

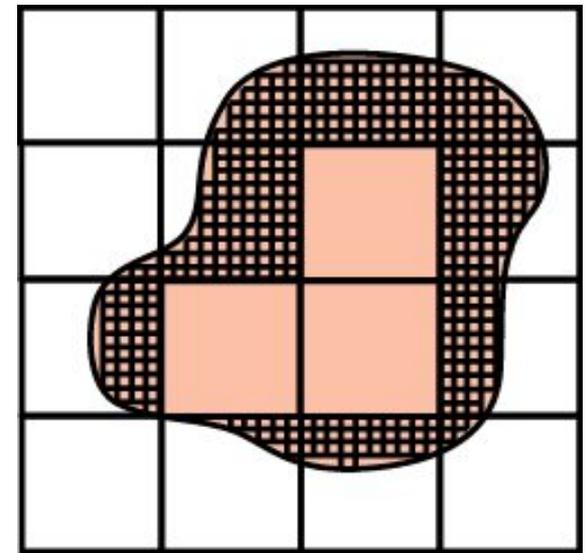
# Измерение площадей. Площадь прямоугольника

Измерение площади фигуры, как и измерения длины отрезка, основано на сравнении этой фигуры с фигурой, площадь которой принимается за единицу.

За единицу измерения площади принимается квадрат со стороной, равной единице измерения длины. Он называется **единичным квадратом**.

**Площадь фигуры** — это число, показывающее сколько раз единичный квадрат и его части укладываются в данной фигуре.

Две фигуры называются **равновеликими**, если они имеют одинаковую площадь.



# Свойства площади

Для площадей плоских фигур справедливы свойства, аналогичные свойствам длин отрезков.

**Свойство 1.** Площадь фигуры является неотрицательным числом.

**Свойство 2.** Равные фигуры имеют равные площади.

**Свойство 3.** Если фигура  $\Phi$  составлена из двух неперекрывающихся фигур  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$ , то площадь фигуры  $\Phi$  равна сумме площадей фигур  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$ , т.е.  $S(\Phi) = S(\Phi_1) + S(\Phi_2)$ .

**Свойство 4.** Площадь прямоугольника равна произведению двух его смежных сторон.

# Вопрос 1

Что принимается за единицу измерения площади?

**Ответ:** За единицу измерения площади принимается квадрат со стороной, равной единице измерения длины.

## Вопрос 2

Что такое площадь фигуры?

**Ответ:** Площадь фигуры – это число, показывающее сколько раз единичный квадрат и его части укладываются в данной фигуре.

## Вопрос 3

Какие фигуры называются равновеликими?

**Ответ:** Две фигуры называются равновеликими, если они имеют одинаковую площадь.

## Вопрос 4

Сформулируйте свойства площади.

**Ответ:** 1. Площадь фигуры является неотрицательным числом.

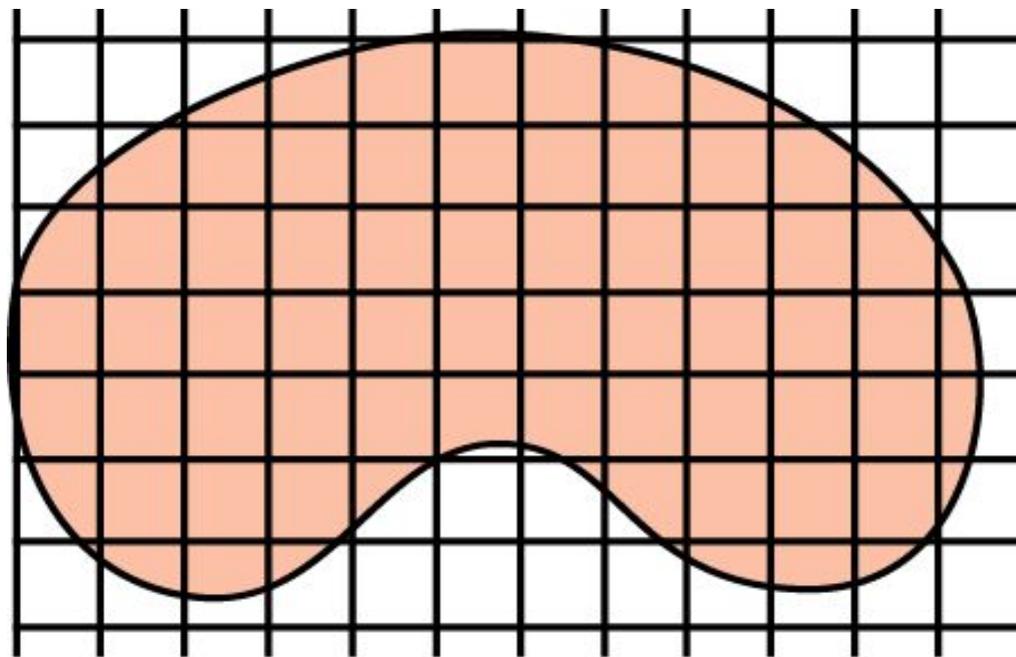
2. Равные фигуры имеют равные площади.

