ВЕКТОРЫ

Работу выполнила
Ученица 9 «Г» класса
Скрипник Полина

Нам известны два вида величин. Например, длина, площадь, объём, масса и т.д. полностью определяются заданием своих числовых величин. Такие величины называются скалярными величинами или просто скалярами.

А многие физические величины, например, сила или скорость, характеризуются не только числовым значением, но и направлением в пространстве. Подобные величины называются векторными величинами или просто векторами.

Любой направленный отрезок является вектором. Как и любой отрезок, вектор имеет два конца – Начальная точка или начало, и конец, обозначающийся стрелкой.
Если на отрезке АВ точку А принять за начало, а В – за конец, то получившийся вектор будет обозначаться $\overrightarrow{AB}$

Вектор $\overrightarrow{AB}$

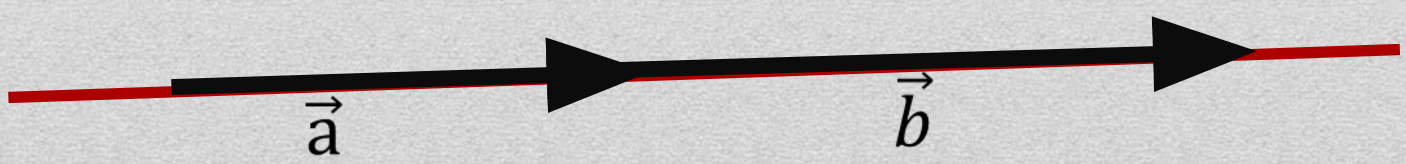
В геометрии рассматривается вектор, в котором начало и конец совпадают. Такой вектор называется нулевым вектором. Отсюда следует, что любую точку плоскости можно рассматривать как нулевой вектор. Нулевой вектор обозначается: $\vec{0}$

КАКИМИ МОГУТ БЫТЬ ВЕКТОРЫ?

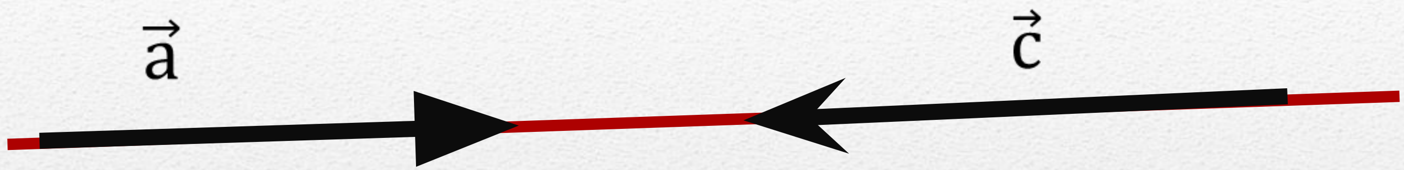
Длину отрезка АВ называют модулем вектора $\overrightarrow{AB}$ и обозначают так $|\overrightarrow{AB}|$.

Если два вектора лежат на одной прямой или на параллельных Прямых, то такие векторы называют коллинеарными. Коллинеарность Векторов записывается так: $\vec{a} \parallel \vec{b}$

Если коллинеарные имеют одинаковые направления, то их называют сонаправленными ($\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}$



Если векторы $\vec{a}$ и $\vec{c}$ коллинеарны и имеют разные направления, то их Называют противоположно направленными и записывают так $\vec{a}\uparrow\downarrow\vec{c}$



Векторы называются равными, если они сонаправлены и их модули равны.

СВОЙСТВА РАВНЫХ ВЕКТОРОВ

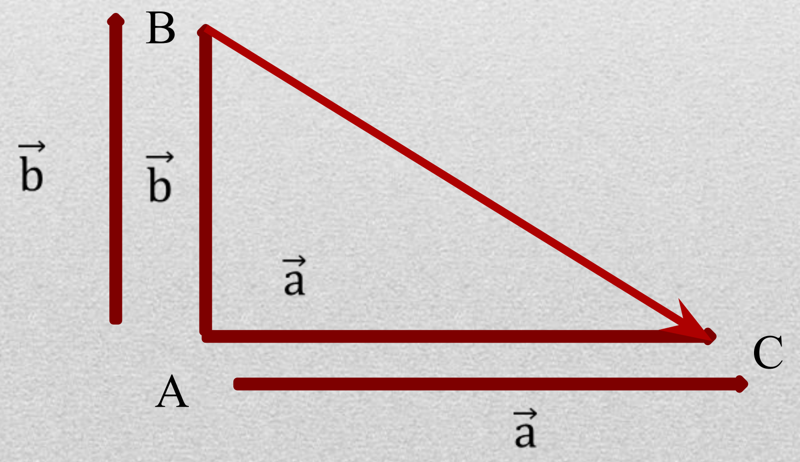
Равные векторы можно совместить параллельным переносом, и, обратно, если векторы совмещаются парллельным переносом, то эти векторы равны.

