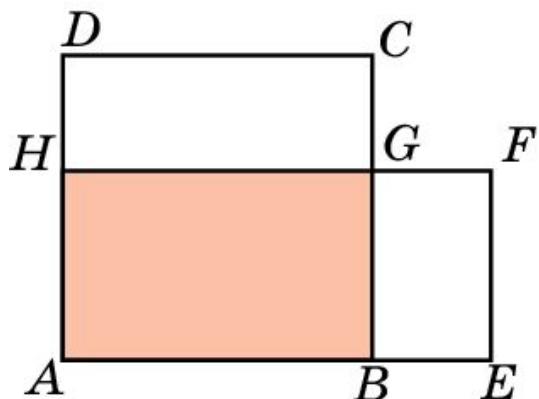
Из всех прямоугольников с данной диагональю c найдите прямоугольник наибольшей площади. Чему она равна?



Ответ. Квадрат. $S = c^2/2$.

Упражнение 24*

Из всех прямоугольников данного периметра найдите прямоугольник наибольшей площади.



Решение 1. Рассмотрим квадрат $ABCD$ и прямоугольник $AEFH$ того же периметра. Предположим, что $AE > AB$. Площадь квадрата $ABCD$ равна сумме площадей прямоугольников $ABGH$ и $HGCD$. Площадь прямоугольника $AEFH$ равна сумме площадей прямоугольников $ABGH$ и $BEFG$.

Из равенства периметров прямоугольника и квадрата следует равенство сторон BE и HD . Так как $BG < HG$, то площадь прямоугольника $BEFG$ меньше площади прямоугольника $HGCD$ и, следовательно, площадь прямоугольника $AEFH$ меньше площади квадрата $ABCD$.

Решение 2. Пусть стороны прямоугольника равны a и b , $a + b = p$. Воспользуемся неравенством $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}$, равенство в котором принимается только в случае $a = b$. Из него следует неравенство для площади S прямоугольника $S \leq \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 = \left(\frac{p}{2}\right)^2$, равенство в котором достигается, если $a = b$, т. е. если прямоугольник является квадратом.