3. Если фигура  $\Phi$  составлена из двух неперекрывающихся фигур  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$ , то площадь фигуры  $\Phi$  равна сумме площадей фигур  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$ , т.е.  $S(\Phi) = S(\Phi_1) + S(\Phi_2)$ .

4. Площадь прямоугольника равна произведению его смежных сторон.

# Упражнение 1

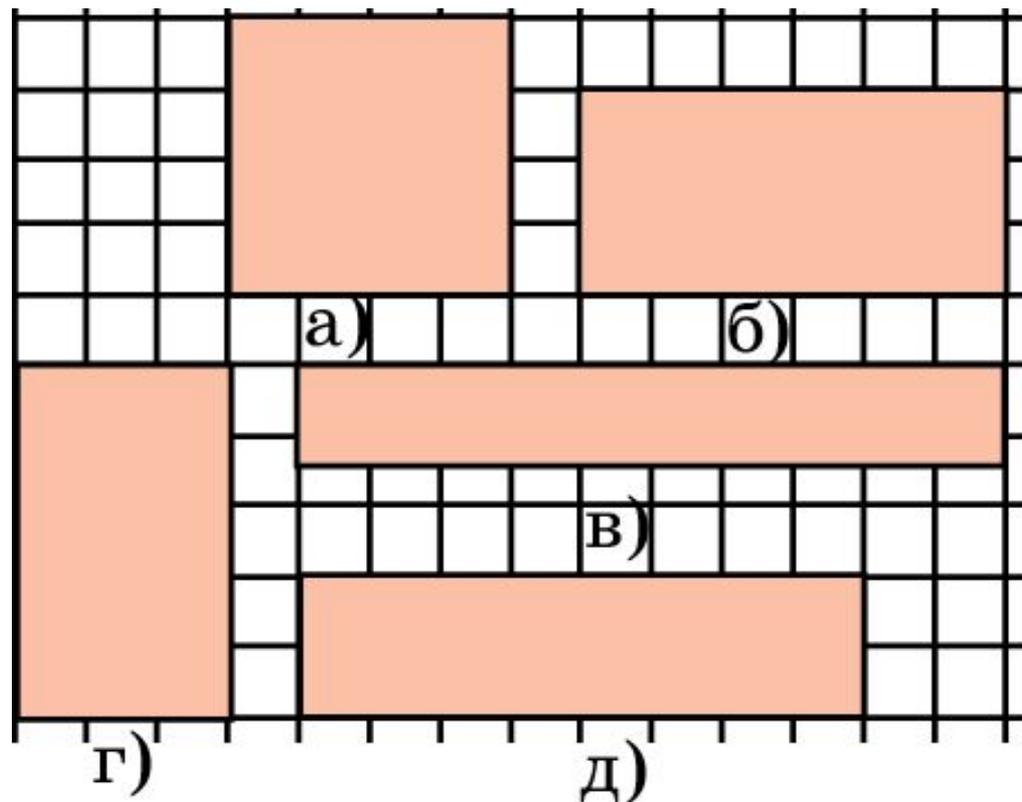
Сколько единичных квадратов целиком укладываются в фигуре, изображенной на рисунке?



Ответ: 40.

## Упражнение 2

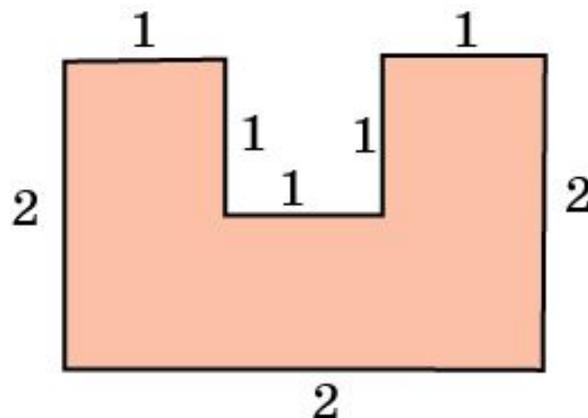
На рисунке укажите равновеликие фигуры.