СЛЕДСТВИЕ 1. Если $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$, то $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$.

СЛЕДСТВИЕ 2. От любой точки A можно отложить единственный вектор, равный данному вектору $\vec{a}$

СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИСЛЕНИЕ ВЕКТОРОВ

Пусть даны векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Отметим на плоскости точку А и отложим от этой точки вектор АВ, равный вектору $\vec{a}$, а от точки В отложим вектор ВС, равный вектору $\vec{b}$. Полученный вектор АС называют суммой векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ и пишут: $\overrightarrow{AC} = \vec{a} + \vec{b}$

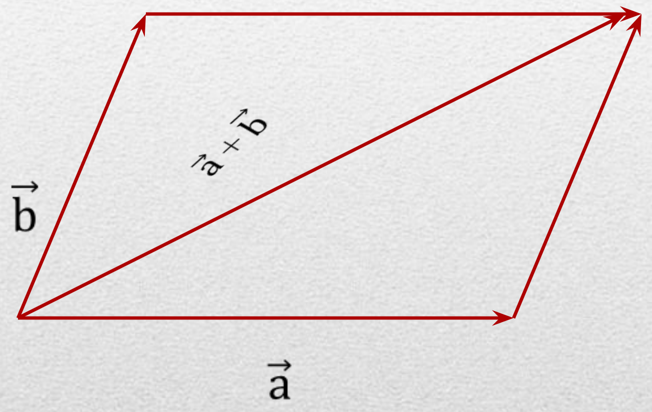


Правило Треугольника

Для любых векторов $\vec{a}$, $\vec{b}$ и c верно:

1. $\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$ (переместительный закон);

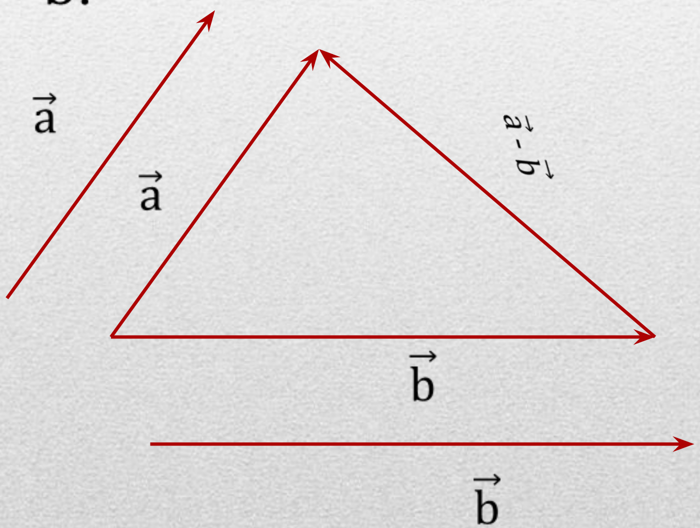
2. $(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c}=\vec{a}+(\vec{b}+\vec{c})$ (сочетательный закон).



Метод параллелограмма

РАЗНОСТЬ ВЕКТОРОВ

Разностью векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называется вектор, который в сумме с вектором $\vec{b}$ равен вектору $\vec{a}$. Разность векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ обозначается так: $\vec{a} - \vec{b}$.



РАЗЛОЖЕНИЕ ВЕКТОРА НА СУММУ СОСТАВЛЯЮЩИХ ВЕКТОРОВ, РАСПОЛОЖЕННЫХ НА ПЕРЕСЕКАЮЩИХСЯ ПРЯМЫХ

Если $\vec{a} = \vec{b} + \vec{c}$, по векторы $\vec{b}$ и $\vec{c}$ называются составляющими вектора $\vec{a}$. Также говорят, что Вектор $\vec{a}$ разложен на сумму составляющих векторов $\vec{b}$ и $\vec{c}$.

Пусть даны две пересекающиеся прямые. Тогда любой вектор можно разложить на сумму составляющих, расположенных на данных прямых.

УМНОЖЕНИЕ ВЕКТОРА НА ЧИСЛО

Произведением вектора $\vec{a} \neq 0$ на число К называется вектор, модуль которого равен числу $|К| \cdot |\vec{a}|$ и сонаправлен с вектором а при К >0, противоположно направлен с вектором а при К < 0. Произведение числа К на вектор а записывают так: $К \cdot \vec{a}$.