**Ответ:** а) и д), в) и г).

## Упражнение 3

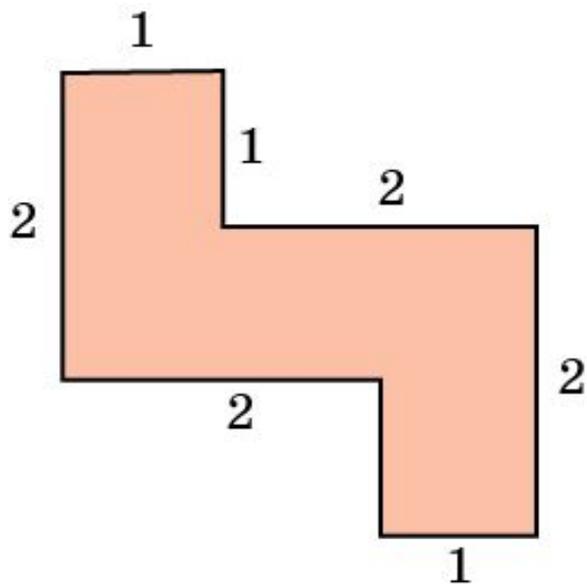
Найдите площадь многоугольника, изображенного на рисунке, все углы которого прямые.



Ответ: 5.

## Упражнение 4

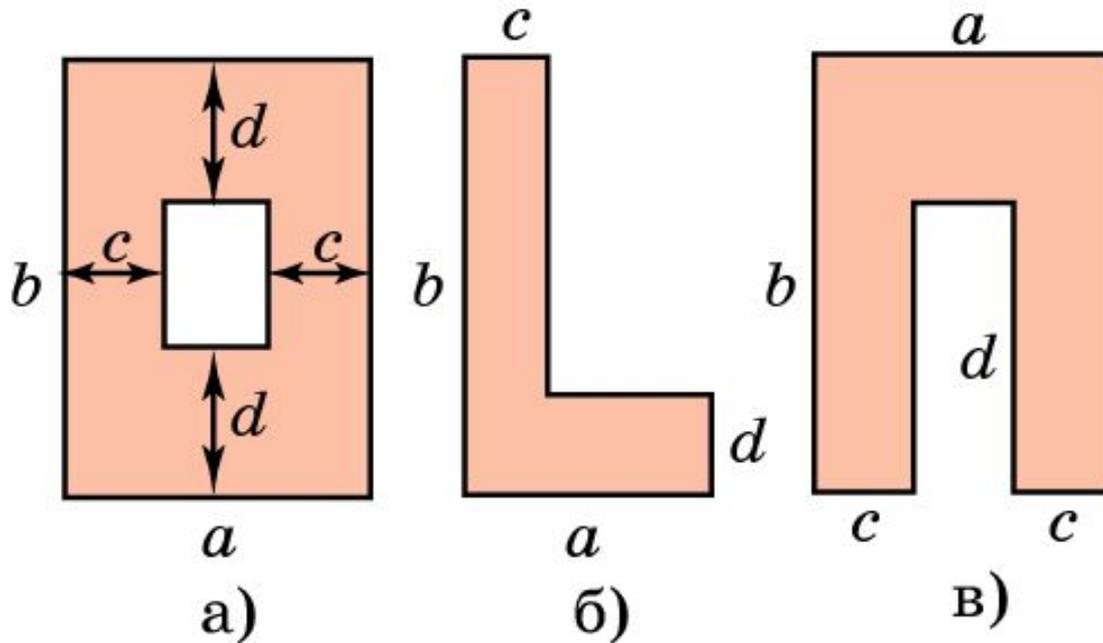
Найдите площадь многоугольника, изображенного на рисунке, все углы которого прямые.



Ответ: 5.

## Упражнение 5

Найдите площади фигур, изображенных на рисунках а) – в).



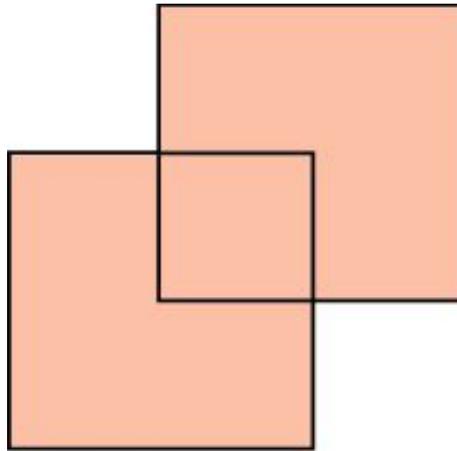
**Ответ:** а)  $2ad + 2bc - 4cd$ ;

б)  $ad + bc - cd$ ;

в)  $ab + 2cd - ad$ .

## Упражнение 6

Найдите площадь фигуры, составленной из двух единичных квадратов, вершина одного из которых расположена в центре другого, как показано на рисунке.



Ответ: 1,75.

## Упражнение 7

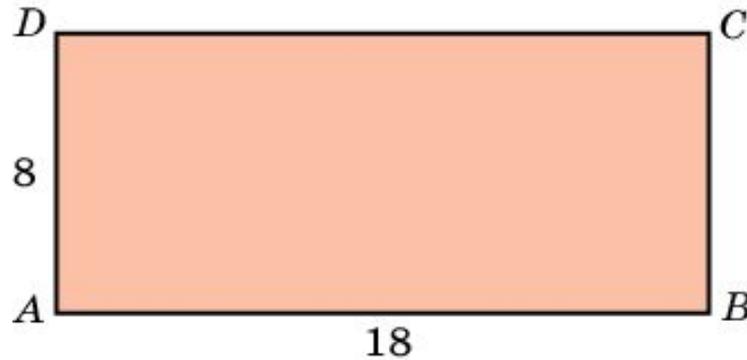
Как изменится площадь прямоугольника, если его стороны: а) увеличатся в 2 раза; б) уменьшатся в 3 раза; в) изменятся в  $k$  раз?



**Ответ:** а) Увеличится в 4 раза;  
б) уменьшится в 9 раз;  
в) изменится в  $k^2$  раз.

## Упражнение 8

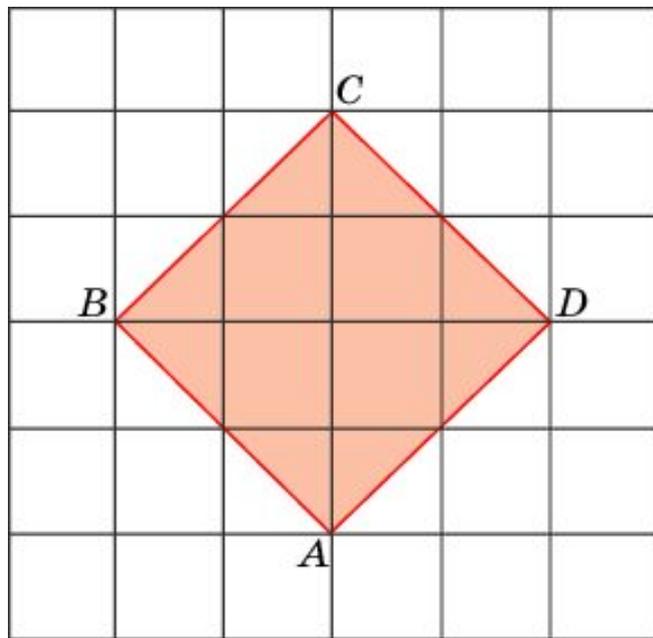
Найдите сторону квадрата, площадь которого равна площади прямоугольника со сторонами 8 м и 18 м.



Ответ: 12 м.

## Упражнение 9

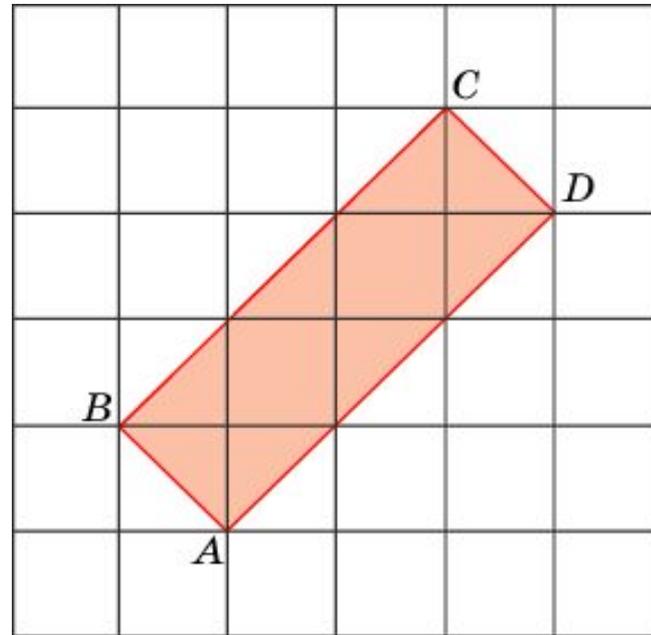
Найдите площадь квадрата, изображенного на клетчатой бумаге, клетками которой являются единичные квадраты.



Ответ: 8.