Если К=0, то $0 \cdot a = 0$

Для любых чисел α, β и любых векторов а, b верно равенство:

1. $(\alpha \cdot \beta)\vec{a} = \vec{a}(\beta\alpha)$ (сочетательный закон);
2. $(\alpha+\beta)\vec{a} = \alpha\vec{a} + \beta\vec{a}$ (I распределительный закон);
3. $\alpha(\vec{a} + \vec{b}) = \alpha\vec{a} + \alpha\vec{b}$ (II распределительный закон).

ПРИЗНАК КОЛЛИНЕАРНОСТИ ВЕКТОРОВ

Чтобы вектор $\vec{b}$ был коллинеарен ненулевому вектору $\vec{a}$, необходимо и достаточно существование числа α такого, что $\vec{b} = \alpha\, \vec{a}$.

СЛЕДСТВИЕ. Для того, чтобы точка C лежала на прямой AB, необходимо и достаточно, чтобы существовало число α такое, что $\overrightarrow{AC} = \alpha\, \overrightarrow{AB}$

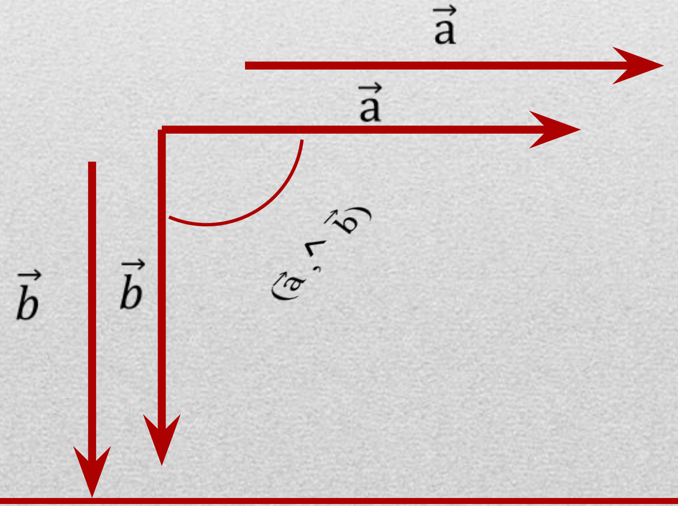
УГОЛ МЕЖДУ ВЕКТОРАМИ

Углом между векторами $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$ называется угол ВАС.

Углом между ненулевыми векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называется угол, образованный при откладывании этих векторов от одной точки.

Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ обозначают через $(\vec{a} ,\hat{} \ \vec{b})$.

Если векторы сонаправлены, то угол между ними равен 0°, а если векторы противоположно направлены, то угол между ними равен 180°



СКАЛЯРНОЕ ПРОИЗВЕДЕНИЕ ВЕКТОРОВ

Скалярным произведением двух векторов называется число, равное произведению модулей этих векторов на косинус угла угла между ними, т.е. скалярное произведение векторов равно числу

$|\vec{a}| \cdot |b| \cdot \cos(\vec{a}, \hat{} \vec{b})$.

$\varphi = (\vec{a}, \hat{} \vec{b})$. $a \cdot b = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \varphi$.

Скалярное произведение равных векторов называется скалярным квадратов этого вектора и обозначается через $\vec{a}^2$

Скалярное произведение векторов обладает следующими свойствами:

1. Для любых векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ верно равенство:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$$

2. Для любых векторов $\vec{a}$, $\vec{b}$ и с любого действительного числа α верно равенство:

$$(\alpha\vec{a}) \cdot \vec{b} = \alpha(\vec{a} \cdot \vec{b})$$

3. Для любых векторов $\vec{a}$, $\vec{b}$ и с верно равенство:

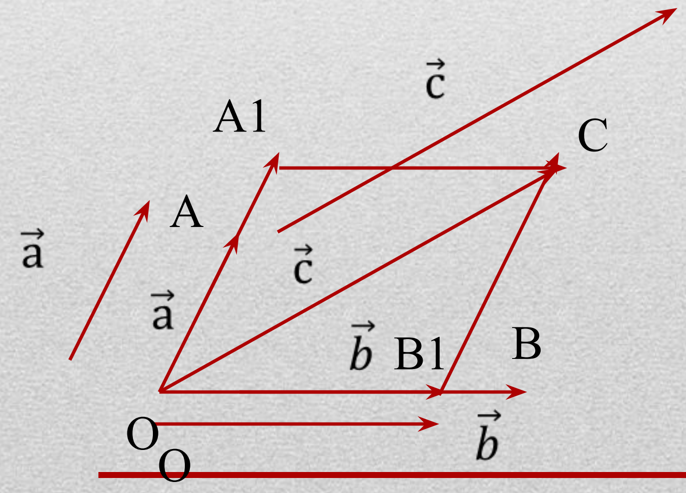
$$(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{c}$$

КООРДИНАТЫ ВЕКТОРА

Если ненулевые векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ не коллинеарны, то для любого вектора с найдутся числа x и y такие, что выполняется равенство

$$\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b},$$

причем коэффициенты разложения x и y определяются единственным образом.