## Упражнение 10

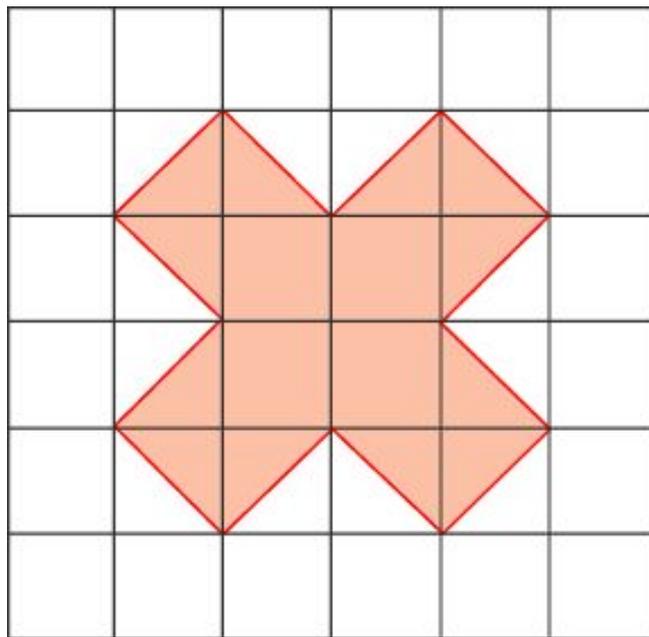
Найдите площадь прямоугольника, изображенного на клетчатой бумаге, клетками которой являются единичные квадраты.



Ответ: 6.

## Упражнение 11

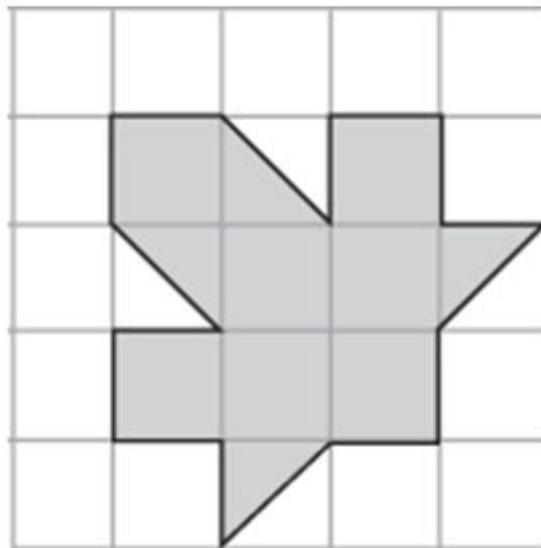
Найдите площадь фигуры, изображенной на клетчатой бумаге, клетками которой являются единичные квадраты.



Ответ: 10.

## Упражнение 12

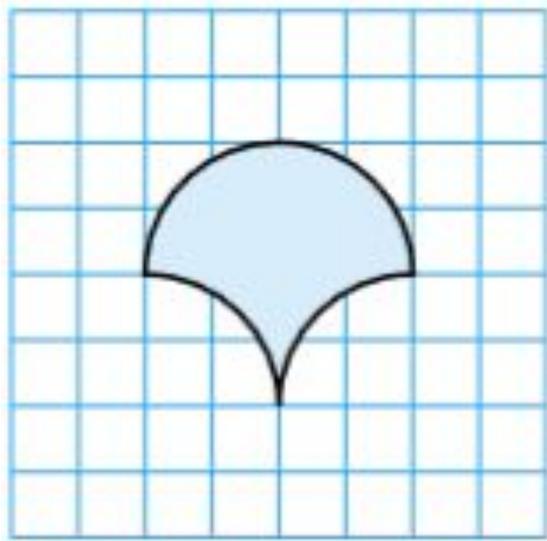
Найдите площадь фигуры. Стороны квадратных клеток равны 1.



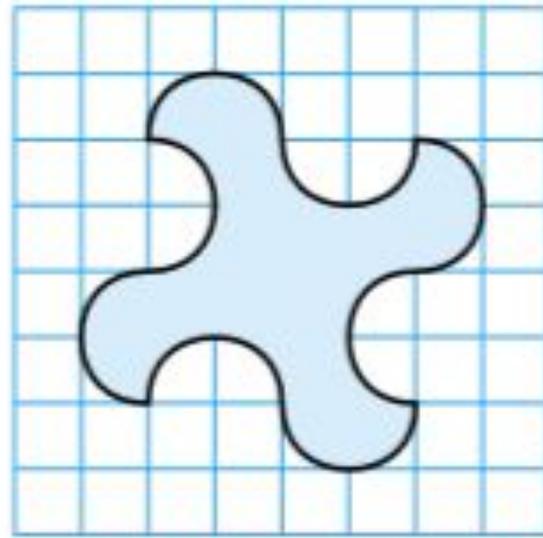
Ответ: 9.

## Упражнение 13

Найдите площади фигур, изображенных на рисунках а), б).



а

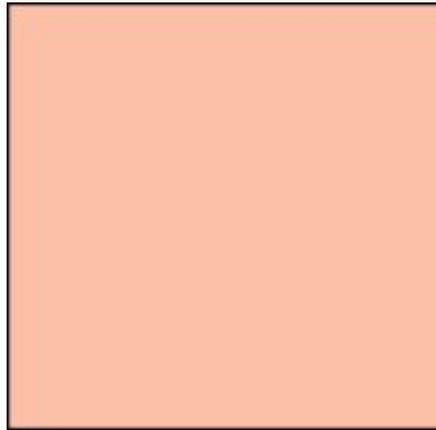


б

**Ответ:** а) 8; б) 16.

## Упражнение 14

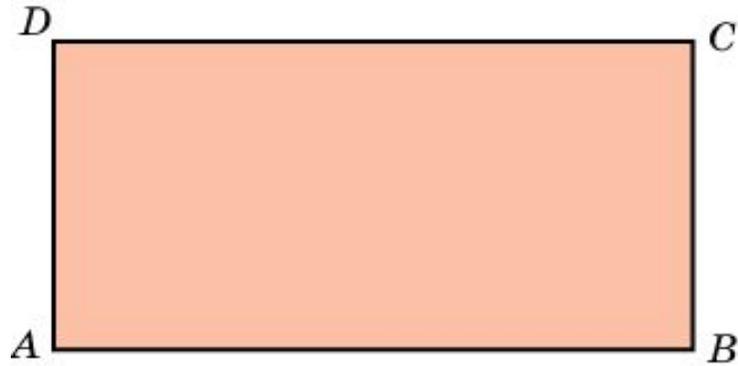
Найдите площадь квадрата, если его периметр равен 80 см.



**Ответ:** 400 см<sup>2</sup>.

## Упражнение 15

Найдите периметр прямоугольника, если его площадь равна  $72 \text{ см}^2$ , а отношение соседних сторон равно  $1 : 2$ .



**Ответ:** 36 см.

## Упражнение 16

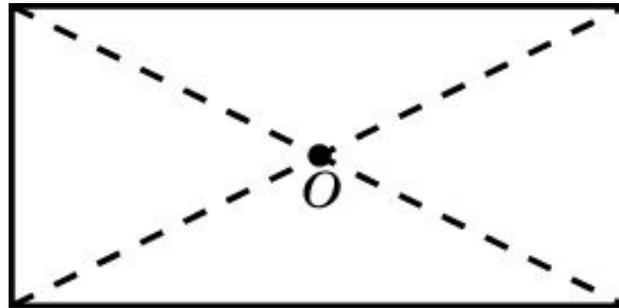
Найдите стороны прямоугольника, если его периметр 74 дм, а площадь 3 м<sup>2</sup>?



**Ответ:** 12 дм и 25 дм.

## Упражнение 17

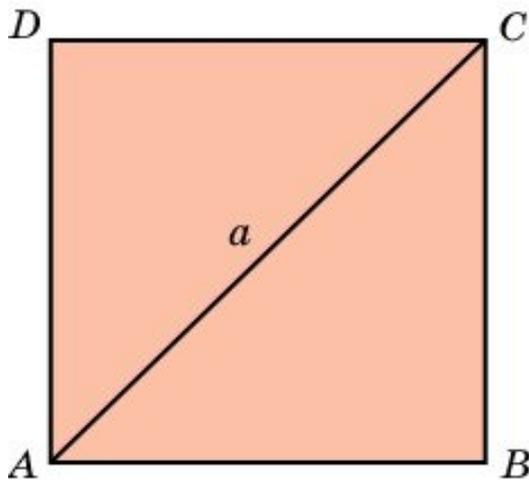
Прямоугольник со сторонами 2 и 4 повернут вокруг точки  $O$  пересечения его диагоналей на угол  $90^\circ$ . Найдите площадь общей части исходного прямоугольника и повернутого.



Ответ: 4.

## Упражнение 18

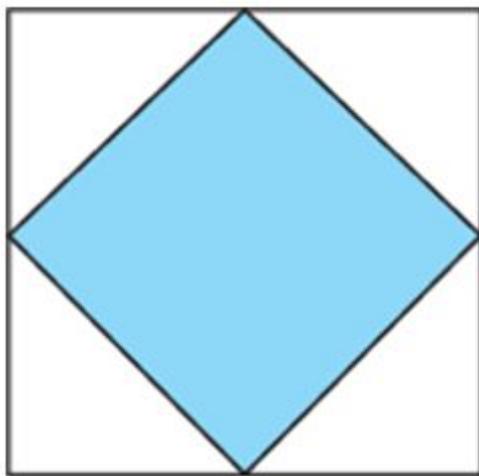
Найдите площадь  $S$  квадрата по его диагонали  $a$ .