Любой вектор можно разложить по двум произвольным неколлинеарным векторам. Если на плоскости выбраны такие 2 неколлинеарных вектора, то они называются базисными векторами плоскости. Итак, любые 2 неколлинеарных вектора можно принять в качестве базисных векторов и любой вектор этой плоскости однозначно разлагается по этим базисным векторам. А действительные числа x и y называются координатами вектора $\vec{c}$ в базисе $\vec{a}$, $\vec{b}$.

Рассмотрим прямоугольную систему координат Оху. Пусть $\vec{i}$ - Единичный вектор, сонаправленнный с осью Ох, а $\vec{j}$– единичный вектор, сонаправленный с осью Оу. Эти векторы называют координатными векторами. Так как векторы i и j не коллинеарны, то их можно рассматривать в качестве базисных векторов. Тогда для любого вектора а плоскости Оху найдутся единственные действительные числа х и у такие, что:

$$\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j}.$$

Здесь числа х и у называются координатами вектора $\vec{a}$ в прямоугольгой системе координат Оху, и это записывается так:

$$\vec{a} = (x; y).$$

Некоторые свойства координат вектора:

1. У равных векторов соответствующие координаты равны: если $\vec{a} = (x; y)$, $\vec{b} = (u; v)$ и $\vec{a} = \vec{b}$, то $x=u$ и $y=v$.

Обратно, векторы, у которых соответствующие координаты равны между собой: если $\vec{a} = (x; y)$, $\vec{b} = (u; v)$ и $x= u$, $y= v$, то $\vec{a} = \vec{b}$.

2. При сложении векторов складываются их соответствующие координаты: если $\vec{a} =(x;y)$, $\vec{b} =(u;v)$, то $\vec{a} + \vec{b} =(x+u; y+v)$.

$$\vec{a} + \vec{b} =(x\vec{i} +y\vec{j})+(u\vec{i} +v\vec{j})=(x+u)\vec{i} + (y + v)\vec{j}.$$

3. При умножении вектора на число его координаты умножаются на это же число, если $\vec{a} =(x; y)$ и λ- число, то $\lambda \cdot \vec{a} =(\lambda \cdot x; \lambda \cdot y)$.

СЛЕДСТВИЕ. Координаты разности векторов равны разности соответствующих координат этих векторов : если $\vec{a} = (x; y)$, $\vec{b} = (u; v)$, то $\vec{a} - \vec{b} = (x-u; y-v)$.

Если на плоскости Oxy задана точка A (x;y), то вектор $\overrightarrow{OA}$ называется радиус-вектором точки A. Для радиус-вектора $\overrightarrow{OA}$ верно равенство $\overrightarrow{OA}$ = (x;y), т.е. соответствующие координаты точки A и радиус-Вектора $\overrightarrow{OA}$ совпадают.

Пусть задан вектор $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ и A(x1;y1), B(x2;y2). Тогда выполняется равенство $\overrightarrow{AB}$ = (x2-x1)i + (y2-y1)j, т.е. $\overrightarrow{AB}$ = (x2-x1;y2-y1).

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x2-x1)^2+(y2-y1)^2}$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{x^2+y^2}$$

КООРДИНАТНЫЙ ВИД СКАЛЯРНОГО ПРОИЗВЕДЕНИЯ

Скалярное произведение векторов $\vec{a} = (x1;y1)$ и $\vec{b} = (x2;y2)$ определяется по формуле:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = x1 \cdot y2 + x2 \cdot \mathbf{y2}$$

Если векторы $\vec{a}$ =(x1;y1) и $\vec{b}$ =(x2;y2) взаимно перпендикулярны, то ($\vec{a}$,^ $\vec{b}$) = 90°. Поэтому их скалярное произведение равно нулю, т.е. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos 90° = 0$. Тогда имеем: x1x2+y1y2=0.
Это и есть условие перпендикулярности ненулевых векторов.

С помощью формулы $\vec{a} \cdot \vec{b}$ = x1 • y2 + x2 • y2 можно найти косинус угла между векторами $\vec{a}$ = (x1;y1) и $\vec{b}$ =(x2;y2). Действительно, их формулы $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}\,,\hat{}\ \vec{b})$ находим, что

$$\mathrm{Cos}(\vec{a}\,,\hat{}\ \vec{b}) = \frac{\overrightarrow{\vec{a} \cdot \vec{b}}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$$

ВСЕМ УСПЕХОВ!

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