Ответ:  $\frac{a^2}{2}$ .

## Упражнение 19

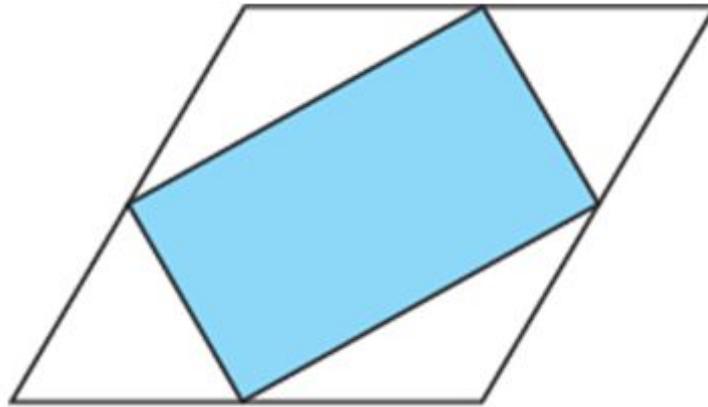
Площадь квадрата равна 10. Найдите площадь квадрата, вершинами которого являются середины сторон данного квадрата.



Ответ: 5.

## Упражнение 20

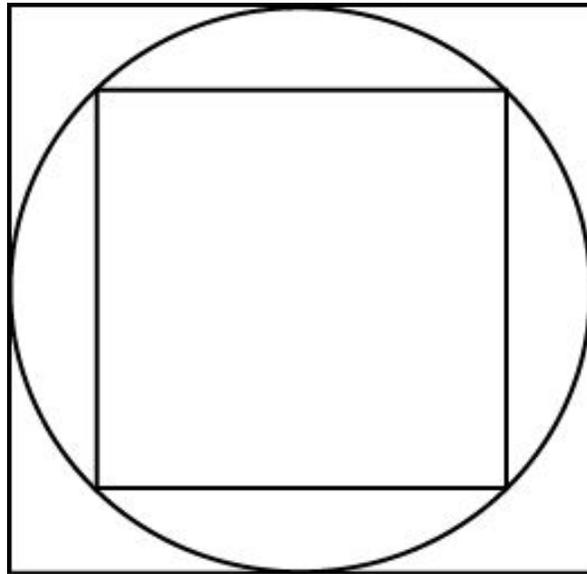
Диагонали ромба равны 6 и 8. Найдите площадь четырёхугольника, вершинами которого являются середины сторон этого ромба.



Ответ: 24.

## Упражнение 21

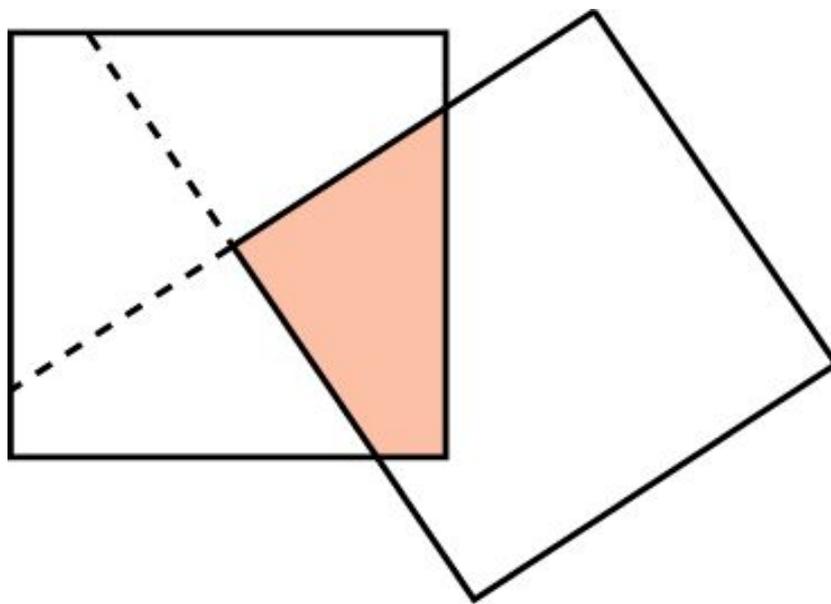
Во сколько раз площадь квадрата, описанного около окружности, больше площади квадрата, вписанного в эту окружность?



**Ответ:** В два раза.

## Упражнение 22

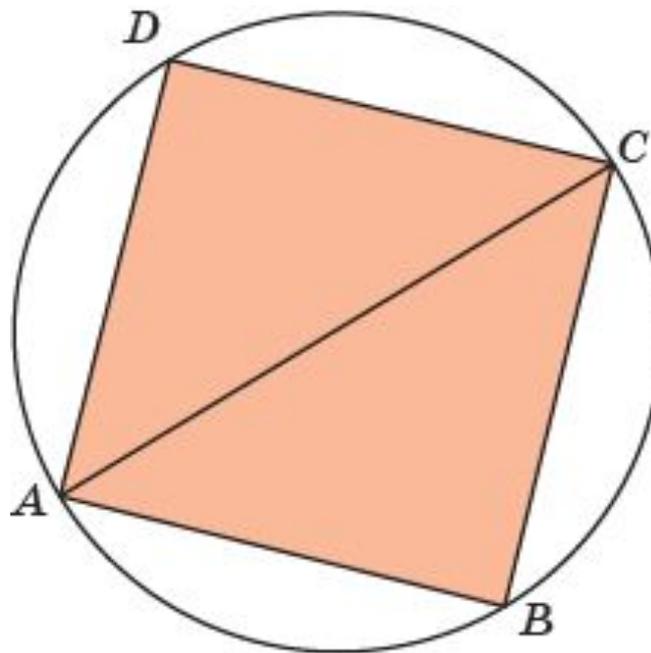
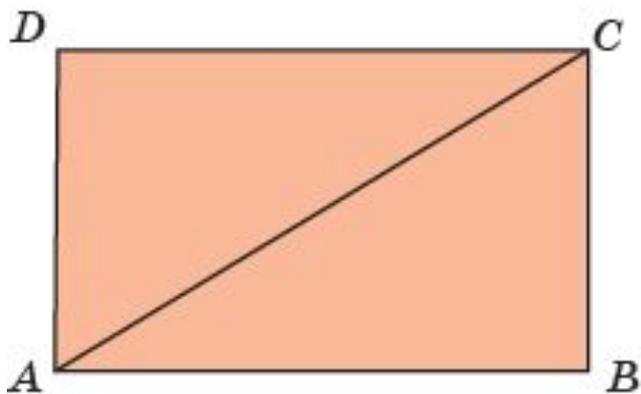
Вершина одного единичного квадрата находится в центре другого единичного квадрата. Найдите площадь их общей части.



Ответ: 0,25.

## Упражнение 23

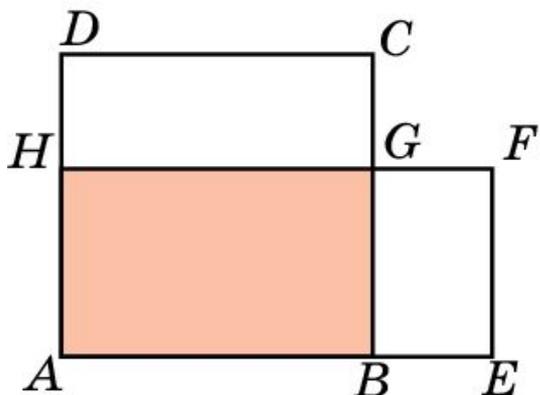
Из всех прямоугольников с данной диагональю  $c$  найдите прямоугольник наибольшей площади. Чему она равна?



**Ответ.** Квадрат.  $S = c^2/2$ .

## Упражнение 24\*

Из всех прямоугольников данного периметра найдите прямоугольник наибольшей площади.



**Решение 1.** Рассмотрим квадрат  $ABCD$  и прямоугольник  $AEFH$  того же периметра. Предположим, что  $AE > AB$ . Площадь квадрата  $ABCD$  равна сумме площадей прямоугольников  $ABGH$  и  $HGCD$ . Площадь прямоугольника  $AEFH$  равна сумме площадей прямоугольников  $ABGH$  и  $BEFG$ .

Из равенства периметров прямоугольника и квадрата следует равенство сторон  $BE$  и  $HD$ . Так как  $BG < HG$ , то площадь прямоугольника  $BEFG$  меньше площади прямоугольника  $HGCD$  и, следовательно, площадь прямоугольника  $AEFH$  меньше площади квадрата  $ABCD$ .

**Решение 2.** Пусть стороны прямоугольника равны  $a$  и  $b$ ,  $a + b = p$ . Воспользуемся неравенством  $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}$ , равенство в котором принимается только в случае  $a = b$ . Из него следует неравенство для площади  $S$  прямоугольника  $S \leq \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 = \left(\frac{p}{2}\right)^2$ , равенство в котором достигается, если  $a = b$ , т. е. если прямоугольник является квадратом.